



Determining of the Optimum Production Quantity in Two-Echelon Production System with Stochastic Demand

A. Varyani, P. Fattahi*

Asieh. Varyani, Msc of Industrial Eng, Bu-Ali Sina University ,

Parviz. Fattahi, Associate professor of Industrial Eng, Bu-Ali Sina University, fattahi@basu.ac.ir

Keywords

Integrated supply chain,
Inventory models,
Nonlinear programming,
Stochastic demand

ABSTRACT

In this article, we integrate production and maintenance to two stage lot sizing models with a central warehouse and a manufacturer by adding a new constraint in which the demand is depend on the average percent of product shortage. The central warehouse faces stochastic demand and is controlled by continuous review (R,Q) policy. Additionally, Warehouse ordering cost can be reduced through further investment. In manufacturer system, assembly line needs two types of raw materials before converting them in to the finished product. One of them requires preprocessing inside the facility before the assembly operation and the other comes directly from outside supplier in assembly line. To analyze, we formulate a nonlinear cost function to aggregate all the costs. For doing this, we use Branch and Bound and nonlinear optimization technique–Generalized Reduced Gradient methods and compare the optimal value of these methods. The model is illustrated through numerical examples and sensitivity analyses on cost functions are presented.

© 2013 IUST Publication, IJIEPM. Vol. 24, No. 1, All Rights Reserved

*
Corresponding author. Parviz. Fattahi
Email: fattahi@basu.ac.ir

تعیین مقدار بهینه تولید در یک سیستم تولید دو سطحی با تقاضای احتمالی

آسیه وریانی و پرویز فتاحی*

چکیده:

در این تحقیق یک مدل اندازه نمونه دو سطحی شامل یک تولیدکننده و یک انبار مرکزی یکپارچه با اضافه کردن محدودیت تاثیرپذیری تقاضا از متوسط درصد کمبود مورد بررسی قرار گرفته است. در این مدل، انبار مرکزی با تقاضای تصادفی مشتری روبرو می‌باشد و هزینه سفارش‌دهی انبار با سرمایه‌گذاری قابل کاهش می‌باشد. کارخانه دارای دو بخش مونتاژ و پردازش می‌باشد. مواد به دو صورت وارد بخش مونتاژ می‌گردند؛ گونه ای از مواد تحت عنوان مواد پردازش شده از واحد پردازش و برخی دیگر تحت عنوان مواد اولیه آماده، از بیرون کارخانه وارد مرحله مونتاژ می‌گردند. در مرحله مونتاژ تحت فرایندهای لازم، کالای نهایی تولید می‌شود. پس از ارایه یک مدل برنامه‌ریزی غیرخطی، از دو روش شاخه‌وکران و روش گرادیان کاهشی تعمیم‌یافته برای حل مدل استفاده شده است. سپس به کمک آزمایش‌های عددی کارایی روش‌های پیشنهادی مورد ارزیابی قرار می‌گیرد.

کلمات کلیدی

سیستم تولید دو سطحی،
مدل‌های موجودی،
برنامه‌ریزی غیرخطی،
تقاضای احتمالی

۱. مقدمه

یک مدل موجودی کارا تحت استراتژی تهیه مواد اولیه و تحویل کالای نهایی به‌گونه‌ای عمل می‌نماید که از نگهداری موجودی اضافی در سیکل تولید اجتناب شود و تقاضای مشتریان به‌موقع برآورده گردد. در سال‌های اخیر به‌منظور تامین مدل‌های ریاضی کاربردی و واقعی‌تر، بسیاری از محققان به مطالعه مسایل مربوط به کنترل موجودی در زنجیره تامین پرداخته‌اند. مدل‌های موجودی خریدار و فروشنده در مدیریت زنجیره تامین را می‌توان حالت خاصی از مدل‌های موجودی تولید دو سطحی دانست که

تحقیقات وسیعی در این زمینه صورت گرفته است. هماهنگی در زنجیره تامین نقش مهمی را در عملکرد موفق سیستم‌های تولید و موجودی ایفا می‌کند. اگر هیچ‌گونه هماهنگی در زنجیره تامین وجود نداشته باشد، تولیدکننده و خریدار برای حداکثر کردن سود و یا حداقل نمودن هزینه‌های خود به صورت مستقل تصمیم‌گیری می‌نمایند؛ این نوع تصمیم‌گیری نمی‌تواند در مقابل نگرش یکپارچه به کل سیستم، بهینه باشد. در پی این واقعیت و به دنبال به‌دست آوردن شرایط برنده-برنده بین اعضای زنجیره مفهوم اندازه سفارش اقتصادی توأم به‌وجود آمد.

گویال [۱] برای اولین بار با فرض نرخ تولید نامحدود برای فروشنده، مدل اندازه نمونه اقتصادی توأم را با هدف کاهش هزینه‌های خریدار و فروشنده ارایه نموده است. (نرخ تولید نامحدود یعنی فروشنده خود تولیدکننده نیست، به‌عبارتی کالاها را از تامین‌کننده خارجی خریداری می‌نماید). بنرجی [۲] نیز با فرض تقاضای ثابت، نرخ تولید محدود و سیاست بهر به بهر،

تاریخ وصول: ۸۹/۱۱/۱۶

تاریخ تصویب: ۹۰/۸/۷

آسیه وریانی، کارشناس ارشد مهندسی صنایع، دانشگاه بوعلی سینا، همدان،
a.varyani@gmail.com

*نویسنده مسئول مقاله: دکتر پرویز فتاحی، دانشیار گروه مهندسی صنایع،
دانشگاه بوعلی سینا، همدان، fattahi@basu.ac.ir

کاهش در هزینه سفارش‌دهی را مطرح نمود و چارچوبی برای سرمایه‌گذاری به‌منظور کاهش این هزینه در مدل اندازه اقتصادی سفارش توسعه داد. چارچوب پیشنهادی وی، مشوق بسیاری از محققان در بررسی این هزینه شد. در ادامه می‌توان به کارهای ارایه شده توسط کلر و نوری [۱۴]، ایانگ و چانگ [۱۵] و لین [۱۶] را نام برد که از فرم لگاریتمی در کاهش هزینه سفارش‌دهی استفاده نمودند. با وجود تحقیقات بی‌شمار در مدل‌های موجودی، در مطالعات چاپ شده به عوامل مهمی مانند؛ پردازش مواد اولیه در کارخانه، انتساب ضریب تبدیل به مواد اولیه و موجودی کالای در جریان ساخت پرداخته نشده است. این مقاله به عوامل فوق می‌پردازد.

هم‌چنین این مقاله در ادامه کار سارکر و رحمان [۱۷] به ارایه یک مدل سیستم سفارشات مستمر با فرض تقاضای احتمالی و امکان کاهش هزینه سفارش‌دهی انبار مرکزی با استفاده از فرم لگاریتمی در یک سیستم یکپارچه دو سطحی متمرکز شده است. ساختار مقاله به این صورت بوده که ابتدا در بخش دوم فرضیات مساله و نمادهای مورد استفاده در آن ارایه شده و بخش سوم به تعریف مساله و مدل‌سازی پرداخته شده است. در بخش چهارم با استفاده از حل عددی، تحلیل حساسیت مدل انجام شده و بخش پنجم نیز به نتیجه‌گیری اختصاص داده شده است.

۲. فرضیات و نمادها

۲-۱. نمادها

پارامترها

P_F نرخ تولید تولیدکننده در مرحله مونتاژ (واحد در سال)
 P_W نرخ تولید تولیدکننده در مرحله پردازش (واحد در سال)
 D_F نرخ متوسط تقاضای کالای نهایی توسط انبار مرکزی (واحد در سال)
 D_A نرخ متوسط تقاضای مواد اولیه خام توسط تولیدکننده (واحد در سال)
 D_B نرخ متوسط تقاضای مواد اولیه آماده توسط تولیدکننده (واحد در سال)
 D_C نرخ متوسط تقاضای کالای نهایی توسط تولیدکننده (واحد در سال)
 f_w ضریب تبدیل مواد اولیه خام به مواد اولیه پردازش شده
 f_b ضریب تبدیل مواد اولیه آماده به کالای نهایی
 f_c ضریب تبدیل مواد اولیه پردازش شده به کالای نهایی
 H_A هزینه نگهداری مواد اولیه خام (به‌زای هر واحد در هر زمانی)

هزینه‌ی توام خریدار و فروشنده را با استفاده از مدل اندازه نمونه اقتصادی توام بیان نمود. این هزینه شامل هزینه‌های سفارش‌دهی، هزینه راه‌اندازی واحد تولید، هزینه خرید کالا و هزینه سفارش‌دهی بوده است. هم‌چنین در مدل فوق، تولیدات فروشنده در هر راه‌اندازی به تعداد نیاز خریدار بوده است.

گویال [۳] مدل ارایه شده توسط بنرجی را گسترش داد. او شرط تولید به اندازه سفارش را برداشت و مقدار تولید اقتصادی فروشنده را مضرب صحیحی از مقدار تقاضای خریدار در نظر گرفت. او نشان داد، تفکیک کالاهای تولیدی یک راه‌اندازی در چندین حمل برای تحویل به مشتری، هزینه کمتری خواهد داشت. لو [۴] برای مدل یک خریدار یک فروشنده، با فرض برابری حجم دسته‌ها، سیاست حمل و تولید بهینه را ارایه نمود و روش هیورستیک تکراری را، برای مساله یک فروشنده و چند خریدار توسعه داد.

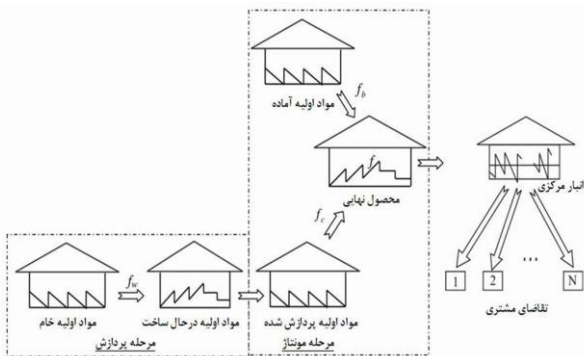
پان و یانگ [۵] با تعمیم زمان تحویل متغیر، مدل گویال در سال ۱۹۸۸ را توسعه دادند. آن‌ها در این مدل، به زمان تحویل و هزینه کل موردانتظار کمتری دست یافتند. ایانگ و همکاران [۶] مدل پان و یانگ را با فرض مجاز شمردن کمبود و نقطه سفارش‌دهی مجدد متغیر، توسعه دادند.

در تمامی پژوهش‌های ذکر شده، سیستم موجودی با فرض تقاضای ثابت مورد بررسی قرار گرفته است. با متغیر در نظر گرفتن پارامتر تقاضا در تعیین مقدار بهینه تولید به‌منظور کاهش هزینه کل، مدل کاربردی‌تر و به واقعیت حاکم بر سیستم‌های تولید نزدیک‌تر می‌گردد. این موضوع موجب می‌گردد، که سیاست تولید به سمت سیاست‌های تولید کششی نزدیک شود. در این مقاله با لحاظ کردن شرایط تقاضا، سعی می‌گردد که شرایط یک سیستم تولید کششی در آن رعایت گردد و به عبارت دیگر به ماهیت واقعی تقاضای توجه بیشتری داده شود.

هدلی و ویتین [۷] برای اولین بار، سیاست مرور پیوسته موجودی را مورد بحث قرار دادند. آن‌ها فرمول دقیقی از متوسط هزینه موجودی برای سیستم موردنظر با تقاضای پواسون و فاصله زمانی تحویل ثابت و مشخص ارایه دادند. لیو و شیو [۸] با دید کنترل پذیر بودن مدت تحویل، مدلی با تقاضای پواسون توسعه دادند. بن‌دایا و عبدالرئوف [۹] مدل ارایه شده توسط لیو و شیو در سال ۱۹۹۱ را با فرض تقاضای نرمال توسعه دادند. در ادامه محققان بسیاری از جمله ایانگ و همکاران [۱۰]، لی [۱۱]، لی و همکاران [۱۲] مدل‌های کنترل موجودی با تقاضای احتمالی را توسعه دادند.

یکی از رموز تجارت موفق در مدیریت تولید مدرن، کاهش هزینه سفارش‌دهی می‌باشد. این مساله اخیراً توجه بسیاری از محققان را به خود جلب کرده است. پرتیوس [۱۳] برای اولین بار مفهوم

- متغیرها**
- T نقطه سفارش دهی مجدد انبار مرکزی
- m تعداد محموله‌های تولیدی حمل شده به انبار مرکزی در هر سفارش (عدد صحیح)
- n_a تعداد محموله‌های مواد خام حمل شده به بخش پردازش در هر سفارش (عدد صحیح)
- n_b تعداد محموله‌های مواد آماده حمل شده به بخش مونتاژ در هر سفارش (عدد صحیح)
- n_c تعداد محموله‌های مواد پردازشی حمل شده به بخش مونتاژ در هر سفارش (عدد صحیح)
- Q مقدار سفارش دهی انبار مرکزی به تولیدکننده (کارخانه)
- Q_0 مقدار سفارش دهی بخش مونتاژ به بخش پردازش
- Q_1 مقدار سفارش دهی بخش پردازش برای مواد اولیه خام به تامین کننده خارجی
- Q_2 مقدار سفارش دهی بخش مونتاژ برای مواد اولیه آماده به تامین کننده خارجی
- Q_A مقدار کل مواد اولیه خام حمل شده در هر راه‌اندازی
- Q_B مقدار کل مواد اولیه آماده حمل شده در هر راه‌اندازی
- Q_C مقدار کل مواد اولیه پردازش شده حمل شده در هر راه‌اندازی
- Q_F مقدار کل کالای نهایی حمل شده در هر راه‌اندازی
- A هزینه سفارش دهی خریدار (واحد پولی به ازای هر بار سفارش دهی)
- H_B هزینه نگهداری مواد اولیه آماده (به ازای هر واحد در هر واحد زمانی)
- H_C هزینه نگهداری مواد پردازش شده در بخش پردازش (به ازای هر واحد در هر واحد زمانی)
- H_F هزینه نگهداری کالای نهایی (به ازای هر واحد در هر واحد زمانی)
- H_D هزینه نگهداری کالا در انبار مرکزی (به ازای هر واحد در هر واحد زمانی)
- H_W هزینه نگهداری کالای پردازش شده در بخش مونتاژ (به ازای هر واحد در هر واحد زمانی)
- K_A هزینه سفارش دهی مواد اولیه آماده (واحد پولی به ازای هر سفارش)
- K_B هزینه سفارش دهی مواد اولیه خام (واحد پولی به ازای هر سفارش)
- S_A هزینه حمل مواد اولیه خام (واحد پولی به ازای هر بار حمل)
- S_B هزینه حمل مواد اولیه آماده (واحد پولی به ازای هر بار حمل)
- S_C هزینه حمل مواد اولیه پردازش شده (واحد پولی به ازای هر بار حمل)
- S_F هزینه راه‌اندازی در بخش مونتاژ (واحد پولی به ازای هر بار راه‌اندازی تولید)
- A_W هزینه راه‌اندازی در بخش پردازش (واحد پولی به ازای هر بار راه‌اندازی تولید)
- A_0 هزینه سفارش دهی اولیه انبار (واحد پولی به ازای هر بار سفارش دهی)
- π هزینه کمبود انبار (واحد پولی به ازای هر واحد سفارش عقب مانده)
- T زمان چرخه محصول نهایی در بخش مونتاژ
- T_0 زمان چرخه مواد اولیه پردازشی در بخش پردازش
- T_W زمان یک چرخه تولیدی در بخش پردازش
- $I(A)$ میزان سرمایه‌گذاری انبار مرکزی برای رسیدن به هزینه سفارش دهی A
- $B(r)$ کمبود موردانتظار در پایان سیکل
- θ هزینه فرصت نسبی سرمایه‌گذاری در واحد زمان
- δ درصد کاهش A ، به ازای یک دلار افزایش در میزان سرمایه‌گذاری $I(A)$
- L طول زمان انتظار
- X تقاضا در فاصله زمانی تحویل که، دارای توزیع نامشخص با میانگین DL و انحراف استاندارد $\sigma\sqrt{L}$ می‌باشد. σ انحراف استاندارد از تقاضا در واحد زمان است.
- ۲-۲. فرضیات**
- (۱) در این مدل سیستم یکپارچه دوسطحی برای یک کالا مورد بررسی قرار می‌گیرد.
- (۲) با سفارش اندازه انباشته‌ای به حجم Q از انبار مرکزی، بخش مونتاژ کارخانه در یک راه‌اندازی، mQ واحد از این انباشته را با نرخ ثابت تولید می‌نماید سپس، در m حمل به حجم Q به انبار ارسال می‌کند.
- (۳) نحوه‌ی دریافت مواد اولیه خام و مواد پردازش شده موردنیاز در بخش مونتاژ و همچنین، مواد اولیه‌ی آماده موردنیاز بخش پردازش مشابه فرض شماره ۲، به ترتیب در n_a حمل به حجم Q_1 ، n_c حمل به حجم Q_0 و n_b حمل به حجم Q_2 صورت می‌گیرد.
- (۴) موجودی انبار مرکزی به صورت پیوسته مورد بررسی قرار می‌گیرد. هرگاه موجودی در دسترس به سطح سفارش دهی مجدد رسید، سفارش صورت می‌گیرد.
- (۵) نقطه سفارش دهی مجدد برابر است با، تقاضای موردانتظار در فاصله زمانی تحویل به علاوه ذخیره احتیاطی می‌باشد.



شکل ۱. الگوی یک چرخه تولیدی

در این مقاله، هدف می‌نیمم سازی هزینه کل سیستم یکپارچه دو سطحی با تقاضای احتمالی و به‌دست آوردن مقدار بهینه سفارش‌دهی، مقدار بهینه تولید در هر راه‌اندازی تولید، مقدار بهینه هزینه سفارش‌دهی و میزان بهینه تعداد حمل‌ها می‌باشد. برای مدل‌سازی مساله، ابتدا به ساختن تابع هدف پرداخته شده است. تابع هدف، از مجموع هزینه‌های انبار مرکزی و کارخانه (تولیدکننده) در طول یک سال به‌دست می‌آید.

۳-۱. هزینه کل موردانتظار تولیدکننده در طول سال

هزینه کل موردانتظار تولیدکننده از مجموع هزینه در دو بخش مونتاژ و پردازش کارخانه محاسبه می‌گردد.

۳-۱-۱. هزینه کل مورد انتظار در مرحله پردازش

همان‌طور که در فرض ۳ بیان شد، مرحله پردازش به‌ازای سفارش مرحله مونتاژ به میزان Q_0 ، تولید به میزان $n_c Q_0$ را شروع می‌نماید. مرحله پردازش برای تولید این حجم از مواد پردازش شده، نیازمند دریافت Q_A مقدار از مواد اولیه خام از تامین‌کننده خارجی می‌باشد. تامین‌کننده خارجی این حجم از مواد اولیه را، در n_a حمل به حجم Q_1 به مرحله پردازش تحویل می‌دهد. در نهایت کالاهای پردازش شده در n_c حمل به حجم Q_0 از مرحله پردازش به مرحله مونتاژ حمل می‌گردند. از آن‌جا که مرحله مونتاژ دارای تقاضای D_c می‌باشد، محموله‌های تولیدی به حجم Q_0 در فواصل زمانی $L_1 = \frac{Q_0}{D_c}$ به مرحله مونتاژ ارسال می‌گردند. به این ترتیب زمان مورد انتظار در یک سیکل تولیدی در مرحله پردازش $T_W = n_c L_1$ می‌باشد. اولین گام در محاسبه هزینه در مرحله پردازش، تعیین هزینه مواد اولیه خام و هزینه کالای در حال ساخت می‌باشد. در محاسبه هزینه مواد اولیه خام، ضریب تبدیل f_w یعنی، یک واحد از کالای پردازش شده نیازمند f_w واحد از مواد اولیه خام می‌باشد. بنابراین رابطه مواد اولیه خام و کالای پردازش شده برابر است با: $f_w = \frac{D_c}{D_A} = \frac{Q_C}{Q_A}$. شکل

ذخیره احتیاطی برابر است با: ضریب اطمینان ضریب انحراف

معیار تقاضا در فاصله زمانی تحویل. یعنی؛ $r = D_F L + K \sigma \sqrt{L}$ که، ضریب اطمینان می‌باشد.

(۶) فاصله زمانی تحویل معین و ثابت می‌باشد.

(۷) کمبود مجاز می‌باشد و کمبود به‌طور کامل به تقاضای عقب‌افتاده تبدیل می‌شود.

(۸) هزینه حمل بین مراحل مختلف زنجیره ثابت، متفاوت و مستقل از مقدار سفارش‌دهی می‌باشد.

۳. تعریف مساله و مدل‌سازی

در تعیین میزان سفارش اقتصادی برای سیستمی تولیدی تحت شرایط مجاز بودن کمبود موجودی و تقاضای احتمالی، مساله به این صورت تعریف می‌گردد:

چنان‌چه در زنجیره تامین، یک مونتاژ کننده (مرحله مونتاژ) و تامین کننده قطعات و مواد موردنیاز بخش مونتاژ (مرحله پیش پردازش) را، به صورت یک سیستم واحد در نظر بگیریم، مواد اولیه به دو صورت وارد مرحله مونتاژ می‌گردد؛ گونه ای از مواد تحت عنوان مواد اولیه نامحدود، وارد قسمت پردازش کارخانه شده و بعد از پردازش، به کالای پردازش شده تغییر می‌یابند. سپس این کالاهای پردازش شده، آماده ورود به مرحله مونتاژ می‌گردند. برخی دیگر از مواد، تحت عنوان مواد اولیه آماده، از ابتدا وارد مرحله مونتاژ می‌شوند.

در مرحله مونتاژ، تحت فرایندهای لازم، کالای نهایی تولیدی می‌شود. در نهایت کالای تولیدی در فواصل ثابت زمانی به انبار مرکزی عرضه می‌گردد. انبار مرکزی که خود با تقاضای تصادفی (دارای توزیع نامشخص اما میانگین و واریانس معلوم) مشتری روبرو است، سفارشی به اندازه Q به کارخانه می‌دهد. تولیدکننده (کارخانه) برای جلوگیری از هزینه‌های سنگین ناشی از تنظیم تجهیزات و راه‌اندازی تولید به ازای هر بار سفارش انبار، مضرب صحیحی (m) از این سفارش را تولید می‌نماید.

برای پاسخگویی به نیاز انبار مرکزی، باید نرخ تولید کارخانه بیشتر از نرخ تقاضا باشد، یعنی؛ $(P_f > D)$. تولید کننده به محض تولید محموله‌ای به اندازه Q ، اولین محموله را به انبار مرکزی تحویل می‌دهد. با توجه به ساختار زنجیره تولیدی مورد نظر، اندازه تولید در هر بخش وابسته به شرایط تولید در بخش بعدی خود می‌باشد.

بنابراین در این تحقیق، اندازه تولید در مراحل مختلف سیستم بر اساس تقاضای کالای نهایی تعیین می‌گردد. یکی از فاکتورهای موثر، تقاضای وارد شده به سیستم می‌باشد که احتمالی در نظر گرفته شده است. شکل (۱) چرخه‌ی تولید سیستم مورد نظر را نشان می‌دهد.

$$TC_2 = \frac{Q_c}{2} \left(1 + \frac{1}{n_c} - \frac{D_c}{P_W} \right) H_W + \frac{D_c}{Q_c} A_W \quad (2)$$

در نتیجه، هزینه مرحله پردازش در یک سیکل زمانی عبارت است از:

$$TC_A(n_a, n_c) = TC_1 + TC_2 = \left(\frac{D_A}{Q_A} \right) \{ n_a (K_A + S_A) \} + \frac{1}{2} \frac{Q_A T_W}{n_a T_0} H_A + \frac{Q_c}{2} \left(1 + \frac{1}{n_c} - \frac{D_c}{P_W} \right) H_W + \frac{D_c}{Q_c} A_W \quad (3)$$

۳-۱-۲. هزینه کل مورد انتظار در مرحله مونتاژ

با توجه به فرض ۲، مرحله مونتاژ به‌ازای دریافت سفارشی به‌میزان Q از محصول نهایی توسط انبار مرکزی، تولید mQ از این کالا را آغاز می‌نماید. مرحله مونتاژ برای تولید این حجم از کالا، نیازمند $Q_c = n_c Q_0$ واحد از مواد پردازش شده و $Q_B = n_b Q_2$ واحد از قطعات آماده می‌باشد.

تولیدکننده کالای نهایی (مرحله مونتاژ) اولین محموله از کالای نهایی به حجم Q را، به‌محض تولید به انبار ارسال می‌دارد و به این ترتیب میزان موجودی خود را به صفر می‌رساند. سپس روند ارسال کالا در فواصل زمانی $\frac{Q}{D_F}$ تا به پایان رسیدن موجودی مرحله مونتاژ (زمان T) ادامه می‌یابد. بدین ترتیب یک سیکل تولیدی به پایان می‌رسد.

برای محاسبه هزینه کل موردانتظار در مرحله مونتاژ، به تعیین هزینه‌های مواد اولیه آماده، مواد پردازش شده و محصول نهایی تولیدی پرداخته می‌شود. شکل (۳) نمایشی از نمودار موجودی بر حسب زمان در مرحله مونتاژ می‌باشد.

برای محاسبه متوسط موجودی در واحد زمان مواد اولیه آماده باید مساحت زیر منحنی شکل (۳-الف) محاسبه گردد. متوسط

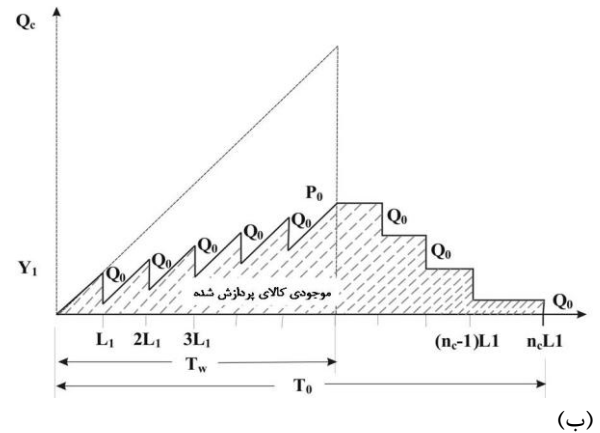
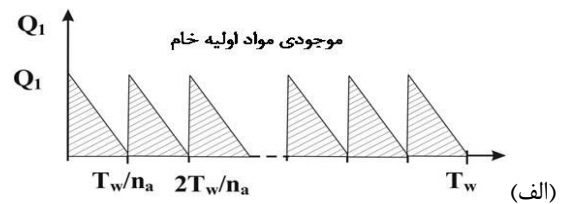
موجودی برابر است با: $Q_{avg} = \left(\frac{Q_2}{2} \right) \left(\frac{T_1}{T} \right)$ بنابراین هزینه نگهداری آن برابر است با: $\frac{1}{2} \frac{Q_B T_1}{n_b T} H_B$. مواد اولیه آماده در n_b

حامل به حجم $Q_2 = \frac{Q_B}{n_b}$ و در فواصل زمانی $\frac{T_1}{n_b}$ در طول عملیات مونتاژ وارد می‌شود. ضریب تبدیل f_b ، یعنی یک واحد از محصول نهایی نیازمند f_b واحد از مواد اولیه آماده می‌باشد. بنابراین رابطه مواد اولیه آماده و محصول نهایی به صورت $f_b = \frac{D_F}{D_B} = \frac{Q_F}{Q_B}$ می‌باشد. هم‌چنین تعداد کل سفارشات در سال خواهد بود.

بنابراین با توجه به هزینه سفارش هر واحد از این مواد، K_B و هزینه حمل هر واحد S_B ، هزینه‌های سفارش‌دهی و حمل در طول سال به‌ترتیب برابر با $\frac{K_B D_B}{Q_2}$ و $\frac{S_B D_B}{Q_2}$ می‌باشد. بنابراین هزینه کل مواد اولیه آماده در مرحله مونتاژ به‌صورت زیر محاسبه می‌گردد:

(۲) نمایشی از نمودار موجودی بر حسب زمان تولیدکننده در مرحله پردازش می‌باشد.

در n_a حمل از مواد اولیه خام به مرحله پردازش، متوسط موجودی نگهداری شده در هر سیکل زمانی برابر است با: $Q_{avg} = \left(\frac{Q_1}{2} \right) \left(\frac{T_W}{T_0} \right)$. بنابراین هزینه نگهداری موجودی در سال عبارت است از: $\left(\frac{1}{2} \right) \left(\frac{T_W}{T_0} \right) \left(\frac{Q_A}{n_a} \right) H_A$. هم‌چنین با توجه به هزینه هر سفارش‌دهی K_A و هزینه هر حمل S_A ، هزینه‌های سفارش‌دهی و حمل مواد اولیه خام در طول سال به‌ترتیب، $\frac{K_A D_A}{Q_1}$ و $\frac{S_A D_A}{Q_1}$ خواهد بود. در نتیجه هزینه سالیانه مورد انتظار مواد اولیه خام برابر است با:



شکل ۲. الگوی موجودی در بخش پردازش [۱۷]

$$TC_1 = \left(\frac{D_A}{Q_A} \right) \{ n_a (K_A + S_A) \} + \left(\frac{T_W}{2T_0} \right) \left(\frac{Q_A}{n_a} \right) H_A \quad (1)$$

حال به محاسبه هزینه کالای در حال ساخت که شامل هزینه راه‌اندازی و هزینه نگهداری موجودی می‌باشد، پرداخته می‌شود. هزینه نگهداری موجودی در واحد زمان برای کالای در حال ساخت، از ضرب H_W در متوسط موجودی بدست می‌آید. یعنی باید مساحت زیر منحنی در شکل (۲-ب) محاسبه گردد. بنابراین هزینه نگهداری این موجودی در سال $\frac{Q_c}{2} \left(1 + \frac{1}{n_c} - \frac{D_c}{P_W} \right) H_W$ خواهد بود. از آن‌جا که هزینه راه‌اندازی در مرحله پیش پردازش A_W می‌باشد، هزینه راه‌اندازی سالیانه نیز، $(D_c/Q_c) A_W$ خواهد بود. بنابراین هزینه کل موردانتظار کالای در حال ساخت برابر است با:

در ادامه نحوه محاسبه هزینه‌های مربوط به محصول نهایی تشریح می‌گردد. این هزینه مجموع دو هزینه راه‌اندازی و نگهداری می‌باشد. با توجه به شکل (۳-ج)، متوسط موجودی کالای نهایی، از تفاضل موجودی تجمعی واحد مونتاژ (تولید خالص) و موجودی تجمعی واحد انبار (کالای حمل شده به انبار)، تقسیم بر مدت زمان سیکل تولید به دست می‌آید. برای تعیین میزان موجودی تجمعی کالای تولیدی، ابتدا مساحت ذوزنقه مفروض در شکل (۳-ج) محاسبه می‌گردد. بنابراین متوسط موجودی کالای نهایی در هر سیکل برابر است با: $I_{avg} = \frac{Q}{2} \left(m \left(1 - \frac{D}{P} \right) - 1 + \frac{2D}{P} \right)$. در نتیجه هزینه نگهداری کالای نهایی در بخش مونتاژ عبارت است از: $\frac{Q}{2} \left(m \left(1 - \frac{D}{P} \right) - 1 + \frac{2D}{P} \right) H_F$. با توجه به تعداد کل دفعات راه‌اندازی سیستم تولیدی در سال $\frac{D}{Q_F}$ و هزینه هر بار راه‌اندازی سیستم S_F مقدار این هزینه در مرحله مونتاژ برابر است با: $\frac{D F S_F}{Q_F}$. از این رو هزینه مربوط به کالای تولیدی در واحد مونتاژ به صورت زیر به دست می‌آید:

$$TC_5 = \left(\frac{D_F}{Q_F} \right) S_F + \frac{Q}{2} \left(m \left(1 - \frac{D}{P} \right) - 1 + \frac{2D}{P} \right) H_F \quad (۶)$$

همان‌طور که گفته شد، هزینه مرحله مونتاژ از مجموع هزینه مواد اولیه آماده (فرمول ۲)، هزینه مواد اولیه پردازش شده (فرمول ۳) و هزینه کالای نهایی (فرمول ۴) در یک سیکل زمانی به دست می‌آید، در نتیجه:

$$TC_D(m, n_b, n_c, Q) = TC_3 + TC_4 + TC_5$$

$$= \left(\frac{T_1}{2T} \right) \left(\frac{Q_B}{n_b} \right) H_B$$

$$+ \left(\frac{D_C}{Q_C} \right) \{ n_c S_C \}$$

$$+ \left(\frac{D_F}{Q_F} \right) S_F + \frac{Q}{2} \left(m \left(1 - \frac{D}{P} \right) - 1 + \frac{2D_F}{P} \right) H_F$$

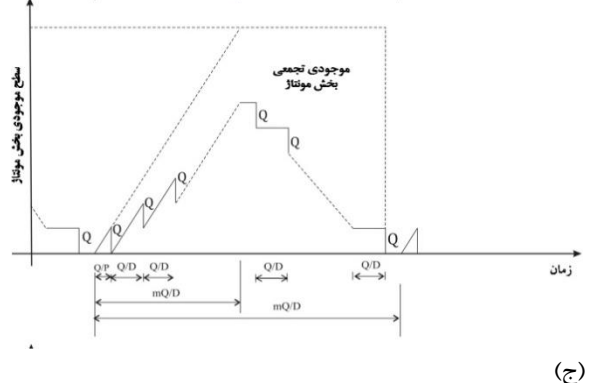
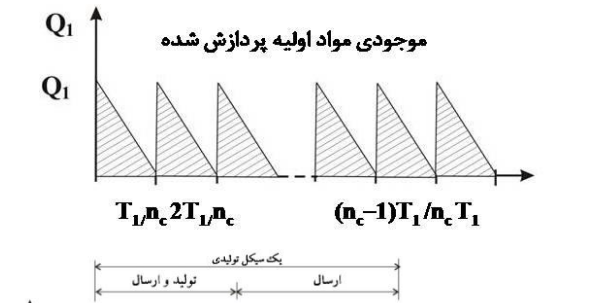
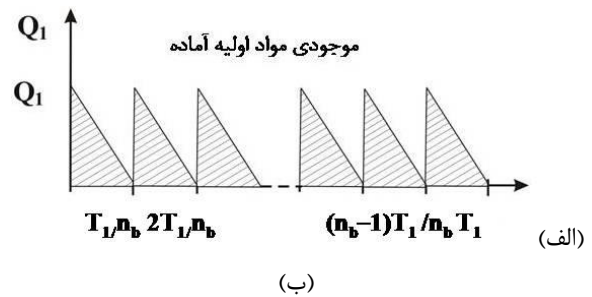
$$+ \left(\frac{D_B}{Q_B} \right) \{ n_b (K_B + S_B) \} + \left(\frac{T_1}{2T} \right) \left(\frac{Q_C}{n_c} \right) H_C \quad (۷)$$

بنا بر آنچه از قبل مطرح شد، هزینه موردانتظار تولید کننده از ترکیب هزینه بخش پردازش در فرمول (۵) و بخش مونتاژ در فرمول (۷) حاصل می‌گردد. یعنی:

$$TEC_V(m, n_a, n_b, n_c, Q) = TC_A + TC_D$$

$$= \left(\frac{D_A}{Q_A} \right) \{ n_a (K_A + S_A) \} +$$

$$\frac{1}{2} \frac{Q_A T_W}{n_a T_0} H_A$$



شکل ۳ الگوی موجودی در بخش مونتاژ کارخانه تولید کننده

$$TC_3 = \left(\frac{D_B}{Q_B} \right) \{ n_b (K_B + S_B) \} + \left(\frac{T_1}{2T} \right) \left(\frac{Q_B}{n_b} \right) H_B \quad (۴)$$

هزینه موردانتظار مواد پردازش شده از مجموع هزینه‌های حمل و هزینه نگهداری موجودی این مواد حاصل می‌گردد. از آنجا که تعداد کل حمل‌های این مواد در سال $\frac{D_C}{Q_C}$ و هزینه هر حمل S_C می‌باشد. بنابراین هزینه حمل و نقل در سال برابر $\frac{S_C D_C}{Q_C}$ می‌باشد. مشابه قسمت‌های قبل و با توجه به شکل (۳-ب) متوسط موجودی مورد انتظار مواد اولیه پردازش شده در یک سیکل برابر است با: $Q_{avg} = \left(\frac{Q_0}{2} \right) \left(\frac{T_1}{T} \right)$ و هزینه نگهداری آن در طول سال خواهد بود. در نتیجه هزینه مورد انتظار مواد اولیه پردازش شده عبارت است از:

$$TC_4 = \left(\frac{D_C}{Q_C} \right) \{ n_c S_C \} + \left(\frac{1}{2} \right) \left(\frac{T_1}{T} \right) \left(\frac{Q_C}{n_c} \right) H_C \quad (۵)$$

از آن جا که تقاضای سالانه انبار D_F می‌باشد و هر بار به اندازه Q موجودی دریافت می‌دارد بنابراین، تعداد کل دفعات سفارش آن در سال $\frac{D_F}{Q}$ خواهد بود. در نتیجه، با توجه به هزینه هر بار سفارش یعنی A_F ، جمعاً $\frac{A_F D_F}{Q}$ هزینه سفارش‌دهی می‌پردازد. با توجه به استقلال هزینه حمل کالای نهایی از مقدار سفارش‌دهی آن و ثابت بودن این هزینه (S_D)، هزینه حمل‌ونقل در طول یک سال برابر با $\frac{S_D D_F}{Q}$ می‌باشد.

در این مقاله هزینه اولیه سفارش‌دهی A_0 ، با سرمایه‌گذاری از سوی خریدار کاهش‌پذیر می‌باشد. تاثیر میزان سرمایه‌گذاری $I(A)$ ، بر کاهش هزینه سفارش‌دهی انبار، به صورت تابع لگاریتمی از A می‌باشد، در نتیجه کل هزینه لازم به منظور کاهش هزینه سفارش‌دهی خریدار برابر با $I(A) = \frac{\theta}{\delta} \ln\left(\frac{A_0}{A}\right)$ می‌گردد. در نتیجه، هزینه مورد انتظار انبار مرکزی در یک سیکل تولیدی عبارت است از:

$$TEC_b(Q, A, r) = \frac{\theta}{\delta} \ln\left(\frac{A_0}{A}\right) + \frac{AD_F}{Q} + \left(\frac{Q}{2} + K\sigma\sqrt{L}\right)H_D + \frac{\pi D_F E(X-r)^+}{Q} \quad (9)$$

مقدار کالای تولیدی در دوره T_1 ، باید تقاضای مشتری در طول سیکل زمانی T را تامین نماید. یعنی: $T_1 = T \frac{D_F}{P_F}$. همان‌طور که گفته شد، هزینه توام از مجموع هزینه انبار مرکزی در فرمول (۷) و هزینه تولیدکننده در فرمول (۶) به دست می‌آید. با مجموع این دو هزینه و قرار دادن تساوی‌های $Q_c = \frac{Q_F}{f_c}$ ، $\frac{D_A}{Q_A} = \frac{D_B}{Q_B} = \frac{D_C}{Q_C} = \frac{D_F}{Q_F} = \frac{D_F}{mQ}$ و $Q_B = Q_F / f_b$ ، $D_C = \frac{D_F}{f_c}$ در معادله مربوط به تابع هدف مقدار زیر حاصل می‌گردد:

$$JTEC(m, n_a, n_b, n_c, Q, A, r) = \frac{1}{mQ} (Bn_a + Cn_b + Dn_c + \Phi) + \frac{Q}{2} (\gamma) + mQ \left(\frac{E}{n_a} + \frac{F}{n_b} + \frac{G}{n_c} + \varphi \right) + \frac{\theta}{\delta} \ln\left(\frac{A_0}{A}\right) + \frac{D_F}{Q} (A + \pi E(X-r)^+) + H_D (K\sigma\sqrt{L}) \quad (10)$$

که در آن:

$$B = (K_A + S_A)D_F, \quad C = (K_B + S_B)D_F, \quad D = S_C D_F$$

$$E = \frac{H_A D_F}{2f_w f_c^2 P_W}, \quad F = \frac{D_F H_B}{2f_b P_F}, \quad \gamma = H_D + H_F \left(\frac{2D_F}{P_F} - 1 \right)$$

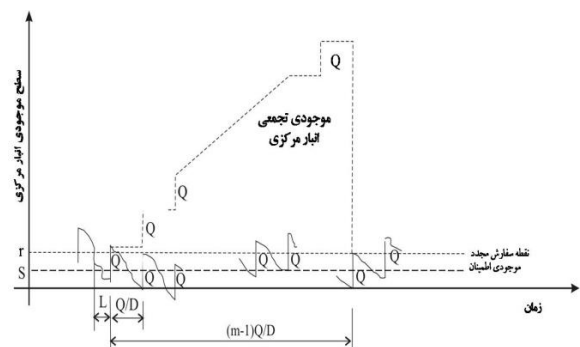
$$G = \frac{1}{2f_c} \left(\frac{D_F H_C}{P_F} + H_W \right), \quad \Phi = D_F (A_W + S_F)$$

$$\varphi = \frac{1}{2} \left\{ \left(1 - \frac{D_F}{P_F} \right) H_F + \frac{1}{f_c} \left(1 - \frac{D_F}{f_c P_W} \right) H_W \right\}$$

$$+ \frac{Q_c}{2} \left(1 + \frac{1}{n_c} - \frac{D_c}{P_W} \right) H_W + \left(\frac{T_1}{2T} \right) \left(\frac{Q_B}{n_b} \right) H_B + \left(\frac{D_B}{Q_B} \right) \{ n_b (K_B + S_B) \} + \left(\frac{T_1}{2T} \right) \left(\frac{Q_C}{n_c} \right) H_C + \left(\frac{D_F}{Q_F} \right) S_F + \frac{Q}{2} \left(m \left(1 - \frac{D}{P} \right) - 1 + \frac{2D}{P} \right) H_F + \frac{D_C}{Q_C} A_W + \left(\frac{D_C}{Q_C} \right) \{ n_c S_C \} \quad (A)$$

۳-۲. هزینه کل موردانتظار انبار مرکزی در طول سال

هزینه موردانتظار انبار مرکزی در یک سیکل تولیدی شامل هزینه مربوط به کاهش هزینه سفارش‌دهی، هزینه سفارش‌دهی، هزینه نگهداری موجودی، هزینه مواجهه با کمبود و هزینه حمل و نقل می‌باشد. همان‌طور که از شکل (۴) پیداست، انبار مرکزی با تقاضای تصادفی روبرو می‌باشد. انبار مرکزی توسط سیاست مرور پیوسته موجودی خود را کنترل می‌نماید. از این‌رو، به محض رسیدن موجودی به سطح r ، سفارش به اندازه Q صادر می‌گردد. پس از گذشت مدت زمان انتظار (L)، انبار موجودی ارسال از سوی مرحله مونتاژ را دریافت می‌دارد. در مدت زمان انتظار، تقاضایی که انبار مرکزی با آن مواجه است، دارای توزیع احتمالی می‌باشد. بنابراین سطح موجودی قبل و بعد از دریافت سفارش به ترتیب $r - D_F L$ و $Q + r - D_F L$ می‌باشد. در نتیجه متوسط موجودی انبار در یک سیکل تولید، $Q/2 + r - D_F L$ خواهد شد. در عین حال، تقاضا در دوره LT دارای میانگین $D_F L$ و انحراف معیار σL می‌باشد پس: $r = D_F L + K\sigma\sqrt{L}$ در نهایت متوسط موجودی انبار به مقدار $Q/2 + K\sigma\sqrt{L}$ ساده می‌گردد. بنابراین، هزینه نگهداری خریدار برابر است با: $(Q/2 + K\sigma\sqrt{L})H_D$ هرگاه مقدار مصرف در فاصله زمانی تحویل بیش از مقدار موجودی در لحظه صدور سفارش باشد ($X > r$)، بدیهی است هنگام رسیدن سفارش، انبار با کمبود مواجه می‌شود. از آن جا که هزینه هر واحد سفارش عقب افتاده π می‌باشد، در نتیجه هزینه موردانتظار کمبود در هر واحد زمانی برابر است با:



شکل ۴. الگوی موجودی در انبار مرکزی

در مساله غیرخطی مورد بررسی، هدف تعیین مقدار بهینه‌ی سفارش‌دهی، مقدار بهینه‌ی هزینه سفارش‌دهی و تعداد بهینه محموله‌های تولیدی می‌باشد به گونه‌ای که، هزینه مورد انتظار توام با در نظر گرفتن محدودیت‌های حاکم بر مساله می‌نیمم شود. برای حل مدل، ابتدا رفتار تابع با استفاده از تابع هسیان مشخص می‌گردد.

مدل مورد بررسی در این مقاله دارای رفتار نامشخص می‌باشد. بنابراین کلی بودن جواب بهینه تأیید نمی‌شود. از این رو، در مساله مورد بررسی، مشکل یافتن جواب بهینه می‌باشد. در این تحقیق برای می‌نیمم سازی تابع هزینه از دو روش گرادیان کاهشی تعمیم‌یافته و روش شاخه و کران استفاده می‌گردد.

۴. الگوریتم‌های بهینه‌سازی و حل عددی

۴-۱. روش شاخه و کران^۱

این روش یک روش غیرهدفمند ولی هوشمند است. در این روش تمامی جواب‌ها در فضای حالت بررسی نمی‌شود بلکه، بر اساس شرطی که در مساله قرار داده می‌شود از بررسی جواب‌های نشدنی صرف‌نظر می‌گردد. این شروط بسته به مساله متفاوت می‌باشند. در مساله مورد بررسی، این شرط شامل صحیح بودن تمامی متغیرها جز متغیر K می‌باشد. برای حل به این روش، نرم‌افزار لینگو مورد استفاده قرار گرفته است. این نرم‌افزار، ابتدا مساله را با فرض پیوسته بودن تمامی متغیرها حل می‌نماید. اگر جواب‌های حاصل از حل صحیح باشد، فرایند حل متوقف می‌گردد و حل بهینه می‌باشد. در غیراین صورت اگر متغیری غیر صحیح باشد، یک حد بالا و پایین صحیح (به گونه‌ای که این حدود نزدیک‌ترین اعداد صحیح به عدد غیر صحیح مورد نظر باشند). برای متغیر قرار می‌دهد و مساله را با این حدود حل می‌نماید. اگر تمامی متغیرها صحیح شوند، حل خاتمه می‌یابد. در غیر این صورت، در جهت کران با کمترین مقدار تابع هدف شاخه می‌زند و کران دیگر را از فرایند حل حذف می‌نماید. این روند تا صحیح شدن تمامی متغیرها ادامه می‌یابد. در این تحقیق علاوه بر الگوریتم شاخه و کران، به واسطه‌ی استفاده از روش بهینه‌سازی غیرخطی گرادیان تعمیم‌یافته کاهشی، سعی در می‌نیمم‌سازی تابع هزینه کل، شده است. برای حل به این روش نرم‌افزار اکسل مورد استفاده قرار گرفته است.

۴-۲. روش گرادیان کاهشی تعمیم‌یافته^۲

در این روش متغیر تصمیم‌گیری، بردار $X(x_1, x_2, \dots, x_n)$ و قیود نیز توابع g_1, g_2, \dots, g_m می‌باشند. تابع هدف و یا هر کدام

در این مدل، تقاضا در فاصله زمانی تحویل (X) دارای توزیع احتمالی نامشخص از کلاس Ω با میانگین D_{FL} و واریانس $\sigma^2 L$ معلوم می‌باشد. با توجه به نامعلوم بودن توزیع احتمال X دستیابی به مقدار دقیق مقدار کمبود، $E(X-r)^+$ ، مقدور نمی‌باشد.

بنابراین مطلوب است تابع هزینه کل در برابر بدترین حالت ممکن در کلاس Ω می‌نیمم شود. از این رو، با استفاده از روش توزیع آزاد مینیماکس نامطلوب‌ترین تابع توزیع تجمعی F از کلاس Ω برای هر $(m, n_a, n_b, n_c, Q, A, r)$ یافته و سپس تابع هزینه کل موردانتظار نسبت به $(m, n_a, n_b, n_c, Q, A, r)$ می‌نیمم می‌گردد. در نتیجه، مساله مورد بررسی باید به صورت زیر حل گردد:

$$\min \max JTEC(m, n_a, n_b, n_c, Q, A, r) \quad (11)$$

طبق نامساوی گالگو و مون [۱۸]، برای هر $F \in \Omega$ نامساوی زیر برقرار است:

$$E(X-r)^+ \leq \frac{1}{2} \sigma \sqrt{L} (\sqrt{1+K^2} - K) \quad (12)$$

واضح است برای هر K ، $\sqrt{1+K^2} - K > 0$ است. بنابراین، با استفاده از نامعادله (۱۲) و مدل (۱۰) و همچنین متغیر در نظر گرفتن K ، مدل (۱۱) به صورت زیر حاصل می‌گردد:

$$\begin{aligned} \min JTEC_U(m, n_a, n_b, n_c, Q, A, K) \\ = \frac{1}{mQ} (Bn_a + Cn_b + Dn_c + \Phi) \\ + mQ \left(\frac{E}{n_a} + \frac{F}{n_b} + \frac{G}{n_c} + \varphi \right) + \\ \frac{\theta}{\delta} \ln \left(\frac{A_0}{A} \right) \\ + \frac{D_F}{Q} \left(A + \frac{1}{2} \pi \sigma \sqrt{L} (\sqrt{1+K^2} - K) \right) \\ + H_D (K \sigma \sqrt{L}) + \frac{Q}{2} (\gamma) \end{aligned} \quad (13)$$

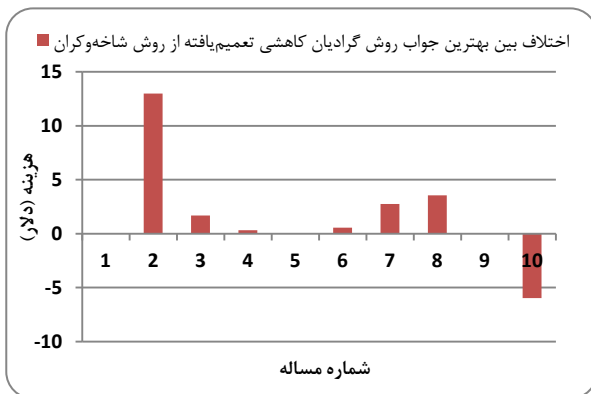
$$\text{Subject to: } m, n_a, n_b, n_c \geq 1 \text{ and integers} \\ 0 < A \leq A_0$$

که در آن:

$$\begin{aligned} B &= (K_A + S_A) D_F & C &= (K_B + S_B) D_F & D &= S_C D_F \\ E &= \frac{H_A D_F}{2 f_w f_c^2 P_W} & F &= \frac{D_F H_B}{2 f_b P_F} & G &= \frac{1}{2 f_c} \left(\frac{D_F H_C}{P_F} + H_W \right) \\ \Phi &= D_F (A_W + S_F) & \gamma &= H_D + H_F \left(\frac{2 D_F}{P_F} - 1 \right) \\ \varphi &= \frac{1}{2} \left\{ \left(1 - \frac{D_F}{P_F} \right) H_F + \frac{1}{f_c} \left(1 - \frac{D_F}{f_c P_W} \right) H_W \right\} \end{aligned}$$

¹ Branch and Bound Method

² Generalized Reduced Gradient Method



شکل ۵. اختلاف بین بهترین جواب‌های روش گرادیان کاهش‌ی تعمیم‌یافته از روش شاخه‌وکران

۵. نتیجه‌گیری

در این تحقیق یک مدل موجودی تولید دو سطحی (شامل یک تولیدکننده و یک انبار مرکزی) ارائه شده که بتواند هزینه‌های زنجیره را حداقل نماید. در مدل ارائه شده کارخانه شامل دو بخش مونتاژ و پردازش می‌باشد. ویژگی اصلی مقاله در وارد نمودن حالت احتمالی در تقاضا و امکان کاهش هزینه سفارش‌دهی می‌باشد. ابتدا با محاسبه هزینه هر یک از واحدها به صورت مجزا، مدل‌سازی مساله انجام شده است. پس از ارائه یک مدل برنامه‌ریزی غیرخطی برای مساله مورد بررسی، چگونگی حل آن تشریح گردید. برای حل مساله دو روش شاخه‌وکران و روش گرادیان کاهش‌ی تعمیم‌یافته مورد استفاده قرار گرفت. زمینه‌های تحقیقات آتی عبارتند از: بسط مدل برای حالتی که تخفیف به میزان کمبود تعلق گیرد، وارد کردن زمان انتظار احتمالی، محدودیت ظرفیت بر منابع و در نظر گرفتن تابع احتمالی با توزیع خاص برای تقاضا.

مراجع

- [۱] صنایع سپهر، مولایی، رضا، اسکندری، خداداد، پاک‌سرشت، سعید، بنیاد، حمید، رضایی، امیرعباس، معرفی نرم افزار شبیه‌سازی و بهینه‌سازی ایستگاه‌های افزایش فشار گاز طبیعی با بهره‌گیری از صفحات گسترده. ششمین همایش ملی انرژی، خردادماه ۱۳۸۶.
- [2] Goyal, S.K., *An Integrated Inventory Model for a Single Supplier - Single Customer Problem*. International Journal of Production Research, 15(1), 1976, pp. 107-111.
- [3] Benerjee, A., *A Joint Economic-Lot-Size Model for Purchaser and Vendor*. Decision sciences, 17, 1986, pp. 292-311.

در ادامه پس از ارائه نتایج حل، مقدار بهینه هر یک از متغیرها در جدول (۳) ارائه شده است. هر یک از ستون‌های این جدول به ترتیب نشان‌دهنده مقدار بهینه هر یک از متغیرها به روش گرادیان کاهش‌ی تعمیم‌یافته (بر اساس بهترین مقدار هدف) و روش شاخه‌وکران (بر اساس مقدار بهینه تابع هدف در این روش) می‌باشد.

مقایسه بین نتایج حاصل از روش شاخه‌وکران و روش گرادیان کاهش‌ی تعمیم‌یافته در شکل (۵) ارائه شده است. با توجه به شکل (۵) برای اکثر مسائل، بهترین جواب‌های به دست آمده از روش گرادیان کاهش‌ی تعمیم‌یافته بر جواب‌های روش شاخه‌وکران منطبق نمی‌باشد و روش شاخه‌وکران جواب بهتری ارائه می‌نماید. بنابراین این روش از کارایی کمتری نسبت به روش شاخه‌وکران برخوردار است.

در نتیجه نتایج آزمایش‌های عددی نشان‌دهنده کارایی و اثربخشی بیشتر روش شاخه‌وکران نسبت به روش گرادیان کاهش‌ی تعمیم‌یافته بوده است.

جدول ۲. نتایج حل برای مسائل آزمایشی

شماره مساله	بهترین تابع هدف (GRG)	میانگین توابع هدف (GRG)	انحراف معیار توابع هدف (GRG)	تابع هدف (B&B)
۱	۲۵۹۸۶٫۹	۲۵۹۸۶٫۹	۰٫۳	۲۵۹۸۶٫۹
۲	۳۱۷۸۳٫۲۳	۳۱۷۸۳٫۲۳	۰	۳۱۷۸۳٫۱
۳	۳۶۲۴۰٫۹۸	۳۶۲۴۲٫۸۳	۷٫۲۶	۳۶۲۳۹٫۳
۴	۴۰۴۷۵٫۲۲	۴۰۴۸۱٫۵۶	۶٫۵۴	۴۰۴۷۴٫۹
۵	۴۴۹۰۷٫۴	۴۴۹۰۷٫۴	۰	۴۴۹۰۷٫۴
۶	۵۳۲۵۴٫۸۵	۵۳۲۸۳٫۸۶	۵۱٫۲۸	۵۳۲۵۴٫۳
۷	۵۹۹۹۰٫۷۶	۵۹۹۹۸٫۳۶	۴٫۹۸	۵۹۹۸۸
۸	۶۷۶۰۳٫۱۵	۶۸۰۷۲٫۲۴	۱۰۱۱٫۴۳	۶۷۵۹۹٫۶
۹	۶۸۴۳۴٫۳۲	۶۸۵۲۲٫۱	۲۶۲٫۷۶	۶۸۴۳۴٫۳
۱۰	۱۶۵۷۳۸٫۰۴	۱۶۵۷۸۶٫۴	۹۶٫۷۲	۱۶۵۷۴۴

جدول ۳. مقادیر بهینه متغیرهای مسائل آزمایشی

مساله	مقادیر بهینه متغیرهای مسائل آزمایشی به ترتیب در دو روش (GRG, B&B)						
	m	n _a	n _b	n _c	Q	A	k
۱	(۶٫۶)	(۶٫۶)	(۶٫۶)	(۹٫۹)	(۱۰۲٫۱۰۲)	(۹۷٫۹۷)	(۰٫۲۳۰٫۲۳)
۲	(۱۶٫۱)	(۱۸٫۱۶)	(۱۶٫۱۵)	(۲۴٫۲۲)	(۱۳۳٫۱۲۱)	(۱۳۴٫۱۳۲)	(۰٫۱۵۰٫۱۷)
۳	(۹٫۹)	(۹٫۹)	(۸٫۸)	(۱۳٫۱۳)	(۱۲۸٫۱۲۸)	(۱۵۰٫۱۵۰)	(۰٫۰۸۰٫۰۸)
۴	(۸٫۸)	(۹٫۹)	(۸٫۸)	(۱۳٫۱۳)	(۱۵۳٫۱۵۳)	(۱۹۰٫۱۹۰)	(۰٫۰۷۰٫۰۸)
۵	(۷٫۷)	(۶٫۶)	(۶٫۶)	(۹٫۹)	(۱۳۴٫۱۳۴)	(۱۴۳٫۱۴۳)	(۰٫۳۳۰٫۲۳)
۶	(۲۰٫۱۹)	(۲۰٫۱۹)	(۱۸٫۱۷)	(۲۸٫۲۷)	(۱۵۰٫۱۵۰)	(۲۰۲٫۲۰۴)	(۰٫۱۰۰٫۰۱)
۷	(۱۱٫۱۱)	(۱۱٫۱۱)	(۱۱٫۱۱)	(۱۶٫۱۶)	(۱۳۳٫۱۳۳)	(۱۶۸٫۱۷۰)	(۰٫۰۸۰٫۰۷)
۸	(۳۹٫۳۵)	(۳۹٫۳۵)	(۳۸٫۳۴)	(۵۰٫۴۵)	(۱۱۲٫۱۱۲)	(۱۰۶٫۱۰۶)	(۰٫۱۵۰٫۱۵)
۹	(۴٫۴)	(۴٫۴)	(۴٫۴)	(۶٫۶)	(۱۲۲٫۱۲۲)	(۱۳۱٫۱۳۱)	(۰٫۰۵۰٫۰۵)
۱۰	(۹٫۹)	(۹٫۹)	(۹٫۹)	(۱۵٫۱۵)	(۱۴۷٫۱۴۸)	(۱۸۲٫۱۸۳)	(۰٫۵۵۰٫۰۵)

- [18] Rhaman, M.A., Sarker, B.R., *Supply Chain Models for an Assembly System with Preprocessing of raw Materials*. European Journal of Operational Research 181, 2007, pp. 733–752.
- [19] Gallego, G., Moon, I., *The Distribution Free Newsboy Problem: Review and Extensions*. Journal of the Operational Research Society 44 (8), 1993, pp. 825–834.
- [4] Goyal, S.K., *A Joint Economic-Lot-Size Model for Purchaser and Vendor: A Comment*. Decision Sciences, 19, 236–241., 19, 1988, pp.236-241.
- [5] Lu, L., *A One – Multi-Buyer Integrated Inventory Model*. European Journal of Operational Research 81 (2), 1995, pp. 312-323.
- [6] Pan, C.J., Yang, J.S., *A Study of an Integrated Inventory with Controllable Lead Time*. International Journal of Production Research, 40(5), 2002, pp. 1263-1273.
- [7] Ouyang, L.Y., Wu, K.S., Ho, C.H., *An Integrated Vendor–Buyer Inventory Model with Quality Improvement and Lead Time Reduction*. International Journal of Production Economics, 108(1–2), 2007, pp. 349-358.
- [8] Hadley, G., Whitin, T.M., *Analysis of Inventory Systems*. NJ: Prentice-Hall, Englewood Cliffs. 1963.
- [9] Liao, C.J., Shyu, C.H., *An Analytical Determination of Lead Time with Normal Demand*. International Journal of Operation & Production Management, 11, 1991.
- [10] Ben-Daya, M., Abdul-Raouf. *Inventory Models Involving Lead Time as a Decision Variable*. Journal of Operational Research Society, 45(5), 1994.
- [11] Ouyang, L.Y., Yeh, N.C., Wu, K.S., *Mixture Inventory Model with Back-Orders and Lost Sales for Variable Lead Time*. Journal of Operational Research Society, 1996, 47.
- [12] Lee, W.C., *Inventory Model Involving Controllable Backorder Rate and Variable Lead Time Demand with the Mixtures of Distribution*. Applied Mathematics and Computation, 160(3), 2005, pp.701-717.
- [13] Lee, w.C., Wu, J.W., Lei, C.L., *Computational Algorithmic Procedure fo Roptimal Inventory Policy Involving Ordering Cost Reduction and Back-Order Discounts When Lead Time Demand is Controllable*. Applied Mathematics and Computation, 189(1), 2007, pp. 186-200.
- [14] Porteus, E.L., *Investing in Reduced Setups in the EOQ Model*. Management Sciences, 31, 998–1010.
- [15] Keller, G., Noori, H., *Justifying New Technology Acquisition Through its Impact on the Cost of Running an Inventory Policy*. IIE Transitions, 20, 1988, pp. 284-291.
- [16] Ouyang, L.Y., Chang, H.C., *Lot Size Reorder Point Inventory Model with Controllable Lead Time and Set-up Cost*. International Journal of Systems Science 33 (8), 2002, pp. 635-642.
- [17] Lin, Y.J., *An Integrated Vendor–Buyer Inventory Model with Backorder Price Discount and Effective Investment to Reduce Ordering Cost*. Computers & Industrial Engineering 56, 2009, pp. 1597–1606.