



A Forecasting Model based on High-Order Fuzzy Time Series and Simulated Annealing Algorithm, Case Study: Tehran's Bourse Price Index (TEPIX)

F. Radmehr & N. Shams Gharneh *

Farid Radmehr, MSc; Department of Industrial Engineering, Amirkabir University of Technology

Naser Shams Gharneh, Assistant Professor; Department of Industrial Engineering, Amirkabir University of Technology

Keywords

High order fuzzy time series
Simulated annealing,
Taguchi method,
TEPIX.

ABSTRACT

During the recent years extensive researches have been done on fuzzy time series. Since length of intervals affect the forecasting results in these models, doing research in this area became an interesting topic for time series researchers, there are some studies on this issue but their results are not good enough.

In this study, we propose a novel simulated annealing heuristic algorithm is used to promote the accuracy of forecasting. The algorithm enjoys two new neighborhood search operators called "subtitle" and "adjust". A Taguchi method as an optimization technique is also employed to comprehensively tune different parameters and operators of proposed model. The experimental results show that proposed models (SAFTS) is more accurate than existing models on forecasting Alabama university enrollments. At the final step, Tehran's bourse price index (TEPIX) was used as a case study for forecasting and results indicate a good forecasting performance on this problem.

© 2013 IUST Publication, IJIEPM. Vol. 24, No. 1, All Rights Reserved

*
Corresponding author. Naser Shams Gharneh
Email: nshams@aut.ac.ir

مدل پیش بینی بر اساس سری زمانی فازی مرتبه بالا و الگوریتم شبیه سازی تبرید، مطالعه موردی: شاخص بورس تهران

فرید رادمهر و ناصر شمس قارنه*

چکیده:

کلمات کلیدی

در سالیان اخیر تحقیقات گسترده ای بر روی مدل های سری زمانی فازی انجام شده است و همواره تعیین اندازه و چیدمان بازه های مجموعه های فازی جزو اصلی ترین مسائل تحقیقاتی در این زمینه بوده است. در این زمینه تحقیقات متنوعی انجام شده است اما نتایج حاصله تا کنون راضی کننده نیست. لذا در این تحقیق با استفاده از الگوریتم شبیه سازی تبرید و سه عملگر جدید طراحی شده سعی در برطرف نمودن ایرادات مطالعات قبلی برای تعیین بازه های مناسب شده است. گفتنی است که در این بخش از روش تاگوچی به عنوان ابزاری برای تعیین مقادیر بهینه ی پارامترها و فاکتورهای مدل استفاده شده است. به جهت مقایسه، مدل پیشنهادی (SAFTS) برای پیش بینی داده های دانشگاه آلاباما استفاده شد که نتایج بدست آمده از برتری مدل پیشنهادی نسبت به مدل های موجود حکایت می کند و در نهایت به عنوان یک مورد کاربردی، مدل پیشنهادی بر روی شاخص بازار بورس تهران اجرا شد و نتایج آن تحلیل گردید.

سری زمانی فازی،
مرتبه بالا،
الگوریتم شبیه سازی تبرید، شاخص
بورس تهران،
روش تاگوچی

۱. مقدمه

پیش بینی یکی از پایه های اصلی در تصمیم گیری قلمداد می شود. یک پیش بینی دقیق می تواند تا حد زیادی موجب کاهش تصمیمات غلط شده و توانایی رقابتی سازمان را ارتقا دهد. امروزه در بسیاری از شاخه های صنعت پیش بینی نقش بسزایی را ایفا می کند به طور مثال در پیش بینی تعداد مریض های مراجعه کننده به اورژانس بیمارستان، تعداد تصادفات جاده ای، پیش بینی آب و هوا و پیش بینی های اقتصادی و مالی در بازار های مالی.

یکی از روش های بسیار مرسوم در پیش بینی، روش های مربوط به سری های زمانی است. روش های سنتی سری زمانی مانند ARIMA می توانند سری های زمانی فصلی را پیش بینی کنند اما در پیش بینی مسائلی با داده های زمانی با مشکل روبرو می شوند. علاوه بر این، سری های زمانی سنتی برای پیش بینی به تعداد زیادی داده نیازمندند. همچنین برای اخذ نتیجه ی مطلوب از این مدل پیش بینی، پراکندگی داده ها می بایستی طبق توزیع نرمال باشد. در بسیاری از موارد داده ی کافی برای پیش بینی توسط مدل های سنتی وجود ندارد. به طور مثال در مورد بازار بورس، می توان داده های تاریخی را برای سهام مختلف استخراج نمود اما در مورد سهم هایی که به تازگی وارد بازار شده اند و یا نماد آنها با تغییراتی همراه بوده است نمی توان داده های زیادی را بدست آورد. از سوی دیگر، متغیرهای زمانی برای بیان مشاهدات روزانه بکار می رود و در بسیاری از موارد نمی توان متغیرهای کیفی را به متغیرهای کمی تبدیل نمود. لذا برای حل

تاریخ وصول: ۹۰/۲/۶

تاریخ تصویب: ۹۰/۱۱/۱۵

فرید رادمهر کارشناسی ارشد مهندسی صنایع- مهندسی مالی، دانشکده ی مهندسی صنایع دانشگاه صنعتی امیرکبیر. تهران، ایران. f.radmehr@aut.ac.ir
*نویسنده مسئول مقاله: دکتر ناصر شمس قارنه: استادیار دانشکده ی مهندسی صنایع دانشگاه صنعتی امیرکبیر. تهران، ایران. nshams@aut.ac.ir

۳ قسمت و سومین بازه را به ۲ قسمت مساوی تقسیم می کند و بقیه ی بازه ها را نیز به همان صورت استفاده می نماید. مقاله ای دیگر که به بازه های پیش بینی پرداخته است مقاله ی چنگ [۸] می باشد. مدلی که در این مقاله پیشنهاد گردیده بسیار شبیه به مدل قبلی است، در این مدل نیز ابتدا داده ها در ۷ بازه ی مساوی تقسیم شده اند، سپس میانگین تعداد داده ها در بازه ها محاسبه گشته و بازه هایی که تعداد داده ها در آنها از این میانگین بیشتر باشد به دو قسمت مساوی تقسیم می شوند، این فرایند نیز مانند فرایند پیشین سعی در همگن کردن بازه ها دارد و بازه های با داده های بیشتر را تقسیم می کند.

باگسترش استفاده از مدل های ابتکاری و فرا ابتکاری در محاسبات گوناگون، هوارنگ نیز در مقاله ی خود برای نخستین بار مدل سری زمانی فازی را با مدل فرا ابتکاری شبکه عصبی در آمیخت [۹] وی در این مدل با دستیابی به عملکرد بهتر توانست فصل جدیدی را در مدل های سری زمانی فازی باز کند. لذا مدل های ابتکاری و فرا ابتکاری برای بازه بندی فضای مسئله مورد استفاده قرار گرفتند که می توان به مقالات زیر اشاره نمود:

لی و همکارانش [۱۰، ۱۱] از دو مدل فرا ابتکاری ژنتیک و شبیه سازی تبرید برای پیش بینی دمای هوا و شاخص بورس تایوان (تایفکس) استفاده کردند. چن و چانگ [۱۲، ۱۳] نیز با استفاده از الگوریتم فرا ابتکاری ژنتیک، مدل هایی مرتبه اول و مرتبه ی بالا را برای پیش بینی داده های دانشگاه آلاباما ارائه کرده اند. پارک و همکاران [۱۴] مدلی دو فاکتوره و مرتبه بالا را با کمک الگوریتم فرا ابتکاری PSO برای پیش بینی شاخص تایفکس و کوپسی ۲۰۰۲ ارائه دادند، مظفری و همکاران [۱۵] نیز مدلی بر اساس الگوریتم PSO و الگوریتم شبیه سازی تبرید برای پیش بینی و بهینه سازی سبد سهام استفاده نموده اند.

در این مقاله نیز سعی بر آن است تا با استفاده از الگوریتم شبیه سازی تبرید مدلی کارا برای پیش بینی سری های زمانی فازی طراحی گردد که در این مسیر برای تقویت مدل ۳ عملگر جدید برای الگوریتم شبیه سازی تبرید طراحی شده است و در نهایت از الگوریتم تاگوچی برای تعیین پارامترها و فاکتورهای مدل و هماهنگ سازی عملگرها استفاده شده است.

۳. سری های زمانی فازی

سانگ و چیسام [۱، ۲، ۳] در مقاله های خود اصولی را برای این مدل ها معرفی نمودند که تمامی مدل های ایجاد شده در این حیطه و همچنین مدل ارائه شده در این مقاله بر این اصول استوارند، این اصول عبارتند:

چنین مسائلی استفاده از روش های دیگری برای پیش بینی همچون سری های زمانی فازی لازم و ضروری است در سالهای گذشته، تحقیقات بسیار گسترده ای در زمینه سری های زمانی فازی انجام شده و مدل های مختلفی در این حیطه ارائه گشته است. یکی از مشکلات اساسی این مدل ها عدم وجود یک فرایند مناسب برای تعیین فضای مسئله و طول بازه ها است. لذا در این تحقیق سعی شده است با پرداختن به این معضل، فرایندی مناسب و جامع برای تعیین طول بازه ها در پیش بینی مسائل مختلف معرفی گردد.

۲. مرور ادبیات

برای نخستین بار مفهوم سری های زمانی فازی توسط سانگ و چیسام [۱، ۲، ۳] براساس مفاهیم مجموعه های فازی برای پیش بینی پذیرش دانشگاه آلاباما ارائه گردید. بعدها اشکالاتی توسط چن [۴] در مورد این مدل مطرح گردید. او معتقد بود استفاده از این عملگرها در مدل های مذکور باعث ایجاد پیچیدگی فراوان در مسئله پیش بینی می گردد، لذا وی با ساده سازی محاسبات عددی مربوط به عملگرهای ترکیبی^۱ باعث بهبود و افزایش دقت محاسبات نسبت به مدل سانگ و چیسام گردید. عملکرد بهتر و سادگی اجرای مدل چن باعث شد تا اکثریت محققان از این مدل برای طراحی مدل های خود استفاده کنند. چن در مقاله ی خود [۴] از ۷ بازه ی هم اندازه برای پیش بینی استفاده کرده که در حقیقت این نوع بازه بندی، ساده ترین و ابتدایی ترین نوع بازه بندی می باشد که در این فرایند هیچ توجهی به نوع داده و توزیع داده ها نمی شود.

مسئله ی تعیین بازه های مناسب در مسائل پیش بینی سری های زمانی فازی برای اولین بار توسط هوارنگ [۵] مورد بررسی قرار گرفت. وی در این مقاله دو نوع بازه بندی را بر پایه تابع توزیع و میانگین تغییرات داده ها معرفی نمود. چن پس از ارائه ی مدل اولیه ی خود [۴] و استفاده از عدد ۷ برای نمایش مقادیر زبانی، بار دیگر وارد این عرصه شد و در سال ۲۰۰۲، نظریه ی ۷ بازه ی مساوی خود را مورد تجدید نظر قرار داد و مسئله را برای تعداد بازه های ۷ تا ۱۴ بررسی نمود، البته در این مقاله نیز بازه ها به صورت مساوی در نظر گرفته شده اند و فقط تعداد آنها نسبت به قبل تغییر کرده است [۶] مقاله ی دیگری که به بررسی بازه های فازی می پردازد، مقاله ی جیلانی [۷] است که وی در این مقاله در ابتدا اقدام به تقسیم داده ها به هفت بازه ی مساوی کرده و سپس بازه ها را بر اساس تعداد داده ی موجود در آنها به ترتیب و به صورت نزولی مرتب می کند، سپس اولین بازه را به ۴ قسمت، دومین بازه را به

^۲ KOPSI 200

^۱ composition operation

سپس سرد کردن کنترل شده می باشد تا اندازه ی کریستال ها در ماده افزایش پیدا کند. برای اولین بار این الگوریتم توسط متروپلیس و همکاران [۱۶] و کیرک پاتریک [۱۷] معرفی گردید. پس از بکارگیری الگوریتم کلاسیک شبیه سازی تبرید، نشان داده شد که این الگوریتم گرچه در مسائل با اندازه های کوچک کارایی لازم را دارد، در مسائل با اندازه بزرگ عملکرد مورد انتظار را ندارد و حتی با وجود مکانیزم فرار از بهینه محلی، دچار همگرایی زودرس^۴ می شود.

یکی از نقاط ضعف SA، تعداد بالای پارامترهای آن است و لذا، پارامترهای الگوریتم SA می بایست بطور مناسب انتخاب شوند.. به دلیل عدم کارایی نسخه کلاسیک SA، در این تحقیق، اصلاحات فراوانی روی این الگوریتم انجام شده است.

۴-۱. نحوه ی نمایش جواب

ابتدا نحوه ی تفسیر جواب و کد گذاری آن مورد بررسی قرار می گیرد، فرض کنید C نشان گر تعداد بازه ها در فضای مسئله (U) باشد. و U_{min} و U_{max} نیز به ترتیب حد پایین و بالای فضای مسئله باشند. جواب X برای مسئله در حقیقت شامل C-1 عضو است $X = (x_1, x_2, \dots, x_{c-1})$ که در آن $x_i \geq x_{i-1}$ ، $1 \leq i \leq c - 1$ هر عضو این ماتریس را نقطه ی شکست^۵ می نامیم. حال با استفاده از بردار X می توان بازه هایی را بدین صورت بر روی فضای مسئله تعریف نمود:

$$int_1=(U_{min}, x_1), int_2=(x_1, x_2), \dots int_c=(x_{c-1}, U_{max})$$

شکل ۱. یک شمای گرافیکی از جوابی با ۷ بازه است.

int1	int2	int3	int4	int5	int6	int7
------	------	------	------	------	------	------

$U_{min} \quad x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad x_4 \quad x_5 \quad x_6 \quad U_{max}$

شکل ۱. نمای گرافیکی جواب با ۷ بازه

۴-۲. جستجو در همسایگی

ساختار جستجو در همسایگی^۶ در حقیقت عملگری است که در آن با اعمال تغییرات جزئی بر روی جوابهای در دست، جوابهای جدید تولید می شود. ساختار ها و مدل های مختلفی برای این بخش استفاده می شود. در این تحقیق نیز برای پوشش کامل فضای جستجو و همچنین افزایش دقت جواب ها از سه عملگر در کنار هم استفاده شده است:

اصل ۱. [۱, ۲, ۳] سری های زمانی فازی. $Y(t) (t = \dots, 0, 1, 2, \dots)$ مقادیر متغیر در لحظه ی t را زیر مجموعه ای از اعداد حقیقی در نظر بگیرید، و همچنین دامنه ی تغییرات متغیر توسط مجموعه های فازی $f_j(t)$ افراز شده باشد، در چنین شرایط اگر $F(t)$ مجموعه ای از $f_1(t), f_2(t), \dots$ باشد، در نتیجه $F(t)$ یک سری زمانی فازی بر روی $y(t)$ می باشد.

اصل ۲. [۱, ۲, ۳] اگر یک رابطه ی فازی $R(t - 1, t)$ به صورت $F(t) = F(t - 1) \circ R(t - 1, t)$ برقرار باشد و "o" نشان دهنده ی عملگر فازی باشد و $F(t)$ و $F(t-1)$ هر کدام یک مجموعه ی فازی باشند، در نتیجه می توان گفت $F(t)$ توسط $F(t-1)$ بوجود آمده است. رابطه فازی بین $F(t)$ و $F(t-1)$ به صورت زیر نشان داده می شود.

$$F(t-1) \rightarrow F(t)$$

اصل ۳. [۱, ۲, ۳] $F(t)$ و $F(t - 1)$ را برابر با A_i و A_j در نظر بگیرید. رابطه ی بین $F(t)$ و $F(t-1)$ به عنوان یک رابطه ی منطقی فازی در نظر گرفته می شود (FLR)^۱ که به صورت $A_i \rightarrow A_j$ نیز مشخص می گردد که در آن A_i به عنوان دست چپ رابطه^۲ (LHS) و A_j به عنوان دست راست^۳ (RHS) رابطه تعیین میشوند.

اصل ۴. [۱, ۲, ۳] تمام روابط فازی موجود در داده ها را می توان در دسته هایی بنا بر طرف چپ هر رابطه قرار داد، به عبارت دیگر، روابطی که دارای طرف چپ یکسان باشند را می توان در یک دسته قرار داد. به عنوان مثال دو رابطه ی $A_i \rightarrow A_j$ و $A_i \rightarrow A_j$ با توجه به دست چپ یکسان، در یک گروه قرار می گیرند.

اصل ۵. [۱, ۲, ۳] فرض کنید $F(t)$ فقط توسط $F(t-1)$ بوجود آمده باشد، و برای هر t داشته باشیم $F(t) = F(t-1) \circ R(t-1, t)$ ، $R(t-1, t)$ مستقل از t باشد، در نتیجه $F(t)$ یک سری زمانی مستقل از زمان نامیده میشود. در غیر این صورت وابسته به زمان خواهد بود.

۴. الگوریتم شبیه سازی تبرید

الگوریتم شبیه سازی تبرید، یک الگوریتم فرا ابتکاری برای یافتن نقاط بهینه کلی با استفاده از روابط ریاضی و احتمالی می باشد. به عبارت دیگر این الگوریتم سعی در یافتن تخمین مناسبی از جواب بهینه در فضای کلی جواب دارد. نام این الگوریتم از فرایند تبرید در مهندسی مواد گرفته شده است که شامل فرایند گرم کردن و

⁴ Premature convergence

⁵ breakpoint

⁶ Neighborhood search structure (NSS)

¹ Fuzzy logical relationship

² Left hand side

³ Right hand side

در هر مرحله تعیین می کند کدامیک از دو عملگر فوق بر روی جواب اجرا شود. در هر بار تولید جواب جدید عددی تصادفی (r) در بازه $(0,1)$ تولید می شود و با مقدار از پیش تعیین شده $\gamma \in [0,1]$ مقایسه می شود. در صورتی $r \leq \gamma$ آنگاه عملگر جایگزینی بر روی جواب اجرا خواهد شد و در غیر اینصورت عملگر تنظیم مورد استفاده قرار خواهد گرفت.

۳-۴. روش تاگوچی

همانطور که در قسمت های قبل مشاهده شد، الگوریتم تیرید شامل تعداد زیادی فاکتور و پارامتر است که هر یک به نوعی بر روی نتیجه ی نهایی و کارایی الگوریتم تاثیر گذار می باشند، لذا دستیابی به ترکیب مناسب این فاکتورها می تواند عملکرد الگوریتم را تا حد زیادی بهبود بخشد.

مسئله پارامترها و فاکتورهای الگوریتم مناسب هر مسئله با توجه به داده ها و نوع مسئله بستگی دارد اما این نکته در بسیاری از موارد مشابه مورد توجه قرار نمی گیرد و محققین، پارامترهای مسئله را بر اساس مدل های پیشین و موجود در ادبیات تعیین می کنند. در این بخش قصد داریم تا با استفاده از طراحی آزمایشات با روش تاگوچی بهترین ترکیب پارامترها را برای مدل تعیین کنیم.

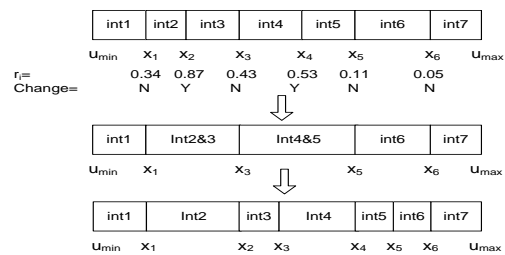
تاگوچی فاکتورها را به دو دسته تقسیم می کند: فاکتورهای قابل کنترل^۱ و فاکتورهای پارازیت^۲. فاکتورهای پارازیت فاکتورهایی هستند که هیچ گونه کنترلی روی آنها وجود ندارد. چون هیچ روشی برای حذف این فاکتورها وجود ندارد، روش تاگوچی می - کوشد تا تاثیر فاکتورهای پارازیت را کمینه سازد و سطوح بهینه فاکتورهای قابل کنترل مهم را بیابد [۱۸] تاگوچی همچنین از روی تغییرات داده ها، متغیر دیگری برای اندازه گیری واریانس داده ها می سازد.

این پارامتر را نسبت سیگنال به پارازیت^۳ (S/N) می نامند. اصطلاح "سیگنال" به مقادیر مطلوب و "پارازیت" به مقادیر نامطلوب (انحراف استاندارد) برمی گردد. بنابراین، هدف، بیشینه - سازی مقدار نسبت S/N است.

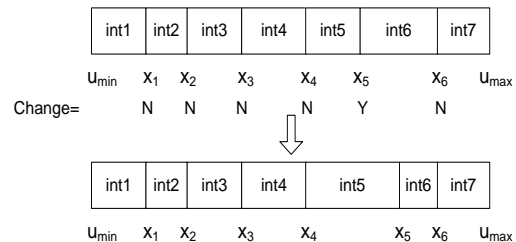
تاگوچی توابع هدف را به سه دسته تقسیم می کند: هر چه کمتر بهتر^۴، هر چه بیشتر بهتر^۵ و بهتر اسمی^۶. از آنجا که تابع هدف ما، کمینه سازی خطای پیش بینی است، جزء نوع اول محسوب می - شود و از این رو، فرمول نسبت S/N آن از رابطه زیر محاسبه

• **عملگر جایگزینی:** در این عملگر، یک یا چند نقطه ی شکست به صورت تصادفی انتخاب شده و با نقاط شکست دیگری در فضای مسئله و در بازه ی (u_{min}, u_{max}) جایگزین می شود. ابتدا برای هر نقطه ی شکست، عددی تصادفی مانند r_i در بازه $(0,1)$ تولید می شود، سپس این مقادیر با یک مقدار ثابت تعیین شده مانند α مقایسه می شوند، در صورتی که $r_i > \alpha$ آنگاه نقطه ی شکست مربوطه با نقطه ای جدید (y_i) جایگزین می شود، به گونه ای که $u_{min} < y_i < u_{max}$ و در غیر این صورت در جای خود می ماند. شکل ۲ یک شمای کلی از این عملگر را نشان می دهد. این عملگر با ایجاد تغییرات بنیادین در جواب های بدست آمده سعی دارد تا فضای جستجوی بیشتری را تحت پوشش قرار دهد.

• **عملگر تنظیم:** در این عملگر نیز به تصادف یک یا چند نقطه شکست انتخاب می شود و نقطه ی شکست دیگری در بازه ی $(\max(u_{min}, x_{i-1}), \min(u_{max}, x_{i+1}))$ جایگزین می شود. پارامتر β ، $1 \leq \beta \leq c - 1$ نشان دهنده ی تعداد نقطه های شکستی است که توسط عملگر تنظیم به صورت تصادفی انتخاب شده و با نقطه ی جدیدی مانند $\max(u_{min}, x_{i-1}) < y_i < \min(u_{max}, x_{i+1})$ جایگزین می شوند. این عملگر، تغییرات کمتری نسبت به عملگر قبلی بر روی جواب ایجاد می کند و سعی در افزایش دقت جواب بدست آمده دارد. شکل ۳ نمایانگر این عملگر به صورت گرافیکی است.



شکل ۲. عملگر جایگزینی



شکل ۳. عملگر تنظیم با پارامتر $\beta=1$

• **عملگر ترکیبی:** این عملگر نیز به عنوان عملگر سوم، وظیفه ی ترکیب دو عملگر فوق را بر عهده دارد و در حقیقت

¹ Controllable

² Noise

³ Singnal-to-noise ratio

⁴ The smaller-the-better

⁵ The larger-the-better

⁶ Nominal-is-best

می‌شود:

درجه ی آزادی فاکتورهای مربوطه برابر ۲۴ است که از حاصل جمع تعداد سطوح هر فاکتور منهای ۱ به دست می آید. در نتیجه جدول مورد استفاده حداقل باید دارای ۲۴ سطر باشد و با توجه به تعداد فاکتورها که برابر ۸ می باشند، تعداد ستون جدول نیز باید برابر ۸ باشد. با جستجو در میان جداول مختلف تاگوچی، جدول مربوط به آرایه های متعامد $L_{36}(3^7 * 6^3)$ برای اینکار انتخاب می شود. از آنجاییکه مسئله ی حاضر دارای دو فاکتور با ۲ سطح و ۴ فاکتور با ۳ سطح و ۳ فاکتور با ۶ سطح است و L_{36} نیز شامل ۷ فاکتور با ۳ سطح و ۳ فاکتور با ۶ سطح است، برای تطبیق آرایه ی متعامد L_{36} با مسئله ی حاضر نیازمند ایجاد تغییراتی در آرایه ی مذکور هستیم که به این صورت می باشد:

$$S/N \text{ Ratio} = -10 \cdot \log_{10}(\text{Objective function})^2 \quad (7)$$

در این مدل ۸ متغیر به عنوان فاکتورهای قابل کنترل تعیین شده اند که عبارتند از: روند کاهش دما، دمای اولیه، دمای نهایی، تعداد دمای مشاهده شده، پارامتر عملگر جایگزینی (α) ، پارامتر عملگر تنظیم (β) ، پارامتر عملگر ترکیب (γ) . نشان دهنده ی هریک از فاکتورها و سطوح مربوط به هریک است.

جدول ۱. فاکتورها و سطوح مربوط مدل SAFTS

Factor	Level
A Cooling schedule(C.S) {A(1): exponential, A(2): linear}	2
B Starting temperature(T_s) {B(1): 4, B(2):8 B(3):10}	3
C Number of desired temperature(T_n) {C(1):100, C(2):200, C(3):300}	3
D Neighbor search in each temperature (NST) {D(1): 30, D(2):80, D(3):200}	3
E Stopping temperature (T_e) {E(1):0.001, E(2)=0.01, E(3)=0.1}	3
F Mix operator parameter (γ) {E(1):0.1, E(2):0.2, E(3):0.3, E(4):0.4, E(5):0.5, E(6):0.6}	6
G Substitute operator parameter (α) {F(1):0.4, F(2):0.5, F(3):0.6, F(4):0.7 F(5):0.8, F(6):0.9}	6
H Adjust operator parameter (β) {G(1):1, G(2):2, G(3):3, G(4):4, G(5):5, G(6):6}	6

مسئله ۳ بار اجرا شد برای اینکه بتوان نتایج حاصل از سه مسئله را با هم مقایسه کرد و محاسبات مشترکی بر روی آنها اعمال کرد، نتایج حاصله به صورت درصد تغییرات نسبی^۱ محاسبه گردید.

$$RPD = \frac{\text{trial}_{sol} - \text{min}_{sol}}{\text{min}_{sol}} \cdot 100\% \quad (8)$$

که در این فرمول min_{sol} بهترین نتیجه ی حاصله در یک مسئله است، برای مثال در این نمونه، min_{sol} برابر با کوچکترین مقدار خطای پیش بین در میان ۱۰۸ اجرای مربوط به مسئله ی آلاباما می باشد و به همین صورت در میان ۱۰۸ اجرای شاخص بورس نیز min_{sol} برابر با مقداری خواهد بود. trial_{sol} نیز میزان خطای پیش بینی (MSE) مربوط به هر اجرا می باشد.

با توجه به اینکه L_{36} شامل ۱۰ ستون است و مدل نیز شامل ۸ ستون می باشد، حذف دو ستون با فاکتورهای ۳ سطحی برای ایجاد تطبیق با مسئله الزامیست.

با تطابق تعداد فاکتورها، در مرحله ی بعد سطوح فاکتورها مورد بررسی قرار می گیرد. تمامی فاکتورهای مدل و آرایه ی متعامد L_{36} به جز فاکتور A با هم مطابقت کامل دارند. فاکتور A در مدل، یک فاکتور ۲ سطحی است که در مقایسه با فاکتورهای ۳ سطحی L_{36} ، از یک سطح کمتر برخوردار است. برای حل این معضل سطح اضافی در آرایه ی L_{36} را به انتخاب به یکی از سطوح فاکتور A اختصاص می دهیم.

در نتیجه سطح سوم آرایه از تکرار سطح اول فاکتور A بوجود می آید جدول آرایه ی مورد نظر را پس از انجام تغییرات مورد نظر نشان می دهد.

مدل مرتبه ی سوم SAFTS را بر اساس آزمایشات طراحی شده بر روی داده های دانشگاه آلاباما و شاخص بورس تهران اجرا شد. برای دستیابی به نتایجی قابل اعتماد، هر آزمایش بر روی هر

¹ Relative percentage deviation (RPD)

سطوح بهینه ی دو فاکتور F,G انتخاب می شوند. در نهایت سطوح بهینه برای هر فاکتور در مدل SAFTS در جدول آورده شده است.

جدول ۳. فاکتورها و سطوح بهینه ی مربوطه برای مدل

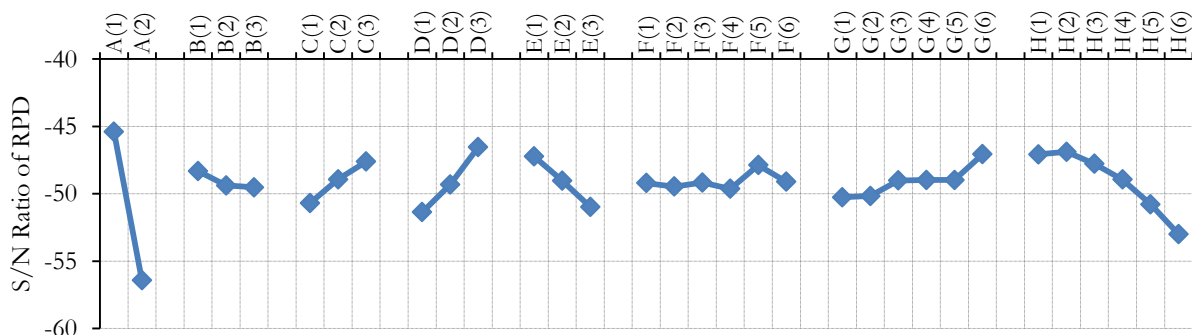
SAFTS	
Factor	Optimum level
Cooling schedule	exponential
starting temperature	4
Number of desired temperature	300
Neighbor search in each temperature	200
Stopping temperature	0.001
Mix operator parameter	0.4
Substitute operator parameter	0.7
Adjust operator parameter	2

به منظور بررسی آنالیز حساسیت هر فاکتور بر روی تابع هدف، فرایند آنالیز واریانس بر روی نتایج S/N انجام شد که نتیجه ی این تحلیل نیز در جدول آورده شده است. با توجه به این جدول مشاهده می شود که فاکتور (A) "روند کاهش دما" با ۶۳,۵۳٪ درصد، بیشترین تاثیر را بر روی تابع هدف دارد، سپس به ترتیب فاکتورهای: پارامتر عملگر تنظیم (H)، تعداد جستجو در هر دما (D)، دمای نهایی (E) و تعداد دما (C) با مقادیر اهمیت ۱۰,۴۱٪، ۸,۸۹٪، ۵,۱۷٪ و ۳,۴٪ در مراتب بعدی قرار گرفته اند. فاکتورهای دمای اولیه (B)، پارامتر عملگر ترکیب (F) و پارامتر عملگر جابجایی (G) به عنوان کم اثر ترین فاکتورها شناخته شدند. با توجه به اطلاعات حاصله از جدول مشاهده می شود که در طی آزمایشات انجام گرفته مجموع ۹۳,۵۹٪ از تغییرات تابع هدف، توسط تغییرات فاکتورها قابل توجیه است. به عبارت دیگر ۹۳,۵۹٪ از تغییرات تابع هدف در طی آزمایشات انجام گرفته، توسط تغییرات فاکتورها قابل توجیه است، به عبارت دیگر ۹۳,۵۹٪ از تغییراتی که در تابع هدف ایجاد شده است ناشی از تغییرات فاکتورها در طول آزمایشات است که نشان می دهد تنها ۸٪ از تغییرات تابع هدف ناشی از پارامترها و فاکتورهای خارج از مدل می باشد که این آمار مبین مدل سازی مناسب و انتخاب فاکتورهای صحیح است.

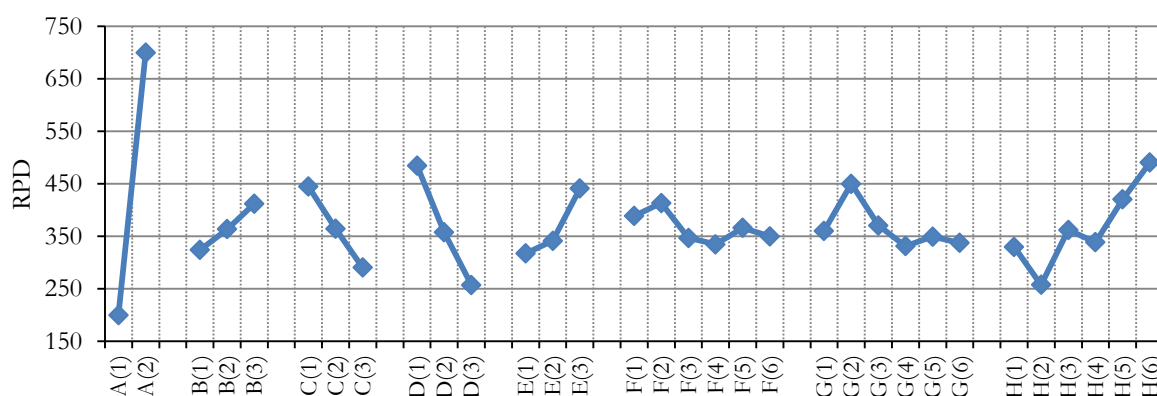
جدول ۲. ارایه ی متعامد L36 بعد از انجام تغییرات

trial	Levels of control factors							
	A	B	C	D	E	F	G	H
1	A(1)	B(1)	C(1)	D(1)	E(1)	F(1)	G(1)	H(1)
2	A(1)	B(1)	C(2)	D(2)	E(2)	F(1)	G(2)	H(2)
3	A(1)	B(1)	C(2)	D(3)	E(3)	F(2)	G(4)	H(6)
4	A(1)	B(1)	C(3)	D(2)	E(3)	F(3)	G(6)	H(4)
5	A(1)	B(2)	C(1)	D(1)	E(2)	F(3)	G(4)	H(5)
6	A(1)	B(2)	C(2)	D(2)	E(1)	F(6)	G(3)	H(5)
7	A(1)	B(2)	C(2)	D(3)	E(3)	F(5)	G(5)	H(1)
8	A(1)	B(2)	C(3)	D(3)	E(1)	F(2)	G(2)	H(3)
9	A(1)	B(3)	C(1)	D(2)	E(3)	F(4)	G(6)	H(3)
10	A(1)	B(3)	C(1)	D(3)	E(2)	F(5)	G(3)	H(4)
11	A(1)	B(3)	C(3)	D(1)	E(1)	F(4)	G(5)	H(2)
12	A(1)	B(3)	C(3)	D(1)	E(2)	F(6)	G(1)	H(6)
13	A(2)	B(1)	C(1)	D(1)	E(2)	F(2)	G(5)	H(4)
14	A(2)	B(1)	C(2)	D(2)	E(2)	F(6)	G(5)	H(3)
15	A(2)	B(1)	C(3)	D(2)	E(3)	F(5)	G(1)	H(5)
16	A(2)	B(1)	C(3)	D(3)	E(1)	F(3)	G(3)	H(2)
17	A(2)	B(2)	C(1)	D(1)	E(3)	F(1)	G(3)	H(3)
18	A(2)	B(2)	C(2)	D(3)	E(1)	F(4)	G(1)	H(4)
19	A(2)	B(2)	C(3)	D(2)	E(2)	F(4)	G(4)	H(1)
20	A(2)	B(2)	C(3)	D(3)	E(2)	F(1)	G(6)	H(6)
21	A(2)	B(3)	C(1)	D(2)	E(1)	F(5)	G(2)	H(6)
22	A(2)	B(3)	C(1)	D(3)	E(3)	F(6)	G(4)	H(2)
23	A(2)	B(3)	C(2)	D(1)	E(1)	F(2)	G(6)	H(5)
24	A(2)	B(3)	C(2)	D(1)	E(3)	F(3)	G(2)	H(1)
25	A(1)	B(1)	C(1)	D(3)	E(1)	F(6)	G(6)	H(1)
26	A(1)	B(1)	C(1)	D(3)	E(2)	F(4)	G(2)	H(5)
27	A(1)	B(1)	C(2)	D(1)	E(3)	F(4)	G(3)	H(6)
28	A(1)	B(1)	C(3)	D(1)	E(1)	F(5)	G(4)	H(3)
29	A(1)	B(2)	C(1)	D(2)	E(1)	F(3)	G(5)	H(6)
30	A(1)	B(2)	C(1)	D(2)	E(3)	F(2)	G(1)	H(2)
31	A(1)	B(2)	C(2)	D(1)	E(2)	F(5)	G(6)	H(2)
32	A(1)	B(2)	C(3)	D(1)	E(3)	F(6)	G(2)	H(4)
33	A(1)	B(3)	C(2)	D(2)	E(1)	F(1)	G(4)	H(4)
34	A(1)	B(3)	C(2)	D(3)	E(2)	F(3)	G(1)	H(3)
35	A(1)	B(3)	C(3)	D(2)	E(2)	F(2)	G(3)	H(1)
36	A(1)	B(3)	C(3)	D(3)	E(3)	F(1)	G(5)	H(5)

نتایج حاصله با استفاده از فرایند روش تاگوچی به شاخص S/N تبدیل شد که شکل ۴ نشان دهنده ی مقدار S/N برای هر فاکتور و سطوح مربوطه ی آن می باشد. A (1), B(1), C(3), D(3), E(1), H(2) سطوح بهینه ی فاکتورهای A, B, C, D, E, H می باشند. با توجه به اینکه مقادیر S/N برای فاکتورهای F, G بسیار به هم نزدیک هستند، لذا انتخاب سطوح بهینه برای فاکتورهای F, G به تحقیق بیشتری نیاز دارد. برای این منظور، شاخص RPD مورد بررسی قرار می گیرد. با توجه شکل ۵، سطوح G(4), F(4) با داشتن کمترین مقدار RPD، به عنوان



شکل ۴ نمودار S/N برای فاکتورها و سطوح آن



شکل ۵. نمودار RPD برای فاکتورها و سطوح مربوطه

بوده. هر دو مدل کوو چن و چانگ [۱۳] برای انتخاب بازه های مناسب از الگوریتمهای فرا ابتکاری استفاده می کنند، مدل کوو [۱۹] از الگوریتم ابتکاری PSO و مدل چن و چانگ [۱۳] نیز از الگوریتم ابتکاری ژنتیک برای این کار استفاده کرده اند.

جدول ۵. مقایسه ی نتایج مدل ها بر اساس تعداد ۷ بازه و با مرتبه ۲ تا ۹

order	[6] Chen	Chen and Chu [13]	Singh [20]	kuo et al [19]	SAFTS
2	89093	67834		67123	53533
3	86694	31123	133700	31644	27608
4	89376	32009		23271	20561
5	94539	24948		23534	21426
6	98215	26980		23671	21831
7	104056	26969		20651	18900
8	102179	22387		17106	15196
9	102789	18734		17971	15573

جدول شامل مقایسه ی مدل ها از مرتبه ی بالا است که در این مقایسه نیز همانند قبل، مدل SAFTS از عملکرد بهتری برخوردار هست. نکته ی قابل توجه این است که در مدل های مربوط به چن و چانگ [۱۳] و کوو و همکارانش [۱۹] از مدل های ۹ مرتبه و ۱۴ بازه استفاده شده است، همانطور که مشاهده می شود مدل SAFTS نیز با تعداد مرتبه و بازه ی مساوی با این مدل ها مقایسه شده است. در نهایت با توجه به نتایج بدست آمده، مشاهده می شود که مدل SAFTS در شرایط مختلف اعم از تعداد بازه ها و رتبه های مختلف از کارایی بالاتری در پیش بینی داده های سری زمانی دانشگاه آلاباما برخوردار است.

جدول ۴. جدول آنالیز واریانس برای S/N

S.V.	D.F.	S.S.	M.S.	F	P. x	Cu.
A	1	9.71E+02	970.62	330.48	63.53	63.53
B	2	10.9266	5.46	1.86	0.33	63.86
C	2	57.6671	28.83	9.82	3.40	67.26
D	2	141.2271	70.61	24.04	8.89	76.14
E	2	84.572	42.29	14.40	5.17	81.31
F	5	12.1206	2.42	0.83	0.17	81.48
G	5	40.5572	8.11	2.76	1.70	83.18
H	5	173.2995	34.66	11.80	10.41	93.59
error	11	32.3071	2.94			
total	35	1.52E+03				

۵. اجرای مدل

در این بخش مدل حاصله بر روی داده های دانشگاه آلاباما که به عنوان مرجعی برای این گونه مدل ها محسوب می شود اجرا شده و نتایج آن با مدل های پیشین مقایسه می گردد و در قسمت دوم، مدل پیشنهادی بر روی داده های شاخص بورس تهران اجرا شده و نتایج در شرایط مختلف تحلیل می گردد.

۵-۱. اجرای مدل بر روی داده های پذیرش دانشگاه آلاباما

در این بخش برای مقایسه ی مدل SAFTS با سایر مدل های موجود در ادبیات موضوع، سری داده های پذیرش دانشگاه آلاباما مورد استفاده قرار گرفته است. این مدل را با استفاده از فاکتورها و پارامترهای مذکور بر روی داده های دانشگاه آلاباما اجرا نمودیم و نتایج زیر حاصل گردید. مدل ها با تعداد مرتبه ی بالا با یکدیگر مقایسه شده اند و نتایج حاصل در جدول قید شده است. که در این مقایسه مدل SAFTS در بین سایر مدل ها با تعداد مرتبه ی بالا و ۷ بازه دارای بهترین عملکرد (کمترین خطای پیش بینی)

جدول ۶. مقایسه نتایج مدل ها با تعداد مرتبه ی بالا

Year	Actual data	Singh [20]	[6] Chen	Chen and Chung [13]	kuo et al [19]	SAFTS (9 order)
1971	13 055					
1972	13 563					
1973	13 867					
1974	14 696	14 286	14 500			
1975	15 460	15 361	15 500			
1976	15 311	15 468	15 500			
1977	15 603	15 512	15 500			
1978	15 861	15 582	15 500			
1979	16 807	16 500	16 500	16 846		
1980	16 919	16 361	16 500	16 846	16 890	16890
1981	16 388	16 362	16 500	16 420	16 395	16386
1982	15 433	15 744	15 500	15 462	15 434	15434
1983	15 497	15 560	15 500	15 462	15 505	15497
1984	15 145	15 498	15 500	15 153	15 153	15153
1985	15 163	15 306	15 500	15 153	15 153	15153
1986	15 984	15 442	15 500	15 977	15 971	15986
1987	16 859	16 558	16 500	16 846	16 890	16890
1988	18 150	17 187	18 500	18 133	18 124	18152
1989	18 970	18 475	18 500	18 910	18 971	18972
1990	19 328	19 382	19 500	19 334	19 337	19328
1991	19 337	19 487	19 500	19 334	19 337	19328
1992	18 876	18 744	18 500	18 910	18 882	18877
	MSE	133 700	86 694	1101	234	159

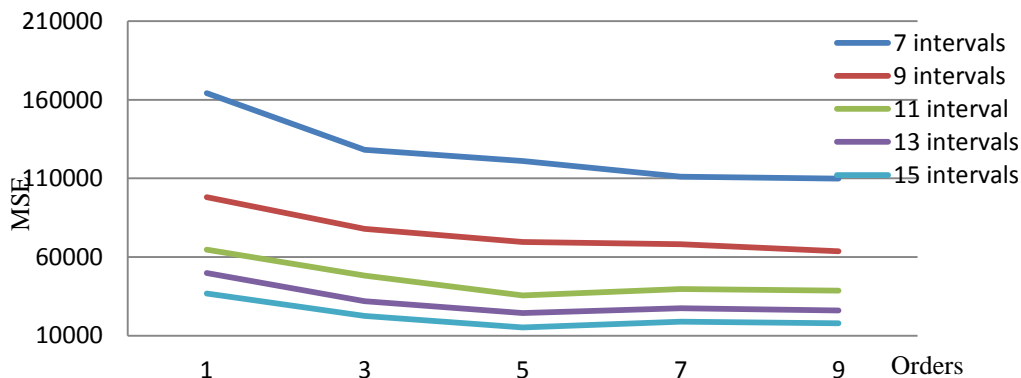
عنوان داده های اولیه به مدل داده شد و سپس در هر هفته شاخص هفته ی آینده پیش بینی شده است. مدل SAFTS با تعداد بازه و تعداد مرتبه ی مختلف بر روی داده های شاخص بازار بورس تهران اجرا شد که نتایج بدست آمده بدین شرح است.

۵-۲. اجرای مدل بر روی شاخص بازار بورس تهران

برای اجرای مدل، شاخص بورس تهران از تاریخ ۱۳۸۸/۱/۸ تا ۱۳۸۹/۷/۱ به صورت هفتگی در نظر گرفته شده است که شامل ۹۳ هفته است. در این بخش برای پیش بینی داده های شاخص بورس از مدل SAFTS استفاده شده است، ۳۰ هفته ی اول به

جدول ۷. نتایج پیش بینی مدل SAFTS در تعداد بازه و مرتبه ی مختلف

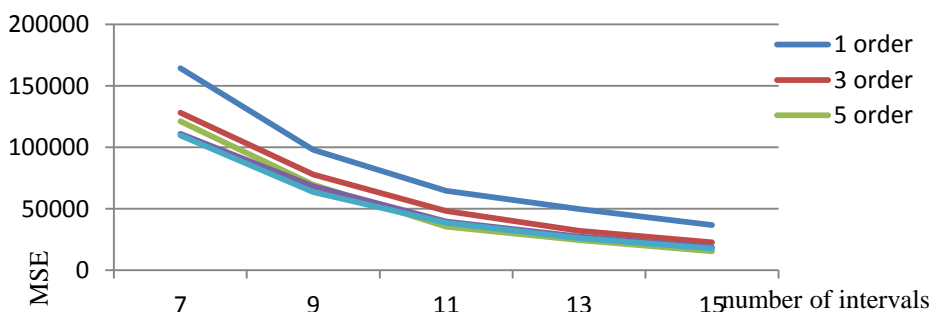
interval order	7	9	11	13	15
1	164328.8	98062.49	64683.15	49785.95	36813
3	128178.5	77963.64	48129.19	31958.45	22585.07
5	121137.8	69522.62	35506.35	24434.58	15302.68
7	111052.8	68226.59	39611.95	27494.46	18793
9	109817.4	63611.97	38584.91	26052.47	17840.69



شکل ۶. تغییرات خطای پیش بینی در اثر تغییر مرتبه ی مدل (SAFTS)

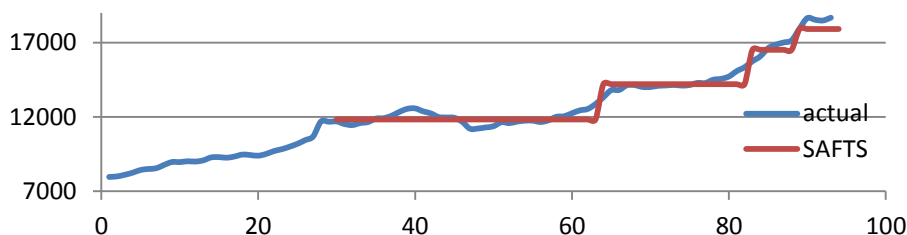
در جدول نیز اثر افزایش مرتبه ی مدل از ۱ تا ۹ در بازه های مشخص بررسی شده است. نتایج نشان می دهد که با افزایش تعداد بازه ها، تاثیر افزایش مرتبه ی مدل در بهبود جواب بیشتر می شود اما به طور کلی دامنه ی این تغییرات در مدل SAFTS از ۳۳ تا ۵۱ درصد است.

در ادامه در شکل ۷ اثر افزایش تعداد بازه ها در میزان دقت پیش بینی مورد بررسی قرار گرفته است. همانطور که در شکل نیز مشاهده می شود افزایش تعداد بازه های پیش بینی، موجب افزایش کارایی مدل می شود به گونه ای که با توجه به جدول ۱، می توان در یافت که مدل SAFTS وابستگی بیشتری به افزایش تعداد بازه ها دارد، به گونه ای که افزایش بازه ها از ۷ تا ۱۵ عدد می تواند موجب بهبود ۴۴ تا ۹۴ درصدی دقت پیش بینی می شود.



شکل ۷. تغییرات خطای پیش بینی در اثر تغییر تعداد بازه ها (SAFTS)

است که این نتیجه از مدل SAFTS با ۷ بازه و مرتبه ی اول حاصل شده است که در حقیقت پایه ای ترین حالت پیش بینی برای این مدل به شمار می رود. مقدار R^2 محاسبه شده برای این مدل برابر ۰/۸۹ است که می توان نتیجه گرفت مدل SAFTS با داشتن R^2 برابر ۰/۸۹، در پایه ای ترین حالت نتایج قابل قبولی را از خود ارائه داده است.



شکل ۸. پیش بینی مدل SAFTS مرتبه اول و ۷ بازه

شکل ۶ نمایانگر تغییرات خطای پیش بینی در افزایش مرتبه ی مدل است. آن چنان که مشاهده می شود در این مدل در تعداد بازه ی ثابت، افزایش تعداد مرتبه ی مدل از ۱ به ۵، به طور کاملاً چشمگیری دقت مدل را افزایش می دهد اما افزایش مرتبه از ۵ تا ۹ تاثیر چندانی بر عملکرد مدل ندارد، لذا می توان در یافت که انتخاب مدل با تعداد مرتبه ی ۳ یا ۵ برای پیش بینی داده های شاخص بورس مناسب است.

جدول ۸. اثر تغییرات مرتبه ی مدل در تابع هدف

Model Intervals	SAFTS
7	33.17%
9	35.13%
11	40.35%
13	47.67%
15	51.54%

جدول ۱. اثر تغییرات تعداد بازه ی مدل در تابع هدف

Model Order	SAFTS
1	25%.44
3	30%.94
5	79%.86
7	18%.85
9	87%.86

در ادامه در شکل ۸ نمونه ای از پیش بینی مدل SAFTS بر روی داده های شاخص بورس نشان داده شده است، گفتنی

- [6] Chen, S.M., "Forecasting Enrollments Based on High-Order Fuzzy Time Series", *Cybernetics and Systems: An International Journal*, Vol. 33, 2002, pp. 1-16.
- [7] Jilani, T.A., "Fuzzy Metric Approach for Fuzzy Time Series Forecasting Based on Frequency Density Based Partitioning". in world academy of science, engineering and technology conf. 2007.
- [8] Cheng, C.H., "Fuzzy Time-Series Based on Adaptive Expectation Model for TAIEX Forecasting", *Expert Systems with Applications*, Vol. 34, 2008, pp. 1126-1132.
- [9] Huarng, K., "Heuristic Models of Fuzzy Time Series for Forecasting", *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 123, No. 3, 2001, pp. 369-386.
- [10] Lee, L.W., Wang, L.H., Chen, S.M., "Temperature Prediction and TAIEX Forecasting Based on Fuzzy Logical Relationships and Genetic Algorithms", *Expert Systems with Applications*, Vol. 33, No. 33, 2007, pp. 539-550.
- [11] Lee, L.W., Wang, H.F., Chen, S.M., "Temperature Prediction and TAIEX Forecasting Based on High-Order Fuzzy Logical Relationships and Genetic Simulated Annealing Techniques", *Expert Systems with Applications*, Vol. 34, No. 1, 2008, pp. 328-336.
- [12] Chen, S.M., Chung, N.Y., "Forecasting Enrollments of Students by using Fuzzy Time Series and Genetic Algorithms", *International Journal of Information and Management Sciences*, Vol. 17, 2006, pp. 1-17.
- [13] Chen, S.M., Chung, N.Y., "Forecasting Enrollments using High-Order Fuzzy Time Series and Genetic Algorithms: Research Articles", *International Journal of Information and Management Sciences*, Vol. 21, 2006, pp. 485-501.
- [14] Park, J.I., et al., "TAIFEX and KOSPI 200 Forecasting Based on Two-Factors High-Order Fuzzy Time Series and Particle Swarm Optimization", *Expert Systems with Applications*, Vol. 37, 2010, pp. 959-967.
- [15] Mozafari, M., Tafazzoli, S., Jolai, F., "A New IPSO-SA Approach for Cardinality Constrained Portfolio Optimization", *International Journal of Industrial Engineering Computations*, Vol. 2, 2011, pp. 249-262.
- [16] Metropolis, N., et al., "Equations of State Calculations by Fast Computing Machines", *Journal of Chemical Physics*, Vol. 21, 1953, pp. 1087-1092.
- [17] Kirkpatrick, S., Gellat, C.D., Vecchi, M.P., "Optimization by Simulated Annealing", *Science*, Vol. 220, No. 4598, 1983, pp. 671-680.
- [18] Phadke, M.S., *Quality Engineering using Robust Design*. Upper Saddle River: Prentice-Hall, 1989.

۶. نتیجه گیری

همانگونه که در ابتدای تحقیق ذکر شد، قریب به اتفاق مدل های سری زمانی فازی بر اساس مدل پایه ی ارائه شده توسط چن [۴] طراحی و بسط داده شده اند که این تحقیق نیز از این امر مستثنی نیست. در این تحقیق مسئله ی بازه بندی در مدل های سری زمانی فازی مورد بررسی واقع شد و الگوریتمی بر مبنای شبیه سازی تبرید و سه عملگر مختلف طراحی گردید، عملگرها علاوه بر گسترش فضای جستجو بر افزایش تمرکز مدل بر روی جواب های حاصله تاثیر بسزایی داشتند. برای تنظیم پارامترهای مدل از روش تاگوچی استفاده گردید که در این مورد نیز برای جلوگیری از تمرکز مدل بر روی یک مسئله ی خاص، از دو مسئله ی دانشگاه آلاباما و شاخص بورس تهران استفاده شد. نتایج حاصله بر داده های دانشگاه آلاباما نشان داد که مدل پیشنهادی از برتری محسوسی در مقایسه با سایر مدل های سری زمانی فازی برخوردار است. در نهایت به عنوان یک مورد اجرایی داده های شاخص بورس تهران مورد بررسی واقع شد و نتایج حاصله تحلیل گردید که مدل پیش نهادی در این بخش نیز نتایج قابل قبولی را ارائه داد.

مدل SAFTS یک مدل تک فاکتوره است که بر روی داده های دانشگاه آلاباما و شاخص بورس تهران اجرا شده است. برای تحقیقات آتی می توان این مدل را در مسائل دو فاکتوره اجرا نمود که به عنوان مثال در مورد بازار بورس می توان بی نظمی بازار را به صورت یک فاکتور دوم فازی وارد مدل کرد که در این صورت مدل ارائه شده با در نظر گرفتن روند قیمتی و بی نظمی بازار، تحلیل دقیقتری از شرایط بازار ارائه خواهد نمود.

مراجع

- [1] Song, Q., Chissom, B.S., "Forecasting Enrollments with Fuzzy Time Series -- Part I", *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 54, No. 1, 1993, pp. 1-9.
- [2] Song, Q., Chissom, B.S., "Fuzzy Time Series and its Models", *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 54, No. 3, 1993, pp. 269-277.
- [3] Song, Q., Chissom, B.S., "Forecasting Enrollments with Fuzzy Time Series-Part II", *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 62, No. 1, 1994, pp. 1-8.
- [4] Chen, S.M., "Forecasting Enrollments Based on Fuzzy Time Series", *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 81, No. 3, 1996, pp. 311-319.
- [5] Huarng, K., "Effective Lengths of Intervals to Improve Forecasting in Fuzzy Time Series", *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 123, 2001, pp. 387-394.

- [19] Kuo, H., et al., "An Improved Method for Forecasting Enrollments Based on Fuzzy Time Series and Particle Swarm Optimization", Expert Systems with Applications, Vol. 36, 2009, pp. 6108-6117.
- [20] Singh, S.R., "A Simple Method of Forecasting Based on Fuzzy Time Series", Applied Mathematics and Computation, Vol. 186, 2007, pp. 330-339.