



“Technical Note”

A New Combining Model for Ranking Generalized Fuzzy numbers

A. Alem Tabriz*, E. Roghanian & F. Mojibian

*Akbar Alem Tabriz, Associate professor of Industrial Management, Shahid Beheshti University, Tehran, Iran
Emad Roghanian, Assistance professor of Industrial Engineering, Khaje Nasir Toosi University, Tehran, Iran
Fateme Mojibian, MSc student of Industrial Management, Shahid Beheshti University, Tehran, Iran*

Keywords

Generalized fuzzy numbers,
Ranking methods,
Parametric form of fuzzy numbers,
Ranking value

ABSTRACT

Because of the suitability of fuzzy numbers in representing uncertain values, ranking the fuzzy numbers has widely applications in different sciences. Many models are presented in field of ranking the fuzzy numbers that each one rank based on special criteria and features. The purpose of this paper is presenting a new method for ranking generalized fuzzy numbers based on some parameters such as membership degree, mean, standard deviation and parametric form of membership function. This paper introduce existing ranking models, comparing them the proposed model is presented. Considering special sets of fuzzy numbers, the advantages of proposed model is expressed. The main purpose of this paper is to present a reliable ranking method for generalized fuzzy numbers.

© 2012 IUST Publication, IJIEPM. Vol. 23, No. 1, All Rights Reserved

*
Corresponding author. Akbar Alem Tabriz
Email: A-tabriz@sbu.ac.ir

تعریف ۵: میانگین و انحراف معیار عدد فازی \tilde{A} به صورت زیر تعریف می شود^[۸]:

$$\bar{X}(\tilde{A}) = \frac{\int_{S(\tilde{A})} x \mu_{\tilde{A}}(x) dx}{\int_{S(\tilde{A})} \mu_{\tilde{A}}(x) dx} \quad (5)$$

$$\sigma(\tilde{A}) = \left[\left(\frac{\int_{S(\tilde{A})} x^2 \mu_{\tilde{A}}(x) dx}{\int_{S(\tilde{A})} \mu_{\tilde{A}}(x) dx} \right) - (\bar{X}(\tilde{A}))^2 \right]^{1/2} \quad (6)$$

۳. مرواری بر مدل های موجود در رتبه بندی اعداد فازی
در این بخش مختصرآ هشت مدل موجود در رتبه بندی اعداد فازی معرفی شده است. برای رتبه بندی n عدد فازی $w_{\tilde{A}_i} = (a_i, b_i, c_i, d_i; w_{\tilde{A}_i})$ و $\tilde{A}_i = (a_i, b_i, c_i, d_i; w_{\tilde{A}_i})$ به طوریکه $\tilde{A}_1, \tilde{A}_2, \dots, \tilde{A}_n$ ماکریم درجه عضویت عدد فازی \tilde{A}_i باشد، هر یک از مدل های ارائه شده دارای مراحلی به شرح زیر می باشند:

- **چن و چن [۹]** مدل رتبه بندی ای بر پایه روش مرکز ثقل رائمه دادن که گام های مدل پیشنهادی آنها به شرح زیر است:

گام اول: تبدیل هر عدد فازی غیر نرمال به حالت استاندارد:

$$\tilde{A}_i^* = \left(\frac{a}{k}, \frac{b}{k}, \frac{c}{k}, \frac{d}{k}; w_{\tilde{A}_i} \right) = (a^*, b^*, c^*, d^*; w_{\tilde{A}_i}) \quad (7)$$

گام دوم: محاسبه مرکز ثقل^۱ ($x_{\tilde{A}_i}^*, y_{\tilde{A}_i}^*$) هر عدد فازی استاندارد:

$$y_{\tilde{A}_i}^* = \begin{cases} \frac{w_{\tilde{A}_i} \left(\frac{c^* - b^*}{d^* - a^*} + 2 \right)}{6}, & \text{if } a^* \neq d^* \\ \frac{w_{\tilde{A}_i}}{2} & \text{if } a^* = d^* \end{cases} \quad (8)$$

$$x_{\tilde{A}_i}^* = \frac{y_{\tilde{A}_i}^* (b^* + c^*) + (a^* + d^*) (w_{\tilde{A}_i} - y_{\tilde{A}_i}^*)}{2w_{\tilde{A}_i}} \quad (9)$$

گام سوم: محاسبه میانگین $\bar{x}_{\tilde{A}_i}$ و انحراف معیار $S_{\tilde{A}_i}$ هر عدد فازی استاندارد:

$$\bar{x}_{\tilde{A}_i} = \frac{a^* + b^* + c^* + d^*}{4} \quad (10)$$

$$S_{\tilde{A}_i} = \sqrt{\frac{\sum (x_j - \bar{x}_{\tilde{A}_i})^2}{4-1}} \quad \text{For } x_j = a^*, b^*, c^*, d^* \quad (11)$$

گام چهارم: محاسبه ارزش رتبه بندی $\text{Rank}(\tilde{A}_i^*)$ برای هر عدد فازی استاندارد:

۲. تعاریف

تعریف ۱: طبق تعریف چن [۴] عدد فازی غیر نرمال \tilde{A} به صورت $\tilde{A} = (a, b, c, d; w_{\tilde{A}})$ نشان داده می شود به طوریکه a, b, c, d و اعداد قطعی می باشند. اگر $w_{\tilde{A}} = 1$ باشد آنگاه \tilde{A} یک عدد فازی نرمال است. اگر $a < c = b < d$ باشد آنگاه \tilde{A} یک عدد فازی مثلثی است. اگر $-1 \leq a = b = c = d \leq 1$ باشد آنگاه \tilde{A} یک عدد فازی استاندارد می باشد.

تعریف ۲: چنگ [۵] روابط ریاضی بین اعداد فازی غیر نرمال $\tilde{B} = (a_2, b_2, c_2, d_2; w_{\tilde{B}})$ و $\tilde{A} = (a_1, b_1, c_1, d_1; w_{\tilde{A}})$ صورت زیر تعریف کرده است :

۱. جمع دو عدد فازی غیر نرمال:

$$\tilde{A} \oplus \tilde{B} = (a_1, b_1, c_1, d_1; w_{\tilde{A}}) \oplus (a_2, b_2, c_2, d_2; w_{\tilde{B}}) = (a_1 + a_2, b_1 + b_2, c_1 + c_2, d_1 + d_2; \min(w_{\tilde{A}}, w_{\tilde{B}}))$$

۲. تفریق دو عدد فازی غیر نرمال:

$$\tilde{A} \ominus \tilde{B} = (a_1, b_1, c_1, d_1; w_{\tilde{A}}) \ominus (a_2, b_2, c_2, d_2; w_{\tilde{B}}) = (a_1 - d_2, b_1 - c_2, c_1 - b_2, d_1 - a_2; \min(w_{\tilde{A}}, w_{\tilde{B}}))$$

۳. ضرب دو عدد فازی غیر نرمال:

$$\tilde{A} \otimes \tilde{B} = (a_1, b_1, c_1, d_1; w_{\tilde{A}}) \otimes (a_2, b_2, c_2, d_2; w_{\tilde{B}}) = (a_1 \times a_2, b_1 \times b_2, c_1 \times c_2, d_1 \times d_2; \min(w_{\tilde{A}}, w_{\tilde{B}}))$$

۴. تقسیم دو عدد فازی غیر نرمال:

$$\tilde{A} \oslash \tilde{B} = (a_1, b_1, c_1, d_1; w_{\tilde{A}}) \oslash (a_2, b_2, c_2, d_2; w_{\tilde{B}}) = (a_1 / d_2, b_1 / c_2, c_1 / b_2, d_1 / a_2; \min(w_{\tilde{A}}, w_{\tilde{B}}))$$

تعریف ۳: تابع عضویت عدد فازی ذوزنقه‌ای غیرنرمال $\tilde{A} = (a, b, c, d; w_{\tilde{A}})$ به صورت زیر تعریف شده است [۶].

$$u(x) = \begin{cases} w_{\tilde{A}}(x-a)/(b-a) & a \leq x \leq b \\ w_{\tilde{A}} & b \leq x \leq c \\ w_{\tilde{A}}(x-d)/(c-d) & c \leq x \leq d \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (1)$$

تعریف ۴: فرم پارامتریک تابع عضویت هر عدد فازی ذوزنقه ای غیر نرمال به صورت $u = (\underline{u}, \bar{u})$ می باشد که در آن :

$$\underline{u}(r) = a + (b - a/w)r \quad (3)$$

$$\bar{u}(r) = d - (d - c/w)r \quad (4)$$

می باشد که $\underline{u}(r)$ تابع صعودی کران دار یکنواخت و $\bar{u}(r)$ تابع نزولی کران دار یکنواخت بوده و رابطه $\underline{u}(r) \leq \bar{u}(r)$ به ازای هر $0 \leq r \leq w$ برقرار می باشد [۷].

^۱ Center-of-gravity

گام دوم: استفاده از روابط (۳) و (۴) برای محاسبه D_p :

$$D_p = [\int_0^1 (\|\underline{u}(r)\|^p + \|\bar{u}(r)\|^p) dr]^{1/p}, \quad (18)$$

$p \geq 1$

گام سوم: محاسبه تابع (u) به شرح زیر:

$$\gamma(u) = \begin{cases} -1 & \text{if } \operatorname{sign}\left(\int_0^1 (\underline{u} + \bar{u})(r) dr\right) < 0 \\ 1 & \text{if } \operatorname{sign}\left(\int_0^1 (\underline{u} + \bar{u})(r) dr\right) \geq 0 \end{cases} \quad (19)$$

گام چهارم: محاسبه فاصله نشانه d_p :

$$d_p = \gamma(u) \times D_p \quad (20)$$

که هر چه مقدار d_p یک عدد بیشتر باشد آن عدد دارای رتبه بهتری می باشد.

• اسدی و زنده نام [۱۲] با توجه به روش حداقل فاصله^۴ مدل رتبه بندی ای به شرح زیر اراده کردند:

گام اول: تبدیل هر عدد فازی غیر نرمال به حالت استاندارد با استفاده از رابطه (۷).

گام دوم: محاسبه فرم پارامتریک تابع عضویت با استفاده از رابطه ۲ وسیله محاسبه حداقل فاصله:

$$M(\tilde{A}_i^*) = \frac{1}{2} \int_0^1 (\underline{u}(r) + \bar{u}(r)) dr \quad (21)$$

به طوریکه بزرگترین مقدار $M(\tilde{A}_i^*)$ نشان دهنده بهترین ارزش در رتبه بندی می باشد.

• چن و چن [۱۳] مدل رتبه بندی دیگری را اراده دادند:

گام اول: تبدیل هر عدد فازی غیر نرمال به حالت استاندارد با استفاده از رابطه (۷).

گام دوم: محاسبه مرکز ثقل $(x_{\tilde{A}_i^*}, y_{\tilde{A}_i^*})$ هر عدد فازی استاندارد با استفاده از روابط (۸) و (۹).

گام سوم: محاسبه انحراف معیار هر عدد فازی استاندارد با استفاده از رابطه (۱۱).

گام چهارم: بدست آوردن مقدار $y_{\tilde{A}_i^*}^*$ با استفاده از رابطه زیر:

$$y_{\tilde{A}_i^*}^s = 0.5 \times w_{\tilde{A}_i} - y_{\tilde{A}_i^*}^* \times S_{\tilde{A}_i} \quad (22)$$

به طوریکه $y_{\tilde{A}_i^*}^s \leq 0.5$ و $0 \leq i \leq n$ می باشد.

$$\operatorname{Rank}(\tilde{A}_i^*) = x_{\tilde{A}_i^*}^* + (w_{\tilde{A}_i} - y_{\tilde{A}_i^*}^*)^{S_{\tilde{A}_i}} \times (y_{\tilde{A}_i^*}^* + 0.5)^{1-w_{\tilde{A}_i}} \quad (12)$$

که بزرگترین مقدار $\operatorname{Rank}(\tilde{A}_i^*)$ در رتبه بندی دارای بالاترین ارزش می باشد.

• یانگ و کی [۱۰] یک مدل رتبه بندی بر پایه روش تاپسیس به شرح زیر اراده کردند:

گام اول: تبدیل هر عدد فازی غیر نرمال به حالت استاندارد با استفاده از رابطه (۷).

گام دوم: محاسبه مرکز ثقل $(x_{\tilde{A}_i^*}, y_{\tilde{A}_i^*})$ هر عدد فازی استاندارد با استفاده از رابطه های (۸) و (۹).

گام سوم: تبدیل نقطه مرکز ثقل $(x_{\tilde{A}_i^*}, y_{\tilde{A}_i^*})$ به نقطه شاخصی^۱ $(x_{\tilde{A}_i^*}, y_{\tilde{A}_i^*})$ به وسیله روابط زیر:

$$x_{\tilde{A}_i^*}^* = x_{\tilde{A}_i^*} \quad (13)$$

$$y_{\tilde{A}_i^*}^* = (w_{\tilde{A}_i} - y_{\tilde{A}_i^*}^*)^{S_{\tilde{A}_i}} \times (y_{\tilde{A}_i^*}^* + 0.5)^{1-w_{\tilde{A}_i}} \quad (14)$$

گام چهارم: تعیین نقطه ایدهآل مثبت (x_p^*, y_p^*) و ایده آل منفی (x_N^*, y_N^*) به طوریکه گزینه مثبت $(1, 1, 1, 1, 1)$ و گزینه منفی $(-1, -1, -1, -1, -1)$ باشدکه با استفاده از روابط (۱۳) و (۱۴) داریم:

$$(x_p^*, y_p^*) = (1, 1/2) \quad (15)$$

گام پنجم: محاسبه فاصله از ایده آل مثبت^۲ و فاصله از ایده آل منفی^۳ با استفاده از روابط زیر:

$$d^+ = \sqrt{(x_{\tilde{A}_i^*}^* - x_p^*)^2 + (y_{\tilde{A}_i^*}^* - y_p^*)^2} \quad (15)$$

$$d^- = \sqrt{(x_{\tilde{A}_i^*}^* - x_N^*)^2 + (y_{\tilde{A}_i^*}^* - y_N^*)^2} \quad (16)$$

گام ششم: محاسبه ضریب شاخص^۴ $IC_{\tilde{A}_i}$ برای هر گزینه :

$$IC_{\tilde{A}_i} = \frac{d^-}{d^- + d^+} \quad (17)$$

که در رتبه بندی بزرگترین $IC_{\tilde{A}_i}$ دارای بالاترین رتبه است.

• عباس بندی و اسدی [۱۱] یک مدل رتبه بندی بر پایه روش فاصله علامت دار^۵ اراده کردند. روش پیشنهادی آنها دارای

گام هایی به شرح زیر می باشد:

گام اول: تبدیل هر عدد فازی غیر نرمال به حالت استاندارد با استفاده از رابطه (۷).

⁴ Distance minimization

¹ Index Point

² Index Coefficient

³ Sing Distance

- عباس بندی و حجاری [۱۵] مدل رتبه بندی بر پایه فرم پارامتریک هر عدد فازی به شرح زیر ارائه دادند:

گام اول: تبدیل هر عدد فازی غیر نرمال به حالت استاندارد با استفاده از رابطه (۷).

گام دوم: محاسبه فرم پارامتریکتابع عضویت با استفاده از رابطه (۲) و سپس محاسبه بزرگی^۳ (\tilde{A}_i^*) $Mag(\tilde{A}_i^*)$ هر عدد فازی استاندارد:

$$Mag(\tilde{A}_i^*) = \frac{1}{2} \left(\int_0^1 (\underline{u}(r) + \bar{u}(r) + b^* + c^*) f(r) dr \right) \quad (۳۱)$$

به طوریکه بزرگترین مقدار $Mag(\tilde{A}_i^*)$ بدست آمده بالاترین ارزش در رتبه بندی را دارا می باشد.

- چن و چن [۱۶] با در نظر گرفتن میانگین و انحراف معیار اعداد فازی مدل رتبه بندی دیگری به شرح زیر ارائه کردند:

گام اول: تبدیل هر عدد فازی غیر نرمال به حالت استاندارد با استفاده از رابطه (۷).

گام دوم: محاسبه میانگین $\bar{x}_{\tilde{A}_i}$ و انحراف معیار $S_{\tilde{A}_i}$ هر عدد فازی استاندارد با استفاده از روابط (۱۰) و (۱۱).

گام سوم: محاسبه ارزش رتبه بندی با استفاده از رابطه زیر:

$$Score(\tilde{A}_i^*) = \frac{\bar{x}_{\tilde{A}_i} \times w_{\tilde{A}_i}}{1 + S_{\tilde{A}_i}} \quad (۳۲)$$

که در رتبه بندی بزرگترین $Score$ دارای بالاترین رتبه است.

۴. مدل پیشنهادی

در این بخش به تشریح مدل پیشنهادی این مقاله می پردازیم. در این مدل نه تنها از روش فاصله و فرم پارامتریکتابع عضویت برای رتبه بندی اعداد فازی استفاده گردیده بلکه میانگین و انحراف معیار این اعداد را نیز در رتبه بندی آنها دخیل نموده تا با ارائه مدلی جامع بتواند عیوب مدل های پیشین را پوشش دهد. چراکه تا کنون هیچ مدلی متشكل از تمامی پارامترهای مهم در رتبه بندی اعداد فازی ارائه نشده است. فرض کنید n عدد فازی غیرنرمال $\tilde{A}_1, \tilde{A}_2, \dots, \tilde{A}_n$ داریم به طوریکه $\tilde{A}_i = (a, b, c, d; L_{iH}, R_{iH})$ و $w_{\tilde{A}_i} = 1$ $1 \leq i \leq n$; $\tilde{A}_i = (a, b, c, d; L_{iM}, R_{iM}, L_{iS}, R_{iS})$ نشان دهنده ماتریس درجه عضویت عدد فازی غیر نرمال \tilde{A}_i می باشد.

گام های مدل پیشنهادی به شرح زیر است:

گام اول: تبدیل هر عدد فازی غیر نرمال به حالت استاندارد با استفاده از رابطه (۷).

گام دوم: محاسبه میانگین ($\bar{X}(\tilde{A}_i^*)$) هر عدد فازی غیر نرمال استاندارد \tilde{A}_i^* با استفاده از رابطه (۵).

گام پنجم: استفاده از نقطه بدست آمده $(x_{\tilde{A}_i^*}^*, y_{\tilde{A}_i^*}^s)$ برای محاسبه ارزش رتبه بندی با استفاده از رابطه زیر:

$$Score(\tilde{A}_i^*) = \sqrt{(x_{\tilde{A}_i^*}^* - x_{\min})^2 + (y_{\tilde{A}_i^*}^s)^2} \quad (۲۳)$$

به طوریکه بهترین رتبه را عددی دارد که دارای $Score$ بزرگتری نسبت به بقیه باشد.

- لی و چن [۱۴] مدلی بر اساس شکل و انحراف معیار اعداد فازی به منظور رتبه بندی آنها ارائه کردند. طبق تعریف آنها برای هر عدد فازی ذوزنقه ای $\tilde{A}_i = (a, b, c, d; L_{iH}, R_{iH})$ که در آن R_{iH} ارتفاع راست^۱ عدد فازی و L_{iH} ارتفاع چپ^۲ عدد فازی بوده، مدل رتبه بندی دارای گام هایی به شرح زیر است:

گام اول: تبدیل هر عدد فازی به حالت استاندارد:

$$\tilde{A}_i^* = \left(\frac{a}{k}, \frac{b}{k}, \frac{c}{k}, \frac{d}{k}; L_{iH}, R_{iH} \right) = (a^*, b^*, c^*, d^*; L_{iH}, R_{iH}) \quad (۲۴)$$

به طوریکه

گام دوم: محاسبه مقادیر $R_{iM}, L_{iM}, R_{iS}, L_{iS}$ و T_{iS} با استفاده از روابط زیر:

$$R_{iM} = c^* + d^*/2 \quad (۲۵)$$

و

$$L_{iM} = a^* + b^*/2 \quad (۲۶)$$

$$R_{iS} = \sqrt{[(c^* - R_{iM})^2 + (d^* - R_{iM})^2]/2} \quad (۲۷)$$

$$L_{iS} = \sqrt{[(a^* - L_{iM})^2 + (b^* - L_{iM})^2]/2} \quad (۲۸)$$

$$T_{iS} = \sqrt{\sum(x_i - \bar{x}_{\tilde{A}})^2/4} \quad , \quad x_i = a^*, b^*, c^*, d^* \quad (۲۹)$$

به طوریکه

گام سوم: تعریف α به عنوان درجه اطمینان تصمیم گیرنده و β به عنوان میزان خوش بینی تصمیم گیرنده که در اینجا هر دو مقادیر برابر ۰.۵ فرض شده اند.

گام چهارم: محاسبه ارزش رتبه بندی $Rank(\tilde{A}_i^*)$ برای هر عدد فازی استاندارد:

$$Rank(\tilde{A}_i^*) = \alpha [\beta R_{iH}(\tilde{A}_i^*) + (1 - \beta)L_{iH}(\tilde{A}_i^*)] \quad (۳۰)$$

$$+ (1 - \alpha) [\beta R_{iM}(\tilde{A}_i^*) + (1 - \beta)L_{iM}(\tilde{A}_i^*) - 1/3(\beta R_{iS}(\tilde{A}_i^*) + (1 - \beta)L_{iS}(\tilde{A}_i^*) + T_{iS}(\tilde{A}_i^*))]$$

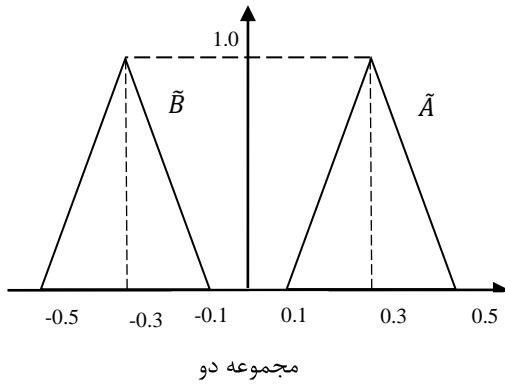
که بزرگترین مقدار $Rank(\tilde{A}_i^*)$ نشان دهنده بالاترین رتبه می باشد.

¹ Right Height

² Left Height

$$Rank(\tilde{A}_i^*) = \frac{(w_{\tilde{A}_i})^2}{2} \left(\int_0^{w_{\tilde{A}_i}} (\underline{u}(r) + \bar{u}(r)) f(r) dr \right) + \frac{\bar{x}(\tilde{A}_i^*)}{1+\sigma(\tilde{A}_i^*)} \quad (33)$$

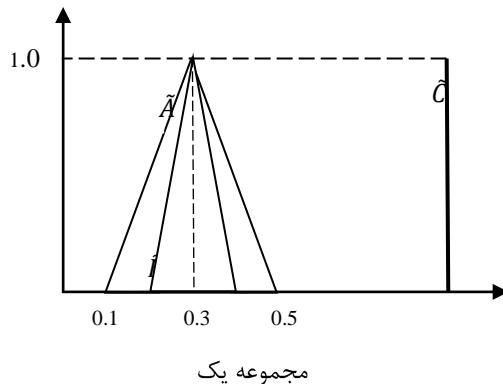
به طوریکه بزرگترین مقدار $Rank(\tilde{A}_i^*)$ نشان دهنده بالاترین ارزش در رتبه بندی می باشد.



$$\begin{aligned}\tilde{A} &= (0.1, 0.3, 0.3, 0.5; 1) \\ \tilde{B} &= (-0.5, -0.3, -0.3, -0.1; 1)\end{aligned}$$

گام سوم: محاسبه انحراف معیار $\sigma(\tilde{A}_i^*)$ هر عدد فازی غیر نرمال استاندارد \tilde{A}_i^* با استفاده از رابطه (۶).

گام چهارم: محاسبه ارزش رتبه بندی $Rank(\tilde{A}_i^*)$ برای هر عدد فازی غیر نرمال استاندارد \tilde{A}_i^* با استفاده از رابطه زیر:



$$\begin{aligned}\tilde{A} &= (0.1, 0.3, 0.3, 0.5; 1) \\ \tilde{B} &= (0.2, 0.3, 0.3, 0.4; 1) \\ \tilde{C} &= (1.0, 1.0, 1.0, 1.0; 1)\end{aligned}$$

شکل ۱.۱ دو مجموعه از اعداد فازی

جدول ۱. مقایسه نتایج رتبه بندی توسط ۸ مدل موجود و مدل پیشنهادی

مدل ها	مجموعه یک			مجموعه دو	
	\tilde{A}	\tilde{B}	\tilde{C}	\tilde{A}	\tilde{B}
چن و چن [۹]	۱.۲۳۶۰	۱.۲۶۷۴	۲	۱.۲۳۶۰	۰.۶۳۵۹
یانگ و کی [۱۰]	۰.۶۲۴۴	۰.۶۲۱۴	۱	۰.۶۲۴۴	۰.۳۷۵۶
عباس بندی و اسدی [۱۱] ($p=1$)	۰.۶	۰.۶	۲	۰.۶	۰.۶
عباس بندی و اسدی [۱۱] ($p=2$)	۰.۵۰۹۹	۰.۴۴۷۲	۱.۴۱۴۲	۰.۵۰۹۹	-۰.۵۰۹۹
اسدی و زنده نام [۱۲]	۰.۳	۰.۳	۱	۰.۳	-۰.۳
چن و چن [۱۳]	۰.۴۴۵۶	۰.۴۷۲۸	۰.۸۶۰۲	۰.۷۴۷۳	۰.۴۴۵۶
لی و چن [۱۴]	۰.۶۰۹۸	۰.۶۲۹۹	۱	۰.۶۰۹۸	۰.۳۰۹۸
عباس بندی و حجاری [۱۵]	۰.۳	۰.۳	۱	۰.۳	-۰.۳
چن و چن [۱۶]	۰.۲۵۷۹	۰.۲۷۷۴	۱	۰.۲۵۷۹	-۰.۲۵۷۹
مدل پیشنهادی	۰.۴۲۷۳	۰.۴۳۸۲	۱.۵	۰.۴۲۷۳	-۰.۴۲۷۳

بندی و حجاری [۱۵] قابلیت رتبه بندی صحیح دو عدد فازی \tilde{A} و \tilde{B} که دارای میانگین های برابر و انحراف معیارهای متفاوت می باشند را ندارند.

از طرفی در مقاله ای که توسط یانگ و کی [۱۰] ارائه گردیده است ضریب شاخص بدست آمده برای این دو عدد فازی برابر $IC_{\tilde{A}} = 0.6214$ و $IC_{\tilde{B}} = 0.6244$ می باشد که ترتیب رتبه بندی $\tilde{B} > \tilde{A}$ بدست آمده است. حال آنکه اگر این مقادیر را مجددا محاسبه کنیم به نتایج کاملا برعکسی دست می یابیم. نقاط شاخصی $(x_{\tilde{B}_l}^*, y_{\tilde{B}_l}^*) = (0.9360, 0.03)$ و $(x_{\tilde{A}_l}^*, y_{\tilde{A}_l}^*) = (0.9360, 0.03)$ با

۵. بررسی و مقایسه مدل پیشنهادی با مدل های موجود

در این بخش به مقایسه مدل پیشنهادی با مدل های موجود در زمینه رتبه بندی اعداد فازی می پردازیم. در شکل ۱ دو مجموعه اعداد فازی غیر نرمال پیشنهادی توسط چن و چن [۹] آمده و بر اساس آن نتایج رتبه بندی توسط مدل های مختلف ارائه شده است. (جدول ۱)

(۱) طبق مجموعه یک شکل ۱، مدل های ارائه شده توسط عباس بندی و اسدی [۱۱]، اسدی و زنده نام [۱۲]، عباس

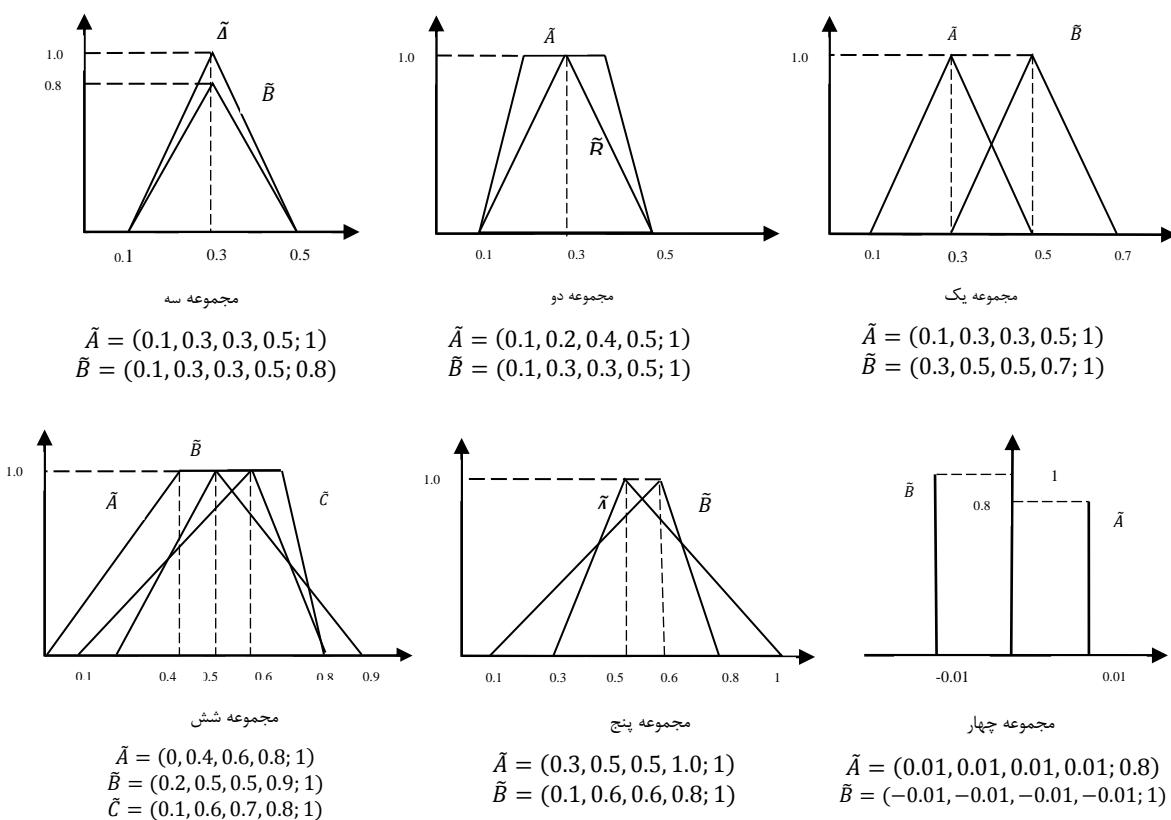
چن [۹]، مجموعه چهار به وسیله یانگ و کی [۱۰] و مجموعه پنج و شش به وسیله لی وانگ و لی [۷] معرفی شده‌اند. نتایج رتبه بندی به وسیله چهار مدل موجود و مدل پیشنهادی در جدول ۲ نشان داده شده است. این نتایج بیانگر آن است که:

- (۱) تمامی مدل‌ها در رتبه بندی اعداد فازی مجموعه یک ترتیب رتبه بندی یکسان ارائه می‌دهند. این امر نشان دهنده آن است که مقدار میانگین اعداد، عامل مهمتری در رتبه بندی اعداد برای همه این مدل‌ها می‌باشد.
- (۲) در مجموعه دو از شکل ۲، مدل لی و چن [۱۴] رتبه بندی صحیح را ارائه نمی‌دهد و به طور کلی مدل ارائه شده توسط آنها قادر به رتبه بندی صحیح دو عدد فازی مثلثی و ذوزنقه‌ای با مقدار میانگین یکسان نمی‌باشد.
- (۳) در مجموعه سه از شکل ۲، تمامی مدل‌های مذکور نتایج رتبه بندی یکسانی را ارائه می‌دهند. این امر نشان می‌دهد که این مدل‌ها در رتبه بندی اعداد فازی غیر نرمال که دارای میانگین و انحراف معیار برابر هستند مشکلی ندارند.
- (۴) برای مجموعه چهار از شکل ۲، مدل چن و چن [۹]، لی و چن [۱۴] و چن و چن [۱۳]، قادر به رتبه بندی این دو عدد فازی متقارن نسبت به محور y ها نمی‌باشند و ترتیب رتبه بندی نادرستی را ارائه می‌کنند.

(۰.۹۶۷۴, ۰.۳) برای دو عدد فازی \tilde{A} و \tilde{B} و فاصله‌های $d_{\tilde{B}}^+ = ۰.۸۴۱۷$, $d_{\tilde{A}}^+ = ۰.۸۲۴۶$, $d_{\tilde{A}}^- = ۱.۳۷۱۱$, $d_{\tilde{B}}^- = ۱.۳۸۱۴$, $IC_{\tilde{A}} = ۰.۶۲۴۴$ و $IC_{\tilde{B}} = ۰.۶۲۱۴$ می‌باشد. لازم به ذکر است که مدل یانگ و کی نه تنها در محاسبه این مجموعه خاص بلکه در رتبه بندی تمامی اعداد فازی مثلثی نرمال با میانگین‌های یکسان و انحراف معیارهای متفاوت نتایج نادرستی را ارائه می‌دهد. اشتباہ محاسباتی مقاله یانگ و کی در تحقیقات چن و چن [۱۶]، چن و وانگ [۱۷]، لی و چن [۱۴] بدون تصحیح آن به منظور مقایسه مورد استفاده قرار گرفته است.

(۲) طبق مجموعه دو شکل ۱، مدل عباس بندی و اسدی [۱۱] برای حالت $p=1$ ، دو مجموعه را برابر می‌داند در حالی که مجموعه \tilde{A} در ناحیه مثبت و مجموعه \tilde{B} در ناحیه منفی قرار دارد. بنابراین مدل آنها قادر به رتبه بندی صحیح دو عدد فازی متقارن نسبت به محور y ها نمی‌باشد.

با کنار گذاشتن چهار مدلی که در دو مجموعه قبلی ضعف‌های آنها تشریح شد حال با استفاده از شش مجموعه فازی که در شکل شماره ۲ نشان داده شده‌اند، مدل‌های باقی مانده را مورد بررسی و مقایسه قرار می‌دهیم. مجموعه‌های یک، دو و سه توسط چن و



شکل ۲. شش مجموعه از اعداد فازی

$\tilde{B} > \tilde{C} > \tilde{A}$ بوده در حالی که برای مدل‌های لی و چن [۱۴]، چن و چن [۱۶] و مدل پیشنهادی از آنجایی که عامل میانگین در رتبه بندی نسبت به انحراف معیار ارجح است ترتیب رتبه بندی به صورت $\tilde{C} > \tilde{B} > \tilde{A}$ می‌باشد.

(۵) در مجموعه پنج از شکل ۲، هر چهار مدل به همراه مدل پیشنهادی ترتیب رتبه بندی $\tilde{A} > \tilde{B}$ را ارائه می‌دهند. به این ترتیب، مدل‌های مذکور قادر به ارائه رتبه بندی صحیح دو عدد فازی نامتقارن با میانگین و انحراف معیار برابر می‌باشند.

(۶) در مجموعه شش از شکل ۲، نتایج حاصل از رتبه بندی مدل‌های چن و چن [۹]، چن و چن [۱۳]، به صورت

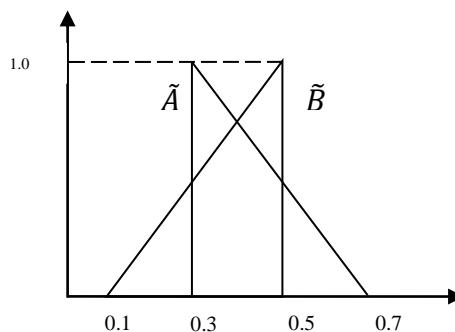
جدول ۲. مقایسه نتایج رتبه بندی توسط ۴ مدل موجود و مدل پیشنهادی

مدل‌ها	مجموعه یک		مجموعه دو		مجموعه سه	
	\tilde{A}	\tilde{B}	\tilde{A}	\tilde{B}	\tilde{A}	\tilde{B}
چن و چن [۹]	۱.۲۳۶۰	۱.۴۳۶۰	۱.۲۰۶۷	۱.۲۳۶۰	۱.۲۳۶۰	۱.۱۵۱۳
چن و چن [۱۳]	۰.۴۴۵۶	۰.۴۸۸۴	۰.۴۲۳۹	۰.۴۴۵۶	۰.۴۴۵۶	۰.۳۵۶۵
لی و چن [۱۴]	۰.۶۰۹۸	۰.۷۰۹	۰.۶۱۵۳	۰.۶۰۹۸	۰.۶۰۹۸	۰.۵۰۹۸
چن و چن [۱۶]	۰.۲۵۷۹	۰.۴۲۹۸	۰.۲۵۳۷	۰.۲۵۷۹	۰.۲۵۷۹	۰.۲۰۶۳
مدل پیشنهادی	۰.۴۲۷۳	۰.۷۱۲۲	۰.۴۲۴۹	۰.۴۲۷۳	۰.۴۲۷۳	۰.۳۳۸۸

مدل‌ها	مجموعه چهار		مجموعه پنج		مجموعه شش		
	\tilde{A}	\tilde{B}	\tilde{A}	\tilde{B}	\tilde{A}	\tilde{B}	
چن و چن [۹]	۰.۹۸۹۱	۰.۹۹	۱.۴۸۵۹	۱.۳۸۵۹	۱.۲۸۹۰	۱.۴۳۹۵	۱.۴۰۴۶
چن و چن [۱۳]	۰.۴	۰.۵	۰.۴۱۲۸	۰.۴۰۰۵	۰.۳۷۱۹	۰.۴۱۵۵	۰.۳۹۷۹
لی و چن [۱۴]	۰.۴۰۵	۰.۴۹۵	۰.۷۱۵۵	۰.۶۹۰۵	۰.۶۵۱	۰.۶۹۲	۰.۷۰۵۵
چن و چن [۱۶]	۰.۰۰۸	-۰.۰۱	۰.۴۴۲۸	۰.۴۰۴۳	۰.۳۳۵۴	۰.۴۰۷۹	۰.۴۱۹۶
مدل پیشنهادی	۰.۰۱۲	-۰.۰۱۵	۰.۷۹۸۰	۰.۷۱۰۸	۰.۶۰۸۹	۰.۷۲۴۱	۰.۷۴۶۷

یکسانی معادل $0.2 = 0.36$ می‌باشند. نتیجه رتبه بندی مدل چن و چن $\tilde{A} \sim \tilde{B}$ می‌باشد. اما از دیدگاه مدل پیشنهادی این دو عدد فازی $\bar{X}(\tilde{A}) = 0.43$ دارای میانگین‌های برابر نمی‌باشند بطوریکه $\tilde{X}(\tilde{B}) = 0.36$ بوده و نتیجه رتبه بندی این مدل $\tilde{A} > \tilde{B}$ می‌باشد. همانطور که مطرح شد در هر دو مدل میانگین مهمترین عامل در رتبه بندی اعداد فازی بوده است ولی از آنجایی که این دو مدل از روابط یکسانی برای اندازه گیری میانگین استفاده نمی‌کنند به تبع نتایج یکسانی ارائه نمی‌دهند. روش میانگین گیری مدل پیشنهادی بر اساس شکل تابع عضویت عدد فازی بوده در حالی که روش چن و چن از روش میانگین گیری ساده استفاده می‌کند. لازم به ذکر است نتایج رتبه بندی مدل‌های چن و چن، یانگ و کی، چن و چن نیز به صورت $\tilde{A} > \tilde{B}$ می‌باشد. بنابراین با توجه به مثال‌های ارائه شده در بخش پنجم مقاله، اثبات گردید که مدل‌های مذکور هر یک دارای نقصی در رتبه بندی صحیح اعداد فازی می‌باشند.

طبق جدول ۱ و ۲ تنها مدل چن و چن [۱۶] و مدل پیشنهادی در تمامی مجموعه‌های که مورد بررسی قرار گرفت، نتایج رتبه‌بندی صحیحی را ارائه دادند. حال اگر مجموعه‌ای از دو اعداد فازی متقاضی $\tilde{A} = (0.3, 0.3, 0.3, 0.7)$ و $\tilde{B} = (0.1, 0.5, 0.5, 1)$ مطابق شکل ۳ در نظر گرفته شود،



شکل ۳. دو عدد فازی متقاضی

۶. نتیجه گیری

در این مقاله یک مدل جدید برای رتبه بندی اعداد فازی غیرنرمال براساس پارامترهایی چون درجه عضویت، میانگین، انحراف

طبق مدل ارائه شده توسط چن و چن [۱۶]، این دو عدد دارای میانگین‌های یکسانی معادل 0.36 و همچنین انحراف معیارهای

- [14] Chen, S.J., Chen, S.M., "Fuzzy Risk Analysis Based on the Ranking of Generalized Trapezoidal Fuzzy Numbers", Applied Intelligence, Vol. 95. 2007, pp. 307-317.
- [15] Lee, L.W., Chen, S.M., "Fuzzy Risk Analysis Based on Fuzzy Numbers with Different Shapes and Different Deviations", Expert Systems with Applications, Vol. 34. 2008, pp. 2763-2771.
- [16] Abbasbandy, S., Hajjari, T., "A New Approach for Ranking of Trapezoidal Fuzzy Numbers", Computers and Mathematics with Applications, Vol. 57. 2009, pp.413-419.
- [17] Chen, S.M., Chen, J.H., "Fuzzy Risk Analysis Based on Ranking Generalized Fuzzy Numbers with Different Heights and Different Spreads", Expert Systems with Applications, Vol. 36. 2009, pp. 6833-6842.
- [18] Chen, S.M., Wang, S.H., "Fuzzy Risk Analysis Based on Ranking Fuzzy Numbers using a-Cuts Belief Features and Signal/Noise Ratios", Expert Systems with Applications, Vol. 36. 2009, pp.5576-5581.

معیار و فرم پارامتریکتابع عضویت ارائه گردیده است. این مدل ترکیبی با دارا بودن تمامی پارامترهای مهم در رتبه بندی اعداد فازی توانسته است کاستی های مدل های پیشین را پوشش می دهد. در این مقاله با استفاده از مثال هایی که از مجموعه های فازی مختلف ارائه شد، ثابت گردیده مدل پیشنهادی نقص های مدل های موجود را دارا نبوده و نسبت به مدل های موجود برتری دارد.

منابع

- [1] Bortolan, G., Degani, R. "A Review of Some Methods for Ranking Fuzzy Numbers". Fuzzy Sets and Systems, Vol.15. 1985, pp. 1-19.
- [2] Chen, S.J., Hwang C.L., "Fuzzy Multiple Attribute Decision Making", Springer; New York,1992.
- [3] Wang, X., Kerre, E.E., "Reasonable Properties for the Ordering of Fuzzy Quantities (I)", Fuzzy Sets and Systems, Vol.118. 2001, pp. 375-385.
- [4] Chen, S.H., "Ranking Fuzzy Numbers with Maximizing Set and Minimizing Set", Fuzzy Sets and Systems, Vol.17.1985, pp. 113-129.
- [5] Cheng, S.H., "Operations of Fuzzy Number with Function Principle", Tamkang. Jurnal of Management and Science, Vol. 6. 1985, pp.13-25.
- [6] Cheng, C.H., "A New Approach for Ranking Fuzzy Numbers by Distance Method", Fuzzy Sets and Systems, Vol. 95. 1998, pp.307-317.
- [7] Lee-kwang, H., Lee, J.H., "A Method for Ranking Fuzzy Numbers and its Application to Decision-Making", IEEE Trans Fuzzy Systems, Vol.7. 1999, pp.677-685.
- [8] Lee, E.S., Li, R.L., "Comparison of Fuzzy Numbers Based on the Probability Measure of Fuzzy Events", Computers and Mathematics with Applications, Vol. 15. 1988, pp.887-896.
- [9] Chen, S.J., Chen, S.M., "A New Method for Handling Multicriteria Fuzzy Decision-Making Problems using FN-IOWA Operators", Cybernetics and Systems, Vol. 34. 2003, pp.109-137.
- [10] Yong, D., Qi, L., "A TOPSIS-Based Centroid-Index Ranking Method of Fuzzy Numbers and its Application in Decision-Making" ; Cybernetics and Systems,Vol.36. 2005, pp.581-595.
- [11] Abbasbandy, S., Asady, B., "Ranking of Fuzzy Numbers by Sign Distance" ; Information Science, Vol. 176. 2006, pp.2405-2416.
- [12] Asady, B., Zendehnam, A., "Ranking Fuzzy Numbers by Distance Minimization", Applied Mathematical Modelling, Vol. 31. 2007, pp. 2589-2598.