



## Using the Simulated Annealing to Solve a JIT Scheduling Problem in the Two-Machine Flow Shop

P. Fattahi, S.M.H. Hosseini & F. Jolai\*

*Parviz Fattahi, Associate professor of Industrial Eng., Bu-Ali Sina University*

*Seyed Mohammad Hasan Hosseini, PhD student of Industrial Eng. Payame Noor University*

*Fariborz Jolai, professor of Industrial Eng, University of Tehran*

### Keywords

simulated annealing,  
scheduling, flow shop,  
tardiness and earliness

### ABSTRACT

*A two-machine permutation flow shop scheduling with  $n$  independent jobs and different due dates is considered in this paper. Since this problem is shown to be NP-Hard, We use the simulated annealing to solve this problem. The objective is minimizing the weighted earliness and tardiness that cover JIT concept. We construct our algorithm in four scenarios with considering two Markov chains and two temperature reduction rates. The best scenario is proposed based on the results of computational experiments. A mathematical programming formulation is proposed for the problem, and the solution obtained by proposed SA algorithms are compared with the optimal ones obtained by mathematical model using LINGO software for small size instances. Also the performance of the best scenario is compared by the standard model of genetic algorithm for different sizes problems and its advantages are shown.*

© 2012 IUST Publication, IJIEPM. Vol. 23, No. 3, All Rights Reserved

\*  
Corresponding author. Fariborz Jolai  
Email: [fjolai@ut.ac.ir](mailto:fjolai@ut.ac.ir)



## بکارگیری الگوریتم انجماد تدریجی برای زمانبندی کارها در کارگاه جریانی دو ماشینی با هدف تولید به موقع

پرویز فتاحی، سید محمد حسن حسینی و فریبرز جولای\*

### چکیده:

در این تحقیق مساله زمانبندی  $n$  کار مستقل با زمان سررسید متفاوت بر روی 2 ماشین در محیط کارگاه جریانی ترتیبی مورد بررسی قرار می‌گیرد. با توجه به اینکه مساله فوق جزء مسایل NP-hard محسوب می‌گردد، یک الگوریتم انجماد تدریجی برای حل آن ارائه شده است. به منظور ارزیابی جوابها از معیار حداقل جمع وزنی دیرکردها و زودکردهای کارها به عنوان تابع هدف استفاده شده است که این هدف همراستا با اهداف سیستم‌های تولید به موقع محسوب می‌گردد. الگوریتم پیشنهادی در 4 سناریو ارائه می‌شود که این 4 سناریو با در نظر گرفتن دو حالت مختلف برای زنجیره مارکوف و نحوه کاهش دما حاصل شده و در نهایت باتوجه به تحلیل نتایج و کیفیت جوابهای حاصل، بهترین سناریو به عنوان سناریو نهایی معرفی شده است. کارایی الگوریتم پیشنهادی با حل مسائل متنوع در ابعاد مختلف مورد تحلیل و بررسی قرار گرفته و برای مسائل کوچک (تعداد کار کمتر از 25) نتایج بدست آمده از الگوریتم پیشنهادی با جواب بهینه حاصل از مدل ریاضی که با برنامه لینگو اجرا شده مورد مقایسه قرار گرفته است. همچنین عملکرد الگوریتم پیشنهادی در حل مسایل مختلف با مدل استاندارد الگوریتم ژنتیک مقایسه و برتری آن ارائه شده است.

### کلمات کلیدی

انجماد تدریجی،  
زمانبندی، کارگاه جریانی،  
دیرکرد و زودکرد

### ۱. مقدمه

به‌طور کلی برنامه‌ریزی تولید یکی از فعالیت‌های مهم در شرکت‌های تولیدی و خدماتی است. این فعالیت به یافتن نحوه استفاده بهینه از منابع در دسترس کمک می‌کند. مساله زمانبندی و تعیین توالی عملیات نیز به‌عنوان یکی از مراحل نهایی برنامه‌ریزی تولید نقش بسزایی در محقق شدن اهداف آن دارد. از زمان چاپ اولین مقاله جانسون درباره مساله توالی عملیات کارگاه

جریانی در سال ۱۹۵۴، انواع مختلفی از مسایل زمانبندی کارگاه جریانی مورد توجه محققین بوده است. در اکثر صنایع تولیدی بزرگ مانند خودروسازی و صنایع مونتاژ، عملیات پردازش قطعات و تکمیل کارها به‌صورت خطی و مرحله‌ای صورت می‌گیرد. لذا مسایل زمانبندی کارگاه جریانی طیف گسترده‌ای از مدل‌های تولیدی و مونتاژ را پوشش می‌دهند. در کارگاه جریانی ترتیبی،  $n$  کار می‌بایست توسط  $m$  ماشین در یک نظم و آرایش و به صورت سری پردازش شود. در هر زمان هر ماشین حداکثر یک کار را پردازش می‌کند و هر کار در هر لحظه حداکثر توسط یک ماشین پردازش می‌شود. همچنین زمانی که پردازش یک عملیات شروع می‌شود، این پردازش بدون قطع عملیات و تا تکمیل آن ادامه می‌یابد. طبق نظر کیم [۱] زمانبندی‌های ترتیبی همیشه زمانبندی بهینه را شامل نمی‌شوند اما نباید اهمیت آنها را کم دانست چرا که در دنیای واقعی اغلب فقط زمانبندی‌های ترتیبی مناسب هستند. به‌عنوان مثال در

تاریخ وصول: ۸۹/۸/۸

تاریخ تصویب: ۹۰/۳/۲

دکتر پرویز فتاحی، دانشیار، گروه مهندسی صنایع، دانشگاه بوعلی سینا همدان، Fattahi@basu.ac.ir

سید محمد حسن حسینی، دانشجوی دکتری مهندسی صنایع، دانشگاه پیام نور تهران، h.hosseini@phd.pnu.ac.ir

\*نویسنده مسئول مقاله: دکتر فریبرز جولای، استاد گروه مهندسی صنایع، پردیس دانشکده‌های فنی دانشگاه تهران، ffolai@ut.ac.ir

باشد ممکن است دو ماشین از آنها محدود کننده (گلوگاه) باشند. بنابراین مساله کارگاه جریانی دو مرحله‌ای از اهمیت بالایی برخوردار است [۲].

## ۲. مرور ادبیات

از زمان چاپ اولین مقاله جانسون درباره مساله توالی عملیات کارگاه جریانی در سال ۱۹۵۴ با تابع هدف کمینه کردن دامنه عملیات ( $C_{max}$ )، انواع مختلفی از مسایل زمانبندی کارگاه جریانی مورد توجه محققین بوده است. مساله کارگاه جریانی ترتیبی نیز حالت خاصی از مساله کارگاه جریانی است که در آن کارها با همان ترتیب ورود به ماشین اول از سایر ماشین‌ها عبور کرده و در نهایت با همان ترتیب تکمیل می‌شوند و لذا در طول فرآیند امکان سبقت کارها از یکدیگر وجود ندارد. این مساله به صورت کلی اولین بار توسط حریری و پتس [۳] مورد توجه قرار گرفت. حالت های مختلف این مساله نیز تاکنون مورد توجه مققین بسیاری بوده است که در ادامه به برخی از آنها اشاره می‌شود. پیچیدگی مساله توالی عملیات در کارگاه جریانی با 2 ماشین و n کار با توابع هدف مختلف از جمله کل زمان جریان کار ( $F$ )، میانگین زمان جریان ( $\bar{F}$ )، دیرکردها و زودکردهای کارها و ماکزیمم دیرکردها و زودکردهای کارها در خیلی از مقالات مورد بررسی قرار گرفته و NP-Hard بودن آن نشان داده شده است [۸، ۱۱، ۲۰].

در سال‌های اخیر با حضور سیستم‌های تولید به موقع و اهمیت بیش از پیش توجه به مشتری؛ دامنه وسیعی از تحقیقات مسایل زمانبندی از جمله مساله کارگاه جریانی به موضوع موعدها تحویل کار و تامین اهداف تولید به موقع مربوط می‌شود. لذا مسائل زمانبندی را می‌توان به دو دسته تقسیم کرد. یکی مسائلی که موعدها تحویل کارها را در نظر نمی‌گیرند. مهمترین توابع هدف بررسی شده در این دسته از مسائل، شامل حداقل کردن زمان تکمیل کل کارها<sup>۱</sup> و حداقل کردن مجموع زمان در جریان کارها<sup>۴</sup> بوده است. دسته دوم مسائلی هستند که انحراف از موعدها تحویل کارها را به عنوان تابع هدف در نظر می‌گیرند. این مسایل موضوع موعدها تحویل کارها را به صورت‌های مختلف مانند تعداد دیرکرد، تعداد زودکرد، مدت زمان دیرکرد، مجموع وزنی انحراف از موعدها تحویل و یا توابع چند هدفه شامل ترکیبی از دو یا چند هدف در نظر می‌گیرند. در ذیل اهم مطالعات انجام شده در این زمینه بررسی می‌گردد.

کارخانه‌هایی که از کانوایرها و نوارنقاله‌ها به‌عنوان تجهیزات حمل استفاده می‌شود و در خطوط مونتاژی که مونتاژ محصول نهایی را انجام می‌دهند، زمانبندی ترتیبی کاربرد دارد.

در این تحقیق مساله زمانبندی کارها با موعدها تحویل متفاوت در یک محیط کارگاه جریانی ترتیبی دو ماشینی با هدف حداقل کردن هزینه زودکردها و دیرکردها مورد توجه می‌باشد. مدل‌های زمانبندی با در نظر گرفتن توام هزینه زودکردها و دیرکردها در راستای تامین اهداف تولید به موقع از اهمیت بالایی برخوردار بوده و یک معیار مورد پسند تولید کننده و مشتری می‌باشند.

در سیستم‌های تولید به موقع برای کارهایی که قبل از موعدها تکمیل می‌شوند، هزینه‌هایی از قبیل هزینه‌های نگهداری در انبار، خرابی محصولات خراب شدنی، از مد افتادن<sup>۱</sup> و مالیات در نظر گرفته می‌شود. علاوه بر آن کارهایی که دیرتر از موعدها تکمیل می‌شوند نیز هزینه‌هایی مانند فروش از دست رفته، ایجاد تراکم در حمل، نارضایتی مشتریان و کاهش اعتبار را به سازمان تحمیل می‌کند. از طرف دیگر با توجه به اینکه در عمل اهمیت همه کارها مساوی نبوده و ضرر و زیانهای ناشی از عدم تکمیل به موقع کارها متفاوت است لذا جریمه تاخیر و زودکرد هر کار با توجه به اهمیت آن کار و ویژگی‌های سفارش دهنده متفاوت در نظر گرفته می‌شود. یکی از جنبه‌های کاربردی این مساله، عملیات خطوط مونتاژ است که در آن همه اجزاء مورد نیاز بایستی آماده باشند تا محصول نهایی مونتاژ گردد. اگر کاری زودتر آماده شود می‌بایست منتظر بماند تا بقیه اجزاء نیز انجام و تحویل شوند. در اینجا این کار باید در انبار و یا محلی مانند آن نگهداری شود تا زودترین موعدها استفاده از آن فرا برسد.

این موضوع قطعاً هزینه‌های نگهداری را افزایش خواهد داد و علاوه بر آن احتمال خرابی، آسیب دیدن و یا دموده شدن نیز وجود دارد. از طرف دیگر چنانچه کاری با تاخیر انجام شود موجب تاخیر در مونتاژ محصول نهایی شده و نارضایتی مشتری یا جریمه سفارش دهنده را در پی خواهد داشت.

یک مساله کارگاه جریانی دو مرحله‌ای<sup>۲</sup> شبیه به مساله کامل m ماشین بوده که در آن دو ماشین در نظر گرفته می‌شود. لذا باید زمانبندی‌های ترتیبی روی دو ماشین که کارها را در یک نظم و آرایش پردازش می‌کنند برای آن مشخص شود. علاوه بر کارگاه‌های گردش کاری که دو ماشین را شامل می‌شود، خیلی از سیستم‌های تولیدی که دارای تجهیزات متعدد و گوناگونی می‌باشند را نیز می‌توان حالتی از یک فرآیند شامل دو عملیات اصلی فرض کرد. حتی اگر در کارگاهی چند ماشین وجود داشته

3. minimizing the makespan

4. minimizing total flowtime of jobs

1. Demode

2. two-stage Flow Shop

از جمله توابع هدف ترکیبی نیز می‌توان به تحقیق برکین و همکاران [۱۱] اشاره کرد که مساله زمانبندی در محیط کارگاه جریانی دو ماشینی را با دو هدف توأم حداقل کردن بیشترین زودکرد و زمان تکمیل کل کارها بررسی کرده‌اند. در این تحقیق، از الگوریتم شاخه و کران استفاده شده است. حداکثر تعداد کارهای قابل بررسی در مدل ارائه شده ۲۵ کار می‌باشد.

یونگ و همکاران [۱۲] مساله کارگاه جریانی دومرحله‌ای را در شرایطی بررسی کرده‌اند که موعد تحویل کارها مشترک بوده و این موعد به صورت یک بازه زمانی تعریف شده است. همه کارها می‌بایست درفاصله زمانی زودترین و دیرترین موعد مشخص شده تحت عنوان "پنجره مقرر" آماده و تحویل شوند. تابع هدف در نظر گرفته شده، کمینه کردن مجموع زودکرد و دیرکرد کارها با اهمیت یکسان می‌باشد. ایشان در مقاله خود بر کاربردی بودن مساله کارگاه جریانی بطور کلی و با تابع هدف تولید به موقع به صورت خاص تاکید کرده‌اند. در این مقاله یک الگوریتم شاخه و کران ارائه شده که قادر است مسائل با حداکثر ۱۵ کار را در زمانی حدود ۵ دقیقه حل نماید. الگوریتم ابتکاری ارائه شده در این مقاله نیز قادر است مسائل بزرگتر تا ۱۵۰ کار را حل نموده و جوابهای نزدیک بهینه را بدست آورد. ایشان مساله فوق با تابع هدف حداقل کردن مجموع وزنی زودکردها و دیرکردها را به‌عنوان تحقیقات آتی پیشنهاد کرده‌اند که این پیشنهاد در مقاله حاضر لحاظ شده است.

طبق بررسی‌های به عمل آمده، برای مساله کارگاه جریانی دو مرحله‌ای با معیار حداقل مجموع وزنی زودکردها و دیرکردها (مساله  $n/2/p/\sum w_i^E E_i/w_i^T T_i$ ) مقاله‌ای پیدا نشد. ضمن آنکه بررسی این مساله در جهت پیشنهاد توسعه‌ای محققین مذکور (مرجع [۱۲]) نیز می‌باشد. علاوه بر تفاوت تابع هدف مساله، متفاوت بودن موعد تحویل کارها، تکنیک بکار گرفته شده و تنوع مسائل قابل حل (تا ۵۰۰ کار) نیز از دیگر تفاوت‌های مدل ارائه شده در این تحقیق با مدل‌های قبلی به ویژه مدل ارائه شده در مرجع [۱۲] می‌باشد.

### ۳. تشریح مساله و مدل‌سازی آن

#### ۳-۱. کلیات مساله

مساله مورد بررسی در این تحقیق شامل زمانبندی  $n$  کار مستقل بر روی ۲ ماشین در محیط کارگاه جریانی ترتیبی با هدف حداقل کردن جمع وزنی دیرکردها و زودکردهای کارها می‌باشد. این مساله بصورت  $n/2/p/WE/T$  نشان داده می‌شود. این مساله از

دلا کروس و همکاران [۵] مساله کارگاه جریانی دو ماشینی را بررسی کردند که در آن کارها دارای موعد تحویل یکسانی بودند. تابع هدف آنها تعداد کارهای با دیرکرد بوده که با استفاده از فرمول چند بعدی مساله کوله‌پشتی و فرآیند شاخه و کران راه حلی برای مساله ارائه کردند. سانگ و کیم [۶] نیز این مساله را در حالتی که فرض شده بود کارها باید به‌صورت انباشته پردازش شوند، مورد بررسی قرار دادند.

امت لدی و همکاران [۷] نیز مساله کارگاه جریانی در حالت کلی با  $m$  ماشین و تابع هدف تعداد کارهای با دیرکرد را در شرایط پویا بررسی کرده‌اند. آنها در بررسی خود به ارائه الگوریتمی جدید پرداخته و نتایج را با نتایج حاصل از مدل فروشنده دوره گرد مقایسه کرده‌اند. در مقاله آنها، برتری الگوریتم ارائه شده در مقایسه با الگوریتم فروشنده دوره گرد نشان داده شده است.

جیسون و همکاران [۲] ضمن انجام بررسی جامعی درخصوص انحراف از موعد تحویل کارها، نشان داده‌اند که مساله زمانبندی دو ماشینی با هدف حداقل کردن کل دیرکردها یک مساله پیچیده است.

مساله کمینه‌کردن مجموع بیشترین زودکرد و بیشترین دیرکرد ( $ET_{max}$ ) در سیستم کارگاه جریانی دو ماشینی توسط مصلحی و همکاران [۸] بررسی و چند الگوریتم از جمله الگوریتم شاخه و کران برای حل آن ارائه شده است. در بررسی به‌عمل آمده مسایل در ۴ دسته کوچک، متوسط، بزرگ و خیلی بزرگ تا حداکثر ۱۰۰۰ کار حل شده است. تحلیل نتایج نشان می‌دهد که الگوریتم پیشنهادی آنها برای همه انواع مسایل تا ۲۰ کار به طور کامل به جواب بهینه می‌رسد ضمن آنکه برای نوع خاصی از مسایل، با تعداد کار بیشتر نیز جواب بهینه حاصل می‌گردد.

مساله کمینه کردن وزنی میزان دیرکردها در سیستم کارگاه جریانی دو ماشینی توسط بولفین و همکاران [۹] بررسی و با استفاده از الگوریتم شاخه و کران یک مدل حل قطعی برای حل آن ارائه شده است. در این مقاله آمده است که بیشتر تحقیقات در این زمینه بر روی اهداف زمان تکمیل و یا جمع وزنی زمان‌های تکمیل کارها متمرکز است و در زمینه اندازه‌گیری زودکردها و دیرکردهای کارها تحقیق کمی صورت گرفته است.

سلزو سکوراها و همکاران [۱۰] در سال ۲۰۰۹ برای زمانبندی کارها با موعد تحویل مشخص در سیستم کارگاه جریانی دو ماشینی با تابع هدف میانگین انحراف از موعد تحویل چند الگوریتم هیوریستیک ارائه نمودند. آنها در الگوریتم‌های پیشنهادی خود، جواب حاصل از رویه NEH (اولویت کارها براساس زمان کل پردازش بیشتر) را به‌عنوان زمانبندی اولیه مورد استفاده قرار داده‌اند.

$B_k$ : زمان پردازش کار در موقعیت  $k$  توسط ماشین دوم

$S_k$ : زمان شروع پردازش کار نوبت  $k$  توسط ماشین اول

$C_{1k}$ : زمان تکمیل کار نوبت  $k$  توسط ماشین اول

$C_{2k}$ : زمان تکمیل کار نوبت  $k$  توسط ماشین دوم

$D_i$ : زمان تحویل کار  $i$

$L_{2k}$ : فاصله زمانی بین تکمیل کار نوبت  $k$  توسط ماشین اول تا

شروع پردازش آن توسط ماشین دوم (معطلی کار  $k$ )

$G_{2k}$ : فاصله زمانی تکمیل کار نوبت  $k-1$  روی ماشین دوم تا شروع

پردازش کار  $k$  بر روی ماشین دوم (معطلی ماشین دوم)

$E_i$ : میزان زودکرد کار  $i$

$T_i$ : میزان دیرکرد کار  $i$

$$\text{Min}Z = \sum_{i=1}^n W_i^E E_i + W_i^T T_i \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^n Z_{ik} = 1 \quad k = 1, 2, 3, \dots, n \quad (4)$$

$$\sum_{i=1}^n Z_{ik} = 1 \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (5)$$

$$E_i \geq d_i - D_i \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (6)$$

$$T_i \geq D_i - d_i \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (7)$$

$$A_k = \sum_{i=1}^n Z_{ik} P_i \quad k = 1, 2, 3, \dots, n \quad (8)$$

$$B_k = \sum_{i=1}^n Z_{ik} Q_i \quad k = 1, 2, 3, \dots, n \quad (9)$$

$$D_i = \sum_{k=1}^n Z_{ik} C_{2k} \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (10)$$

$$C_{11} = A_1, \quad C_{1k} = C_{1(k-1)} + A_k \quad k = 2, 3, \dots, n \quad (11)$$

$$C_{21} = G_{21} + B_1, \quad C_{2k} = G_{2k} + C_{2(k-1)} + B_k \quad k = 2, 3, \dots, n \quad (12)$$

$$S_1 = 0, \quad S_k = C_{1(k-1)} \quad k = 2, 3, \dots, n \quad (13)$$

نوع ایستا بوده و بجز محدودیت ماشین‌آلات (به‌عنوان منابع) و محدودیت پیش‌نیازی محدودیت دیگری ندارد. همچنین مساله موردنظر از نقطه‌نظر اطلاعات در دسترس، معین بوده و زمان پردازش کارها توسط دو ماشین و همچنین موعد تحویل آنها از ابتدا مشخص است. این مساله شامل یک مجموعه  $n$  کار بصورت  $N = \{J_1, J_2, \dots, J_n\}$  تعریف می‌شود که همه  $n$  کار در لحظه صفر در دسترس هستند تا بر روی یک مجموعه شامل دو ماشین به صورت  $M = \{M_1, M_2\}$  در یک توالی پردازش شوند. فرض می‌شود مساله از نوع ترتیبی است لذا کارها با همان ترتیب که روی ماشین اول پردازش می‌شوند با همان ترتیب هم بر روی ماشین دوم پردازش خواهند شد.

فرض اخیر باعث می‌شود تعداد کل توالی‌های ممکن از  $(n!)^2$  به  $(n!)$  کاهش یابد. هدف یافتن توالی انجام کارها با حداقل مجموع وزنی دیرکردها و زودکردها  $(\sum W_i^E E_i / W_i^T T_i)$  می‌باشد که در آن زودکرد و دیرکرد هر کاری جریمه مختص به خود را خواهد داشت. بدیهی است که مقادیر زودکرد و دیرکرد بترتیب مطابق روابط (۱) و (۲) مشخص می‌شوند:

$$E_i = \text{Max}\{0, (d_i - D_i)\} \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (1)$$

$$T_i = \text{Max}\{0, (D_i - d_i)\} \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (2)$$

در روابط فوق پارامترهای  $d_i$  و  $D_i$  بترتیب موعد تحویل و زمان تکمیل کار  $i$  می‌باشد.

### ۳-۲. مدل‌سازی مساله

در ذیل یک مدل ریاضی برای مساله مورد بررسی ارائه می‌گردد. برای این کار، نگرش مدل‌سازی ارائه شده توسط لی و چو [۱۳] استفاده و مدل ریاضی مورد نیاز توسعه داده شده است.

#### پارامترهای مساله :

$P_i$ : زمان پردازش کار  $i$  توسط ماشین اول

$Q_i$ : زمان پردازش کار  $i$  توسط ماشین دوم

$d_i$ : موعد تحویل کار  $i$

$W_i^E$ : وزن جریمه بازاء یک واحد زمانی زودکرد در تکمیل کار  $i$

$W_i^T$ : وزن جریمه بازاء یک واحد زمانی دیرکرد در تکمیل کار  $i$

#### متغیرهای مساله :

$Z_{ik}$ : متغیر باینری (اگر کار  $k$  در موقعیت  $k$  قرار گرفته باشد

برابر ۱ در غیر اینصورت صفر است)

$A_k$ : زمان پردازش کار در موقعیت  $k$  توسط ماشین اول

ویژگی‌های این الگوریتم اینستکه به دلیل پذیرش جوابهای بد با یک احتمال معین، توانایی خروج از بهینه محلی را نیز دارد [۱۷].

#### ۴-۱. الگوریتم انجماد تدریجی

الگوریتم انجماد تدریجی از پدیده تبرید و انجماد تدریجی الگوبرداری شده است. در الگوریتم انجماد تدریجی کار با یک جواب اولیه شروع شده و با جستجوهای همسایگی، بهبود می‌یابد. همچنین از یک پارامتر دما برای کنترل الگوریتم در طول بهبود جواب مساله استفاده می‌شود. جایگاه مولکول‌ها نشان‌دهنده متغیرهای تصمیم بوده و میزان نظم و آرایش مولکول‌ها همان میزان بهینگی جواب است. پارامتر دما نیز تشبیهی از دمای جسم می‌باشد و نرخ کاهش دما بیانگر سرعت الگوریتم بوده و با تعداد جستجو نسبت عکس دارد.

امروزه انجماد تدریجی (SA) به عنوان یک تکنیک قوی جستجوی همسایگی شناخته شده است که توانایی آن در حل مسائل ترکیبی مانند مسیریابی و مسائل نقلیه، زمانبندی تولید، جدول زمانی اثبات شده است [۴]. یک فرآیند استاندارد SA با یک حل اولیه تصادفی شروع می‌شود.

در هر مرحله، در همسایگی جواب جاری یک جواب جدید تعیین و اگر دارای هزینه‌ای کمتر یا برابر با هزینه جواب جاری باشد به‌عنوان یک جواب جاری پذیرفته می‌شود و چنانچه هزینه‌ای بیشتر از هزینه جواب جاری داشته باشد با احتمالی پذیرفته می‌شود که این احتمال با افزایش اختلاف هزینه دو جواب و همچنین کاهش دمای الگوریتم کاهش می‌یابد. دمای الگوریتم در هر مرحله به‌صورت دوره‌ای با طرحی مشخص کاهش می‌یابد. بنابراین در زمان شروع SA، بسیاری از حرکت‌های بد نیز پذیرفته می‌شوند اما در انتهای الگوریتم تنها حرکت به همسایگی‌هایی پذیرفته خواهند شد که بهبود ایجاد می‌کنند.

#### ۴.۲. الگوریتم ابتکاری مبتنی بر SA

یکی از مباحث مهم در استفاده از الگوریتم‌های فراابتکاری، طراحی و تنظیم این الگوریتم‌ها برای مساله مورد بررسی می‌باشد. در این طراحی و تنظیم باید اجزاء الگوریتم مانند کد کردن جواب، تولید راه حل اولیه، نحوه کاهش دما و غیره برای مساله مورد نظر مشخص و با پارامترهای الگوریتم از قبیل نرخ انجماد برای آن مساله تنظیم گردند. در این مقاله، برای نمایش جواب از روش کدگذاری ترتیبی استفاده می‌گردد. در این روش از یک آرایه  $n \times 1$  استفاده شده که اعداد داخل آن، ترتیب ورود کارها به سیستم تولید را نشان می‌دهد. سایر اجزاء الگوریتم پیشنهادی در ذیل ارائه شده است.

$$\begin{aligned} L_{21} &= 0, \quad G_{21} = A_1, \\ G_{2k} &= S_k + A_k + L_{2k} - C_{2(k-1)} \end{aligned} \quad (14)$$

$$k = 2, 3, \dots, n$$

$$C_{2k} = \sum_{i=1}^k (G_{2i} + B_i) \quad k = 1, 2, 3, \dots, n \quad (15)$$

$$\begin{aligned} A_k, B_k, C_{1k}, C_{2k}, L_{2k}, G_{2k}, S_k &\geq 0, \quad E_p, T_p, D_i \geq 0 \\ Z_{ik} &= 0, 1 \quad i = 0, 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (16)$$

$$k = 1, 2, 3, \dots, n$$

معادله (۳) تابع هدف مساله را معرفی می‌کند. معادلات (۴) و (۵) این موضوع را نشان می‌دهند که هر کار در هر لحظه توسط یک ماشین پردازش می‌شود و هر ماشین در هر لحظه یک کار را پردازش می‌کند. معادلات (۶) و (۷) زودکرد و دیرکرد کارها را تعریف می‌نمایند. معادلات (۸) تا (۱۰) بیانگر زمان پردازش اولویت‌های ۱ تا n کارها بر روی دو ماشین و زمان تکمیل آنها می‌باشد. معادلات (۱۱) و (۱۲) و (۱۵) زمان تکمیل کارها روی دو ماشین را با توجه به معطلی ماشین دوم تعیین می‌کنند. معادلات (۱۳) و (۱۴) به ترتیب شروع پردازش کارها توسط ماشین اول و میزان معطلی ماشین دوم را مشخص نموده و مجموعه معادلات (۱۶) متغیرها را معرفی می‌کند. این مدل  $12n+1$  محدودیت به‌علاوه  $n^2 + 9n + 1$  متغیر دارد.

#### ۴. الگوریتم پیشنهادی برای حل مساله

باتوجه به پیچیدگی مساله مورد بررسی، الگوریتم‌های جستجوی دقیق برای حل آن نیازمند زمان محاسباتی زیادی می‌باشند و این زمان با بزرگ شدن ابعاد مساله به‌صورت نمایی افزایش می‌یابد و در برخی موارد نیز یافتن جواب بهینه عملاً امکان‌پذیر نمی‌باشد. لذا الگوریتم‌های ابتکاری که در پی به‌دست آوردن جواب با کیفیت خوب در زمان معقول باشند، در حل این مسائل کاربرد بسیاری پیدا کرده‌اند. به‌همین منظور در این تحقیق، یک الگوریتم ابتکاری مبتنی بر الگوریتم SA توسعه داده و جواب حاصل از آن برای مسائل کوچک با جواب بهینه حاصل از حل مدل ریاضی مقایسه و ارزیابی می‌شود. همچنین نتایج حاصل از الگوریتم پیشنهادی با جواب حاصل از الگوریتم ژنتیک مقایسه می‌شود.

الگوریتم انجماد تدریجی اولین بار در سال ۱۹۸۳ توسط کرکپاتریک و همکارانش پیشنهاد شد و در سال ۱۹۸۵ توسط کرنی منتشر گردید. این الگوریتم به دلیل سادگی و کارایی بالا در حل مسائل بهینه‌سازی ترکیبی، در دهه ۱۹۸۰ جایگاه ویژه‌ای در بین تکنیک‌های جستجو و هیوریستیک‌ها به‌دست آورد و بعدها به حوزه مسائل بهینه‌سازی پیوسته نیز توسعه داده شد. از

#### ۴.۲.۱. تولید زمانبندی اولیه

یکی از معروفترین الگوریتم‌های ارائه شده برای حل مساله  $n/m/P/C_{max}$  الگوریتم NEH است. این الگوریتم که توسط ناواز (Nawaz)، انسکور (Enscore) و هام (Ham)، (NEH) در سال ۱۹۸۳ ارائه شد بر این اصل استوار است که یک کار با مجموع زمان فرآیند بالا نسبت به یک کار با مجموع زمان فرآیند کمتر باید اولویت بالاتری داشته باشد [۳]. بر این اساس، مصلحی و همکاران از این الگوریتم برای توسعه یک الگوریتم ابتکاری جهت حل مساله فوق با تابع هدف بیشینه زودکرد و دیرکرد کارها ( $ET_{max}$ ) استفاده کرده‌اند [۲۰].

ایشان عنوان می‌کنند که در این گونه مسائل باتوجه به اهمیت موعد تحویل کارها، قابل تصور است که یک کار با موعد تحویل زودتر از اولویت بالاتری نسبت به کار با موعد تحویل دیرتر برخوردار است. لذا کارها براساس موعد تحویل مرتب می‌شوند و سپس در هر مرحله یک کار از ابتدای لیست انتخاب و موقعیت نسبی سایر کارها با آن کار انتخاب شده تعیین و موقعیت‌های بدست آمده در هر مرحله ثابت می‌ماند. همچنین یونگ و همکاران برای حل مساله زمانبندی کارگاه جریانی دو ماشینی با معیار دیرکردها و زودکردهای کارها بدون در نظر گرفتن وزن‌های متفاوت و موعد تحویل مشترک یک الگوریتم ابتکاری و یک الگوریتم شاخه و کران ارائه نموده‌اند. اساس کار روش ابتکاری و حد پائین الگوریتم شاخه و کران ارائه شده این است که ابتدا کارها براساس زودترین زمان ممکن تکمیل زمانبندی می‌شوند و سپس باتوجه به میزان زودکرد کارها، هر کار به سمت راست شیفت داده می‌شود [۱۲].

براساس روش‌های مذکور، یکی از جواب‌های اولیه می‌تواند جواب بدست آمده از ترتیب صعودی موعد تحویل کارها (EDD) باشد. اما از آنجائیکه در تابع هدف مساله مورد بررسی علاوه بر موعد تحویل کارها، دو آیتم وزن جریمه زودکرد و وزن جریمه دیرکرد نیز به‌عنوان پارامترهای مشخص مساله موثر هستند لذا به منظور تعیین جواب اولیه مناسب‌تر برای شروع الگوریتم، جواب اولیه طی یک حرکت پیشرو در صورت امکان بهبود می‌یابد.

بدین صورت که موقعیت کارهای مجاور مقایسه شده و چنانچه با جابجایی موقعیت دو کار امکان بهبود تابع هدف وجود داشته باشد آنگاه موقعیت دو کار جابجا و در غیر این صورت مقایسه بعدی انجام می‌شود. در این الگوریتم از مقایسه کارهای اول و دوم شروع می‌کنیم سپس نتیجه هرچه باشد (جابجایی یا عدم جابجایی دو کار) کارهای شماره دو و سه مقایسه می‌شوند و همینطور الی کارهای n-1 و n. به منظور افزایش کارایی الگوریتم پیشرو و کاهش زمان اجرای آن، از جابجایی دو کاری که کار مقدم دیرکرد داشته و کار موخر زودکرد داشته باشد پرهیز می‌شود.

این موضوع طبق رابطه (۱۷) کنترل می‌شود به طوری که اگر در الگوریتم پیشرو برای دو کار مجاور  $i, i+1$  نامعادله (۱۷) برقرار باشد حالتی را نشان می‌دهد که جابجایی این دو کار مجاور نمی‌تواند موجب بهبود تابع هدف شود و بلکه آنرا بدتر می‌کند. لذا به منظور بهبود کارایی مدل و افزایش سرعت آن، از بررسی نتیجه جابجایی این دو کار گذشته و به مقایسه دو کار مجاور بعدی می‌پردازیم.

$$T_i \times E_{i+1} > 0 \quad (17)$$

باتوجه به توضیحات فوق، الگوریتم بهبود پیشرو مطابق مراحل زیر ارائه می‌شود:

#### الگوریتم پیشرو:

- قدم ۰: مقادیر اولیه را وارد نمائید.
- قدم ۱: جواب اولیه را به ترتیب صعودی موعد تحویل کارها تهیه کنید. مقدار تابع هدف را محاسبه و در  $Z_A$  قرار دهید.
- قدم ۲: قرار دهید:  $i=1$  و سپس مراحل زیر را برای دو جواب اولیه محاسبه شده انجام دهید.
- قدم ۳: اگر  $i=n$  است به قدم ۹ بروید و در غیر این صورت مقدار عبارت روبرو را محاسبه کنید.  $T_i \times E_{i+1}$
- قدم ۴: اگر حاصل فوق بزرگتر از صفر باشد به قدم ۵ بروید و در غیر این صورت به قدم ۸ بروید.
- قدم ۵: اولویت دو کار  $i$  و  $i+1$  جابجا و کلیه محاسبات (زمان تکمیل و ...) به‌روز رسانی شود.
- قدم ۶: مقدار  $Z_B$  محاسبه شود.

$$Z_B = \sum_{i=1}^n (W_i^E \times E_i + W_i^T \times T_i)$$

- قدم ۷: اگر  $Z_A < Z_B$  اولویت دو کار  $i$  و  $i+1$  جابجا و کلیه محاسبات (زمان تکمیل و ...) به‌روز رسانی شود. در غیر این صورت قرار دهید  $Z_A = Z_B$ .
- قدم ۸: قرار دهید  $i=i+1$  و به قدم ۳ بروید.
- قدم ۹: مقدار  $Z^*$  را محاسبه نمائید.

$$Z^* = Z_A = \sum_{k=1}^n (W_k^E \times E_k + W_k^T \times T_k)$$

قدم ۱۰: پایان الگوریتم و ارائه زمانبندی و نتایج محاسبات.

#### ۴.۲.۲. دمای اولیه ( $T_0$ ) و نرخ کاهش دما (R)

در الگوریتم انجماد تدریجی، دمای اولیه و نرخ کاهش دما تاثیر زیادی بر کارایی الگوریتم و کیفیت جواب دارد. دمای اولیه خیلی بالا باعث ایجاد فرصت بیشتر برای جستجوی بیشتر خواهد شد اما این مزیت به قیمت طولانی شدن زمان حل تمام می‌شود و

## جدول ۲. نتایج آزمون t زوجی

سطوح بررسی	عامل
اختلاف معناداری وجود ندارد	(0.85, 750) در مقایسه با (1000, 0.85)
	(0.85)
	(0.95, 750) در مقایسه با (750, 0.95) از (0.85, 750) بهتر است
	(0.95)
	(0.85, 750) در مقایسه با (1000, 0.95) از (750, 0.95) بهتر است
	(0.95)
	(0.85, 1000) در مقایسه با (750, 0.95) از (1000, 0.85) بهتر است
	(0.95)
	(0.85, 1000) در مقایسه با (1000, 0.95) از (1000, 0.85) بهتر است
	(0.95)
اختلاف معناداری وجود ندارد	(0.95, 750) در مقایسه با (1000, 0.95)
	(0.95)

$$T_{i+1} = 0.95 \times T_i \quad (18)$$

روش دوم کاهش دما به صورت ترکیبی و وابسته به نتیجه حاصل در جواب نهایی یک دما ( $R_{temp2}$ ) در این حالت پس از خاتمه تعداد تکرار مجاز در یک دما، دمای الگوریتم مطابق رابطه (۱۹) کاهش می‌یابد. استفاده از این روش کاهش دما از این ویژگی برخوردار است که اگر تکرارهای دمای  $i$  بتوانند بهترین جواب حاصل شده تا آن دما را بهبود دهند ( $Z_i^* < Z_G^*$ ) آنگاه دما با سرعت کمتری کاهش می‌یابد و حتی امکان افزایش آن نیز به وجود می‌آید تا در صورت وجود جواب بهتر فرصت برای جستجوی بیشتر وجود داشته باشد. باید توجه داشت که این نتیجه نشان دهنده آنستکه هنوز پتانسیل یافتن جواب بهتر وجود دارد.

$$T_{i+1} = (0.95 + K) \times T_i, \quad (19)$$

$$K = \max\left(0, 10 \times \frac{(Z_G^* - Z_i^*)}{Z_G^*}\right)$$

## ۴.۲.۳ ساختار همسایگی

در زمانبندی کارگاه جریان کاری روش‌های متعددی برای تعیین همسایگی وجود دارد. در الگوریتم پیشنهادی دو ساختار همسایگی مورد بررسی قرار گرفت و باتوجه به مزایای خاص هر کدام از این دو ساختار در نهایت هر دو نوع همسایگی در مدل نهایی گنجانده شد. ساختار همسایگی  $N1$  که در آن ابتدا عدد تصادفی  $r$  را بین ۱ تا  $n-1$  تولید و سپس اولویت دو کار  $r$  و  $r+1$  تعویض می‌گردد. مزیت این روش که نمونه آن در شکل ۱ آمده این است که ساختار کلی زمانبندی به‌دست آمده تا مرحله جاری را حفظ می‌کند و لذا همگرایی الگوریتم و سرعت رسیدن به جواب نهایی افزایش می‌یابد. اما باید توجه داشت که این ساختار همسایگی خطر توقف در بهینه محلی را بالا می‌برد.

دمای پائین هرچند زمان اجرای الگوریتم را کاهش می‌دهد اما امکان بررسی خیلی از همسایگی‌ها وجود نخواهد داشت و لذا کیفیت جواب نهایی پایین می‌آید. همچنین نرخ کاهش دما اگر خیلی کوچک باشد باعث می‌شود الگوریتم خیلی سریع به پایان برسد و لذا فقط امکان جستجوی تعداد کمی از همسایگی‌ها وجود دارد و این امر از کیفیت جواب خواهد کاست. نرخ کاهش دمای خیلی بزرگ نیز زمان حل را طولانی کرده و لذا از کارایی مدل می‌کاهد. طبق مطالعات انجام شده، نرخ کاهش دما به طور معمول عددی بین ۰.۸ تا ۰.۹۹ در نظر گرفته می‌شود [۴، ۱۴]. باتوجه به نقش حیاتی دو عامل دمای اولیه و نرخ کاهش دما در الگوریتم انجماد تدریجی و در نظر گرفتن اثرات متقابل این دو عامل لذا یک تحلیل آماری جهت تعیین ترکیب بهینه این دو صورت گرفت. در این آزمایش نتایج حاصل از ترکیب دمای اولیه در دو سطح ۱۰۰۰ و ۷۵۰ و نرخ کاهش در دو سطح ۰.۹۵ و ۰.۸۵ با استفاده از داده های ۱۰۰ مسئله مطابق جدول (۱) مورد آزمون قرار گرفت.

در انجام آزمایش فوق تعداد تکرار در هر دما عدد ثابت ۱۵ قرار داده شد چرا که با انجام آزمایشات مقدماتی و تست تعداد تکرار ۵ و ۱۰ و ۱۵ و ۲۰ و ۲۵ مشخص شد که تکرارهای بیش از ۱۵ تاثیر چندانی در بهبود جواب نداشته و زمان حل را طولانی می‌کنند. همچنین دمای نهایی برای همه شرایط عدد ثابت ۱۰ در نظر گرفته شد. چهار ترکیب حاصل از تغییرات دمای اولیه و نرخ کاهش دما با داده‌های جدول (۱) اجرا و داده‌های حاصل مورد آزمون آماری قرار گرفت. نتایج آزمون آماری مطابق جدول (۲) حاکی از آنستکه ترکیب بهینه دمای اولیه و نرخ کاهش دما به ترتیب ۷۵۰ و ۰.۹۵ می‌باشد.

## جدول ۱. داده‌های آزمون تعیین دمای اولیه و نرخ کاهش

سطوح بررسی	عامل
۱۰۰ و ۷۵ و ۵۰ و ۲۵	تعداد کار
[۱, ۲۵] و [۱, ۵۰]	$P_i$ (زمان پردازش کار $i$ روی ماشین اول)
[1, 25] و [1, 50]	$Q_i$ (زمان پردازش کار $i$ روی ماشین دوم)
۴ سطح مطابق روابط (۲۳) و (۲۴) و جدول ۴	$d_i$ (موعد تحویل کار $i$ )
[1, 5]	$W_i^E, W_i^T$ جرایم دیرکرد و زودکرد کارها

بدین ترتیب باتوجه به نتایج آزمون، دمای اولیه و دمای خاتمه مدل به ترتیب ۷۵۰ و ۱۰ در نظر گرفته شد. اما درخصوص نرخ کاهش دما دو روش زیر مورد استفاده قرار گرفت. روش اول کاهش دما به صورت هندسی با نرخ ثابت ۰.۹۵ ( $R_{temp1}$ ) در این حالت پس از خاتمه تعداد تکرار مجاز در یک دما، دمای الگوریتم مطابق رابطه (۱۸) کاهش می‌یابد.



به منظور افزایش کارایی الگوریتم چنانچه در یک دما پس از ۵ تکرار متوالی، جواب بهبود نیابد الگوریتم از آن دما عبور می‌کند. با در نظر گرفتن دو روش کاهش دما و شرط خاتمه تکرار، مدل پیشنهادی در ۴ سناریو به شرح جدول (۳) بررسی می‌شود.

**جدول ۳. چهار وضعیت مورد بررسی در مدل**

عنوان سناریو	نحوه کاهش دما	شرایط خاتمه تکرار در یک دما
C1	$T_{i+1} = 0.95 \times T_i$	ثابت و به تعداد ۱۵ تکرار در هر دما
C2	$T_{i+1} = 0.95 \times T_i$	متغیر و وابسته به ابعاد مساله مطابق روابط (۲۰)
C3	$T_{i+1} = (0.95 + K) \times T_i$	وابسته به نتایج حاصل شده در هر دما و به صورت ثابت و به تعداد ۱۵ تکرار در هر دما
C4	$T_{i+1} = (0.95 + K) \times T_i$	وابسته به نتایج حاصل شده در هر دما و به مساله مطابق روابط صورت (۲۰)

براساس موارد فوق، مراحل الگوریتم پیشنهادی در ذیل ارائه و در شکل (۳) نیز نشان داده شده است.

**قدم ۱ (شروع):**

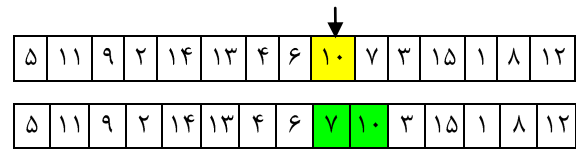
- تنظیمات اولیه الگوریتم (دمای اولیه  $T_0$ ، دمای نهایی  $T_f$ ، نحوه کاهش دما، تعداد تکرار در هر دما و ...) را انجام داده و دمای فعلی ( $T$ ) را برابر با دمای اولیه قرار دهید.
- یک جواب اولیه براساس زودترین موعد تحویل کارها تعیین نموده، آنرا مطابق الگوریتم پیشرو بهبود داده و جواب حاصل را  $S_T^0$  بنامید. در این مرحله بهترین جواب سراسری ( $S_T^0$ ) و بهترین جواب دمای  $T$  ( $S_T^1$ ) را قرار دهید  $S_T^1 = S_T^0 = S_T^0$  و همچنین مقدار تابع هدف بهترین جواب‌های سراسری و دمای  $T$  را قرار دهید  $F(S_T^1) = F(S_T^0) = F(S_T^0)$ .
- شمارنده تکرار در دما را برابر صفر قرار دهید (۰) و همچنین حداکثر تعداد تکرار مجاز در یک دما را مشخص نمایید (۰).

**قدم ۲ (جستجوی همسایگی، مقایسه و بهبود):**

مادامیکه انجماد تکمیل نشده است ( $T < T_f$ ) مراحل زیر را انجام دهید:

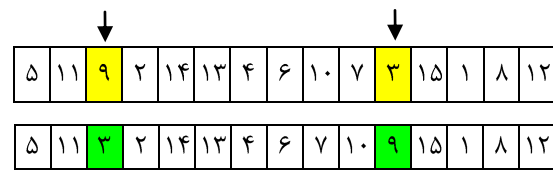
- مادامیکه  $I_T < I_{max}$  می‌باشد مراحل زیر را طبق بند ۳-۲-۴ برای دو نوع ساختار همسایگی N1 و N2 تکرار کنید:

- یک زمانبندی همسایه تعیین کنید ( $S_T^0$ ).
- اختلاف مقدار جدید تابع هدف با مقدار جاری آن را محاسبه نمایید.  $\Delta = F(S_T^0) - F(S_T^1)$



شکل ۱. نمونه همسایگی روش N1

ساختار همسایگی N2 که براساس آن دو عدد تصادفی  $r_1$  و  $r_2$  را بین ۱ تا  $n$  به گونه‌ای که مساوی نباشند انتخاب و سپس اولویت دو کار را تعویض می‌کنیم. مزیت این روش که نمونه آن در شکل ۲ آمده این است که با ایجاد تغییر نسبتا بزرگ در ساختار کلی زمانبندی بدست آمده تا مرحله جاری، خطر گیر افتادن در بهینه محلی را کاهش می‌دهد.



شکل ۲. نمونه همسایگی روش N2

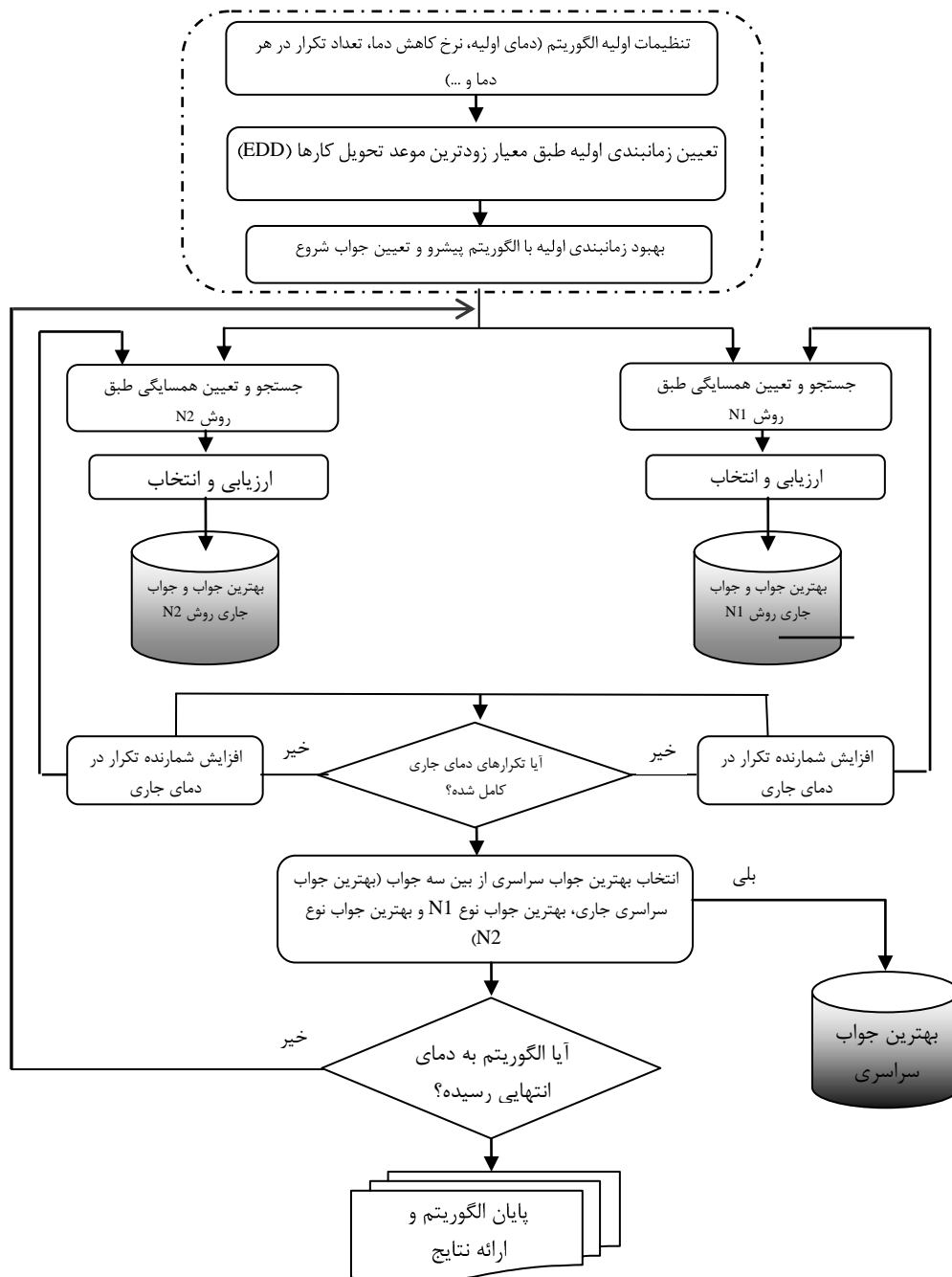
با توجه به توضیحات فوق، در مدل توسعه داده شده از هر دو ساختار جهت ایجاد همسایگی استفاده شده است. لذا در هر تکرار یک دمای الگوریتم SA دو نوع همسایگی ایجاد و جواب حاصل به‌طور جداگانه ارزیابی و نگهداری می‌شود. پس از پایان تکرارهای مجاز در یک دما چنانچه بهترین جواب حاصل از دو روش از بهترین جواب سراسری به دست آمده تا آن مرحله بهتر باشد، جواب جدید جایگزین بهترین جواب سراسری خواهد شد.

**۴.۲.۴. تکرارهای یک دما**

در مدل ارائه شده دو شیوه تعیین تعداد تکرار در یک دما به شرح زیر بررسی می‌شود. خاتمه در دمای جاری پس از تعداد ثابت تکرارها. در این حالت پس از تکرار ایجاد همسایگی و ارزیابی به تعدادی ثابت (۱۵ تکرار)، الگوریتم وارد دمای جدید می‌شود. خاتمه در دمای جاری پس از تعداد تکرارهای وابسته به ابعاد مساله. در این حالت پس از تکرار ایجاد همسایگی و ارزیابی به تعدادی که وابسته به ابعاد مساله می‌باشد، الگوریتم وارد دمای جدید می‌شود. در این روش تعداد تکرار مطابق روابط (۲۰) محاسبه شده اما حداقل آن ۱۵ در نظر گرفته می‌شود.

$$\begin{aligned}
 I_T &= \frac{n}{5} \quad \text{for } n \leq 50 \\
 I_T &= 5 + \frac{n}{10} \quad \text{for } 50 < n \leq 150 \\
 I_T &= 10 + \frac{n}{15} \quad \text{for } 150 < n \leq 300 \\
 I_T &= 15 + \frac{n}{20} \quad \text{for } 300 < n \leq 500
 \end{aligned}
 \tag{20}$$

- اگر  $\Delta \leq 0$  بود قرار دهید  $S_T^F = S_T^G$  سپس اختلاف مقدار بهینه تابع هدف در دمای T با مقدار جاری آن را محاسبه نمائید.  $\Delta^* = F(S_T^F) - F(S_T^G)$  ، اگر  $\Delta^* \leq 0$  بود قرار دهید  $S_T^F = S_T^G$
  - اگر  $\Delta > 0$  بود یک مقدار تصادفی از متغیر  $X \sim U(0,1)$  انتخاب می‌کنیم. چنانچه  $e^{-\Delta} > X$  بود قرار دهید  $S_T^F = S_T^G$  قرار دهید  $I_T = I_T + 1$
  - اختلاف مقدار بهینه سراسر تابع هدف  $(S_T^G)$  با مقدار بهینه در دمای T  $(S_T^F)$  را در هر دو ساختار همسایگی محاسبه نمائید.  $\Delta = F(S_T^F) - F(S_T^G)$
  - اگر  $\Delta \leq 0$  بود قرار دهید  $S_T^G = S_T^F$
  - مطابق روابط (۱۸) و (۱۹) دما را کاهش دهید. همچنین قرار دهید  $I_T = 0$
- قدم ۳ (ارائه نتایج):  
براساس  $S_T^G$  بهترین جواب را ارائه نمائید.



شکل ۳. مدل پیشنهادی برای حل مساله

## ۵. آزمایشات عددی و تجزیه و تحلیل

### ۵.۱. طراحی مسایل نمونه

به منظور ارزیابی کارایی الگوریتم پیشنهادی، مطابق جدول ۶ چهار گروه مسائل نمونه در ابعاد مختلف تولید و به کار گرفته شده است. زمان پردازش کارها به طور یکنواخت بین ۰ تا ۵۰ در نظر گرفته شده است. این توزیع دارای واریانس مناسبی بوده و اجازه خواهد داد تا مدل مورد بررسی تحت شرایط مختلف که برخی از آنها نامساعد است، ارزیابی شود.

به منظور تعیین موعد تحویل کارها باید در نظر داشت که این پارامتر وابسته به مدت زمان پردازش کارها بوده و باید موعد تحویل کارها به صورت تصادفی طوری تعیین شود که مساله تحت شرایط مختلف قرار گرفته و مدل در حالت‌های مختلف ارزیابی شود.

محققین مختلف دو عامل دیرکرد ( $\tau$ ) و دامنه موعد تحویل ( $R$ ) را مهم دانسته و براساس آنها مسایل را به صورت تصادفی تولید کرده‌اند. برای این منظور از روابط (۲۱) و (۲۲) برای به دست آوردن نقطه مرکزی (متوسط) و بازه یکنواخت موعد تحویل کارها استفاده می‌شود [۸-۲۰].

$$\bar{d} = (1 - \tau) \times \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n P_{ij} \quad (21)$$

$$d = \left[ \bar{d} - \frac{R}{2} \times M, \bar{d} + \frac{R}{2} \times M \right] \quad (22)$$

در عمل، رابطه (۲۱) برای مسایل کارگاه جریانی مناسب نیست. چرا که مجموع زمان‌های پردازش ( $\sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n P_{ij}$ ) تمام کارها روی تمام ماشین‌ها عدد بزرگی است و معمولاً اکثر کارها دارای زودکرد می‌باشد. برای رفع این مشکل می‌توان رابطه (۲۱) را به صورت رابطه (۲۳) نوشت:

$$\bar{d} = (1 - \tau) \times M \quad (23)$$

که در آن  $M$  زمان ختم کلیه کارهاست. در حالت کلی کارگاه جریانی، معمولاً مقدار  $M$  را از یک توالی تصادفی مساله به دست می‌آورند. در مساله دو ماشین، مقدار بهینه  $M$  توسط ترتیب جانسون بدست می‌آید. بنابراین پس از مشخص شدن  $\bar{d}$  از رابطه (۲۳)، موعد تحویل کارها به صورت توزیع یکنواخت در بازه‌ای که از رابطه (۲۴) به دست می‌آید تعیین می‌شود.

$$d = \left[ \left(1 - \tau - \frac{R}{2}\right) \times M, \left(1 - \tau + \frac{R}{2}\right) \times M \right] \quad (24)$$

اکثر محققان از جمله او و مورتون [۱۹۸۹] و همچنین ذگردی و همکاران [۱۹۹۵]، مقدار عامل دیرکرد ( $\tau$ ) را برابر ۰.۲ و ۰.۶ و مقدار دامنه موعد تحویل ( $R$ ) را برابر ۰.۶ و ۱.۶ فرض کرده‌اند [۸-۲۰]. این اعداد در تحقیقات استاندارد شده و محققین از این اعداد برای تولید مسایل تصادفی استفاده می‌نمایند. مقادیر ضرایب جریمه زودکرد و دیرکرد نیز به صورت تصادفی عددی بین ۱ تا ۵ در نظر گرفته می‌شود.

### ۵.۲. طراحی روش آزمون

از ترکیب دو عامل دیرکرد ( $\tau$ ) و دامنه موعد تحویل کارها ( $R$ )، چهار نوع مساله ایجاد می‌شود. این چهار نوع در جدول شماره (۴) مشخص شده‌اند.

جدول ۴. دسته‌بندی مسایل

دسته	مقدار $\tau$	مقدار $R$
نوع A	۰.۲	۰.۶
نوع B	۰.۲	۱.۶
نوع C	۰.۶	۰.۶
نوع D	۰.۶	۱.۶

تعداد ۳۰ مساله در هر گروه (مجموعاً ۱۲۰ مساله در ۴ گروه) تولید شده است. این مسایل برای ۴ دسته D, C, B, A طراحی و در مجموع ۴۸۰ مساله طراحی و تولید شده‌است.

### ۵.۳. حل مسایل و تحلیل نتایج

#### ۵.۳.۱. بررسی کارایی و کیفیت جوابها

اولین بررسی در خصوص نتایج مدل به بهینگی جوابها مربوط می‌شود. برای این منظور تعداد ۹۰ مساله در ابعاد کوچک طبق جدول (۴) طراحی و با استفاده از مدل پیشنهادی حل شد. این مسائل براساس مدل ریاضی تهیه و به کمک نرم‌افزار لینگو نیز حل شد تا جوابهای بهینه مشخص و کیفیت جوابهای حاصل از مدل پیشنهادی ارزیابی شود. جدول (۵) نشان‌دهنده درصد جواب بهینه در سناریوهای ارائه شده می‌باشد. از آنجائیکه در برنامه لینگو دست یافتن به جواب بهینه برای مسایل با تعداد کار زیاد بسیار زمان‌بر می‌باشد، لذا بهینگی جواب تنها برای مسایل کوچک (تعداد کار کمتر از ۲۵) ارزیابی شده است.

جدول ۵. بررسی بهینگی نتایج

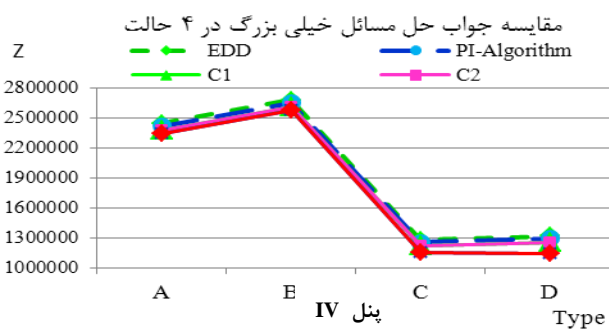
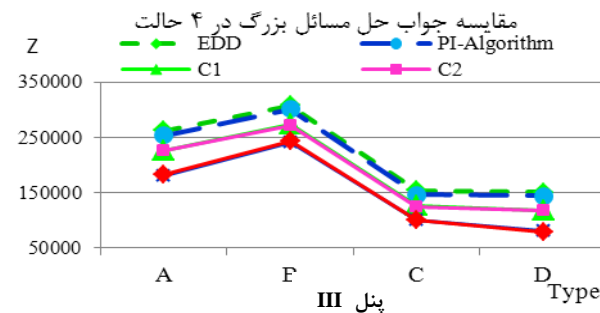
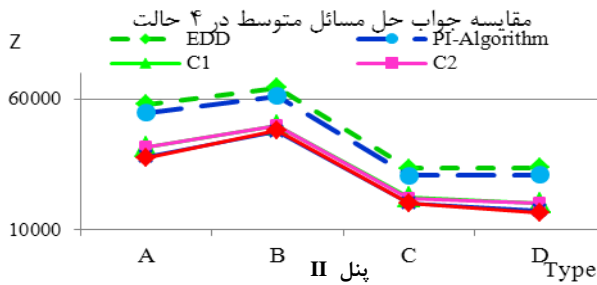
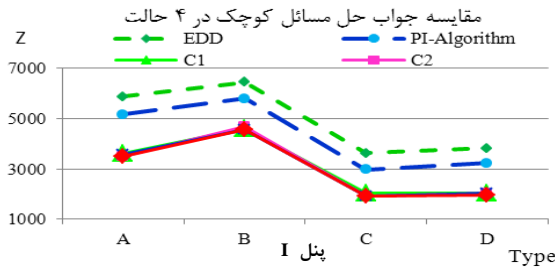
گروه مساله	تعداد کار	تعداد مساله بررسی شده	درصد جواب بهینه در ۴ حالت			
			C4	C3	C2	C1
n ≤ 10		۳۰	۱۰۰٪	۱۰۰٪	۱۰۰٪	۱۰۰٪
کوچک 10 < n ≤ 20		۳۰	۸۳.۳٪	۱۰۰٪	۹۰٪	۱۰۰٪
20 < n ≤ 25		۳۰	۵۰٪	۷۶.۷٪	۵۶.۷٪	۸۶.۷٪

جدول (۵) بیانگر برتری مدل در حالت‌های C3 و C4 است که براساس آن نحوه کاهش دما وابسته به نتیجه بدست آمده و میزان بهبود تابع هدف در آن دما می‌باشد (جدول ۳).

شکل (۴) نشان‌دهنده عملکرد مدل پیشنهادی در حل مسائل با ابعاد مختلف و در ۴ دسته مشخص شده می‌باشد. در این شکل، خط شکسته سبزرنگ مقدار تابع هدف حاصل از زمانبندی EDD را نشان می‌دهد، خط شکسته آبی رنگ مقدار تابع هدف حاصل از زمانبندی EDD پس از اجرای الگوریتم پیشرو را نشان می‌دهد و سایر خطوط نیز مقادیر تابع هدف مدل پیشنهادی در ۴ سناریو را ارائه می‌کند. همان‌طور که مشاهده می‌شود با توجه به اینکه در مسائل کوچک (پنل I) هر ۴ مدل برای اغلب مسائل به جواب بهینه رسیده‌اند لذا خطوط مربوطه نیز تقریباً منطبق برهم می‌باشند. اما با افزایش تعداد کارها به ترتیب در پنل‌های II تا IV، مدل ارائه شده در سناریوی C3 و C4 عملکرد بهتری داشته است. البته با توجه به مقیاس بزرگ اعداد بویژه در پنل IV شاید تشخیص این موضوع از روی نمودار واضح نباشد اما نتایج دقیق‌تر و برتری این حالت در جداول (۶) و (۷) مشخص است.

طبق جدول (۴) و رابطه (۲۴)، بازه در نظر گرفته شده برای موعد تحویل کارها در مسائل نوع A و B به گونه‌ای است که اغلب کارها دارای دیرکرد و یا زودکرد خواهند شد و مقدار تابع هدف مربوط به آنها نیز زیاد می‌باشد. این موضوع در نمودارهای شکل (۴) و همچنین جداول (۶) و (۷) مشخص می‌باشد. همچنین در مسائل نوع C و D امکان بهبود تابع هدف بیشتر بوده و به همین دلیل زمان اجرای مدل پیشنهادی برای حل این دسته از مسائل طولانی‌تر شده است و پیرو آن بهبود حاصل شده برای این مسائل نیز بیشتر بوده است.

موضوع دیگری که قابل توجه است اینکه با وجود امکان بهبود بیشتر در مسائل نوع C و D، مدل در حالات C3 و C4 موفق‌تر عمل کرده و نسبت به دو سناریوی دیگر بهبود بیشتری در تابع هدف ایجاد کرده است. این موضوع بیانگر آنستکه در مواقعی که مساله پتانسیل بالایی برای بهبود تابع هدف دارد، استفاده از نرخ کاهش دمای متغیر (سناریوی C3 و C4) نتیجه بهتری دارد.



شکل ۴. نتایج حل ۴ دسته مساله در ابعاد کوچک، متوسط، بزرگ و خیلی بزرگ توسط مدل پیشنهادی در ۴ حالت

جدول (۸) وضعیت چهار نوع مساله و دامنه نوسان موعد تحویل کارها را نشان می‌دهد. این جدول که با توجه به جدول (۴) و مقادیر مشخص شده برای دو دو عامل دیرکرد (T) و دامنه موعد تحویل کارها (R) تکمیل شده نشان می‌دهد که در مسائل نوع B و A اغلب کارها به موقع تکمیل نشده و توام با دیرکرد و یا زودکرد هستند. جواب‌های حاصل از اجرای الگوریتم نشان از برتری مدل در حالات C3، C4 برای حل هر چهار نوع مساله دارد و البته این برتری برای مسائل نوع A و D معنادار است.

جدول ۶. مقایسه کیفیت و کارایی جواب مدل در ۴ حالت برای انواع مسائل با اندازه های مختلف (زمانها بر حسب ثانیه می باشد)

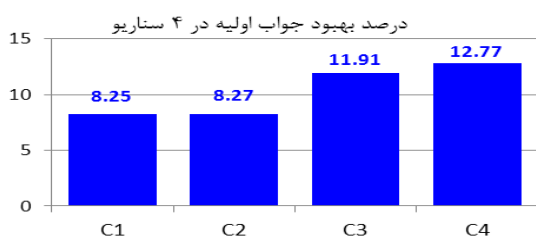
Size	Type	EDD	PI-Algorithm	C1	C2	C3	C4	C1-time	C2-time	C3-time	C4-time
small n<=25	A	5875	5167	3626	3503	3566	3522	0.21	0.19	0.48	0.50
	B	6459	5809	4626	4704	4578	4560	0.22	0.20	0.37	0.37
	C	3633	2982	2023	1941	1920	1905	0.23	0.20	0.48	0.49
	D	3833	3233	2044	2041	2033	1966	0.22	0.20	0.50	0.53
medium 25<n<=75	A	57926	54589	41632	41574	37618	37445	0.45	0.42	1.74	1.79
	B	64229	61152	49770	49627	47626	47784	0.47	0.42	1.27	1.27
	C	33448	30583	22123	21902	19998	19799	0.47	0.44	1.90	1.95
	D	33658	30779	19785	19841	16987	16478	0.48	0.43	2.58	2.69
large 75<n<=150	A	261752	253460	225732	225417	178981	181669	0.86	0.83	3.72	3.63
	B	307812	300337	272475	271717	241618	242242	0.89	0.85	2.56	2.54
	C	153938	146222	124756	124158	99466	99806	0.92	0.87	4.23	4.19
	D	150615	143592	116035	116031	80127	78638	0.89	0.85	6.09	6.19
Very large 150<n<=500	A	2441509	2413940	2373791	2374566	2343343	2342620	2.56	2.52	2.50	2.47
	B	2676940	2650009	2607497	2608517	2576854	2576094	2.56	2.52	2.36	2.33
	C	1278186	1254043	1215800	1214814	1153526	1154937	2.61	2.57	4.50	4.42
	D	1316011	1293769	1249734	1249406	1145426	1144057	2.59	2.53	6.54	6.54

جدول ۷. مقایسه کیفیت و کارایی جواب مدل در ۴ حالت برای میانگین مسائل مختلف در چهار دسته

TYPE	EDD	PI-Algorithm	C1	C2	C3	C4	C1-time	C2-time	C3-time	C4-time
A	721803	711484	690223	690325	671411	671677	1.05	1.02	2.13	2.13
B	795781	785899	764639	764719	749617	749595	1.06	1.02	1.67	1.66
C	382482	373372	355646	355170	333331	333695	1.09	1.05	2.82	2.81
D	367371	360076	343242	343169	313447	312652	0.93	0.89	2.94	3.01

جدول ۸. وضعیت انواع مسائل در چهار دسته و عملکرد مدل در ۴ حالت

D	C	B	A	نوع مساله
[0.0 , 1.2M]	[0.1 M , 0.7M]	[0.0 , 1.6M]	[0.5M , 1.1M]	دامنه موعد تحويل کارها
برخی کارهای اولیه زودکرد دارند	برخی کارهای انتهایی دیرکرد دارند	بیشتر کارها زودکرد دارند	کارهای اولیه دارای زودکرد و مابقی اغلب دیرکرد دارند	وضعیت کارها در جواب نهایی
C4 , C3 عملکرد بهتری دارند اما بین C4 , C3 تفاوت معناداری وجود ندارد	C4 , C3 عملکرد بهتری دارند اما بین چهار حالت تفاوت معناداری وجود ندارد	C4 , C3 عملکرد بهتری دارند اما بین چهار حالت تفاوت معناداری وجود ندارد	C4 , C3 عملکرد بهتری دارند اما بین C4 , C3 تفاوت معناداری وجود ندارد	عملکرد مدل در ۴ حالت

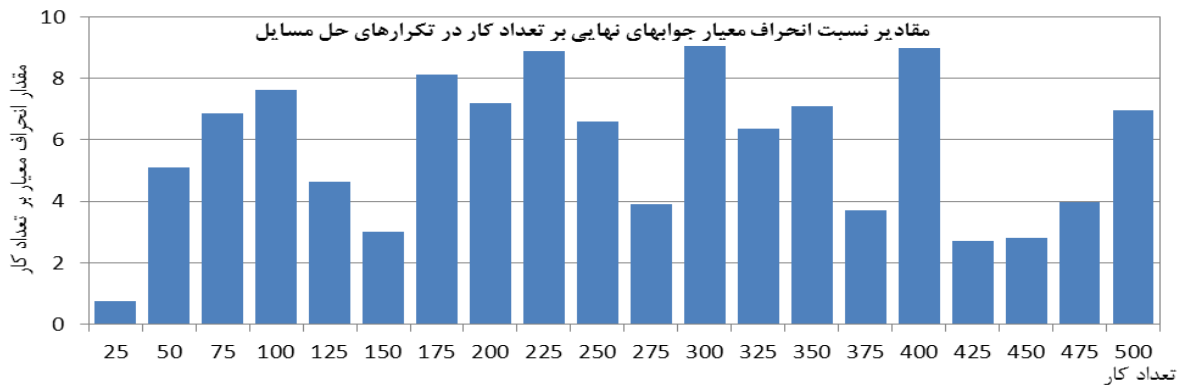


شکل ۵. کارایی الگوریتم با ۴ سناریو در بهبود جواب اولیه

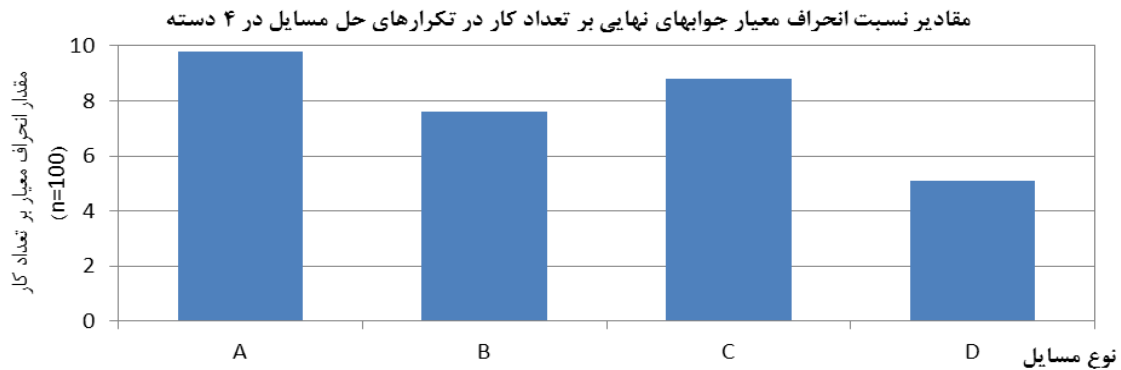
شکل (۵) نشان دهنده درصد بهبود جواب اولیه توسط الگوریتم پیشنهادی با ۴ سناریو می باشد. در این شکل مشخص است که با بکارگیری سناریوی C4 جواب اولیه بیشترین بهبود را داشته و لذا با در نظر گرفتن نتایج تحلیل قبلی، الگوریتم پیشنهادی با سناریو چهارم به عنوان الگوریتم نهایی شناخته می شود.

معیار بر تعداد کار محاسبه و نتایج نشان می‌دهد که کارایی الگوریتم با افزایش تعداد کارها حفظ می‌شود. وضعیت پراکندگی جواب نهایی حل مسایل در ۴ دسته مشخص شده نیز در شکل (۷) آمده است. این نتایج حاصل حل یک مساله با ۱۰۰ کار در ۳۰ تکرار بوده و این کار در شرایط ۴ دسته مشخص شده در جدول (۴) انجام شده است. این نمودار نیز انحراف فاحشی در پراکندگی جواب‌های حاصل نشان نمی‌دهد.

با این حال به‌منظور اطمینان از حفظ کارایی الگوریتم با این سناریو در مسایل مختلف، میزان پراکندگی جواب‌های حاصل از حل مسایل در تکرارهای مختلف مورد بررسی قرار می‌گیرد. وضعیت پراکندگی جواب نهایی حاصل از تکرار حل مسایل با ابعاد مختلف ( $25 \leq n \leq 500$ ) در شکل (۶) آمده است. این مسایل از نوع C که قابلیت بهبود بیشتری دارند انتخاب شده و هر مساله ۳۰ بار با الگوریتم حل شده است. در نهایت مقدار نسبت انحراف



شکل ۶. نسبت پراکندگی جواب‌های الگوریتم با سناریوی C4 بر تعداد کار در ۳۰ تکرار حل مسایل نوع C



شکل ۷. نسبت پراکندگی جواب‌های الگوریتم با سناریوی C4 بر تعداد کار در ۳۰ تکرار حل ۴ نوع مساله

الگوریتم ژنتیک یک رویه تکراری را به منظور تکامل کروموزوم‌ها و جمعیت انجام می‌دهد. هر تکرار الگوریتم را یک نسل می‌نامیم و در هر نسل، صلاحیت کروموزوم‌ها براساس معیار عملکرد (تابع هدف مساله) مورد ارزیابی قرار می‌گیرد.

مراحل الگوریتم ژنتیک استاندارد به صورت ذیل می‌باشد:

- شروع (تولید جمعیت اولیه): در این مرحله یک جمعیت اولیه شامل  $n$  کروموزوم تولید می‌گردد.
- برازندگی: مقدار برازندگی  $f(x)$  هر کروموزوم  $x$  از جمعیت ارزیابی می‌گردد.

### ۵.۲.۳. مقایسه با الگوریتم ژنتیک<sup>۱</sup>

مشهورترین تکنیک در تحقیقات محاسبات تکاملی، الگوریتم ژنتیک است. این الگوریتم یک تکنیک جستجو برای یافتن راه حل‌های نزدیک به بهینه برای مسایل بهینه‌سازی می‌باشد. الگوریتم ژنتیک با یک مجموعه اولیه از جواب‌هایی تصادفی که آنرا جمعیت اولیه می‌نامیم شروع می‌شود و هر عضو جمعیت را یک کروموزوم می‌نامیم که بیانگر یک جواب مسئله است. سپس

1. Genetic algorithm

با ابعاد کوچک (تعداد کار کمتر از ۲۰) جواب بهینه را ارائه می‌دهد و این موضوع با بررسی مدل ریاضی و استفاده از برنامه لینگو مشخص گردید.

زمانبندی اولیه الگوریتم انجماد تدریجی عبارت است از توالی کارها براساس زودترین موعد تحویل که با توجه به جرایم متفاوت دیرکرد و زودکرد، این زمانبندی با اجرای یک الگوریتم پیشنهادی پیشرو بهبود یافته و برای شروع الگوریتم انجماد تدریجی آماده‌تر می‌شود. دو نوع ساختار همسایگی همزمان در مدل مورد استفاده قرار گرفت یکی تعویض موقعیت دو کار مجاور و دیگری تعویض موقعیت دو کار به صورت تصادفی که ساختار اول ضمن حفظ ساختار کلی توالی اصلی موجب همگرایی الگوریتم و افزایش کارایی آن شده و دومی ضمن ایجاد تغییرات بنیادین در زمانبندی، خطر گیر افتادن مدل در نقاط بهینه محلی را کاهش می‌دهد.

استفاده همزمان این دو نوع همسایگی و انتخاب بهترین جواب حاصل از آنها پس از پایان تکرارها در یک دما به برخورداری مدل از مزایای هر دو منجر شد. با انجام آزمایشات مقدماتی و آزمون آماری مشخص شد که بهترین دمای اولیه، نرخ کاهش دما و تعداد تکرار در یک دما به ترتیب ۷۵۰ و ۰.۹۵ و ۲۰ می‌باشد. با این حال پارامتر تعداد تکرار در یک دما به دو صورت ثابت و وابسته به ابعاد مساله و نحوه کاهش دما به دو صورت هندسی با ضریب ثابت ۰.۹۵ و وابسته به میزان بهبود تابع هدف در یک دما بررسی شد.

ترکیب این دو روش، چهار حالت را به وجود آورد و در نهایت مشخص شد که اگر کاهش دما در هر مرحله وابسته به میزان بهبود در آن مرحله باشد در مجموع نتیجه بهتری حاصل خواهد شد. بررسی میزان پراکندگی جواب‌های نهایی در ۳۰ تکرار حل مسایل نیز نشان داد که کارایی الگوریتم پیشنهادی در حل انواع مسایل و با بزرگ شدن ابعاد آن حفظ می‌شود.

به عنوان تحقیقات آتی می‌توان این مساله را در حالتی بررسی نمود که زمان پردازش کارها به صورت احتمالی و یا فازی در نظر گرفته می‌شود و این تغییر، مساله را به حالت واقعی و کاربردی نزدیکتر خواهد کرد. مواردی همچون اضافه کردن محدودیت انبار میانی و انبار نهایی، ثابت بودن زمان تحویل برخی کارها، عدم امکان تاخیر در تکمیل برخی کارها و توسعه مساله به حالت چند ماشینی نیز می‌تواند موضوع تحقیقات آتی باشد. در تکنیک‌های حل نیز می‌توان از الگوریتم‌های فراابتکاری دیگر مانند جستجوی ممنوع استفاده نمود و یا الگوریتم‌های بهینه یاب از جمله شاخه و کران را برای مسائل با ابعاد کوچک توسعه داد.

• جمعیت جدید: یک جمعیت جدید با اجرای مراحل ذیل ایجاد و با تکرار این مراحل کامل می‌گردد:

- a. انتخاب: انتخاب دو کروموزوم از جمعیت مبتنی بر مقدار برازندگی آنها
- b. عملگر ترکیب<sup>۱</sup>: با ادغام احتمالی دو کروموزوم انتخاب شده از جمعیت جاری (والدین)، کروموزوم‌های جدید (فرزندان) تولید می‌گردند.
- c. عملگر جهش<sup>۲</sup>: عملگر جهش احتمالی، کروموزوم‌های جدید را جهش می‌دهد.
- d. پذیرش: کروموزوم‌های جدید در جمعیت جدید قرار داده می‌شود.

- جابجایی: جمعیت جدید با جمعیت قبلی ترکیب و تشکیل نسل جدید را می‌دهند. در این مرحله بعضی از والدین حذف و بعضی از فرزندان جانشین آنها می‌شوند و لذا دو جمعیت تبدیل به یک جمعیت شده و اندازه آن ثابت می‌ماند.
- شرط توقف: اگر شرط توقف برآورده شده باشد، توقف نموده و بهترین راه حل در جمعیت جاری ارائه می‌شود.
- تکرار: در صورت عدم برآورده شدن شرط توقف، به قدم دوم که برازندگی است برمی‌گردیم.

بعد از چند نسل (تکرار)، الگوریتم به سمت بهترین کروموزوم‌ها همگرا می‌شود.

به منظور حصول اطمینان بیشتر از کیفیت جواب الگوریتم پیشنهادی، مسایل مختلف در ۴ دسته طراحی و با استفاده از الگوریتم ژنتیک و الگوریتم پیشنهادی حل شده است. جدول (۹) بیانگر برتری الگوریتم پیشنهادی به لحاظ کیفیت جواب نهایی بوده و جدول (۱۰) نشان می‌دهد که الگوریتم پیشنهادی در زمان کمتری به جواب نهایی رسیده است. باتوجه به زمان خیلی بالای الگوریتم ژنتیک، صرفاً مسایل با ابعاد کوچک، متوسط و بزرگ مورد مقایسه قرار گرفته است.

## ۶. بحث و نتیجه‌گیری

در این مقاله، مساله زمانبندی n کار مستقل بر روی ۲ ماشین در محیط کارگاه جریانی در شرایطی بررسی شد که هم زودکرد و هم دیرکرد کارها مشمول جریمه می‌باشد. همچنین بین جرایم کارها و جرایم زودکرد و دیرکرد یک کار نیز می‌تواند تفاوت وجود داشته باشد. برای حل مساله فوق یک الگوریتم انجماد تدریجی با ویژگی‌هایی معرفی شد که برای مسائل

1. Crossover  
2. Mutation

جدول ۹. مقایسه جوابهای دو مدل GA و C4

میانگین جواب GA و الگوریتم پیشنهادی C4 در هر دسته										تعداد مسئله بررسی شده در هر دسته	تعداد کار	ردیف
میانگین کل		دسته D		دسته C		دسته B		دسته A				
C4	GA	C4	GA	C4	GA	C4	GA	C4	GA			
۲۹۸۸	۳۰۴۳	۱۹۶۵	۱۹۷۳	۱۹۰۸	۲۰۱۵	۴۵۵۸	۴۵۷۸	۳۵۲۰	۳۶۰۴	10	n<=25	۱
۳۰۳۸۴	۳۲۶۱۹	۱۶۴۶۸	۱۸۱۳۴	۱۹۸۲۱	۲۱۲۵۷	۴۷۷۹۴	۴۹۷۱۵	۳۷۴۵۱	۴۱۳۷۱	10	25<n<=75	۲
۱۵۰۵۸۷	۱۶۳۴۱۶	۷۸۷۰۱	۸۳۲۴۲	۹۹۷۵۱	۱۰۶۱۴۲	۲۴۲۱۹۱	۲۷۱۹۲۵	۱۸۱۷۰۴	۱۹۲۳۵۴	10	75<n<=150	۳
۶۱۳۱۹	۶۶۳۵۹	۳۲۳۷۸	۳۴۴۵۰	۴۰۴۹۳	۴۳۱۳۸	۹۸۱۸۱	۱۰۸۷۳۹	۷۴۲۲۵	۷۹۱۱۰	میانگین کل		

جدول ۱۰. مقایسه زمان حل دو مدل GA و C4

میانگین زمان حل GA و الگوریتم پیشنهادی C4 در هر دسته (ثانیه)										تعداد مسئله بررسی شده در هر دسته	تعداد کار	ردیف
میانگین کل		دسته D		دسته C		دسته B		دسته A				
C4	GA	C4	GA	C4	GA	C4	GA	C4	GA			
۰.۴۷	۵.۹۴	۰.۵۴	۶.۲۳	۰.۵۱	۴.۹۶	۰.۳۹	۷.۰۱	۰.۴۳	۵.۵۵	10	n<=25	۱
۱.۹۲	۲۴.۳۶	۲.۶۱	۲۶.۰۳	۱.۸۶	۲۷.۵۴	۱.۲۹	۱۹.۵۲	۱.۹۳	۲۴.۳۳	10	25<n<=75	۲
۴.۲۶	۹۱.۹۱	۶.۵۷	۹۵.۲۶	۳.۸۵	۹۶.۲۱	۲.۷۱	۹۱.۲۵	۳.۹۲	۸۴.۹۱	10	75<n<=150	۳
۲.۲۲	۴۰.۷۳	۳.۲۴	۴۲.۵۱	۲.۰۷	۴۲.۹	۱.۴۶	۳۹.۲۶	۲.۰۹	۳۸.۲۶	میانگین کل		

## مراجع

- [6] Sung, C.S., Kim, Y.H., *Minimizing Due Date Related Performance Measures on Two Batch Processing Machines*, European Journal of Operational Research, 147, 2003, pp. 644-656.
- [7] Emmett Lodree, Jr., Wooseung, J., Cerry, M.K., *A New Rule for Minimizing the Number of Tardy Jobs in Dynamic Flow Shops*, European Journal of Operational Research, 159, 2004, pp. 258-263.
- [8] Moslehi, G., Mirzaee, M., Vasei, M., Modarres, M., Azaron, A., *Two-Machine Flow Shop Scheduling to Minimize the Sum of Maximum Earliness and Tardiness*, Int. J. Production Economic, 122, 2009, pp. 763-773.
- [9] Bulfin, R.L., Rym, M.H., *Minimizing the Weighted Number of Tardy Jobs on a Two-Machine Flow Shop*, Computers & Operations Research, 30, 2003, pp. 1887-1900.
- [10] Celso, S., Sakuraba, Debora, P., Ronconi, Francis, S., *Scheduling in a Two-Machine Flowshop for the Minimization of the Mean Absolute Deviation from a Common Due Date*, Computers & Operations Research, 36, 2009, pp. 60-72.
- [1] Kim, Y.D., *Minimizing Total Tardiness in Permutation Flowshops*, European Journal of Operational Research, 85, 1995, pp. 541-550.
- [2] Jason, Ch., Jen-Shiang, Ch., Chii-Ming, Ch., *Minimizing Tardiness in a Two-Machine Flow-Shop* Computers & Operations Research, 29, 2002, pp. 869-885.
- [3] Muhammad, N., Emory, E.Jr., Inyong, H., *A Heuristic Algorithm for the m-Machine, n-Job Flow-Shop Sequencing Problem*, Original Research Article Omega, 11, 1983, pp. 91-95.
- [4] Varadharajan, T.K., Chandrasekharan, R., *A Multi-Objective Simulated-Annealing Algorithm for Scheduling in Flowshops to Minimize the Makespan and Total Flowtime of Jobs*, European Journal of Operational Research, 167, 2005, pp. 772-795.
- [5] Della Croce, F., Gupta, J.N.D., Tadei, R., *Minimizing Tardy Jobs in a Flowshop with Common Due Date*, European Journal of Operational Research, 120, 2000, pp. 375-381.



- [11] Berkin, T., Meral, A., Suna, K.K., *Two-Machine Flow Shop Scheduling with Two Criteria: Maximum Earliness and Makespan*, European Journal of Operational Research, 157, 2004, pp. 286-295.
- [12] Yeung, W.K., Oguz, C., Edwin Cheng, T.C., *Two-Stage Flowshop Earliness and Tardiness Machine Scheduling Involving a Common Due Window*, Int. J. Production Economics, 90, 2004, pp. 421-443.
- [13] Choua, F.D., Lee, Ch., *Two-Machine Flowshop Scheduling with Bicriteria Problem*, Computers & Industrial Engineering, 36, 1999, pp. 549-564.
- [14] Loukil, T., Teghem, J., Fortemps, Ph., *A Multi-Objective Production Scheduling Case Study Solved by Simulated Annealing*, European Journal of Operational Research, 179, 2007, pp. 709-722.
- [15] Sung, C.S., Min, J.I., *Scheduling in a Two-Machine Flow Shop with Batch Processing Machine(s) for Earliness/Tardiness Measure Under a Common Due Date*, European Journal of Operational Research, 131, 2001, pp. 95-106.
- [16] J.Ruiz-Torresa, A., H.Ablanedo-Rosasb, J., C.Hoc, J., *Minimizing the Number of Tardy Jobs in the Flowshop Problem with Operation and Resource Flexibility*, Computers & Operations Research, 37, 2010, pp. 282-291.
- [17] Pham, D.T., Karaboga, D., *Optimisation Techniques: Genetic Algorithms, Tabu Search, Simulated Annealing and neural networks*, London Springer, 2000.
- [18] Eglese, R.W., *Simulated Annealing: a Tool for Operational Research*, European Journal of Operational Research, 46, 1990, pp. 271-281.
- [19] Kumar Manjeshwar, P., Damodaran, P., Srihari, K., *Minimizing Makespan in a Flow Shop with Two Batch-Processing Machines using Simulated Annealing*, Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 25, 2009, pp. 667-679.
- [20] Amin-Nayeri, M.R., Moslehi, G., *Optimal Algorithm for Flow Shop Sequencing to Minimize Early/Tardy Cost*, International Journal of Engineering Sciences, 12, 2001, pp. 191-209

