**Article Code:917**

**نمودار كنترل  با فواصل نمونه‌گيري متغير با درنظرگرفتن تابع زيان كيفيت تاگوچي**

چكيده

در نمودار كنترل  كلاسيك نرخ نمونه‌گيري از فرايند ثابت است. در واقع همواره نمونه‌هايي با اندازه ثابت و در فاصله‌هاي زماني ثابت از فرايند گرفته مي‌شود. اين نمودار در شناسايي تغييرات كوچك و متوسط در ميانگين فرايند عملكرد خوبي ندارد. همچنين، در مدل‌هاي اقتصادي مقادير ثابتي براي پارامترهاي هزينه‌اي درنظرگرفته مي‌شود. اين درحالي است كه تغييرات ساير پارامترها اثرات متقابلي بر تخمين هزينه‌هاي کيفيت دارد. در سالهاي اخير با گسترش روش‌هاي تاگوچي در طراحي محصول، مفهوم تابع زيان با بسياري از مدل‌هاي تصميم‌گيري آماري که نيازمند تخمين هزينه‌هاي کيفيت هستند، آميخته شده است. در اين راستا برپايه مفاهيم زنجير ماركوف اين تحقيق، به توسعه نمودار كنترل  با فواصل نمونه‌گيري متغير با درنظرگرفتن تابع زيان كيفيت تاگوچي پرداخته است. سپس با استفاده از تكنيك الگوريتم ژنتيك، پارامترهاي نمودار كنترل به گونه‌اي تعيين مي‌گردند كه هزينه‌هاي پايش فرايند حداقل گردد. همچنين، براي تعيين مقادير بهينه پارامترهاي الگوريتم ژنتيك از آرايه متعامد تاگوچي بهره‌گرفته شده است. تحليل نتایج حاصل از مدل توسعه داده شده در مقايسه با رويكرد نمونه‌گيري ثابت، برتري روش توسعه داده شده را نشان می‌دهد.

کلمات کلیدی: نمودار کنترل، الگوریتم ژنتیک، تابع زیان تاگوچی، هزینه های پایش فرایند

1. مقدمه

در طرح پايش فرايند با استفاده از نمودارهاي كنترل، اندازه نمونه در هر بار نمونه‌گيري، فراواني نمونه‏گيري و ضريب حدود کنترل بايستي تعيين شوند. تجارب عملي و معيارهاي آماري خطوط راهنماي کلي براي طراحي نمودارهاي کنترل را ارائه نموده‌اند. براي مثال، ايشيكاوا[[1]](#footnote-2) مقادير، فيگنبام[[2]](#footnote-3) مقادير و جوران مقادير را براي اين پارامترها در طراحي نمودار کنترل شوهارت پيشنهاد داده‌اند. به استثناي دو پارامتر ديگر را نمي‌توان به سادگي به دست آورد.

در ادبيات نمودارهاي كنترل، در صورتي كه پارامترهاي نمودار كنترل در طول پايش فرايند ثابت باشند، طرح‌هاي با نرخ نمونه‌گيري ثابت(FSR) [[3]](#footnote-4) اطلاق مي شود (Reynolds and Arnold, 1989). در مقابل نمودارهاي كنترل انطباقي[[4]](#footnote-5) ناميده مي‌شوند، هرگاه يكي از پارامترهاي نمودار براساس مقادير حاصله از آماره نمونه اي گرفته شده كه در بر دارنده اطلاعات فرآيند است، تغيير نمايد. براي نمونه، اگر آخرين آماره نمونه‌اي داخل حدود كنترل افتاد ولي خيلي نزديك به يكي از حدود كنترل بود، آنگاه منطقي است كه شك كنيم فرآيند بسمت خارج از كنترل بودن شيفت پيدا كرده است و نمونه بعدي بهتر است زودتر گرفته شود. اين انعطاف‌پذيري نمودارهاي كنترل انطباقي هم از لحاظ معيارهاي آماري و هم اقتصادي به نتايج بهتري منجر خواهد شد (Tagaras, 1998). طرح با اندازه نمونه متغير [[5]](#footnote-6)(VSS) ، طرح با فواصل نمونه‌گيري متغير (VSI)[[6]](#footnote-7) و طرح با اندازه نمونه متغير و بازه نمونه‌گيري متغير[[7]](#footnote-8)(VSSI) از جمله طرح‌هاي نمونه‌گيري انطباقي هستند.

نمودار كنترل شوهارت با فواصل زماني متغير، اولين بار توسط (Reynolds et al., 1988) مطالعه شد و سپس (Reynolds and Arnold, 1989) و همچنين (Runger and Pignatiello, 1991) ثابت كردند كه اين نمودار‌ها داراي توان بيشتري در شناسايي تغييرات در ميانگين فرايند نسبت به نمودار كلاسيك مي‌باشند. تحقيقات فوق صرفا به بهينه‌سازي مشخصه‌هاي آماري، مانند خطاهاي نوع يك و دو، متوسط طول دنباله و متوسط زمان تا هشدار تمركز داشته است.

رويكرد طراحي اقتصادي-آماري نمودارهاي كنترل، رويكرد ديگري است كه در پي حداقل‌سازي زيان ناشي از كيفيت پايين توليدات فرايند براي تعيين طرح‌هاي بهينه پايش فرايند است. در اين رويكرد، علاوه بر درنظرگرفتن هزينه‌هاي پايش فرايند، مشخصه‌هاي آماري هم درنظر گرفته مي‌شود. پارامترهاي اصلي مرتبط با تصميمات طراحي اقتصادي-آماري نمودار كنترل عبارتند از: 1) هزينه‌هاي مرتبط با پايش فرايند همچون هزينه توليد محصول نا منطبق، 2) پارامترهاي وابسته به زمان همچون مدت زمان لازم براي نمونه‌گيري و تفسير نتايج و 3) پارامترهاي فرايند مثل اندازه شيفت از ميانگين فرايند. ([Duncan, 1956](#_ENREF_7)) اولين طرح اقتصادي نمودارهاي كنترل را پيشنهاد کرده است. ([Lorenzen and Vance, 1986](#_ENREF_11)) يک مدل اقتصادي براي طراحي نمودارهاي کنترل ارائه دادند که تقريباً از روشي متفاوت از رويكرد Duncan استفاده مي‌کرد. نکته اصلي در مورد اين مدل، استفاده از متوسط طول دنباله در شرايط تحت کنترل و خارج از کنترل به جاي خطاهاي نوع اول و دوم است. تحقيقات متعددي در زمينه طراحي اقتصادي (و اقتصادي-آماري) نمودار كنترلي انطباقي صورت گرفته است (Bai and Lee, 1998, Bai and Lee, 2002, Chen, 2004, Chen and Chiou, 2005, Yu et al., 2007, Lin and Chou, 2008, Lin et al., 2009, Lee et al., 2012, Niaki et al., 2012, Cheng and Guo, 2011).

نخستين طرح اقتصادي نمودار كنترل با فواصل نمونه‌گيري متغير (VSI) توسط (Bai and Lee, 1998) توسعه داده شد. (Yu and Chen, 2005) به طراحي نمودار كنترل- VSI در يك فرايند پيوسته پرداخته‌اند. (Yu et al., 2007) طرح فوق را با درنظرگرفتن چندين علت بادليل توسعه داده‌اند. (Lin et al., 2009) و (Chen and Yeh, 2011) به توسعه طرح اقتصادي نمودار كنترل با فواصل نمونه‌گيري متغير در شرايط غير نرمال بودن داده‌هاي فرايند پرداخته اند. در تحقيقات فوق، مدل اقتصادي با فرض مقاديري ثابت براي پارامترهاي هزينه‌اي در مدل طراحي شده است. با توجه به اثرات متقابلي که تغييرات پارامترها بر روي هم دارند، استفاده از مفهوم تابع زيان براي تخمين هزينه‌هاي کيفيت پائين توسط محققين توصيه شده است. دمينگ ([Deming, 1982](#_ENREF_6)) معتقد است که تابع زيان تاگوچي توصيف بهتري از دنياي واقعي دارد که در آن حداقل زيان در مقدار اسمي است و با هرگونه انحراف‌ از مقدار اسمي مقدار زيان افزايش خواهد يافت. لذا طراحي اقتصادي-آماري نمودار كنترل با تلفيق مدل‌هاي كلاسيك هزينه‌اي مانند مدل‌هاي دانكن و لورنزن و وانس، با تابع زيان كيفيت تاگوچي توسعه داده شده است (Safaei et al., 2012, Al-Ghazi et al., 2007, Yang, 1998, Koo and Lin, 1992). مدل‌هاي طراحي اقتصادي با درنظرگيري تابع زيان تاگوچي، از مفاهيم تاگوچي و كنترل آماري فرايند بهره برداري مي‌کنند و براي هر انحرافي از مقدار هدف، چه سيستم تحت کنترل و چه خارج از کنترل باشد، جريمه درنظرگرفته مي‌شود.

([Taguchi et al., 1989](#_ENREF_18)) طرحی اقتصادي براي تعيين بازه تشخيص و حدود کنترل يک سيستم توليدي را با استفاده از تابع زيان ارائه نموده اند. محققين بسياري تابع زيان تاگوچي را در طراحي اقتصادي-آماري نمودار کنترل  شوهارت بکارگرفته اند ([Moskowitz et al., 1994](#_ENREF_79), [Elsayed and Chen, 1994](#_ENREF_51), [Koo and Lin, 1992](#_ENREF_63)). همچنين، ([Chou et al., 2002](#_ENREF_4)) با استفاده از تابع زيان تاگوچي به توسعه ايده ([Montgomery and Klatt, 1972](#_ENREF_13)) براي نمودار کنترل چند متغيره، براي پايش همزمان ميانگين و واريانس پرداخته اند. ([Serel and Moskowitz, 2008](#_ENREF_16)) نيز با استفاده از تابع زيان تاگوچي طراحي اقتصادي آماري نمودار کنترل EWMA را بررسي کرده‏اند. اما هيچ يك از تحقيقات انجام شده تاكنون طراحي اقتصادي نمودار کنترل انطباقي را با درنظرگيري تابع زيان كيفيت تاگوچي بررسي نكرده‌اند.

در این تحقیق، طراحي نمودار کنترل  انطباقي با فاصله نمونه‌گيري متغير (VSI) توسعه داده خواهد شد. ابتدا مدل نمودار كنترل  با طرح نمونه‌گيري با فواصل زماني متغير طراحي مي‌گردد. در بخش سوم، تابع هزينه پايش فرايند توسعه داده خواهد شد. در بخش چهارم، با استفاده از الگوريتم فراابتكاري ژنتيك روش حلي براي تعيين طرح بهينه پايش فرايند ارائه شده است. همچنين، براي تعيين مقادير بهينه پارامترهاي الگوريتم ژنتيك از آرايه متعامد تاگوچي بهره گرفته شده است. در بخش پنجم، تحليل عددی نتایج حاصل از مدل جديد با رويكرد نمونه‌گيري ثابت مقايسه شده است و تحليل حساسيت پارامترهاي مدل در ادامه صورت گرفته است. در نهايت نتيجه‌گيري و پيشنهادات براي تحقيقات آتي ارائه شده است.

1. نمودار کنترل انطباقي با فاصله نمونه گيري متغير(VSI)

در نمودار کنترل انطباقي با فاصله نمونه‌گيري متغير(VSI) پارامترهاي اندازه نمونه، بازه هاي نمونه‏گيري وحد هشدار و حد کنترل بگونه­اي تعيين شوند که با درنظرگرفتن تابع هزينه اقتصادي و هزينه‌هاي ناملموس خارجي، متوسط کل هزينه‌هاي سيستم کنترل کيفي حداقل گردد. در نمودار کنترل VSI- نمونه‌هاي با اندازه ثابت گرفته مي شود و نمونه آتي همواره بسته به وضعيت فعلي آماره، در يکي از بازه‌هاي  نمونه‏گيري خواهد شد. رابطه بين دو بازه نمونه‌گيري بصورت  است. اگر مقدارآماره زيرگروه i-1 ام در ناحيه ميان خط هشدار تا حد كنترل نمودار قرار گيرد، اين احتمال وجود دارد كه تغييري در ميانگين فرايند رخ داده شده باشد، و امكان اعلام يك هشدار از سوي نمودار در زير‌گروه‌ بعدي وجود دارد. لذا زيرگروه i ام بعد از واحد زماني، گرفته خواهد شد. در غير اين صورت زماني كه آماره در ناحيه مرکزي قرارگيرد، نمونه بعدي در واحد زماني ديگر از فرايند جمع‌آوري خواهد شد. بنابراين، طرح نمونه‌گيري VSI به فرم زير تعريف مي‌گردد:

|  |  |
| --- | --- |
| )1( |  |

در نمودارهاي کنترل انطباقي هنگامي که فرايند از حالت تحت كنترل آماري (=0)، شروع بكار مي‌نمايد از تعديل شده معيار متوسط زمان تا هشدار (*ATS*) با نام *AATS*[[8]](#footnote-9) استفاده مي‌شود. *AATS* بيانگر متوسط زمان لازم از وقوع شيفت تا دريافت يك هشدار از سوي نمودار كنترل است. معمولاً فرض مي‌شود كه مدت زماني كه فرايند در حالت تحت كنترل باقي مي‌ماند از توزيع نمايي با ميانگين  پيروي مي‌نمايد. سپس تغييري در ميانگين فرايند به اندازه  سبب بروز يك حالت خارج از كنترل مي‌گردد. لذا، مقدار*AATS* زماني كه تغييري به اندازه  در ميانگين فرايند رخ داده باشد، برابر است با رابطه شماره (2):

|  |  |
| --- | --- |
| )2( |  |

در رابطه فوق، *ATC* بيانگر متوسط زمان لازم از شروع توليد تا مشاهده اولين هشدار از سوي نمودار بعد از وقوع تغيير در فرايند است. معيار *ATC* را مي‌توان با توجه به ويژگي فقدان حافظه توزيع نمايي و خواص زنجيره ماركوف محاسبه نمود. همانگونه که اشاره شد، اگر نمونه گرفته شده پيشين در ناحيه مرکزي قرارگيرد، نمونه بعدي در  واحد زماني ديگر از فرايند جمع‌آوري خواهد شد. در هر بار نمونه‌گيري از فرايند يكي از چهار حالت زير رخ مي‌دهد:

* حالت 1: فرآيند تحت کنترل و بازه نمونه گيري بزرگ باشد.
* حالت 2: فرآيند تحت کنترل و بازه نمونه گيري کوچک باشد.
* حالت 3: فرآيند خارج کنترل و بازه نمونه گيري بزرگ باشد.
* حالت 4: فرآيند تحت کنترل و بازه نمونه گيري کوچک باشد.

نمودار کنترل هنگامي که مقدار نمونه در ناحيۀ اقدام قرار گيرد، هشداري مبني بر خارج ازكنترل بودن فرايند اعلام مي‌دارد و جستجوي براي يافتن انحراف بادليل شروع مي‌شود. در اين صورت يكي از حالت‌هاي زير ممكن است پيش آمده باشد:

* اگر حالت جديد، حالت 1 يا 2 باشد، هشداري غلط صادر شده است.
* اگر حالت جديد، حالت 3 يا 4 باشد، سيگنال هشداري صحيح مي‌باشد.
* و حالت 5، زماني که هشدار صحيح رخ دهد، را مي توان حالت جاذب[[9]](#footnote-10) در زنجيرهاي ماركوف ناميد.

مفاهيم اساسي زنجيرهاي ماركوف را كه در اين بخش به‌كار رفته‌اند را مي‌توان در (Cinlar, 1975) يافت. براي يك زنجير ماركوف با چهار حالت گذرا فوق، ماتريس احتمال تغيير وضعيت زماني، ماتريس احتمالات انتقال ، به قرار زير است:

|  |  |
| --- | --- |
| )3( |  |

در ماتريس فوق احتمال  بيانگر احتمال تغيير وضعيت به حالت فعلي *j* از حالت قبلي *i* است. در ادامه، احتمال تغيير وضعيت فرايند از هر حالت به حالت ديگر محاسبه شده است. احتمالات تغيير وضعيت فرايند از حالت 1 به ساير حالت‌ها مطابق رابطه شماره (4) است.

|  |  |
| --- | --- |
| )4( |  |

همچنين، احتمال تغيير وضعيت فرايند از حالت 2 به ساير حالت‌ها طبق رابطه شماره (5) قابل تعريف است.

|  |  |
| --- | --- |
| )5( |  |

در رابطه شماره (6) ، احتمالات تغيير وضعيت فرايند از حالت 3 به ساير حالت‌ها داده شده است.

|  |  |
| --- | --- |
| )6( |  |

احتمالات تغيير وضعيت فرايند از حالت 4 به ساير حالت‌ها مطابق رابطه شماره (7) است.

|  |  |
| --- | --- |
| )7( |  |

در روابط فوق Ф() تابع توزيع تجمعي[[10]](#footnote-11) نرمال استاندارد مي‌باشد. با توجه به خواص زنجير ماركوف، اميد رياضي مدت زمان لازم از شروع فرايند تا رسيدن به حالت جاذب، از رابطه زير بدست مي‌آيد:

|  |  |
| --- | --- |
| )8( |  |

كه در آن همان ماتريس تغيير وضعيت  است كه سطر و ستون مربوط به حالت جاذب حذف شده است.  برداراحتمال‌هاي آغازين است كه در آن  وI ماتريس هماني از درجه چهار و بردار فواصل زماني نمونه‌گيري است. بنا به خواص زنجير ماركوف، متوسط دفعات نمونه‌گيري براي طرح VSI برابر است با:

|  |  |
| --- | --- |
| )9( |  |

 بردار اندازه نمونه‌گيري با توجه به چهار حالت انتقال است. همچنين، براي محاسبه متوسط تعداد هشدارهاي اشتباهی () با توجه به خواص مقدماتي زنجيره ماركوف مي‌توان نوشت كه:

|  |  |
| --- | --- |
| )10( |  |

 احتمالات هشدار اشتباه در حالات انتقال است.

متوسط زمان لازم از وقوع شيفت تا دريافت يك هشدار از سوي نمودار كنترل (*AATS*)، با فرض توزيع نمايي مدت زمان وقوع تغييرات در ميانگين فرايند با ميانگين  ، به صورت زير تعريف مي گردد:

|  |  |
| --- | --- |
| )11( |  |

1. تابع هزينه پايش فرايند

هزينه انتظاري پايش فرايند در هر ساعت از نسبت هزينه انتظاري در هر چرخه کيفي به زمان انتظاري هر چرخه حاصل مي‌شود. هر چرخه کيفي از حالت تحت کنترل ( در زمان شروع فرايند) تا زمان شناسايي حالت خارج از کنترل و نهايتاً تعمير فرايند و بازگشت به حالت کنترل تعريف مي‌شود. در شکل شماره (1) چرخه كيفي در مدل‌هاي اقتصادي-آماري نمودارهاي کنترلي نمايش داده شده است.



شکل شماره (1) – چرخه كيفي در مدل اقتصادي نمودار کنترل

از آنجا كه هر فرايند پس از تعمير، مجدداً به حالت آغازين خود باز مي‌گردد، هر چرخه كيفي در قالب يك فرايند تجديد پاداش[[11]](#footnote-12) مدل بندي مي‌گردد. هر سيکل توليد شامل پريودهاي زماني زير است:

1. مدت زماني كه فرايند تحت كنترل است.
2. مدت زماني كه براي جستجوي هشدار اشتباهي صرف مي‌شود.
3. مدت زماني كه طول مي‌كشد تا اين ‌که نمودار هشدار خارج از کنترل را صادر کند.
4. مدت زماني كه صرف تعمير فرايند و رفع عوامل با دليل مي‌گردد.

با فرض توزيع انحرافات با دليل بصورت توزيع پواسن با پارامتر، زماني که فرايند تحت کنترل باقي مي­ماند متغيري تصادفي با توزيع نمايي منفي با ميانگين  خواهد بود. بنابراين متوسط زمان دوره تحت کنترل برابر با  مي­باشد.

متوسط هزينه سيستم کيفيت،، شامل هزينه­هاي نمونه‌گيري، جستجو و تعميررا دربر مي‌گيرد.

1. هزينه­هاي مرتبط با توليد در حالت تحت کنترل و خارج از كنترل با رابطه زير حاصل مي شود.

|  |  |
| --- | --- |
| )12( |  |

هزينه توليد هر واحد محصول معيوب وقتي که فرآيند در شرايط تحت کنترل و خارج از كنترل است بترتيب  و  می باشد.

1. هزينه­هاي نمونه‌گيري، با توجه به رابطه حاصله براي متوسط دفعات نمونه‌گيري معادل زير است.

|  |  |
| --- | --- |
| )13( |  |

که *s* هزينه متوسط نمونه گيري براي هر واحد محصول مورد نظر مي‌باشد.

1. با توجه به خواص مقدماتي زنجيره ماركوف متوسط تعداد هشدارهاي اشتباهي () در بخش قبل محاسبه شده است. چنانچه، هزينه انتظاري مربوط به بررسي يک هشدار اشتباهي*f0* محاسبه شده باشد ( اين هزينه شامل هزينه جستجو و هزينه توقف خط توليد در صورت وجود است). هزينه هاي هشدارهاي اشتباهي در هر سيکل کيفي مطابق رابطه (9) بدست می آید.

|  |  |
| --- | --- |
| )14( |  |

1. متوسط هزينه جستجو براي يك هشدار با دليل و تعمير فرايند (که شامل هزينه توقف فرايند در صورت وجود نيز مي باشد) معادل *W*  درنظرگرفته شده است.

تابع هزينه پايش فرايند، به صورت زير خواهد بود:

|  |  |
| --- | --- |
| )15( |  |

همچنين پارامترهاي وابسته به زمان مانند ميانگين زماني كه طول مي‌كشد تا فرايند به حالت خارج از كنترل شيفت پیدا كند، زمان لازم براي بررسي هشدار اشتباه نيز بايد مشخص شوند.

1. اميد رياضي مدت زمان لازم از شروع فرايند تا رسيدن به حالت جاذب 
2. متوسط زمان لازم كه صرف جستجو براي هشدارهاي اشتباهي مي‌شود  واحد زماني و زماني كه فرايند پيوسته است، مقدار آن صفر در نظر گرفته مي‌شود. بنابراين  واحد زماني براي جستجوي هشدار اشتباهي صرف خواهد شد.
3.  متوسط زمان مورد نياز براي تشخيص انحراف با دليل و تعمير آن پس از دريافت يك هشدار صحيح است.

متوسط زمان هر چرخه کيفي،، مطابق رابطه زير تخمين زده می شود:

|  |  |
| --- | --- |
| )16( |  |

تابع هزينه پايش فرايند در هرساعت، با توجه به سياست VP، به فرم زير خواهد بود:

|  |  |
| --- | --- |
| )17( |  |

براي اجتناب از عملكردهاي ضعيف آماري نمودارهاي كنترلی كه به صورت اقتصادي طراحي مي‌شوند، و منجر به ناتواني در كشف انحرافات با دلیل در فرايند مي گردند، استفاده از محدوديتهاي آماري همزمان با مدل اقتصادي توصيه مي‌شود. در اين تحقيق، طراحي بهينه نمودار کنترل با درنظرگرفتن تابع هزينه اقتصادي و هزينه‌هاي ناملموس خارجي در کنار بهبود مشخصه‌هاي آماري بررسي مي‌شود. همچنين، براي درنظرگيرفتن هزينه‌هاي ناملموس خارجي از تابع زيان کيفيت تاگوچي استفاده می شود. در اين مدل،** هم­چنان به­ عنوان معيار اقتصادي براي ارزيابي بخش قابل اندازه­گيري هزينه‌ها مورد استفاده قرار مي­گيرد. بنابراين، تخمين پارامترهاي هزينه همانند  و در تابع هزينه ** شامل بخشهاي قابل اندازه­گيري مي‌باشد.

ميانگين فرايند براي مشخصه کيفي در حالت تحت کنترل بصورت  درنظرگرفته مي‌شود که تابعي بشکل و داراي چگالي احتمال توزيع نرمال،، است. اگر مقدار هدف براي مشخصه کيفي تحت بررسي مقداري معادل با  باشد. زيان کيفيت تنها در حالتي صفر خواهد شد که مشخصه کيفي با مقدار هدف خود برابر باشد. زيان کيفي با افزايش ميزان انحراف از مقدار هدف افزايش خواهد يافت. چنانچه تابع زيان، حول مقدار هدف متقارن باشد؛ ضريب زيان  بگونه­اي تخمين زده مي­شود که تابع زيان به صورت زير باشد:

|  |  |
| --- | --- |
| )18( |  |

چنانچه، مشخصه کيفي داراي حد مجاز تلورانس به اندازه  باشد، ضريب زيان  متناسب با هزينه دوباره کاري يا اسقاط يک واحد محصول معيوب،*A* ، قابل بيان است:

|  |  |
| --- | --- |
| )19( |  |

با توجه به اينکه ميانگين مشخصه کيفي در حالت تحت کنترل بصورت  با چگالي احتمال  است. هزينه­ مورد انتظار هر محصول در شرايط تحت کنترل بوسيله  نشان داده مي­شود. براي طراحي نمودار کنترل براساس تابع زيان درجه دوم متقارن،  به صورت زير قابل محاسبه است:

|  |  |
| --- | --- |
| )20( |  |

با توجه به حضور عامل بادليل، در شرايط تغيير ميانگين فرايند، در حالت خارج از کنترل اين جابجايي به ميزان  خواهد بود. هزينه مورد انتظار هر محصول تحت تابع زيان درجه دوم در شرايط خارج از کنترل فرايند بصورت رابطه شماره (16) محاسبه مي‌شود.

|  |  |
| --- | --- |
| )21( |  |

استنتاج رابطه فوق براساس تغيير توزيع مشخصه کيفي  در حالت خارج از کنترل به توزيع نرمال  حاصل شده است. اگر واحد محصول در هر ساعت توليد شود،  و، در تابع هزينه رابطه شماره (12)، بشکل  و قابل محاسبه هستند. جابجايي در ميانگين فرايند () از طريق مولفه  در تابع هزينه درنظرگرفته مي‌شود.

پس از بازنويسي تابع هزينه مدل اقتصادي-آماري در رابطه شماره (12)، ، که شامل بخشهاي قابل اندازه­گيري است با تخمين‌هاي ارائه شده براي پارامترهاي هزينه‌اي  و، مدل هزينه جديد به شکل متوسط زيان کل[[12]](#footnote-13) () معرفي مي‌شود. با استفاده از اعمال جريمه بيشتر با بدترشدن کيفيت خروجي فرايند، دربرگيرنده بخشهاي غير قابل اندازه­گيري از کيفيت خروجي فرايند که در ديدگاه مشتري اثرگذار است، خواهد بود. در زمينه نحوه کارايي مدل در اين بخش در قالب نمونه عددي توضيحات بيشتر ارائه خواهد شد.

کاربردهاي صنعتي و ترجيحات کاربران ممکن است نيازمند محدوديتهايي روي متغيرهاي تصميم مسئله باشند. بنابراين، در مدل چند هدفه اقتصادي-آماري ارائه شده محدوديت هايي نيز بايستي لحاظ شود. همچنين، براي جلوگيري از هشدارهاي اشتباهي که بر روي ديدگاه کاربران در استفاده از نمودارکنترل تاثير منفي مي‌گذارد([Woodall, 1986](#_ENREF_20)) و ([Saniga, 1989](#_ENREF_15))، محدوديت  را در نظر گرفته اند. اين محدوديت حد قابل قبول،، را براي متوسط تعداد هشدارهاي اشتباهي حفظ خواهد نمود. چنانچه به تعداد محدوديت داشته باشيم، اين محدوديتها در قالب توابع نمايش داده مي‌شوند. مدل‏سازي طراحي اقتصادي-آماري نمودار کنترل با تابع هزينه ، بصورت ذيل پيشنهاد می شود:

|  |  |
| --- | --- |
| )22( |  |

در اين مدل، پارامترهاي بهينه نمودارکنترل بگونه­اي تعيين مي‌شوند تا حداقل گردد. به تعبيري ديگر، مدل طراحي اقتصادي-آماري نمودار کنترل بصورت زير خواهد بود.

|  |  |
| --- | --- |
| )23( |  |

1. الگوريتم حل مسئله

مسئله بهينه سازي فوق، داراي متغيرهاي تصميم گیری گسسته و پيوسته و فضاي پاسخ نامحدب است. از آن رو حل اين مدل با استفاده از روش هاي بهينه سازي کلاسيک مقدور نمي‌باشد. الگوريتم ژنتيک يک روش جستجو فرا ابتکاري است که توسط هلند[[13]](#footnote-14) در سال 1975 معرفي گرديد. اين الگوريتم نسبت به ساير الگوريتم هاي فرا ابتکاري ديگر بيشتر مورد توجه قرار گرفته است. الگوريتم ژنتيک براي بهينه ‌سازي تابع هدف نيازي به تجزيه و تحليل رياضي و پيچيده تابع مورد نظر ندارد و در بسياري از زمينه هاي بهينه سازي به طور وسيعي استفاده مي‌شود. در واقع هدف الگوريتم ژنتيک دست يابي به يک بهينه عمومي و نه محلي، بدون پيچيده کردن فضاي جواب است.

الگوريتم ژنتيک از يک مجموعه جواب هاي شدني کوچک (جمعيت) در يک فرايند موازي شروع به توليد نسل جديد يا جمعيت جديد مي نمايد. اين فرايند تکراري برگرفته از مباحث ژنتيکي تکامل موجودات است و نسل جديد را همانند فرايند بقاء به طور کاملاً تصادفي از نسل حاضر توليد مي کند. از جمله ويژگي هاي الگوريتم ژنتيک مي‌توان به موارد زير اشاره كرد:

1. در الگوريتم ژنتيک، جمعيتي از نقاط (به جاي يک نقطه) به صورت موازي مورد جستجو قرار مي گيرند.
2. در الگوريتم ژنتيک از قواعد انتقال احتمالي (به جاي قواعد انتقال قطعي) استفاده مي شود.
3. در الگوريتم ژنتيک نيازي به اطلاع درباره مشتق‌ پذيري تابع هدف نيست و تنها کافي است که براي مسئله مورد نظر يک تابع برازش تعريف شود.
4. به راحتي مي تواند براي مسائل چند هدفه بکار رود.
5. روش هاي متعددي براي سرعت دهي به الگوريتم و بهبود کيفيت جواب وجود دارد و به محض افزايش آگاهي از دامنه مسئله مي توان با محدود کردن فضاي پاسخ ، از اين روش ها استفاده نمود.
6. ليستي از متغيرهاي بهينه ارائه مي‌دهد و نه فقط يک جواب بهينه.

کيفيت جوابهاي ارائه شده توسط الگوريتم ژنتيک، به پارامترهاي GA بستگي دارد. از جمله پارامترهاي GA اندازه جمعيت () ، کسر ترکيب**[[14]](#footnote-15)** (CP) ، تعداد جمعيت نخبه**[[15]](#footnote-16)** (NE) ، تعداد تکرار الگوريتم[[16]](#footnote-17) (GN) و نرخ جهش[[17]](#footnote-18) مي‌باشند. در ادامه الگوريتم ژنتيک و پارامترهاي کليدي که در شروع الگوريتم بايستي تعيين و در خلال الگوريتم بکارگرفته شوند، تشريح می شود.

1. الگوريتم ژنتيک با تعدادي از جواب هاي اوليه شدني بنام جمعيت اوليه شروع به کار مي کند. اندازه جمعيت در ابتدا بايستي تعيين شود. هر جمعيت داراي  کروموزوم[[18]](#footnote-19) مي‌باشد كه به طور كاملاً تصادفي از فضاي جواب مسئله مورد بررسي توليد مي‌شود. هرچه اين کميت مقدار بزرگتري باشد، در هر نسل محدوده ي بزرگتري از فضاي پاسخ مورد بررسي قرار مي گيرد. در اين تحقيق يک کروموزوم مرکب از پنج ژن[[19]](#footnote-20) در نظر گرفته می شود و هر ژن معرف يک متغير تصميم است. متغيرهاي تصميم مدل  می باشند. شکل شماره (3) نمونه­اي از کروموزوم معرفي شده را نشان مي‌دهد.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 5 | 2 | 1.5 | 3 | 1.5 |
|  |  |  |  |  |

شکل شماره (2) – نمونه‏اي از کروموزوم معرفي شده

1. مقدار تابع هزينه براي کروموزوم هاي هر نسل محاسبه مي شود. آنگاه بهترين هاي هر نسل براي عمل جفت گيري انتخاب مي شوند و مابقي حذف مي گردند. کسر ترکيب يا عملگر تلاقي براي توليد نسل جديد، بدين صورت است که دو والد به عنوان پدر و مادر انتخاب مي شوند و حاصل جفت گيري دو فرزند است. نرخ انتخاب، کسري از  است. تعداد کروموزوم هايي که در هر نسل نگهداري مي شوند برابر است با .=. در واقع هر نسل شامل  کروموزوم ارشد و -  فرزند است که با عمل جفت‌گيري از والدين بدست می آید.والدين در مجموع بايد-  فرزند را توليد کنند تا نسل جديد تکميل گردد.
2. براي آن که الگوريتم ژنتيک سريعاً به يک مقدار بهينه محلي همگرا نشود، عملگر جهش صورت مي‌گيرد تا تنوع بررسي و آزادي عمل الگوريتم در بررسي نقاط فضاي جواب افزايش يابد. در اينجا عددي تصادفي از توزيع خاصي به مقدار ژن كروموزوم انتخابي اضافه مي‌شود. اغلب کاربران الگوريتم ژنتيک عددي تصادفي از توزيع نرمال با ميانگين صفر را انتخاب مي‌کنند. در اين روش بايد براي واريانس توزيع نرمال مقداري انتخاب شود. البته معمولاً کروموزوم هايي براي عمل جهش انتخاب مي شوند که جزو بهترين کروموزوم هاي هر نسل نباشند.
3. زماني که از اپراتورهاي ژنيتيکي استفاده مي شود ممکن است بهترين کروموزوم ها از دست بروند. لذا لازم است که به منظور حفظ بهترين اطلاعات هر نسل، نخبگان هر نسل مستفيماً به نسل بعدي انتقال يابند. در واقع، عملگر نخبگي**[[20]](#footnote-21)** روشي است براي نگهداري يک کپي از بهترين کروموزوم هاي هر نسل در نسل جديد. مکانيزم فوق الگوريتم ژنتيک را مجبور مي سازد تا همواره تعدادي از بهترين‌ها را در هر نسل نگه دارد. به تجربه ثابت شده است که اين مکانيزم عملگر الگوريتم ژنتيک را بهبود داده و در ضمن زمان همگرايي را کوتاه مي نمايد.
4. بعد از آنکه عملکرد تلاقي و جهش صورت پذيرفت، ميزان تابع مطلوبيت براي هر کروموزوم محاسبه مي شود. سپس کروموزوم ها رتبه بندي مي شوند و مجدداً بهترين ها انتخاب مي شوند. معيار توقف که در اينجا تعداد تکرارهاي الگوريتم در نظر است، بررسي مي‌شود و مجدداً‌ اين حلقه تا رسيدن به جواب بهينه ادامه مي‌يابد.

در اين تحقيق و در الگوريتم توسعه داده شده، نرخ جهش بصورت ترکيب خطي از ساير پارامترها در نظرگرفته شده است. انتخاب ترکيب بهينه پارامترهاي GA در اغلب موارد از طريق سعي و خطا انجام مي‌شود، که بدليل تعدد حالات ممکن دشوار است. براي تعيين مقادير بهينه چهار پارامتر GA از آرايه متعامد تاگوچي[[21]](#footnote-22) L9 بهره گرفته شده است. استفاده از اين روش در تعيين بهينه پارامترهاي GA توسط محققين بسياري در حوزه طراحي اقتصادي-آماري نمودارهاي كنترل توصيه شده است ([Chou et al., 2006](#_ENREF_3), [Chen and Chang, 2008](#_ENREF_2), [Yang and Chen, 2009](#_ENREF_22), [Chen and Yeh, 2009](#_ENREF_1)). آرايه متعامد L9 ، نه ترکيب از پارامترهاي کنترلي را در سه سطح مختلف براي هر کدام درنظرمي گيرد. در ) سطوح هر کدام از پارامترها ارائه شده است.

|  |
| --- |
| جدول شماره (1‌) – سطوح هر يک از پارامترها در طرح متعامد |
| Parameter | Range | Level 1 | Level 2 | Level 3 |
| Population size () | 100 – 900 | 100 | 500 | 900 |
| Crossover Fraction (CF) | 0.1 – 0.9 | 0.1 | 0.50 | 0.90 |
| Number of Elites (NE) | 4 – 10 | 4 | 6 | 10 |
| Number of Generations (NG) | 50 – 150 | 50 | 100 | 150 |

اين الگوريتم براي هر يک از سطوح سه بار (Y1 ، Y2 و Y3) تکرار شده است. سپس نتايج حاصل از 27 بار اجراي الگوريتم اخذ شده است. مقادير پاسخ براي هر يک از سطوح پارامترها در هر تکرار در ) نمايش داده شده است. از آنجا که تابع هدف مسئله از نوع حداقل‌سازي مي‌باشد، نرخ سيگنال نسبت به نويز(SN)[[22]](#footnote-23) براي ارزيابي نتايج آزمايشات انجام شده از طريق رابطه زير محاسبه شده است. شاخص SN هر چه بزرگتر باشد بهتر است ([Taguchi et al., 2005](#_ENREF_17)).

 (24)

|  |
| --- |
| جدول شماره (2‌) – طرح متعامدL9براي پارامترهايGA |
| Runs |  | CF | NE | NG | Y1 | Y2 | Y3 | *SN* |
| 1 | 100 | 0.10 | 2 | 50 | 121.848 | 123.106 | 123.106 | -41.7760 |
| 2 | 100 | 0.50 | 6 | 100 | 121.848 | 123.106 | 121.848 | -41.7463 |
| 3 | 100 | 0.90 | 10 | 150 | 123.106 | 123.106 | 123.106 | -41.8056 |
| 4 | 500 | 0.10 | 6 | 150 | 121.848 | 121.848 | 121.848 | -41.7164 |
| 5 | 500 | 0.50 | 10 | 50 | 121.848 | 121.848 | 121.848 | -41.7164 |
| 6 | 500 | 0.90 | 2 | 100 | 121.848 | 121.848 | 121.848 | -41.7164 |
| 7 | 900 | 0.10 | 10 | 100 | 121.848 | 121.848 | 121.848 | -41.7164 |
| 8 | 900 | 0.50 | 2 | 150 | 121.848 | 121.848 | 121.848 | -41.7164 |
| 9 | 900 | 0.90 | 6 | 50 | 121.848 | 121.848 | 121.848 | -41.7164 |

در رابطه شماره (24) پارامتر *r* تعداد تکرار در هر سطح است. مقدار شاخص SN براي هر سطح، از روي مقادير متوسط پاسخ‌ها در سه تکرار (Y1 ، Y2 و Y3) محاسبه شده و در ) ارائه گرديده است. مجموع نرخ SN براي هر يک از سه سطح پارامترهاي GA در ) داده شده است. بر اساس بيشترين مقدار شاخصSN در هر سطح، ترکيب بهينه از سطوح چهار پارامتر GA بترتيب =500 ، CF=0. 5 ، NE=6 و NG=100 پيشنهاد مي‌شود.

|  |
| --- |
| جدول شماره (3‌) – مجموع نرخ SN براي هر يک از سه سطح پارامترهاي GA |
|  |  | CF | NE | NG |
| Level 1 | -125.3279 | -125.2088 | -125.2088 | -125.2088 |
| Level 2 | -125.1491\* | -125.1790\* | -125.1790\* | -125.1790\* |
| Level 3 | -125.1491\* | -125.2383 | -125.2383 | -125.2383 |
| \* بيشترين مقدار نرخSN براي هر پارامتر |

براي اطمينان از کفايت سطوح اوليه تعيين شده براي پارامترها، اثر ساير ترکيبات بر روي جوابهاي GA نيز بررسي گرديد. براي نمونه CF < 0.1 و > 150 نيز مورد آزمايش قرار گرفت. ترکيب بهينه حاصله از آرايه‌هاي متعامد L9 بهترين نتيجه را بين آزمايشات بررسي شده حاصل نموده است.

1. تحليل عددي

در ادامه تحليل عددي مدل اقتصادي نمودار کنترل  با فواصل نمونه گيري متغير توسعه داده شده بصورت مسئله کمينه‌سازي با تابع هزينه  ارائه شده است. محدوده منطقي براي اندازه نمونه گيري ] 30 , 1[، بازه نمونه‌گيري ]8 , 1/0[ و ضريب حدود کنترل ]5 , 1[ تعيين شده است. پارامترهاي هزينه و فرايند بشرح ذيل مي‌باشند: هزينه­ نمونه­گيري  = $5 است؛ هزينه يافتن يک انحراف با دليل= $1000 است؛ هزينه هر بار هشدار اشتباهي = $1500است؛ متوسط زمان جستجو براي هشدار اشتباهي = 5 ساعت است؛ متوسط زمان جستجو براي شناسايي انحراف با دليل و اصلاح فرايند = 2 ساعت است؛ و ميزان انحراف در ميانگين فرايند هنگامي که فرايند به حالت خارج از کنترل مي‌رود، به اندازه 1.5 انحراف معيار= 1.5 است.

همچنين، ضريب تابع زيان درجه دوم بصورت و ميانگين واقعي توليدات فرايند با مقدار مشخصه فني در طراحي انطباق داشته و مقدار واريانس توليدات فرايند  است. متوسط زمان دوره تحت کنترل برابر با 100 مي­باشد. اگر نرخ توليد = 100 در هر ساعت ­باشد، هزينه توليد هر واحد محصول معيوب در شرايط تحت کنترل و خارج از كنترل فرايند بترتيب و خواهد بود.

بردار جواب طرح  است که جواب­هاي مختلف براساس تابع هدف هزينه­هاي داخلي و خارجي کيفيت ارزيابي مي­شوند. علاوه برآن محدوديت‌هاي** نيز به مسئله افزوده شده است.

از ديدگاه اقتصادي، حداقل هزينه­ها در بردار جواب= (4 , 4.53, 0.1, 3.08, 1.38) حاصل مي­شود که هزينه معادل120.78 دلار در هر ساعت براي پايش اين فرايند خواهد داشت. در اين طرح تعداد متوسط هشدارهاي اشتباهي0.054 =*ANF* و متوسط زمان اعلام هشدار اصلاح شده 2.88 =*AATS*VSI ساعت است.

جواب حداقل هزينه در طرح نمونه گيري ثابت = (6 , 5.07, 2.69) با هزينه معادل123.25 دلار در هر ساعت مي‌باشد. در اين طرح تعداد متوسط هشدارهاي اشتباهي 0.139 =*ANF* و متوسط زمان اعلام هشدار اصلاح شده 3.53 = *AATS* ساعت است.

کاهش هزينه ناشي از بکارگيري طرح VSI معادل  است. بعلاوه متوسط تعداد هشدارهاي اشتباهي از  به صورت چشمگيري به تعداد  کاهش داده شده است (). متوسط زمان اعلام هشدار اصلاح شده از 3.53 = *AATS* ساعت به 2.88 = *AATS*VSI ساعت معادل  بهبود داده شده است. مقايسه جواب بهينه طرح VSI با جواب حداقل هزينه در طرح نمونه گيري ثابت نشان دهنده برتري طرح پيشنهادي VSI در هر دو بعد هزينه هاي پايش فرايند و مشخصه هاي آماري طرح ها است.

طرح پيشنهادي، ضمن شناسايي سريعتر انحراف بادليل منجر به توليد طبق مشخصه‌هاي فني شده و خروجي محصولات فرايند با کيفيت بالاتري خواهد بود. بنابراين، مي‌توان نتيجه‌گيري نمود که مدل بهينه ­سازي اقتصادي نمودار کنترلي VSI رويکرد بهتري براي مهندسين کيفيت براي بهبود فرايند ارائه مي­نمايد.

1. تحليل حساسيت

بررسي اثر تغييرات در مقدار برآورد شده پارامترهاي مدل اقتصادي به دفعات در تحقيقات پيشين توصيه شده است. در اين بخش، ابتدا اثر اندازه شيفت در ميانگين فرايند ارزيابي خواهد شد.

اثر اندازه شيفت در ميانگين فرايند بر جوابهاي بهينه طرح VSI در ) ارائه شده است. در اين جدول مشاهده مي شود که براي اندازه شيفت هاي کوچک در ميانگين فرايند هزينه متناظر در مقايسه با اندازه شيفت هاي بزرگ کمتر است، ولي مدت زمان تا هشدار اصلاح شده *AATS* براي شناسايي شيفت هاي کوچک بسيار بيشتر است.

|  |
| --- |
| جدول شماره (4‌) – اثر اندازه شيفت در ميانگين فرايند بر جواب بهينه طرح VSI |
|  |  |  |  |  |  | *ANF* | *ET* | *AATS* | *Loss* |
| 0.5 | 4 | 8.00 | 0.10 | 2.19 | 1.75 | 0.361 | 159.50 | 56.69 | 119.46 |
| 1.0 | 7 | 8.00 | 0.10 | 2.79 | 1.34 | 0.078 | 107.27 | 5.87 | 120.14 |
| 1.5 | 4 | 4.53 | 0.10 | 3.08 | 1.38 | 0.054 | 104.15 | 2.88 | 120.78 |
| 2.0 | 3 | 2.86 | 0.10 | 3.32 | 1.62 | 0.035 | 102.85 | 1.67 | 121.46 |
| 2.5 | 2 | 1.86 | 0.10 | 3.39 | 1.65 | 0.040 | 102.30 | 1.10 | 121.85 |
| 3.0 | 2 | 1.52 | 0.10 | 3.61 | 2.05 | 0.021 | 101.93 | 0.83 | 123.09 |

همچنين، براي ارزيابي جوابهاي بهينه طرح VSI، جوابهاي بهينه طرح کلاسيک در ) محاسبه شده است. در )، *AATS*  طرح VSI با طرح کلاسيک نمونه‌گيري ثابت مقايسه شده است. در ) هزينه طرح VSI در مقايسه با طرح کلاسيک نمونه‌گيري ثابت براي اندازه شيفت‌هاي مختلف در ميانگين فرايند ترسيم شده است. مقايسه ) و ) نشان مي‌دهد که جواب بهينه طرح VSI همواره در هر دو بعد هزينه‌اي و معيارهاي آماري بمراتب بهتر از طرح نمونه گيري ثابت است.

|  |
| --- |
| جدول شماره (5‌) – اثر اندازه شيفت در ميانگين فرايند بر جواب بهينه طرح کلاسيک نمونه گيري ثابت |
|  |  |  |  | *ANF* | *ET* | *AATS* | *Loss* |
| 0.5 | 4 | 8.00 | 2.15 | 0.375 | 162.88 | 60.00 | 119.50 |
| 1.0 | 10 | 8.00 | 2.49 | 0.153 | 108.50 | 6.74 | 122.06 |
| 1.5 | 6 | 5.07 | 2.69 | 0.139 | 105.23 | 3.53 | 123.25 |
| 2.0 | 4 | 3.06 | 2.90 | 0.121 | 103.62 | 2.02 | 124.07 |
| 2.5 | 3 | 2.13 | 3.07 | 0.099 | 102.81 | 1.32 | 124.66 |
| 3.0 | 2 | 1.41 | 3.14 | 0.121 | 102.53 | 0.93 | 125.06 |

|  |  |
| --- | --- |
| *AATS*  (hours) |  |
|  |  |
| شکل شماره (3) – مقايسه *AATS*  طرح VSI با طرح کلاسيک نمونه گيري ثابت |

|  |  |
| --- | --- |
| Loss($) |  |
|  |  |
| شکل شماره (4) – مقايسه هزينه طرح VSI با طرح کلاسيک نمونه گيري ثابت |

اثرات انحراف از مقدار اسمي برآورد شده در پارامتر هزينه متوسط نمونه گيري براي هر محصول  در نظر مي‌باشد. هزينه انتظاري مربوط به بررسي يک زنگ خطر اشتباهي *f0*  *،* متوسط هزينه جستجو براي يك هشدار با دليل و تعمير فرايند معادل  درنظرگرفته شده است. اندازه تغييرات در ميانگين فرايند در مجموعه  بررسي شده است. نتايج تحليل حساسيت پارامترهاي مدل اقتصادي نمودار کنترلي VSI  در ) ارائه شده است.

|  |
| --- |
| جدول شماره (6‌) – تحليل حساسيت طرح VSI |
| *No*. | *s* | *f0* | *W* |  |  |  |  |  |  | *ANF* | *ET* | *AATS* | *Loss* |
| 1 | 1 | 600 | 150 | 0.5 | 1.84 | 1.23 | 8.00 | 0.10 | 12 | 9.46 | 0.952 | 115.22 | 105.05 |
| 2 |   |   |   | 1.5 | 2.82 | 1.42 | 1.95 | 0.10 | 4 | 1.23 | 0.283 | 103.64 | 105.79 |
| 3 |   |   |   | 2.5 | 3.08 | 1.68 | 0.82 | 0.10 | 2 | 0.49 | 0.273 | 102.86 | 106.31 |
| 4 |   |   | 1000 | 0.5 | 1.32 | 1.11 | 8.00 | 5.32 | 7 | 11.30 | 2.336 | 123.98 | 112.24 |
| 5 |   |   |   | 1.5 | 2.48 | 1.25 | 1.72 | 0.10 | 3 | 1.19 | 0.933 | 106.86 | 113.87 |
| 6 |   |   |   | 2.5 | 2.86 | 1.70 | 0.82 | 0.10 | 2 | 0.47 | 0.545 | 104.20 | 114.54 |
| 7 |   | 1500 | 150 | 0.5 | 2.84 | 1.46 | 8.00 | 0.10 | 22 | 9.03 | 0.064 | 110.35 | 106.53 |
| 8 |   |   |   | 1.5 | 3.59 | 1.71 | 2.39 | 0.10 | 6 | 1.39 | 0.015 | 102.46 | 106.44 |
| 9 |   |   |   | 2.5 | 3.83 | 2.07 | 1.00 | 0.10 | 3 | 0.56 | 0.013 | 101.63 | 107.15 |
| 10 |   |   | 1000 | 0.5 | 2.81 | 1.50 | 8.00 | 0.10 | 19 | 11.76 | 0.069 | 113.11 | 114.14 |
| 11 |   |   |   | 1.5 | 3.50 | 1.51 | 2.26 | 0.10 | 5 | 1.41 | 0.024 | 102.53 | 114.66 |
| 12 |   |   |   | 2.5 | 3.82 | 2.08 | 1.01 | 0.10 | 3 | 0.56 | 0.014 | 101.63 | 115.51 |
| 13 | 5 | 600 | 150 | 0.5 | 0.89 | 0.89 | 8.00 | 8.00 | 1 | 14.67 | 4.473 | 138.04 | 106.78 |
| 14 |   |   |   | 1.5 | 1.96 | 1.14 | 3.01 | 0.10 | 2 | 2.41 | 2.095 | 113.89 | 110.85 |
| 15 |   |   |   | 2.5 | 2.35 | 1.21 | 1.30 | 0.10 | 1 | 0.93 | 1.784 | 110.85 | 111.67 |
| 16 |   |   | 1000 | 0.5 | 0.80 | 0.80 | 8.00 | 8.00 | 1 | 12.80 | 5.072 | 139.16 | 112.92 |
| 17 |   |   |   | 1.5 | 0.82 | 0.53 | 2.58 | 2.30 | 1 | 2.03 | 16.272 | 184.39 | 117.29 |
| 18 |   |   |   | 2.5 | 1.32 | 0.94 | 1.34 | 1.01 | 1 | 0.81 | 14.473 | 174.17 | 118.64 |
| 19 |   | 1500 | 150 | 0.5 | 2.24 | 1.63 | 8.00 | 0.10 | 7 | 31.58 | 0.331 | 134.24 | 113.59 |
| 20 |   |   |   | 1.5 | 3.09 | 1.38 | 4.45 | 0.10 | 4 | 2.83 | 0.053 | 104.10 | 112.62 |
| 21 |   |   |   | 2.5 | 3.40 | 1.65 | 1.85 | 0.10 | 2 | 1.10 | 0.039 | 102.29 | 113.54 |
| 22 |   |   | 1000 | 0.5 | 2.19 | 1.75 | 8.00 | 0.10 | 4 | 56.69 | 0.361 | 159.50 | 119.46 |
| 23 |   |   |   | 1.5 | 3.08 | 1.38 | 4.53 | 0.10 | 4 | 2.88 | 0.054 | 104.15 | 120.78 |
| 24 |   |   |   | 2.5 | 3.39 | 1.65 | 1.86 | 0.10 | 2 | 1.10 | 0.040 | 102.30 | 121.85 |

1. نتيجه گيري

در اين تحقيق، نمودار کنترل انطباقي براي پايش ميانگين فرايند با درنظرگرفتن همزمان هزينه‌هاي پايش فرايند و تابع زيان کيفيت تاگوچي توسعه داده شده است. نتايج حاصل از اين مدل نشان داده است که بهبود عملکرد نمودارهاي کنترل براي پايش ميانگين مشخصه کيفي در شناسايي انحرافات بادليل همراه با کاهش در هزينه‌هاي پايش فرايند قابل حصول است.

تحليل حساسيت جوابهاي بهينه مدل و روش حل پيشنهاد شده، نحوه ارتباط ميان هزينه انتظاري سيستم کيفي و معيارهاي آماري متناظر با اعلام هشدار خارج از کنترل را بيان مي‌کند. علاوه برآن، رابطه بين هزينه‌هاي پايش فرايند و انحرافات از مقدار هدف طراحي شده در مشخصه‌هاي فني نيز با درنظرگرفتن تابع زيان کيفيت تاگوچي در مدل لحاظ شده است. بطور کلي، ارزيابي جوابهاي بهينه نشان مي‌دهد که تغييرات در اندازه شيفت در ميانگين مشخصه کيفي بر متوسط هزينه انتظاري و متوسط زمان هشدار خارج از کنترل تاثير دارد. مدل‌ ارائه شده اقتصادي نمودارهاي کنترل طرحي ارائه مي‌نمايد که نسبت به رويکردهاي پيشين، هشدار تغييرات در فرايند را بطور قابل ملاحظه‌اي بهبود و انعطاف پذيري بيشتري در تنظيم متغيرهاي کنترلي فرايند به کاربران مي‌دهد. کاربران مي‌توانند طرح‏هايي را انتخاب نمايند که علاوه برآن که مقرون به صرفه و کارا هستند، پياده‌سازي آنها نيز در عمل براي آنها مقدور باشد.

**مراجع**

AL-GHAZI, A., K. AL-SHAREEF & DUFFUAA, S. O. (2007) Integration of Taguchi's loss function in the economic design of x control charts with increasing failure rate and early replacement. *IEEE International Conference on Industrial Engineering and Engineering Management.*

BAI, D. S. & LEE, K. T. (1998) An economic design of variable sampling interval X control charts. *International Journal of Production Economics,* 54**,** 57-64.

BAI, D. S. & LEE, K. T. (2002) Variable sampling interval X control charts with an improved switching rule. *International Journal of Production Economics,* 76**,** 189-199.

CHEN, F. L. & YEH, C. H. (2009) Economic statistical design of non-uniform sampling scheme X bar control charts under non-normality and Gamma shock using genetic algorithm. *Expert Systems with Applications,* 36**,** 9488-9497.

CHEN, F. L. & YEH, C. H. (2011) Economic statistical design for x-bar control charts under non-normal distributed data with Weibull in-control time. *Journal of the Operational Research Society,* 62**,** 750-759.

CHEN, Y. K. (2004) Economic design of X̄ control charts for non-normal data using variable sampling policy. *International Journal of Production Economics,* 92**,** 61-74.

CHEN, Y. K. & CHANG, H.-H. (2008) Economic design of variable parameters X̄ control charts for processes with fuzzy mean shifts. *The journal of the Operational Research Society,* 59**,** 1128-1135.

CHEN, Y. K. & CHIOU, K. C. (2005) Optimal design of VSI X control charts for monitoring correlated samples. *Quality and Reliability Engineering International,* 21**,** 757-768.

CHENG, L. & GUO, Z. (2011) The economically designed SVSSI Xbar control chart. *2011 International Conference on Computer and Management, CAMAN 2011.* Wuhan.

CHOU, C. Y., CHEN, C.-H. & CHEN, C.-H. (2006) Economic design of variable sampling intervals T2 control charts using genetic algorithms. *Expert Systems with Applications,* 30**,** 233-242.

CHOU, C. Y., LIU, H.-R., CHEN, C.-H. & HUANGE, X. (2002) Economic-statistical design of multivariate control charts using quality loss function. *International journal of advanced manufacturing technology,* 20**,** 916-924.

CINLAR, E. (1975) *Introduction to Stochastic Processes,* Englewood Cliffs, NJ, PrenticeHall.

DEMING, W. E. (1982) *Out of the Crisis,* Cambridge, MIT Press.

DUNCAN, A. J. (1956) The Economic Design of X-bar Charts used to Maintain Current Control of a Process. *Journal* ***of the American Statistical Association,* 51, 228-242.**

KOO, T. & LIN, L. (1992) Economic design of X-bar chart when Taguchi's loss function is considered. *Proceedings of Asian Quality Control Symposium.* South Korea.

LEE, P. H., TORNG, C. C. & LIAO, L. F. (2012) An economic design of combined double sampling and variable sampling interval X̄ control chart. *International Journal of Production Economics,* 138**,** 102-106.

LIN, H. H., CHOU, C. Y. & LAI, W. T. (2009) Economic design of variable sampling intervals X̄ charts with A&L switching rule using genetic algorithms. *Expert Systems with Applications,* 36**,** 3048-3055.

LIN, Y. C. & CHOU, C. Y. (2008) The variable sampling rate X̄ control charts for monitoring autocorrelated processes. *Quality and Reliability Engineering International,* 24**,** 855-870.

LORENZEN, T. J. & VANCE, L. C. (1986) The Economic Design of Control Charts: A Unified Approach. *Technometrics,* 28**,** 3-10.

MONTGOMERY, D. C. & KLATT, P. J. (1972) Economic Design of T2 Control Charts to Maintain Current Control of a Process. *Management Science,* 19**,** 76-89.

NIAKI, S. T. A., GAZANEH, F. M. & KARIMIFAR, J. (2012) Economic design of x-bar control chart with variable sample size and sampling interval under non-normality assumption: A genetic algorithm. *Economic Computation and Economic Cybernetics Studies and Research,* 5.

REYNOLDS, M. R., AMIN, R. W., ARNOLD, J. C. & NACHLAS, J. A. (1988) X-bar Charts with Variable Sampling Intervals. *Technometrics,* 30**,** 181-192.

REYNOLDS, M. R. & ARNOLD, J. C. (1989) Optimal one-sided shewhart control charts with variable sampling intervals. *Sequential Analysis,* 8**,** 51 - 77.

RUNGER, G. C. & PIGNATIELLO, J. J. (1991) Adaptive sampling for process controls. *Journal of Quality Technology,* 23**,** 135-155.

SAFAEI, A., KAZEMZADEH, R. & NIAKI, S. (2012) Multi-objective economic statistical design of X-bar control chart considering Taguchi loss function. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology,* 59**,** 1091-1101.

SANIGA, E. M. (1989) Economic Statistical Control-Chart Designs with an Application to X̄ and R Charts. *Technometrics,* 31**,** 313-320.

SEREL, D. A. & MOSKOWITZ, H. (2008) Joint economic design of EWMA control charts for mean and variance. *European Journal of Operational Research,* 184**,** 157-168.

TAGARAS, G. (1998) A survey of recent developments in the design of adaptive control charts. *Journal of Quality Technology,* 30**,** 212-231.

TAGUCHI, G., CHOWDHURY, S. & WU, Y. (2005) *Taguchi's quality engineering handbook,* Hoboken, New Jersey, John Wiley & Sons, Inc.

TAGUCHI, G., ELSAYED, E. & HSIANG, T. (1989) *Quality Engineering in Production Systems,* New York, NY., McGraw-Hill.

WOODALL, W. H. (1986) Weaknesses of the Economic Design of Control Charts. *Technometrics,* 28**,** 408-410.

YANG, S.-F. (1998) Economic statistical design of S control charts using Taguchi loss function. *International Journal of Quality & Reliability Management,* 15**,** 259-272.

YANG, S.-F. & CHEN, W.-Y. (2009) Controlling over-adjusted process means and variances using VSI cause selecting control charts. *Expert Systems with Applications,* 36**,** 7170-7182.

YU, F. J. & CHEN, Y. S. (2005) An economic design for a variable-sampling-interval x control chart for a continuous-flow process. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology,* 25**,** 370-376.

YU, F. J., RAHIM, M. A. & CHIN, H. (2007) Economic design of VSI X̄ control charts. *International Journal of Production Research,* 45**,** 5639-5648.

** control chart with variable sampling interval using Taguchi's quality loss function**

ABSTRACT

In X-bar control charts, the rate of sampling is considered constant. Actually always samples with fixed size and at fixed time intervals are taken from the process. This chart doesn't have good performance in detecting small and medium size shifts in the process mean. Also, in economic models, fixed values are considered for cost parameters, although changes in other parameters have interaction with quality costs. In recent years, with deploying Taguchi's methods in product design, the concept of loss function is mixed with many statistical decision models estimating quality costs. In this direction, based on Markov chain concepts, X-bar control chart with variable sampling intervals, using Taguchi's quality loss function is developed in this paper. Then using genetic algorithm, the control chart parameters are determined in such a way that the costs of controlling the process is minimized. Also, Taguchi's orthogonal arrays are used in estimating optimum values of the genetic algorithm parameters. Analysis of the results of the developed model, shows its advantage over the constant sampling approach.

Keywords

Control chart, genetic algorithm, markov chain, quality costs

1. Ishikawa [↑](#footnote-ref-2)
2. Figienbam [↑](#footnote-ref-3)
3. Fixed Sampling Ratio scheme [↑](#footnote-ref-4)
4. Adaptive Control Chart [↑](#footnote-ref-5)
5. Variable Sample Size [↑](#footnote-ref-6)
6. Variable Sampling Interval [↑](#footnote-ref-7)
7. Variable Sample Size - Variable Sampling Interval [↑](#footnote-ref-8)
8. Adjusted Average Time to Signal [↑](#footnote-ref-9)
9. Absorbing State [↑](#footnote-ref-10)
10. cumulative probability distribution function (cdf) [↑](#footnote-ref-11)
11. Renewal Reward Process [↑](#footnote-ref-12)
12. Average Total Loss [↑](#footnote-ref-13)
13. Holland [↑](#footnote-ref-14)
14. Crossover [↑](#footnote-ref-15)
15. Number of Elits [↑](#footnote-ref-16)
16. Number of generation [↑](#footnote-ref-17)
17. mutation rate [↑](#footnote-ref-18)
18. chromosome [↑](#footnote-ref-19)
19. gene [↑](#footnote-ref-20)
20. Elitism [↑](#footnote-ref-21)
21. Taguchi orthogonal array [↑](#footnote-ref-22)
22. signal-to-noise ratio [↑](#footnote-ref-23)