



A Method for Volatility Estimation for Application in Real Options Approach

A.M. Kimiagari* & M. Akbai Nasiri

Ali mohammad Kimiagari. Assistant professor, Industrial Engineering Faculty, Amir Kabir University of Technology.

Maryam Akbari Nasiri, Ms in Financial engineering, Industrial Engineering Faculty, Amir Kabir University of Technology

Keywords

Real option analysis,
Financial options,
Volatility,
South pars Gas field

ABSTRACT

Traditional project evaluation based on discounted cash flow analysis which ignores the upside potentials to an investment from managerial flexibility and innovation is not a suitable approach for evaluating high risk projects such as projects in oil industry. Nowadays, real options valuation approach that borrows ideas from financial options attracts the expert's attentions. In spite of the fact that experts have paid attention to this new method, applying this approach has some limitations. For applying this method successfully, we need to estimate some input parameters. One of the most important ones is volatility. volatility is a key parameter, but it is difficult to estimate. From a traditional investment viewpoint, volatility reduces project value because it increases its discount rate via a higher risk premium. The estimation of project volatility is very complicated since there is not a historical series of project values and most of projects are done for the first time and they are irreversible. In this article a method based on present value of future cash flows that we named profitability index and Monte Carlo simulation is proposed to estimate the volatility of projects. This method is applied to estimate the volatility of south pars gas field development phase 15 & 16 as a case study.

© 2012 IUST Publication, IJIEPM. Vol. 23, No. 1, All Rights Reserved

*
Corresponding author. Ali mohammad Kimiagari
Email: kimiagar@aut.ac.ir

ارائه روشی جهت تخمین پارامتر نوسان پذیری برای کاربرد در تئوری ارزش گذاری اختیارات واقعی (مطالعه موردی - پروژه های پارس جنوبی)

مریم اکبری نصیری و علی محمد کیمیاگری*

چکیده:

کلمات کلیدی

رویکرد اختیارات واقعی^۱،
اختیارات مالی^۲،
نوسان پذیری^۳،
میدان گازی پارس جنوبی

روش های ارزیابی اقتصادی سنتی مانند رویکرد جریان نقدی تنزیل شده انعطاف پذیری های موجود در پروژه ها را مورد توجه قرار نمی دهد و لذا این روش ها برای ارزیابی پروژه هایی که دارای ریسک بالایی هستند مانند پروژه های نفتی روش مناسبی نیست و قادر نیست ارزش دقیق پروژه را بدست آورد. درحال حاضر روش اختیارات واقعی یکی از روش های پیشرفته ارزیابی پروژه ها می باشد که برگرفته از تئوری اختیارات مالی است و در چند دهه گذشته مورد توجه کارشناسان قرار گرفته است. اما کاربرد این روش در عمل با مشکلات و محدودیت هایی همراه است که موفقیت این روش را تحت تاثیر قرار داده است. برای ارزیابی پروژه ها توسط این روش نیاز به تخمین پارامترهای داریم که مهمترین و کلیدی ترین آنها پارامتر نوسان پذیری است. اما تخمین این پارامتر بسیار پیچیده است و دلیل آن این است که داده های تاریخی برای دارایی پایه که در اینجا منظور ارزش پروژه است وجود ندارد [۵]. زیرا در چنین موقعیت هایی معمولاً پروژه برای اولین بار اجرا می شود و غیر قابل بازگشت است. لذا این امر یکی از مشکلات مهمی است که گریبانگیر کارشناسانی شده است که قصد استفاده از این روش را دارند. لذا در این مقاله قصد داریم روشهای مختلف تخمین این پارامتر کلیدی را مورد بررسی قرار دهیم. همچنین در این مقاله، یک روش جدید که مبتنی بر جریان نقدی است پیشنهاد گردیده است.

۱. مقدمه

در ارزیابی پروژه ها عموماً از روش جریان نقدی تنزیل شده^۲ استفاده می شود. این روش رویکردی سنتی است که یک مسیر تصمیم گیری ساده با میزان درآمدی ثابت را در نظر می گیرد و همه تصمیمات در ابتدای کار بدون در نظر گرفتن احتمال تغییر و

یا بهبود در طول پروژه گرفته می شود. اما این روش محدودیتهایی دارد که از میان آنها می توان به موارد زیر اشاره کرد:

- در روش های ارزش گذاری کلاسیک فرض می شود که سرمایه گذاری ها یا تماماً صورت می گیرند و یا اصلاً صورت نمی گیرند. (دید استاتیک به سرمایه گذاری)
- هیچ انتخاب زمانی و یا اجرایی وجود ندارد. (در نظر نگرفتن انعطاف پذیری ها)
- ریسک ها و یا فرصت های حاصل از توقف، افزایش و یا کاهش سرمایه گذاری محاسبه نمی شوند.
- مدیریت پویای ریسک ها یا مشکلاتی که بر جریان های نقدی تاثیر می گذارند در نظر گرفته نمی شوند.
- فعالیت های رقابتی و تغییرات در محیط کلان و یا صنعتی در نظر گرفته نمی شود.
- تمام جریان های نقدی صرف نظر از تفاوت ریسک آنها با یک نرخ تنزیل می شود.

تاریخ وصول: ۸۹/۷/۹

تاریخ تصویب: ۹۰/۳/۲۱

مریم اکبری نصیری، کارشناس بررسی های اقتصادی شرکت نفت و گاز پارس، makbari@aut.ac.ir

*نویسنده مسئول مقاله: دکتر علی محمد کیمیاگری، دانشیار دانشکده مهندسی صنایع دانشگاه صنعتی امیرکبیر، Kimiagar@aut.ac.ir

¹Real Option Valuation

²Financial options

³volatility

² Discounted Cash Flow (DCF)

ایجاد ارزش با رفع عدم قطعیت‌ها گردد. اما همان طور که گفته شد تخمین این پارامتر بسیار پیچیده است و دلیل آن این است که داده‌های تاریخی برای دارایی پایه که در اینجا منظور ارزش پروژه است وجود ندارد. زیرا در چنین موقعیت‌هایی معمولاً پروژه برای اولین بار اجرا می‌شود و غیر قابل بازگشت است. در این مقاله قصد داریم روش‌های مختلف تخمین این پارامتر را معرفی و مورد بررسی قرار دهیم.

۲. روشهای تخمین پارامتر نوسان پذیری

روش‌های مختلف برای تخمین نوسان پذیری را به سه دسته کلی زیر تقسیم می‌کنیم:

- روشهای مبتنی بر جریان نقدی^۳
- روشهای مبتنی بر دارایی‌های مالی قابل قیاس^۴
- روشهای مبتنی بر نظرات خبرگان^۵

۲-۱. روشهای مبتنی بر جریان نقدی

در ادامه رویکردهای مرتبط با این دسته شرح داده شده است:

۲-۱-۱. رویکرد لگاریتم بازده جریان نقدی یا رویکرد

لگاریتم بازده قیمت سهم^۶

اگرچه این روش به طور عمده برای محاسبه نوسان پذیری در دارایی‌های نقد شونده و قابل مبادله مانند سهام در دارایی‌های مالی به کار می‌رود، اما در بعضی موارد برای سایر دارایی‌های قابل داد و ستد مانند قیمت نفت و قیمت الکتریسیته نیز کاربرد دارد. اشکالاتی که در این روش وجود دارد این است که مدل جریان نقدی تنزیل شده با جریان نقدی کم، میزان نوسان پذیری را عمدتاً به طور اغراق آمیزی نشان می‌دهد و همچنین برای جریان نقدی منفی قابل استفاده نیست، زیرا لگاریتم اعداد منفی تعریف نشده هستند.

مزیتی که این روش دارد این است که محاسبه آن ساده و انعطاف پذیری آن بالا می‌باشد و علاوه بر این برای تخمین نوسان پذیری توسط این روش به شبیه سازی نیازی نیست. در این روش برای محاسبه نوسان پذیری، از تخمین جریان نقدی آینده منحصر به فرد، تخمین جریان نقدی قابل مقایسه، قیمت‌های تاریخی و ایجاد بازده نسبی به مانند آنچه در جدول زیر مشاهده می‌شود استفاده می‌کند.

• تمام فاکتورهایی که می‌توانند بر نتیجه پروژه و ارزشگذاری تاثیر بگذارند از طریق NPV یا IRR منعکس می‌شوند.

• از این روش‌ها برای همه شرکت‌ها و پروژه‌ها به طور یکسان استفاده می‌شود [۱].

با توجه به محدودیت‌هایی که این روش به همراه دارد استفاده از رویکردهایی که بتواند ریسک را بیشتر پوشش داده و ارزش واقعی پروژه‌ها را دقیقتر مشخص کند مورد توجه قرار گرفت که رویکرد اختیارات واقعی^۱ یکی از این رویکردها می‌باشد.

به طور ساده، اختیارات واقعی را می‌توان تحت عنوان رویکردی سیستماتیک و راه حلی یکپارچه که از تئوری‌های مالی، تحلیل‌های اقتصادی، علم مدیریت، تصمیم‌گیری، آمار و مدلسازی اقتصادی استفاده می‌کند تا تئوری اختیارات را برای ارزش گذاری دارایی‌های فیزیکی و نه دارایی‌های مالی، در یک محیط کسب و کار دینامیک که با عدم قطعیت همراه است به کار برد. این محیط کسب و کار با ویژگی‌هایی مانند انعطاف پذیری در تصمیم‌گیری‌های سرمایه‌گذاری، ارزش گذاری فرصتهای سرمایه گذاری و هزینه‌های پروژه، همراه می‌باشد [۴]. رویکردهای اختیارات واقعی نه تنها برای ارزش گذاری اختیارات تجاری استراتژیک یک بنگاه کاربرد دارد بلکه یک ابزار استراتژیک تجاری در تصمیمات سرمایه گذاری می‌باشد.

در روش اختیارات واقعی از تئوری اختیارات معامله برای ارزش گذاری دارایی‌های واقعی (و نه دارایی‌های مالی) استفاده می‌شود [۷].

در روش ارزشگذاری اختیارات واقعی (ROV)، علاوه بر تنزیل جریان‌های نقدی^۲ پروژه، ارزش همه اختیارات مستتر در پروژه نیز محاسبه می‌شود و بنابراین انعطاف‌پذیری‌های مدیریتی که متناسب با تغییرات محیط اقتصادی، مالی، بنگاهی و استراتژیک در طول زمان اعمال می‌شوند در نظر گرفته می‌شود. البته ROV جایگزین روش‌های استاتیک نیست بلکه مکمل روش‌های تنزیل جریان‌های نقدی است. اما استفاده از این روش نیز مشکلات و محدودیت‌های خاص خود را دارد.

برای استفاده از این روش نیاز داریم پارامترهای ورودی اختیارات واقعی را تخمین بزنیم. یکی از پارامترهای مهم و کلیدی در ارزیابی و ارزش گذاری پروژه‌ها توسط این رویکرد پارامتر نوسان پذیری است. با توجه به دیدگاه سنتی، نوسان پذیری باعث کاهش ارزش پروژه می‌شود زیرا سبب افزایش نرخ تنزیل به علت بالا رفتن میزان ریسک می‌گردد.

اما با توجه به تئوری قیمت گذاری اختیارات واقعی، نوسان پذیری ممکن است سبب افزایش ارزش پروژه به علت وجود پتانسیل

³Cash flow base approach

⁴Financial asset base approach

⁵Expert Assumption Approach

⁶Logarithmic cash Flow Returns Approach or Logarithmic stock price

¹ Real options valuation (ROV)

² Discounted Cash Flows

جدول ۱. رویکرد لگاریتم بازده جریان نقدی

Time Period	cash flow	Cash Flow Relative Returns	Natural Logarithm of Cash Flow Returns(X)
0	\$ 100	—	—
1	\$ 125	125/100=1.25	Ln(125/100)=0.2231
2	\$ 95	95/125=0.76	Ln(95/125)= -0.2744
3	\$ 105	105/95=1.11	Ln(105/95)= 0.1001
4	\$ 155	155/105=1.48	Ln(155/105)= 0.3895
5	\$ 146	146/155=0.94	Ln(146/155)= -0.0598

تفاوت زیادی داشته باشد آن گاه توزیع نوسان پذیری چوله میباید و باید میانه مورد استفاده قرار گیرد در غیر این صورت از میانگین استفاده می کنیم. همان طور که ذکر شد این روش دارای مزایا و معایبی می باشد.

این روش برای پیاده سازی ساده می باشد و برای بدست آوردن مقدار نوسان پذیری واحد، به شبیه سازی مونت کارلو نیازی نیست. این روش از نظر ریاضی معتبر است و به طور گسترده برای تخمین نوسان پذیری در دارایی های مالی به کار می رود. ولی با این حال برای کاربرد در رویکرد اختیارات واقعی یک سری ایراداتی دارد که باید مورد توجه قرار گیرد. هنگامی که جریان نقدی در یک دوره زمانی خاص منفی می شود، بازده نسبی یک مقدار منفی خواهد بود که لگاریتم طبیعی آن وجود ندارد. بنابراین مقدار نوسان پذیری تخمین زده شده ممکن است با خطا همراه شود.

علاوه بر این، جریان نقدی که دارای همبستگی هستند (که برای تخمین از تکنیک های پیش بینی سری های زمانی استفاده شده اند) و یا جریان نقدی که از یک نرخ رشد استاتیک پیروی می کنند ممکن است منجر به تخمین نوسان پذیری به همراه خطا شوند.

در چنین مواقعی باید توجه زیادی نمود. این ایراد توسط داده های زمانی بیشتر که فقط مقادیر مثبت دارند مانند قیمت سهام و نفت و برق کمتر باعث خطا می شود و معمولاً نادیده انگاشته می شود. باید توجه نمود که همه این مقادیر غیر قطعی هستند و باعث ایجاد مقادیر مختلف در نوسان پذیری می گردند. هنگامی که یک سری داده های تاریخی که همگی مقادیر مثبت هستند داشته باشیم، استفاده از این روش راحت تر و معتبرتر می باشد. می توان از روش خاصی برای جلوگیری از بروز خطا استفاده کرد. در ابتدا باید مدل جریان نقدی تنزیل شده را از حالت جریان نقدی به درآمد خالص تغییر بدهیم تا همه مقادیر مثبت شود. همچنین این روش در موقعیت هایی که نوسان پذیری، ریسک و عدم قطعیت ریشه در یک سری متغیر خاص دارد نیز قابل توجه است. به عنوان مثال، تنها فاکتور موفقیت آمیز بحرانی در شرکت های نفتی و گازی، قیمت نفت و میزان نرخ تولید است که میزان درآمد از حاصلضرب این دو بدست آید. علاوه بر این، اگر همه موارد در رویکرد جریان نقدی تنزیل شده، نرخ های متناسب (مانند هزینه های عملیاتی ۲۵٪ درآمد یا مقدار EBITDA^۱، ۱۰٪ درآمد باشد)، فقط نوسان پذیری در درآمد را مورد توجه قرار می دهیم. در حقیقت، اگر بخش باقیمانده ثابت باشد مقدار نوسان پذیری محاسبه شده یکسان

برای شروع پیش بینی، از یک سری از جریان نقدی آینده یا قیمت های تاریخی استفاده می کنیم و آنها را به بازده نسبی تبدیل می کنیم و سپس لگاریتم طبیعی این بازده نسبی را محاسبه می کنیم. انحراف استاندارد این بازده های لگاریتمی طبیعی همان نوسان پذیری دوره های سری جریان نقدی می باشد. این مقدار دوره های سپس باید به مقدار سالیانه تبدیل شود. بدون توجه به نوع روش مورد استفاده باید نوسان پذیری دوره ای تخمین زده شده را، برای استفاده در اختیارات واقعی یا اختیارات مالی به نوسان پذیری سالیانه تبدیل کرد. بنابراین باید از فرمول $\sigma\sqrt{p}$ استفاده نمود که در آن p تعداد دوره در یک سال و σ همان نوسان پذیری دوره ای می باشد این رویکرد هنگامی که تخمین نوسان پذیری برای داده های نقدشونده و قابل داد و ستد مانند قیمت های تاریخی سهام و قیمت های تاریخی نفت و برق انجام می شود، دقیق و معتبر، و برای محاسبه نوسان پذیری در دنیای اختیارات واقعی، هنگامی که دارایی پایه، جریان نقدی ایجاد می کند کمتر اعتبار دارد و این به خاطر این است که برای بدست آوردن نتایج معتبر، تعداد زیادی از داده ها برای مدلسازی در رویکرد اختیارات واقعی مورد نیاز است ولی معمولاً در مدل جریان نقدی تنزیل شده، حدود ۵ تا ۱۰ دوره برای ایجاد جریان نقدی در نظر گرفته می شود. چنانچه تعداد داده های تاریخی کم باشد میزان نوسان پذیری تخمین زده شده اغراق آمیز می شود. سپس میزان نوسان پذیری را توسط فرمول زیر محاسبه می کنند.

$$volatility = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (۱)$$

در فرمول فوق n تعداد x ها و $\bar{x}$ میانگین ارزش x ها می باشد. باید توجه نمود که برای یک سری از داده های تاریخی باید میانگین و میانه را محاسبه کرد. چنانچه میانه با میانگین

¹ Earnings before the deduction of interest, tax and amortization expenses

از این مقدار X برای اجرای شبیه سازی جریانهای نقدی تنزیل شده استفاده می کنیم و تابع توزیع پیش بینی شده برای X را به عنوان تخمین پارامتر نوسان پذیری که در اختیارات واقعی کاربرد دارد استفاده می کنیم. این نکته حائز اهمیت است که فقط صورت کسر شبیه سازی می شود و مخرج کسر بدون تغییر باقی می ماند.

جدول ۲. لگاریتم طبیعی بازده ارزش فعلی

Time Period	cash flow	Present Value at Time 0	Present Value at Time 1
0	\$ 100	$100/(1+0.1)^0=100$	
1	\$ 125	$125/(1+0.1)^1=113.64$	$125/(1+0.1)^0=125.00$
2	\$ 95	$95/(1+0.1)^2=78.51$	$95/(1+0.1)^1=86.36$
3	\$ 105	$105/(1+0.1)^3=78.89$	$105/(1+0.1)^2=86.78$
4	\$ 155	$155/(1+0.1)^4=105.87$	$155/(1+0.1)^3=116.45$
5	\$ 146	$146/(1+0.1)^5=90.65$	$146/(1+0.1)^4=99.72$
SUM		\$ 567.56	\$ 514.31

ایرادی که این روش دارد این است که برای نوسان پذیری به استفاده از شبیه سازی نیاز داریم اما مقدار نوسان پذیری محاسبه شده یک تخمین تک مقداره می باشد.

ایراد عمده این روش وابستگی به تغییر نرخ تنزیل استفاده شده می باشد. به عنوان مثال ما می توانیم معادله X را به شکل زیر باز کنیم.

$$X = \ln \left[\frac{\sum_{i=1}^n PVCF_i}{\sum_{i=0}^n PVCF_i} \right] = \ln \left(\frac{\frac{CF_1}{(1+D)^0} + \frac{CF_2}{(1+D)^1} + \dots + \frac{CF_N}{(1+D)^{N-1}}}{\frac{CF_0}{(1+D)^0} + \frac{CF_1}{(1+D)^1} + \dots + \frac{CF_N}{(1+D)^N}} \right) \quad (3)$$

D در معادله فوق نرخ تنزیل می باشد. همان طور که مشاهده می شود سری جریانهای نقدی در صورت، برای یک دوره، تنزیل شده است. انجام شبیه سازی در جریانهای نقدی به تنهایی در مقابل اجرای شبیه سازی در هر دو متغیر جریان نقدی مانند نرخ تنزیل، مقادیر مختلفی برای X بدست می آورد. انتقاد اساسی به این روش این است که در تحلیل اختیارات واقعی، پارامتر کلیدی در ارزش اختیارات، تغییر پذیری در ارزش فعلی جریانهای نقدی است نه تغییر پذیری نرخ تنزیل که در تحلیل مورد استفاده قرار گرفته است.

اصلاحات انجام شده در این روش این است که جریانهای نقدی تکرار شده و شبیه سازی فقط برای صورت جریانهای نقدی انجام

خواهد بود. مثلاً چنانچه درآمد ۱۰۰، ۲۰۰، ۳۰۰، ۴۰۰، ۵۰۰ دلار باشد و میزان EBITDA ۱۰٪ مقادیر فروخته شده باشد، مقادیر ۱۰، ۲۰، ۳۰، ۴۰، ۵۰ بدست می آید که توسط آن میزان نوسان پذیری ۲۰.۸۰٪ می باشد. اگر مثال شرکت های نفتی و گازی را در نظر بگیریم برای محاسبه نوسان پذیری درآمدها، فرض می کنیم ریسک های بازار دیگری در زیر خط درآمد در مدل جریانهای نقدی تنزیل شده وجود ندارد.

این مسئله قابل توجه است زیرا این بنگاه ممکن است فعالیت های جهانی با شرایط مالیاتی و اهرم مالی متفاوتی را انجام دهد. مقدار نوسان پذیری نباید فقط با ریسک های بازار و ریسک های خصوصی (مثلاً این که چقدر یک مدیر ارشد مالی در گرفتن وام های خارجی قدرت چانه زنی داشته باشد یا نه) در نظر گرفته شوند.

۲-۱-۲. رویکرد لگاریتم بازده ارزش فعلی^۱

در این روش برای محاسبه نوسان پذیری، تمام جریانهای نقدی آتی تخمین زده شده را به دو مجموع ارزش فعلی تقسیم می کنیم. یکی برای اولین دوره زمانی و دیگری برای زمان فعلی. این محاسبات سبب می شود که یک نرخ تنزیل ثابت در نظر گرفته شود. جریانهای نقدی به زمان صفر و یک، تنزیل شده اند، سپس مجموع این مقادیر را محاسبه نموده و لگاریتم حاصل تقسیم را محاسبه می کنیم.

$$X = \ln \left[\frac{\sum_{i=1}^n PVCF_i}{\sum_{i=0}^n PVCF_i} \right] \quad (2)$$

این روش به طور عمده برای محاسبه نوسان پذیری دارایی هایی که دارای جریانهای نقدی هستند به کار برده می شود و کاربرد معمول آن در روش اختیارات واقعی است. اشکالی که این روش دارد این است که برای بدست آوردن یک مقدار واحد، باید از شبیه سازی استفاده کنیم و این برای دارایی های نقد شونده ای که به طور عمده داد و ستد می شوند مانند قیمت سهام کاربرد ندارد. مزیت این روش، قابلیت آن در محاسبه جریانهای نقدی منفی و تحلیل های دقیق تر نسبت به روش قبلی می اشد.

این رویکرد، ریسک جریان نقدی همبسته و جریانهای نقدی منفی را کاهش می دهد و یکی از بهترین روش ها برای تخمین نوسان پذیری در بسیاری از مسائل اختیارات واقعی می باشد

¹. Logarithmic Present Value Returns Approach

$$\sigma_{RO} = \frac{\sigma_{Equity}}{1 + D/E} \quad (4)$$

۲-۲-۲. بر اساس دارایی پایه^۴

چنانچه بازارها قابل مقایسه باشند و شاخص‌های داخلی و یا شاخص‌های صنعتی وجود داشته باشند می‌تواند روش فوق مورد استفاده قرار گیرد. این درست نیست که ریسک پروژه که توسط نوسان پذیری اندازه گیری شده را، با ریسک صنعت و بخش‌ها یکسان فرض کنیم. باید در انتخاب موارد قابل مقایسه، دقت زیادی کنیم و در برخی مواقع انتخاب بنگاه‌هایی که مناسب باشند امکان پذیر نیست و ممکن است باعث ایجاد خطا شود. بعضی از اختیارات نیاز به سرمایه گذاری مجدد دارند در این حالت می‌بایست نوسان پذیری بدست آمده برای کسب و کار مربوطه را اهرمی نماییم.

$$\sigma_{Business} = \frac{\sigma_{Equity}}{1 + D_{Market}/E_{Market}} \quad (5)$$

$$\sigma_{RO} = \sigma_{Business} \cdot \left(1 + \frac{D_{Company}}{E_{Company}}\right) \quad (6)$$

چنانچه در پروژه سرمایه گذاری مجدد وجود نداشته باشد و یا کل سرمایه گذاری از منابع داخلی شرکت تامین شود آنگاه $D_{company} = 0$ و $\sigma_{RO} = \sigma_{Business}$. درواقع این ایده از روش WACC گرفته شده است.

۲-۳. روشهای مبتنی بر نظرات خبرگان

۲-۳-۱. رویکرد استفاده از فرضیه های مدیریتی^۵

یک روش ساده برای تخمین نوسان پذیری استفاده از فرضیه های مدیران است. این رویکرد به مدیر اجازه می‌دهد که تخمینی تقریبی از نوسان پذیری را بدون اجرای تحلیل های ممتد انجام دهد. این روش همچنین برای آموزش به مدیران و توضیح چگونگی عملکرد آن راحت می‌باشد. به کمک روش های ریاضی و آماری، میزان ریسک متغیرها می‌تواند توسط پارامترهایی مانند دامنه، انحراف استاندارد، واریانس، همبستگی، صدک و... نشان داده شود.

ما می‌توانیم از برخی از فرضیه‌های مدیریتی برای تخمین نوسان‌پذیری استفاده کنیم. به عنوان مثال از ارزش فعلی خالص (NPV) مورد انتظار (میانگین) شروع می‌کنیم. سپس

می‌شود. بنابراین توسط این کار در هر آزمایش، مقادیر مختلفی برای صورت کسر بدست می‌آید، در حالی که مخرج کسر استاتیک می‌باشد و مقدار تنزیل نیز ثابت است. در حقیقت هنگامی که این روش را اجرا می‌کنیم بهتر است که نرخ تنزیل را به صورت یک نرخ ریسک خنثی استاتیک در نظر بگیریم و ورودی‌های جریان نقدی تنزیل شده را شبیه سازی کنیم و مقدار نوسان پذیری را به عنوان خروجی بدست آوریم و سپس مقدار تنزیل را به مقدار اولیه اش را برگردانیم.

۲-۲. روشهای مبتنی بر داراییهای مالی قابل قیاس

در ادامه روش های مرتبط با این دسته بررسی می‌شود:

۲-۲-۱. رویکرد استفاده از شاخص های بازار و یا مقایسه با نمایه های بازار^۱

رویکرد دیگری که برای تخمین نوسان پذیری مورد استفاده قرار می‌گیرد استفاده از داده های در دسترس در بازار می‌باشد. این روش به طور عمده برای مقایسه دارایی های نقد شونده و غیر نقد شونده تا زمانی که داده‌های مخصوص صنعت، بخش‌ها و بازارهای قابل مقایسه در دسترس باشند کاربرد دارد. ایراد این روش این است که گاهی یافتن بنگاه های قابل مقایسه و مناسب سخت است و نتایج ممکن است که توسط استفاده و یا عدم استفاده از یک سری بنگاه های خاص تغییر کند آن سادگی در عمل می‌باشد. برای پروژه های تحت بررسی، یک مجموعه از قیمت های سهام قابل داد و ستد در بازار که قابل مقایسه باشند مورد استفاده قرار می‌گیرد. این سازمان ها باید وظایف، بازار ها، ریسک‌ها و موقعیت جغرافیایی یکسانی داشته باشند، سپس از این قیمت‌های سهام استفاده می‌کنیم و انحراف استاندارد لگاریتم طبیعی بازده‌های نسبی را محاسبه می‌کنیم. این متدولوژی به رویکرد لگاریتمی بازده جریان نقدی که قبلاً بحث شد بسیار شبیه می‌باشد.

مشکل این روش این است که فرض کردیم که ریسک های ذاتی در بازارهای قابل مقایسه با ریسکهای ذاتی در پروژه های تحت بررسی یکسان می‌باشد. در واقع ارزیابی بازار از بنگاه های بزرگ به اثرات متقابل و گوناگونی پروژه ها بستگی دارد. برای این که بتوانیم از این نوسان پذیری در رویکرد اختیارات واقعی استفاده کنیم باید آن را توسط نرخ نسبت بدهی به حقوق صاحبان سهام^۲ (D/E)، اهرمی^۳ می‌کنیم [۴].

¹ Market proxy

² Debt/Equity Ratio

³ Leverage

⁴ underlying asset base approach

⁵ Management Assumption and Guesses

دارایی پایه ما نرمال است ما می‌توانیم نوسان پذیری را توسط استفاده از تابع توزیع نرمال حساب کنیم. مقدار Z با توجه به تابع توزیع نرمال استاندارد به صورت زیر بدست می‌آید که توسط آن مقدار σ محاسبه می‌شود [۴].

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma} \Rightarrow \sigma = \frac{X - \mu}{Z} \quad (۸)$$

۳. معرفی روش پیشنهادی-استفاده از انحراف معیار

تابع توزیع شاخص سود دهی

روش پیشنهادی ارائه شده از دسته روش‌های مبتنی بر جریان نقدی است که بسیار شبیه روش لگاریتم بازده ارزش فعلی می‌باشد.

از این به بعد این روش را تحت عنوان انحراف معیار تابع توزیع شاخص سود دهی بیان می‌کنیم. شاخص سود دهی رابطه بین میزان سرمایه گذاری و درآمد حاصله از یک پروژه را نشان می‌دهد. صورت کسر همان ارزش فعلی جریان نقدی آتی پروژه می‌باشد. مخرج کسر را نیز به صورت هزینه‌های سرمایه ای موردنیاز برای اجرای پروژه تعریف می‌کنیم. این نرخ به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$PI = \frac{PV \text{ of Future Cash Flow}}{Outlay} = \frac{NPV + Outlay}{Outlay} = 1 + \frac{NPV}{outlay} \quad (۹)$$

$$\ln(1 + \frac{NPV}{Outlay}) = \ln(PI) = \mu \quad (۱۰)$$

$$Volatility = STD(\ln(PI)) \quad (۱۱)$$

مراحل کار در این روش به شکل زیر می‌باشد:

گام ۱- محاسبه خالص ارزش فعلی جریان نقدی

ارزش نظری پروژه یا دارایی، مجموع ارزش حال همه جریان نقدی آینده یا درآمد خالص می‌باشد.

گام ۲- محاسبه مقدار بودجه موردنیاز

مقدار بودجه موردنیاز را نیز از طریق شبیه سازی بدست می‌آوریم. برای این کار در جدول جریان نقدی پروژه، ستونی را تحت عنوان جریان نقدی تجمعی تعریف می‌کنیم که در آن هزینه‌های مربوط به پروژه با مقدار منفی نشان داده می‌شود.

می‌توانیم از ارزش فعلی خالص دیگر و احتمالات آن استفاده کنیم و مقدار نوسان پذیری را به طور تقریبی تخمین بزنیم. به عنوان مثال اگر ارزش فعلی خالص (NPV) پروژه مورد انتظار حدود $M\$ 100$ باشد، مدیران فرض می‌کنند که چنانچه همه چیز به خوبی پیش برود بهترین سناریو می‌تواند از $M\$ 150$ تجاوز کند و احتمال آن را ۱۰٪ فرض می‌کنند. اگر که ما برای سادگی فرض کنیم که ارزش دارایی پایه در یک توزیع نرمال نوسان می‌کند می‌توانیم میزان نوسان پذیری را توسط معادله زیر حساب کنیم:

$$Volatility = \frac{\text{percentile value} - \text{Mean}}{\text{Inverse of percentile} \times \text{Mean}} \quad (۷)$$

اینک قصد داریم منطقی که پشت این روش می‌باشد را توضیح دهیم.

فرض ۱: ما فرض کردیم که تابع توزیع دارایی پایه ما تابع توزیع نرمال است. ما این فرض را به خاطر این می‌کنیم که توزیع گره‌های نهایی شبکه‌ها نیز به صورت نرمال توزیع شده‌اند. در حقیقت، معادلات حرکت براونی به توزیع نرمال استاندارد تصادفی نیاز دارند.

علاوه بر این، توزیع‌های زیادی با توزیع نرمال قابلیت یکی شدن دارند (توزیع دو جمله‌ای هنگامی که تعداد آزمایشات زیاد باشد به توزیع نرمال تبدیل می‌شود. توزیع پواسون نیز هنگامی که نرخ میانگین بالا باشد قابلیت تبدیل شدن به توزیع نرمال را دارد. توزیع مثلثی نیز یک توزیع نرمال با حد بالا و پایین می‌باشد) و چنانچه مدل جریان نقدی تنزیل شده توسط انواع مختلف توزیع‌ها شبیه سازی شده باشد این امکان وجود ندارد که بتوانیم شکل و نوع تابع توزیع NPV نهایی را تعیین کنیم.

فرض ۲: ما نمی‌توانیم مقدار تابع توزیع نرمال را از مقدارهایی با تابع توزیع مثلثی، پواسون و دو جمله ای را از هم کسر کنیم به جای آن می‌توانیم به قضیه حد مرکزی اعتماد کنیم و فرض کنیم نتیجه نهایی از توزیع نرمال پیروی می‌کند، خصوصاً چنانچه از آزمایشات زیادی در این شبیه‌سازی استفاده شده باشد. در انتها به نوسان پذیری لگاریتم بازده های نسبی علاقه‌مند هستیم نه به انحراف استاندارد جریان نقدی واقعی یا قیمت‌های سهام. قیمت‌های سهام یا جریان نقدی معمولاً به صورت تابع توزیع نرمال در نظر گرفته می‌شوند (قیمت‌های سهام نمی‌توانند صفر باشند) اما لگاریتم بازده ها معمولاً به صورت نرمال توزیع می‌شوند.

فرض ۳: ما از محاسبات نرمال استاندارد برای محاسبه نوسان پذیری استفاده کرده‌ایم. همان‌طور که قبلاً فرض کردیم که توزیع

گام ۴- شبیه سازی مدل و بدست آوردن انحراف استاندارد به عنوان نوسان پذیری

در این رویکرد نیاز به شبیه سازی داریم، زیرا اگر شبیه سازی نکنیم به معنی آن است که ما هیچ عدم قطعیتی را در پروژه و یا دارایی در نظر نگرفته‌ایم. شبیه سازی به روندی اطلاق می شود که به منظور مدل سازی عملکرد یک فرایند، پدیده و یا سیستم صورت می پذیرد. در زیر کار برد این روش بر روی یک پروژه در صنعت نفت نشان داده شده است.

۳-۱. معرفی مطالعه موردی

مورد مطالعه برای اجرای نتایج حاصله، فاز ۱۵ و ۶ پارس جنوبی می باشد که به منظور تولید ۵۰ میلیون مترمکعب گاز طبیعی تصفیه شده در روز جهت تزریق به شبکه سراسری، ۷۵ هزار بشکه میعانات گازی در روز جهت صادرات، تولید ۱ میلیون تن اتان در سال جهت مصرف پتروشیمی، ۱۰۵ میلیون تن گازمایع (LPG) در سال و ۴۰۰ تن گوگرد در روز جهت صادرات برنامه ریزی شده است [۲]. با توجه به این که حجم تولید و همچنین قیمت سه محصول گاز طبیعی، میعانات گازی و مایعات گازی نسبت به اتان و گوگرد بیشتر می باشد برای راحتی کار در ساختار درآمد فقط از سه محصول فوق الذکر استفاده می نماییم. بنابراین سری زمانی قیمت های این سه محصول را از سال ۱۹۸۹ تا ۲۰۰۸ در نظر می گیریم.

برای ادامه کار نیاز داریم تا دیگر پارامترهای ورودی را تعریف نماییم. همان طور که قبلاً ذکر شد ساختار درآمد شامل سه محصول گاز طبیعی، LPG، LNG می باشد بنابراین سری زمانی قیمت های این سه محصول را از سال ۱۹۸۹ تا ۲۰۰۸ را بدست می آوریم. در ادبیات فاینانس از فرایند تصادفی حرکت براونی هندسی برای مدلسازی قیمت کالاها استفاده می شود که در مقالات منتشر شده ای چون Black and Scholes (1973)، Merton (1973) و McDonald and Siegel (1986) مشاهده می گردد.

همچنین در مقالاتی مانند Paddock et al. (1988) و McDonald and Siegel (1986) برای مدلسازی قیمت نفت از حرکت براونی هندسی استفاده شده است. از آنجایی که قیمت گاز نیز تابعی از قیمت نفت است فرض می کنیم قیمت گاز نیز از فرآیند تصادفی براونی هندسی (GBM)^۱ تبعیت می کند که به صورت زیر می باشد [۳، ۸، ۹]. یک حرکت براونی هندسی در معادله دیفرانسیل تصادفی زیر صدق می کند:

سپس تابعی تحت عنوان می نیم مقدار این ستون به عنوان بودجه مورد نیاز تعریف می نماییم. این سلول را به عنوان ورودی نرم افزار تعریف می نماییم و تابع توزیع متناسب را مشخص می کنیم. چنانچه اطلاعات دقیقی برای نوع توزیع مورد نظر موجود نباشد بنا را بر اطلاعات بدست آمده از کارشناسان خبره در آن پروژه مورد نظر قرار می دهیم و سه حالت محتمل و خوشبینانه و بدبینانه در نظر می گیریم. بنابراین نوع تابع توزیع مورد نظر را مثلی تعریف می نماییم.

جدول ۳. جدول مربوط به هزینه های پروژه در طول عمر طرح

Year	CAPEX (million \$)	operation cost (million \$)	inflation effect	Cash out flow
۲۰۰۷	1	292.57	0	292.57
۲۰۰۸	2	1,568.73	0	1,568.73
۲۰۰۹	3	1,010.93	0	1,010.93
۲۰۱۰	4	145.77	0	145.77
۲۰۱۱	5	0	105.63	116.19
۲۰۱۲	6	0	105.63	127.81
۲۰۱۳	7	0	105.63	140.59
۲۰۱۴	8	0	105.63	154.65
۲۰۱۵	9	0	105.63	170.12
۲۰۱۶	10	0	105.63	187.13
۲۰۱۷	11	0	105.63	205.84
۲۰۱۸	12	0	105.63	226.43
۲۰۱۹	13	0	105.63	249.07
۲۰۲۰	14	0	105.63	273.98
۲۰۲۱	15	0	105.63	301.37
۲۰۲۲	16	0	105.63	331.51
۲۰۲۳	17	0	105.63	364.66
۲۰۲۴	18	0	105.63	401.13
۲۰۲۵	19	0	105.63	441.24
۲۰۲۶	20	0	105.63	485.37
۲۰۲۷	21	0	105.63	533.90
۲۰۲۸	22	0	105.63	587.29
۲۰۲۹	23	0	105.63	646.02
۲۰۳۰	24	0	105.63	710.63
۲۰۳۱	25	0	105.63	781.69
۲۰۳۲	26	0	105.63	859.86
۲۰۳۳	27	0	105.63	945.84
۲۰۳۴	28	0	105.63	1,040.43
۲۰۳۵	29	0	105.63	1,144.47

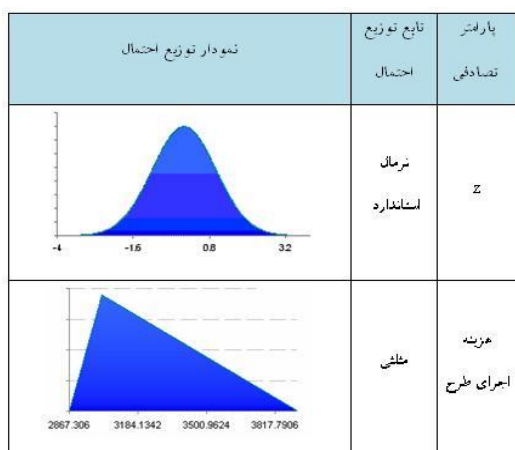
گام ۳- تعیین شاخص سوددهی

در مرحله بعد نسبت ارزش فعلی خالص جریان های نقدی در نرخ تنزیل مورد نظر به مقدار بودجه مورد نیاز را محاسبه نموده و به علاوه یک می نماییم تا شاخص سوددهی بدست آید. سپس تابع لگاریتم این مقدار را نیز تعریف می کنیم و آن را به عنوان خروجی شبیه سازی در نظر می گیریم.

¹Geometric Brownian Motion 2

جدول ۴. جدول جریانهای نقدی طرح

Year	Cash out flows	Cash in flows	net cash flows	NCF after Tax	CNCF
2007	357.8655		-357.87	-357.87	-357.87
2008	1918.8549		-1918.85	-1918.85	-2276.72
2009	1236.5554		-1236.56	-1236.56	-3513.28
2010	178.3023		-178.30	-178.30	-3691.58
2011	142.1258	2284.31	2142.18	2142.18	-1549.40
2012	156.3383	1730.57	1574.23	1574.23	24.84
2013	171.9722	1027.17	855.19	855.19	880.03
2014	189.1694	996.96	807.79	807.79	1687.82
2015	208.0863	1073.12	865.03	865.03	2552.85
2016	228.8950	1254.98	1026.08	1026.08	3578.93
2017	251.7844	1011.67	759.89	759.89	4338.82
2018	276.9629	979.73	702.77	702.77	5041.59
2019	304.6592	1277.02	972.36	972.36	6013.94
2020	335.1251	1360.22	1025.09	1025.09	7039.04
2021	368.6376	1929.42	1560.78	1248.63	8287.67
2022	405.5014	1236.57	831.07	664.85	8952.52
2023	446.0515	1505.36	1059.31	847.45	9799.96
2024	490.6567	1507.86	1017.21	813.76	10613.73
2025	539.7223	2132.12	1592.40	1273.92	11887.65
2026	593.6946	2414.35	1820.66	1456.52	13344.17
2027	653.0640	2339.98	1686.91	1349.53	14693.70
2028	718.3704	2641.67	1923.29	1538.64	16232.34
2029	790.2074	3786.78	2996.58	2397.26	18629.60
2030	869.2282	3175.67	2306.44	1845.16	20474.75
2031	956.1510	2459.60	1503.45	1202.76	21677.52
2032	1051.7661	2737.28	1685.51	1348.41	23025.93
2033	1156.9427	1985.40	828.46	662.77	23688.69
2034	1272.6370	2855.39	1582.75	1266.20	24954.90
2035	1399.9007	3265.53	1865.63	1492.50	26447.40



شکل ۱. تعیین نوع تابع توزیع پارامترهای ورودی

۳-۲. تخمین نوسان پذیری توسط لگاریتم شاخص سوددهی
با توجه به ستون جریانهای نقدی خالص تجمعی (CNCF) از جدول (۵)، پارامتر حداقل بودجه موردنیاز را به صورت می نیم مقدار این ستون در نظر می گیریم.

$$\frac{ds}{s} = \mu \cdot dt + \sigma \cdot dz \quad (12)$$

که در آن $dz = \varepsilon \sqrt{dt}$ جزء وینری معادله است $\varepsilon \approx N(0,1)$ و μ ضریب رانش^۱ و σ نوسان پذیری است.
با استفاده از لم ایتو معادله دیفرانسیل بالا به صورت گسسته شده زیر بازنویسی می شود [۱۰-۱۱]:

$$dS = S \cdot [\exp(\mu - \frac{\sigma^2}{2}) dt + \sigma \cdot z \sqrt{dt}] \quad (13)$$

برای ادامه کار نیاز داریم مقدار μ و σ گاز را محاسبه کنیم و Z رابه عنوان یکی از ورودی های شبیه سازی تعریف نماییم

$$u_i = \ln(\frac{S_i}{S_{i-1}}) \quad (14)$$

$$S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n u_i^2 - \frac{1}{n(n-1)} (\sum_{i=1}^n u_i)^2} \quad (15)$$

که μ میانگین u_i 's است و متغیر S برآوردی از $\sigma \sqrt{T}$ است. در نتیجه می توان گفت که $\hat{\sigma}$ تخمینی از σ به صورت زیر است [۱۲].

$$\hat{\sigma} = \frac{S}{\sqrt{T}} \quad (16)$$

از آنجایی که قیمت گاز طبیعی و میعانات گازی (LNG) و مایعات گازی (LPG) با هم رابطه مستقیم دارند از رگرسیون خطی استفاده نموده ایم و رابطه قیمت این محصولات رابه بدست می آوریم. درآمد سالیانه از حاصل ضرب حجم تولید در قیمت شبیه سازی شده ایجاد می شود.

با توجه به رابطه رگرسیون خطی بین قیمت گاز طبیعی و مایعات گازی و میعانات گازی درآمدهای مربوط به آنها نیز محاسبه می گردد.

با توجه به اطلاعات کارشناسی سه حالت خوشبینانه، بدبینانه و محتمل برای هزینه اجرای طرح در نظر می گیریم و نوع تابع توزیع پارامترهای ورودی را در نرم افزار شبیه سازی تعیین می کنیم. برای شبیه سازی از نرم افزار [13] Lumenault استفاده می کنیم.

در جدول (۴) نتایج مربوط به محاسبات جریانهای نقدی خالص پس از کسر مالیات (۲۰٪) مشاهده می شود.

¹ Drift

می‌باشد به علت قابلیت در محاسبه جریان‌های نقدی منفی و تحلیل‌های دقیق‌تر، روش ارجح تری می‌باشد. اما روش پیشنهادی یک توسعه بر این روش مرجع می‌باشد که از مزیت‌های آن می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

- این روش برپایه یک شاخص مالی معتبر می‌باشد.
 - به داده‌های تاریخی زیادی نیاز ندارد.
 - داده‌ها از جنس خود پروژه هستند و فرضیات مدیریتی نقش پررنگی ندارد، لذا احتمال بروز خطا کمتر می‌شود.
 - توضیح و فهم آن برای مدیران راحت و لذا تصمیم‌گیری با دقت بیشتری صورت می‌گیرد.
- اعتبار سنجی روش ارائه شده توسط ارزش‌گذاری یک اختیار به تعویق انداختن بر روی مطالعه موردی ذکر شده بررسی گردیده است که علاقه‌مندان می‌توانند برای مطالعه بیشتر به مرجع شماره ۱۳ مراجعه نمایند.

۵. تقدیر و تشکر

در اینجا جا دارد از شرکت نفت و گاز پارس و شرکت ملی نفت ایران به عنوان حامی مقاله تقدیر و تشکر گردد.

منابع

[۱] سعادت نیا، علی اکبر، "ارزشگذاری پروژه‌های فناوری پیشرفته به روش ارزشگذاری اختیارات واقعی (ROV) موردکاوی صنعت پلیمر". پایان‌نامه کارشناسی ارشد مهندسی سیستم‌های اقتصادی اجتماعی گرایش اقتصاد، دانشکده مدیریت و اقتصاد، دانشگاه صنعتی شریف، ۱۳۸۸

[۲] گزارش پیشرفت ماهانه طرح‌های توسعه میدان گازی پارس جنوبی، شرکت نفت و گاز پارس، مهر ۱۳۸۸.

[۳] هال، جان، مبانی مهندسی مالی و مدیریت ریسک، سیاح، سجاده، صالح آبادی، علی، تهران: گروه رایانه تدبیرپرداز، ۱۳۸۴.

[۴] اکبری نصیری، مریم، "ارائه روشی جهت تخمین پارامترهای ورودی تحلیل اختیارات واقعی در صنعت نفت ایران با تکیه بر پروژه‌های پارس جنوبی". پایان‌نامه کارشناسی ارشد مهندسی مالی. دانشکده صنایع، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، ۱۳۸۸.

[5] Gabriel, Costa Lima, Saul Suslick, *Estimation of Volatility of Selected Oil Production Projects*, Journal of Petroleum Science and Engineering 54, 2006.

[6] Mun, Johnathan, *Real Option Analysis: Tools and Techniques for Valuing Strategic Investment and Decisions*, United state, 2nd edition, 2005, John Wiley & sons, Inc.

در مرحله بعد تابع ارزش فعلی خالص (NPV) را با توجه به ستون جریان‌های نقدی خالص پس از کسرمالیات (NCF after Tax) در نرخ‌های مختلف به عنوان خروجی نرم افزار تعریف می‌کنیم. سپس شاخص سوددهی (PI) را به صورت:

$$PI = \frac{NPV}{LRC} + 1 \quad (17)$$

در نظر می‌گیریم و $LN(PI)$ ها را به عنوان دیگر خروجی‌های نرم افزار معرفی می‌کنیم. با توجه به شرایط پروژه، نرخ تنزیل را معادل با ۱۷.۵٪ در نظر گرفته‌ایم. سپس با در نظر گرفتن این نرخ شبیه‌سازی را برای ۱۰۰۰۰ سناریو اجرا می‌نماییم. نتایج شبیه‌سازی در شکل مشاهده می‌شود. سپس انحراف معیار تابع توزیع شبیه‌سازی شده را به عنوان پارامتر نوسان پذیری به عنوان یکی از ورودی‌های اختیارات واقعی در نظر می‌گیریم.

جدول ۵. مقدار شاخص‌های آماری برای متغیر تصادفی

نوسان پذیری به روش لگاریتم شاخص سوددهی در نرخ ۱۷.۵٪	
1.083621646	Mean
1.0723255	Median
N/A	Mode
	Stand.
0.47211522	Deviation
0.222892781	Variance
	Mean Std.
0.004721152	Error
3.643049592	Range
-0.628697529	Range Min
3.014352063	Range Max
0.127433889	Skewness
0.101874248	Kurtosis

همان‌طور که مشاهده می‌شود مقدار انحراف معیار تابع توزیع شبیه‌سازی شده برابر با ۴۷٪ می‌باشد. حال از این عدد به عنوان یکی از ورودی‌های رویکرد اختیارات واقعی استفاده کرده و ارزش‌گذاری اختیار موردنظر برای پروژه را توسط روش دوجمله‌ای یا بلک شولز محاسبه می‌کنیم.

۴. جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

روش‌های مختلف تخمین نوسان پذیری در بخش ۲ مورد بررسی قرار گرفت. همان‌طور که مشاهده می‌شود هر یک از روش‌ها مزایا و معایبی دارند. اما با توجه به بررسی‌های انجام شده روش لگاریتم بازده ارزش فعلی که از دسته روش‌های مبتنی بر جریان‌های نقدی

- [7] Marion, A., Brach, *Real Options in Practice*, Published by John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey, 2003.
- [8] Black, M., Scholes, *The Pricing of Options and Corporate Liabilities*, J. Political Economy 81, 1973, pp. 637–659.
- [9] Merton, R.C., *Theory of Rational Option Pricing*, Bell Journal of Economics and Management Science 4, 1973, pp. 141–183.
- [10] Fernando, A.S., Postali, Paulo Picchetti, *Geometric Brownian Motion and Structural Breaks in Oil Prices: A Quantitative Analysis*, Energy economics, 2006.
- [11] Simon Beninga, *Financial Modeling*, second ed, England: MIT press, 2000.
- [12] Hull, John, *Fundamentals of Futures and Options Markets*, 5th ed, united state; Prentice Hall Finance, 2004.
- [13] www.Lumenault.com.

