International Journal of Industrial Engineering & Production Management (2012)

June 2012, Volume 23, Number 1
pp. 29-41

http://IJIEPM.iust.ac.ir/

# A Cost Model for Warranty Period Determination on Serial Components

**J. Nazemi* & H. Rashidi Kameh**

***Jamshid Nazemi***, *Assistant Professor, Industrial Engineering, IAU, Science & Research Branch*
***Hosein Rashidi Kameh***, *Master of Science, Industrial Engineering, IAU, Science & Research Branch*

**Keywords**

Warranty period, Warranty Cost,
Demand modeling,
Failure rate,
Serial System

**ABSTRACT**

*Customer care and warranty options have become one of critical components of marketing. However, the warranty is known as an indication of quality, but Warranty in its basic assumptions is a procedure to handle the product cost tradeoff on its life cycle between producer, retailer and customer. Time – cost trade off from customer point of view versus reliability-cost tradeoff, as a producer/retailer concern on single component has been the main subject of most researches in this field. We have elaborated this problem to sophisticated products with more than one component with serial design basis. The model suggested in this paper redefines the existing approach of cost management to a revenue-based model. However, the optimal warranty period for a general demand distribution is considered in our paper, we have shown the result on case studies with exponential reliability function.*

**© 2012 IUST Publication, IJIEPM. Vol. 23, No. 1, All Rights Reserved**

* **Corresponding author. Jamshid Nazemi**
**Email**: *j.nazemi@srbiau.ac.ir*

[ Downloaded from ijiepm.iust.ac.ir on 2025-07-20 ]

نشـــریه بین المللـــی مهنـــدسی صنـــایع و مدیـــریت تولیـــد

شمـــاره ۱، جلـــد ۲۳، خـــــرداد ۱۳۹۱
صفحـــــه ۴۱-۳۰

نشریه بین المللی مهندسی صنایع و مدیریت تولید دانشگاه علم و صنعت ایران

ISSN: 2008-4870

http://IJIEPM.iust.ac.ir/

# مدل هزینه جهت تعیین دوره ضمانت قطعات سری

جمشید ناظمی* و حسین رشیدی کامه

**کلمات کلیدی**

دوره ضمانت
هزینه ضمانت
تقاضای محصول
آهنک وقوع خرابی
سیستم سری.

**چکیده:**

توجه به مشتری و ارائه پیشنهاد های جذاب در زمینه دوره ضمانت یکی از عناصر مهم بازاریابی در دوره اخیر است. اگر چه دوره ضمانت یکی از شاخص های کیفیت بشمار میرود ولی مبانی تعیین کننده دوره ضمانت بر بده بستان هزینه تولید کننده / فروشنده و خریدار استوار است. موضوع تبادل هزینه و دوره از دید مصرف کننده و پایایی محصول و هزینه از دیدگاه تولید کننده برای محصولات به عنوان یک قطعه مورد توجه بیشتر پژوهشگران قرار گرفته است. ما در این تحقیق محصولات پیچیده تر که با تعداد اجزا بیشتر و به صورت سری کار می کنند را مورد بررسی قرار داده ایم. به علاوه مدل ارائه شده با نگاهی دیگر به موضوع تعیین دوره ضمانت پرداخته و به جای مدل‌های رایج مدیریت هزینه به مدل مدیریت درآمد و سود پرداخته شده است. اگر چه نمونه حل شده پژوهش حاضر برای اجزا با قابلیت اطمینان مبتنی بر توزیع نمایی ارائه شده است، مدل بهینه ارائه شده در حالت عمومی و با روشهای عددی قابل حل است.

## ۱. مقدمه

در بازار امروز، ضمانت محصول نقش مهم و رو به افزایشی را هم برای مصرف کننده و هم برای معاملات تجاری بازی می کند. استفاده از ضمانت ها گسترده است و با اهداف متفاوتی تعریف می شوند که از جمله آنها حمایت از تولیدکننده، فروشنده، و خریدار، نشانه کیفیت، بخشی از استراتژی بازاریابی، عامل حل اختلاف، التزام به انجام تعهدات به عنوان سیاست عمومی و قانون است. ضمانت ها تقریبا یک جزئ لاینفک از همه ی معاملات تجاری و بسیاری از معاملات خرید محصولات هستند.

یک تعهد ضمانت حداقل دارای سه مشخصه است، ۱- دوره پوشش (معین یا تصادفی)، ۲- شیوه غرامت دادن، و ۳- شرایطی که تحت آن این غرامت باید پرداخت شود. پس از تعیین کردن حقوق مصرف کننده و جلوگیری از مطالبات نادرست از تولید کننده (در دوره ضمانت)، آخرین مشخصه دقیقا در ارتباط با حقوق تولید کننده است. از دیدگاه هزینه، دو مشخصه اول برای تولید کنندگان مهم تر هستند زیرا بهای این مشخصات ، میزان حمایت در برابر خرابی‌های زودرس و هزینه ی مستقیم در ارتباط با آن خرابی‌ها را تعیین می‌کنند. از دیگر مشخصات اساسی ضمانتها این است که آیا قابل تجدید هستند یا خیر. برای یک سیاست تجدیدپذیر منظم با دوره ضمانت $w$، هنگامیکه محصول در طی دوره $w$ خراب شود، به خریدار مطابق با ضوابط ضمانت غرامت داده می شود و سیاست ضمانت برای دوره $w$ دیگری تجدید می شود. ضمانت های تجدیدپذیر اغلب برای محصولات الکتریکی مصرفی کم بها و غیر قابل تعمیر همچون مایکروویو، قهوه ساز، و غیره به طور صریح استفاده می شود. در نتیجه چرخه ضمانت، یعنی $T$، که از موعد فروش شروع می شود و در تاریخ انقضا ضمانت پایان می یابد، یک متغیر تصادفی است که مقدار آن به $w$، تعداد کل خرابی‌ها تحت ضمانت، و فواصل واقعی بین خرابی وابسته است. از لحاظ نظری چرخه تصادفی ضمانت برای یک سیاست تجدیدپذیر می‌تواند بزرگ باشد و این یکی از دلایلی است که چنین سیاست هایی به اندازه سیاست های تضمین تجدیدناپذیر برای ارائه دهندگان ضمانت مورد پسند نیستند.

سطوح گوناگونی از ضمانت در بازار رقابتی پیشنهاد می شود و به

تاریخ وصول: ۸۹/۶/۲۹
تاریخ تصویب: ۹۰/۲/۲۷

*نویسنده مسئول مقاله: دکتر جمشید ناظمی، استادیار، مهندسی صنایع، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم و تحقیقات، j.nazemi@srbiau.ac.ir

حسین رشیدی کامه، کارشناسی ارشد، مهندسی صنایع، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم و تحقیقات، rashid201h@yahoo.com



[ Downloaded from ijiepm.iust.ac.ir on 2025-07-20 ]

خریدار اطمینان داده می شود که یک کالای معیوب بدون هزینه یا با یک هزینه اندک، تعمیر یا تعویض خواهد شد. مشاهدات نشان داده است که برخی از خریداران ممکن است که یک محصول با یک دوره ضمانت نسبتا طولانی را نسبت به محصول با دوره ضمانت کوتاهتر قابل اعتمادتر و دارای پایداری طولانی تر ارزیابی نمایند. در هر صورت از دید تولید کننده ، هزینه ضمانت می تواند درصد مهمی از هزینه ی کل محصول باشد و لذا تعیین دوره ضمانت به قسمی که با توجه به استراتژی های تولید کننده بیشترین منافع را عاید تولید کننده کند، سئوال اصلی تولید کنندگان کالا است. امروزه نگهداری و تعمیرات طی دوره ضمانت با هدف مدیریت هزینه مورد توجه است تا بدین ترتیب هم مصرف کنندگان و هم تولید کنندگان از نگهداری و تعمیرات صحیح در طی دوره ضمانت سود برند.

یکی از سؤالات اولیه ای که در تحلیل ضمانت باید پاسخ داده شود این است که یک برنامه ی ضمانت چه مقدار هزینه خواهد داشت. به خاطر طبیعت تصادفی هزینه ی ضمانت اکثر مدل های هزینه ضمانت ترجیح می دهند تا هزینه ی مورد انتظار ضمانت[1] (EWC) را به عنوان متغیر پاسخ تعریف نمایند. ارائه دهندگان ضمانت نباید همه ی منابع خود را در مرحله ی برنامه ریزی ضمانت صرف کنند بلکه می توانند آنرا در طی چرخه ی حیات محصول ضمانت شده تخصیص دهند. دلیل دیگری که شخص باید ارزش زمان را در نظر گیرد تعیین ذخیره ضمانت (اندوخته قطعات مورد نیاز در دوره ی ضمانت) است، سرمایه ی موجود می تواند برای درخواست های ضمانت در آینده، صرف شود.

در این تحقیق ما یک سیاست ضمانت تعویض رایگان تجدیدپذیر را برای یک محصول در نظر می گیریم سپس بر مبنای هزینه مورد انتظار برای تولید کننده طی چرخه ضمانت به تعیین طول دوره ضمانت و قیمت بهینه محصول می پردازیم. آنچه این تحقیق را از پژوهش های موجود متمایز میکند آنست که اکثر مدلهای ضمانت ساختار قطعات در محصول و هزینه ای را که خرابی هر قطعه طی چرخه ضمانت به بار خواهد آورد ،مدنظر قرار نمی دهند .این تحقیق با توجه به ساختار محصول ، به محصولاتی که قطعات آن با ساختار سری در کنار هم قرار گرفته اند می پردازد.

## ۲. مرور ادبیات

تحقیقات بسیاری نگهداری پیشگیرانه "نت" را در طراحی و تحلیل ضمانت‌های محصول ترکیب کرده‌اند. در میان آنها chun (1992) "نت" دوره ای را در طی دوره ی ضمانت در نظر می‌گیرد Jack and Dagunar (1994) ایده‌ی chun را با جایز دانستن فواصل نگهداری پیشگیرانه[2](PM) غیرمساوی تعمیم دادند. Yeh (2001) علاوه بر موارد قبل کار را با در نظر گرفتن میزان نگهداری و تعمیرات به صورت یک متغیر تصادفی، توسعه داد.

سرویس ضمانت تجدیدپذیر کامل[3](RFSW) در تحقیقات Bai and Pham (2006) طرح گردید و دو جنبه متفاوت با تحقیقات دیگران را طرح نمود که در آن الف- عمل نگهداری پیشگیرانه تنها زمانی انجام می گیرد که خرابی سیستم در طی پوشش ضمانت اتفاق افتد، در حالی که در مطالعات قبلی "نت" وابسته به خرابی نیست و ب- سیاست ضمانت در نظر گرفته شده در این تحقیق تجدید پذیر است.

هزینه ی سرویس ضمانت هر خرابی محصول که شامل هزینه ی تشخیص، هزینه ی تعمیر یا تعویض، هزینه نیروی کارو هزینه "نت" انجام پذیر می شود، اغلب به نظر می رسد که ثابت باشد. در حالت خاص، اکثر مدل های هزینه ضمانت در تحقیقات مرتبط یک پارامتر هزینه ی جمعی را استفاده می کنند، که ممکن است از داده های تاریخی برآورد شود، تا هزینه صحیح سرویس ضمانت هر خرابی را تخمین زند. به هر حال، برای یک محصول چند جزئی تعمیر پذیر، فرض هزینه ثابت ممکن است برقرار نباشد، زیرا معمولا هزینه ی سیستم به خاطر تصادفی بودن ترکیب اجزاء معیوب بر روی خرابی سیستم، تصادفی است.

به منظور ترکیب کردن خاصیت تصادفی، هزینه ی سرویس ضمانت به دو قسمت تجزیه می شود: هزینه ی تعویض/تعمیر و هزینه ی "نت" سیستم. هزینه ی نگهداری پیشگیرانه سیستم فرض می شود ثابت باشد، که ممکن است به صورت میانگین هزینه ی تجمعی هر عمل نگهداری پیشگیرانه تفسیر شود.

به هر حال، هزینه ی تعویض یا تعمیر هر خرابی سیستم یک متغیر تصادفی در نظر گرفته می شود، که مقدار آن به هزینه ی تعویض یکنواخت جزء(سطح هزینه ی تعویض جزء) و مکانیسم خرابی سیستم بستگی دارد.

یک روش ساده برای مدلسازی هزینه ی ضمانت سیستم های چند جزئی، اصطلاحا رویکرد جعبه ی سیاه[4] است که ساختار قابلیت اطمینان سیستم را نادیده می گیرد. که در نتیجه، در مدل های هزینه ضمانت برای محصولات تک جزئی می تواند به طور مستقیم به کار برده شود. شرایط نامساعد(عدم برتری) رویکرد جعبه ی سیاه در این امر واقع شده است که اطلاعات ساختار سیستم را به کار نمی برد. بنابراین مدل های هزینه ضمانت تنها باید به صورت یک تقریب استفاده شود.

در سالهای اخیر تحقیقات مختلف و از دیدگاههای متفاوت به

[1] *Expected Warranty Cost*

[2] *Preventive Maintenance*

[3] *Renewable Full-Service Warranty*

[4] *Black Box Approach*



[ Downloaded from ijiepm.iust.ac.ir on 2025-07-20 ]

بحث هزینه دوره وارانتی و دوره وارانتی پرداخته اند. Wu etal., (2007) مدل هزینه جهت تعیین بهینه‌ی زمان burn-in و طول دوره وارانتی برای محصولات تعمیرناپذیر تحت سیاست وارانتی ترکیبی تعویض رایگان و متناسب (FRW/PRW[1]) را ایجاد می‌کند. Kim & Park (2008) قیمت، دوره وارانتی بهینه و برنامه ریزی تولید قطعات یدکی را جهت ماکسیمم سازی سود و همزمان انجام تعهد تدارک قطعات برای مشتریان، طی یک افق برنامه ریزی تعیین می کنند. Samatli-Pac and Taner (2009) استراتژیهای تعمیر متفاوت را برای وارانتی های یک بعدی و دو بعدی با هدف کمینه سازی هزینه وارانتی مورد انتظار تولیدکننده را بررسی کردند، این تحقیق به تعیین وارانتی بهینه نمی پردازد بلکه برای یک وارانتی معین سیاست تعمیر بهینه جهت می‌نیمم سازی هزینه های تولیدکننده را تعیین می کند.

zhou et al., (2009) قیمت گذاری پویا و سیاست وارانتی را به طور توام طی عمر یک محصول تعمیر پذیر تعیین می کنند و یک تابع کاهش قیمت خطی را در نظر می گیرند. Fang and Huang (2010) مدل تصمیم گیری بیزی[2] را پیشنهاد می کنند که می تواند، استراتژی بهینه ی یکپارچه را، در شرایطی که تولیدکننده اطلاعات تاریخی کافی برای تخمین زوال محصولات جدید ندارد، بدست آورد. vahdani et al., (2011) مدل تعمیر-تعویض را تحت وارانتی تعویض رایگان تجدید پذیر برای محصولات تعمیرپذیر چند حالته ی رو به زوال ایجاد می کند.

تحلیل ضمانت سیستم های پیچیده نسبتا جدید است و تحلیل های سازمان یافته(سیستماتیک) و واضح کمی روی سیاست های ضمانت برای سیستم‌های پیچیده وجود دارد. Ritchken (1986) وارنتی یک سیستم موازی دو مولفه‌ای را تحت یک ضمانت دو بعدی مدلسازی کرد. Hussai and Murthy (1998) نیز تخمین هزینه ی ضمانت را، برای سیستم های موازی بر این مبنا که کیفیت نامعین یک محصول جدید ممکن است یک نگرانی برای طراحی برنامه‌های ضمانت باشد، بحث کردند.

Balachandran et al., (1981) رویکرد Markovian را برای مدلسازی هزینه های ضمانت یک سیستم سه مولفه ای به کار بردند. Chukova and Dimtrov (1996)چندین مدل هزینه ضمانت رابرای سیتم های سری ساده و سیستم های موازی تحت ضمانت تعویض رایگان بر مبنای تئوری تکرار فراهم کردند.

### ۳. شرح مسئله

در مقوله ضمانت محصولات تولیدی، باید توجه کرد که محصولات تولیدی یا همان کالاهای تولیدی از نظر مصرف وقیمت تنوع زیادی دارند، یکسری از کالاها مصرفی و نسبتا ارزان هستند و گروه زیادی از مردم توان خرید این کالاها را دارند و از آنها استفاده می کنند. برای این گروه از کالاها تنها یک ضمانت داریم، که براساس این ضمانت تولید کننده یا نمایندگان آن به ارائه خدمت به مشتریان می پردازند. حال دسته ای از کالاها همچون کالاهای مصرفی نسبتا گران و بادوام و کالاهای مصرفی بسیار گران و بادوام را در نظر می گیریم، این کالاها که می تواند خودرو،وسایل حمل ونقل زمینی، هوایی، دریایی، ماشین آلات کشاورزی،ماشین آلات صنعتی و غیره باشد، کالاهایی هستند که هر یک متشکل از یک یا چندین سیستم می شود و مجوعه ی سیستمها در کنار یکدیگر کالا را بوجود می آورد. در اکثر موارد برای هر سیستم یا مجموعه ای از سیستمهای این کالاها یک ضمانت ارائه می شود، لذا این کالاها تنها یک ضمانت ندارند. مثلا برای یک خودرو ممکن است سیستم انتقال قدرت، سیستم سوخت رسانی، سیستم فرمان و هدایت خودرو، باطریها و تایرها و غیره هر یک ضمانت جداگانه داشته باشند. هر خرابی یک کالا نتیجه ازکارافتادن یک سیستم از آن کالا است که خود نتیجه خرابی یک یا تعدادی از قطعات سیستم مورد نظر است که برای رفع خرابی کالا لازم است که قطعات ازکارافتاده سیستم مورد نظر که موجب از کارافتادگی سیستم شده اند تعویض یا تعمیر شوند.

واضح است که یک سیستم سری می تواند یکی از دو حالت زیر را داشته باشد: حالت اول، سیستم متشکل از یک یا چند سیستم متفاوت است و تعدادی از سیستمها دارای وارانتی مخصوص به خود هستند. حالت دوم، محصول از مجموعه ی چندین سیستم سری تشکیل می شود و سیستمها دارای ضمانت مجزا نیستند به عبارتی تمام سیستمهای محصول دارای ضمانت مشابه هستند که همان ضمانت محصول است.

در این تحقیق ابتدا یک سیاست ضمانت را برای سیستمهای چند جزئی با ساختار سری در نظر می گیریم، سپس سود کل حاصل از فروش یک دوره سیستم مورد نظر را برای دو حالت ذکر شده در پاراگراف قبل تعیین می کنیم. جهت تعیین سود از هزینه چرخه ضمانت برآورد شده در تحقیق Bai and Pham (2006) و تابع تقاضا در مدل Glichman and Berger (1976) استفاده می کنیم. در نهایت برای هر یک از دو حالت قیمت و طول دوره ضمانت بهینه محصول را جهت ماکزیمم سود حاصل از یک دوره فروش، بدست می آوریم.

محصولات در نظر گرفته شده در این تحقیق دارای قطعات تعمیر ناپذیر هستند.

ما در تحقیق خود روی سیستم های تشکیل دهنده یک محصول متمرکز می شویم، لذا برای سیستم‌های ازکارافتاده قطعات

[1] *Free Replacement Warranty/Pro-Rate Warranty*
[2] *Bayesian*



[ Downloaded from ijiepm.iust.ac.ir on 2025-07-20 ]

معیوب سیستم که باعث ازکارافتادگی سیستم شده اند باید با قطعات نو تعویض شوند.

عمل نگهداری پیشگیرانه کامل را آن گونه در نظر می گیریم که بعد از هر سرویس ضمانت، سیستم احیاء شده به خوبی یک سیستم نو باشد. فرض می شود که هزینه نگهداری و تعمیرات متناظر با هر عمل نگهداری پیشگیرانه برای سیستم،یعنی $C_m$ ، ثابت است، که ممکن است به صورت میانگین هزینه تجمعی هر عمل نگهداری پیشگیرانه تفسیر شود. همچنین فرض شده است که همه ی مطالبات ضمانت دارای اعتبار قانونی هستند، یعنی همه ی خرابی های سیستم تحت ضمانت مطالبه شده اند، و هر سرویس ضمانت به محض خرابی انجام می گیرد.

برای سیستم های تحت مطالعه ما فرض می کنیم که اجزایشان از لحاظ آماری مستقل هستند.

همچنین فرض می کنیم سیستم ها در یک محصول با هم متفاوت هستند به عبارتی از هر سیستم در محصول فقط یکی وجود دارد.

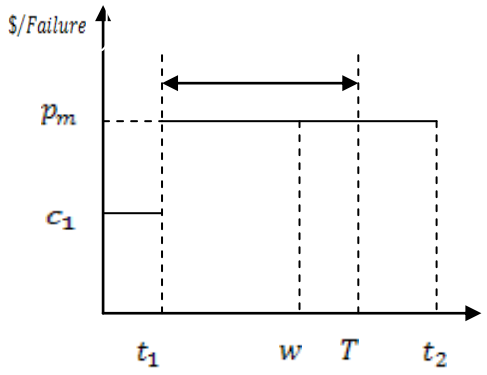
تحت ضمانت تعویض رایگان معمولی اگر یک بخش قبل از اتمام مدت ضمانت خراب شود، این بخش بدون هیچ هزینه ای برای مصرف کننده تعویض یا تعمیر می شود. بخش تعویض شده یا تعمیر شده سپس با یک ضمانت تعویض رایگان با طولی برابر با طول باقی مانده از ضمانت نخستین تحت پوشش قرار می گیرد. این نوع ضمانت بسیاری از کالاهای بادوام مصرفی همچون اتومبیل و وسایل آشپزخانه را پوشش می دهد. اما در یک ضمانت تخفیف کامل تجدیدپذیر (تعویض رایگان تجدیدپذیر) برای یک کالای تعمیر ناپذیر، هر گاه کالا طی دوره ضمانت معیوب شود بدون هزینه ای برای مصرف کننده کالای معیوب تعویض خواهد شد و یک ضمانت جدید با طولی برابر ضمانت قبلی برای کالای جدید ارائه خواهد شد. لذا برای ضمانت ها تجدیدپذیر ضمانت تا انتهای چرخه آن ادامه می یابد، در ادامه مفهوم چرخه ضمانت را بیان می کنیم.

## ۴. مدل مسئله

چرخه ی ضمانت $T$ به صورت زیر تعریف می کنیم: $T$ یک فاصله زمانی است که از تاریخ فروش سیستم شروع می شود و در تاریخ اتمام ضمانت سیستم خاتمه می یابد، یعنی در اولین زمانی که فاصله بین دو خرابی سیستم بیش از $w$ باشد $T$ به اتمام می رسد. آشکار است که برای یک ضمانت غیر تجدید پذیر، یک چرخه ضمانت با یک دوره ی ضمانت تطبیق می یابد. به هر حال برای یک سیاست تجدید پذیر،$T$ یک متغیر تصادفی است که مقدار آن به $w$ و تعداد کل خرابی های سیستم تحت ضمانت و فواصل بین ورود خرابی های واقعی سیستم بستگی دارد. در نظر می گیریم $N_s(w)$ تعداد کل خرابی های سیستم تحت سیاست RFSW و $t_1+t_2+t_3+\ldots+t_{N_s(w)}$ فواصل بین خرابی ها باشند، در این صورت $T$ به صورت زیر بیان می شود:

$$T=t_1+t_2+t_3+\ldots+t_{N_s(w)}+w \qquad (۱)$$

برای مثال در شکل ۱، $T=t_1+w$ زیرا زمان بین ورود اولین خرابی تا ورود دومین خرابی، یعنی $t_2$، از $w$ بزرگتر است، بنابراین ضمانت دقیقا در نقطه ی زمانی $t_1+w$ خاتمه می یابد. برای رفع خرابی به وقوع پیوسته در زمان $t_2$ مصرف کننده باید مقدار $p_m$ که هزینه رفع خرابی سیستم خارج از دوره وارانتی است، را هزینه کند.




**شکل ۱. هزینه سرویس وارانتی هر خرابی و فواصل خرابی سیستم.**

در ادامه مطابق شرح مساله دو حالت را در نظر می گیریم و برای هر حالت به طور جداگانه روش را ارائه می کنیم.

### ۴-۱. محصول دارای وارانتی مجزا برای تعدادی از سیستمهای آن

برای برخی محصولات بادوام و نسبتا گرانقیمت که دارای چندین سیستم هستند تولیدکننده محصول را با ضمانت با طول $w$ عرضه می کند در عین حال تاکید می کند که تعدادی از سیستم های محصول ضمانت مخصوص خود را دارند که متفاوت از $w$ است. نمونه ای از کالاهایی که تولیدکننده آنها این نوع ضمانت را عرضه می کنند وسایل حمل و نقل هستند. مثلا تولیدکننده یک خودرو ضمانت با طول ۳ سال را برای خریداران عرضه می کند در عین حال بعضی از سیستم های خودرو را مستثنی می کند، مثلا بیان

[ Downloaded from ijiepm.iust.ac.ir on 2025-07-20 ]

می کند که هرچند خودرو دارای ضمانت ۳ ساله است اما سیستم هدایت خودرو دارای ضمانت ۱ ساله است، در حقیقت به جز سیستمهای دارای ضمانت خاص و تعدادی از سیستمها و قطعات که دارای ضمانت نیستند باقی سیستمها و قطعات خودرو دارای ضمانت سه ساله هستند.

در صورتی که سیستمهای دارای ضمانت خاص، دارای ساختار داخلی سری باشند و خرابی آنها مستقل از خرابی سیستمهای دیگر باشد، جهت تعیین قیمت و ضمانت آنها می توان از مدل ارائه شده در این بخش استفاده کرد. همچنین مدل ارائه شده برای محصولات متشکل از تنها یک سیستم سری که خود جزئی از یک محصول دیگر نیستند و به طور مستقل مورد استفاده قرار می گیرند، نیز قابل کاربرد می باشد که در این صورت منظور از سیستم خود این محصول خواهد بود.

### ۱-۱-۴. مدل درآمد-هزینه

طی یک دوره فروش، تقاضا برای سیستمی با قیمت $p$ و طول ضمانت $w$، مطابق پیوست ب با رابطه زیر تعیین می شود،

$$k_1 p^{-a}\left(w+k_2\right)^b \qquad (۲)$$

$N_i$ را تعداد خرابی ها در مدت $T$ برای قطعه ی $i$ام سیستم، $c_i$ را هزینه تعویض قطعه ی $i$ام سیستم و $N_s$ را تعداد خرابی های سیستم در طی چرخه ی وارانتی در نظر می گیریم، در این صورت مطابق رابطه (۳) پیوست الف مجموع هزینه ای را که تولیدکننده طی چرخه ضمانت برای سیستم خواهد پرداخت نیز با رابطه زیر تعیین می شود،

$$TC=\sum_{i=1}^{q}\left(c_i+c_m\right)N_i \qquad (۳)$$

در نتیجه سود حاصل از فروش یک واحد سیستم مقدار زیر خواهد بود،

$$p-c_s-\sum_{i=1}^{q}\left(c_i+c_m\right)N_i \qquad (۴)$$

در رابطه قبل $c_s$، قیمت خرید سیستم توسط تولید کننده محصول( یا در صورتی که تولیدکننده محصول خود سیستم را تولید می کند هزینه تولید سیستم) است.

و برای یک دوره فروش سیستم مجموع سود حاصل از فروش را تابع $\mathrm{prof}(p,w)$ می نامیم که به صورت زیر تعیین می شود،

$$prof\left(p,w\right)=k_1 p^{-a}\left(w+k_2\right)^b\left(p-c_s-\sum_{i=1}^{q}\left(c_i+c_m\right)N_i\right) \qquad (۵)$$

در رابطه قبل تنها مقادیر $N_i$ تصادفی هستند، لذا مقدار مورد انتظار سود با توجه به رابطه (۹) پیوست الف مطابق زیر تعیین می شود،

$$\pi\left(p,w\right)=E\left[prof\left(p,w\right)\right]=k_1 p^{-a}\left(w+k_2\right)^b\left(p-c_s-\frac{1}{R_s(w)}\sum_{i=1}^{q}\left(c_i+c_m\right)p_i(w)\right) \qquad (۶)$$

حال شرایط کافی برای اینکه نقطه ای چون $(p,w)$ مقدار $\pi(p,w)$ را ماکزیمم سازد در دو دسته بیان می کنیم، دسته اول شرایط اولیه یا همان صفر شدن مشتقات جزئی رابطه (۶) در نقطه $(p,w)$ است. طبق شرایط ثانویه، ماتریس هشین تابع $\pi(p,w)$ باید همیشه منفی باشد. در ادامه روابطی را که باید در شرایط اولیه و ثانویه برقرار باشند ارائه می کنیم.

شرایط اولیه،

$$\frac{\partial\pi}{\partial p}=k_1 p^{-a-1}\left(w+k_2\right)^b\left(p-ap+ac_s+\frac{a}{R_s(w)}\sum_{i=1}^{q}\left(c_i+c_m\right)p_i(w)\right)=0 \qquad (۷)$$

$$\frac{\partial\pi}{\partial w}=k_1 p^{-a}\left(w+k_2\right)^{b-1}\left(bp-bc_s-\frac{b}{R_s(w)}\sum_{i=1}^{q}\left(c_i+c_m\right)p_i(w)-\left(w+k_2\right)\left(\frac{R_s(w)\sum_{i=1}^{q}\left(c_i+c_m\right)p_i'(w)}{\left(R_s(w)\right)^2}-\frac{R_s'(w)\sum_{i=1}^{q}\left(c_i+c_m\right)p_i(w)}{\left(R_s(w)\right)^2}\right)\right)=0 \qquad (۸)$$

شرایط ثانویه،

ماتریس هشین تابع $\pi(p,w)$ را مطابق زیر در نظر می گیریم،

$$H=\begin{bmatrix}\frac{\partial^2\pi}{\partial p^2} & \frac{\partial^2\pi}{\partial p\partial w}\\ \frac{\partial^2\pi}{\partial p\partial w} & \frac{\partial^2\pi}{\partial w^2}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\pi_{pp} & \pi_{pw}\\ \pi_{pw} & \pi_{ww}\end{bmatrix}$$



[ Downloaded from ijiepm.iust.ac.ir on 2025-07-20 ]

طبق شرایط ثانویه روابط زیر باید در نقطه $(p,w)$ برقرار باشند،

$$\frac{\partial \pi^{2}}{\partial p^{2}}<0 \qquad (۹)$$

$$\pi_{pp}\pi_{ww}-\left(\pi_{pw}\right)^{2}>0 \qquad (۱۰)$$

با در نظر گرفتن توزیع نمایی برای زمان تا خرابی سیستم و $\lambda_s$ آهنگ وقوع خرابی سیستم، روابط (۴) پیوست الف و (۶) به روابط زیر تبدیل می شود،

$$p_i(w)=\int_0^w \frac{h_i(t)}{h_s(t)} f_s(t)dt=\int_0^w \frac{\lambda_i}{\lambda_s}\lambda_s e^{-t\lambda_s}dt=\frac{\lambda_i}{\lambda_s}\left(1-e^{-w\lambda_s}\right) \qquad (۱۱)$$

$$\pi(p,w)=k_1 p^{-a}\left(w+k_2\right)^{b}\left(p-c_s-\frac{e^{\lambda_s w}-1}{\lambda_s}\sum_{i=1}^{q}\lambda_i\left(c_i+c_m\right)\right) \qquad (۱۲)$$

و شرایط اولیه و ثانویه برای بهینگی نقطه $(p,w)$ با روابط زیر تعیین می شوند،

شرایط اولیه،

$$\frac{\partial \pi}{\partial p}=k_1 p^{-a-1}\left(w+k_2\right)^{b}\left((1-a)\,p+ac_s+a\frac{\left(e^{\lambda_s w}-1\right)}{\lambda_s}\sum_{i=1}^{q}\lambda_i\left(c_i+c_m\right)\right)=0 \qquad (۱۳)$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial w}=k_1 p^{-a}\left(w+k_2\right)^{b-1}\left(bp-we^{\lambda_s w}\sum_{i=1}^{q}\lambda_i\left(c_i+c_m\right)-\left(\frac{b}{\lambda_s}+k_2\right)e^{\lambda_s w}\sum_{i=1}^{q}\lambda_i\left(c_i+c_m\right)+\left(\frac{b}{\lambda_s}\sum_{i=1}^{q}\lambda_i\left(c_i+c_m\right)-bc_s\right)\right)=0 \qquad (۱۴)$$

شرایط ثانویه،

$$\pi_{pp}=k_1(-1-a)\,p^{-a-2}\left(w+k_2\right)^{b-1}\left((1-a)\,p+ac_s+a\left(\frac{e^{\lambda_s w}-1}{\lambda_s}\right)\sum_{i=1}^{q}\lambda_i\left(c_i+c_m\right)\right)+k_1 p^{-a-1}\left(w+k_2\right)^{b}(1-a)<0 \qquad (۱۵)$$

به کمک رابطه (۱۳) واضح است که رابطه (۱۵) برقرار است، دیگر مشتقات جزئی مرتبه دوم تابع $\pi(p,w)$ در زیر ارائه شده اند.

$$\pi_{pp}\pi_{ww}-\left(\pi_{pw}\right)^{2}>0 \qquad (۱۶)$$

$$\pi_{pw}=k_1 p^{-a-1}b\left(w+k_2\right)^{b-1}\left((1-a)\,p+ac_s+a\left(\frac{e^{\lambda_s w}-1}{\lambda_s}\right)\sum_{i=1}^{q}\lambda_i\left(c_i+c_m\right)\right)+k_1 p^{-a-1}\left(w+k_2\right)^{b}\left(ae^{\lambda_s w}\sum_{i=1}^{q}\lambda_i\left(c_i+c_m\right)\right) \qquad (۱۷)$$

$$\pi_{ww}=k_1 p^{-a}(b-1)\left(w+k_2\right)^{b-2}\left(pb-we^{\lambda_s w}\sum_{i=1}^{q}\lambda_i\left(c_i+c_m\right)-\left(\frac{b}{\lambda_s}+k_2\right)e^{\lambda_s w}\sum_{i=1}^{q}\lambda_i\left(c_i+c_m\right)+\left(\frac{b}{\lambda_s}\sum_{i=1}^{q}\lambda_i\left(c_i+c_m\right)-bc_s\right)\right)+k_1 p^{-a}\left(w+k_2\right)^{b-1}\left(-e^{\lambda_s w}\sum_{i=1}^{q}\lambda_i\left(c_i+c_m\right)-\lambda_s we^{\lambda_s w}\sum_{i=1}^{q}\lambda_i\left(c_i+c_m\right)-\left(b+\lambda_s k_2\right)e^{\lambda_s w}\sum_{i=1}^{q}\lambda_i\left(c_i+c_m\right)\right) \qquad (۱۸)$$

### ۲-۴. محصول دارای وارانتی یکسان برای تمام سیستمهای آن

برخی محصولات بخصوص محصولات مصرفی نسبتا ارزان قیمت همچون وسایل خانگی (یخچال، تلویزیون، لباسشویی و ...) با آنکه متشکل از چندین سیستم هستند اما تولید کننده برای کل محصول به استثنای تعدادی از سیستمها که دارای ضمانت



[ Downloaded from ijiepm.iust.ac.ir on 2025-07-20 ]

نیستند، تنها یک دوره ضمانت $w$ راعرضه می‌کند، یعنی سیستمها ضمانت مجزا از هم ندارند و تمام سیستمها به جز تعدادی که ممکن است اصلا ضمانت نداشته باشند، تا انتهای دوره $w$ تحت پوشش ضمانت قرار دارند. برای اینگونه محصولات در صورتی که سیستمهای آن دارای ساختار داخلی سری باشند و خرابی سیستمها مجزا از یکدیگر باشند یعنی خرابی یک سیستم روی خرابی سیستم دیگر اثری نداشته باشد و خرابی هر یک از سیستمها باعث از کارافتادگی محصول شود، مدل ارائه شده در این بخش قابل استفاده است.

در این بخش محصولی را در نظر می گیریم که سیستمهایی از این محصول که تحت پوشش ضمانت قرار دارند همه سری بوده و تعداد آنها $m$ است سپس قیمت و دوره ضمانت بهینه محصول تعیین می شود.

فرض کنید $p$ $N_{ij}$ $\lambda_{ij}$ $\lambda_i$ $c_{ij}$ $c_i$ $q_i$ و $w$ بترتیب بیانگر تعداد اجزای سیستم $i$ هزینه خرید(تولید) سیستم $i$ از تامین کننده قطعات (توسط تولید کننده محصول)، هزینه خرید (تولید) قطعه $j$ام سیستم $i$ از تامین کننده قطعات (توسط تولید کننده محصول)، آهنگ وقوع خرابی سیستم $i$ آهنگ وقوع خرابی قطعه $j$ام سیستم $i$، تعداد خرابی قطعه $j$ام سیستم $i$ طی دوره ضمانت محصول، قیمت محصول و طول دوره ضمانت محصول باشند.

سود حاصل از فروش محصول طی یک دوره فروش با در نظر گرفتن پارامترهای هزینه سیستمها، قیمت و ضمانت محصول با رابطه زیر تعیین می شود،

$$prof(p,w)=k_1 p^{-a}(w+k_2)^b\left(p-\sum_{i=1}^{m}c_i-\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{q_i}N_{ij}(c_{ij}+c_m)\right) \quad (۱۹)$$

مقدار مورد انتظار رابطه قبل با توجه به رابطه (۹) برابر با مقدار زیر است،

$$\pi(p,w)=E\left[prof(p,w)\right]=k_1 p^{-a}(w+k_2)^b\left(p-\sum_{i=1}^{m}c_i-\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{q_i}\frac{p_{ij}(w)}{R_i(w)}(c_{ij}+c_m)\right) \quad (۲۰)$$

در نهایت باید مقادیر بهینه ی قیمت و ضمانت سیستمها را که سود تعیین شده در رابطه (۲۰) را ماکزیمم می کند تعیین شود. در این قسمت نیز مطابق بخش ۱-۴، اگر زوج $(p,w)$ شرایط اولیه و ثانویه ی بهینگی را برای تابع $\pi(p,w)$ در رابطه (۲۰) دارا باشند آنگاه تابع در نقطه $(p,w)$ مقدار ماکزیمم خود را خواهد داشت.

در ادامه توزیع زمان تا خرابی سیستمها و قطعات آن را نمایی در نظر گرفته و مثالی را در ارتباط با مدل ارائه شده بیان می کنیم.

و اگر توزیع زمان انتظار تا خرابی را نمایی در نظر گیریم، داریم،

$$\pi(p,w)=E\left[prof(p,w)\right]=k_1 p^{-a}(w+k_2)^b\left(p-\sum_{i=1}^{m}c_i-\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{q_i}\frac{p_{ij}(w)}{R_i(w)}(c_{ij}+c_m)\right) \quad (۲۱)$$

$$R_i(w)=e^{-\lambda_i w}, i\in\{1,2,...,m\} \quad (۲۲)$$

$$p_{ij}(w)=\frac{\lambda_{ij}}{\lambda_i}\left(1-e^{-\lambda_{ij}w}\right), i\in\{1,2,...,m\}, j\in\left\{1,2,...,q_i\right\} \quad (۲۳)$$

## ۵. مطالعه موردی

فرض می‌کنیم تولید کننده یک خودرو قصد دارد برای دینام یکی از خودروهای خود وارانتیی مجزا از وارانتی خودرو عرضه کند، یا یک تولید کننده قطعات می خواهد برای دینامهای تولیدی خود که در یک نوع خودرو استفاده می شود وارانتی عرضه کند و فرض می کنیم خرابی دینام مستقل از خرابی زیرسیستمهای دیگر خودرو است.

همچنین فرض می کنیم خرابی هر یک از قطعات دینام باعث خرابی و از کارافتادن دینام و در نتیجه اتومبیل می شود. در این قسمت مدل بخش ۱-۴ را برای تعیین قیمت و دوره ضمانت بهینه این نوع دینام اتومبیل استفاده می کنیم که روش پیاده سازی این مدل را در ادامه شرح می دهیم.

همچنین مدل بخش ۲-۴ را در قالب مثال برای محصولی متشکل از دو سیستم سری که هر دو سیستم تحت پوشش ضمانت قرار دارند پیاده می کنیم. در دو مطالعه قیمت ها و هزینه ها بر حسب دلار و دورهای ضمانت بر حسب ماه می باشند.



[ Downloaded from ijiepm.iust.ac.ir on 2025-07-20 ]

### ۱-۵. مطالعه موردی یک سیستم

مطابق با چرخه عمر یک محصول، آهنگ وقوع خرابی هر محصول را طی عمر مفید آن می‌توان ثابت در نظر گرفت، همچنین مناسب است که ضمانت محصول در نقطه ای از زمان واقع در عمر مفید محصول به اتمام می‌رسد، لذا در تحقیق حاظر نرخ خرابی هر دینام را طی عمر مفید آن ثابت فرض می کنیم و توزیع زمان خرابی سیستم را نمایی و $k1 = 300000$، $k2 = 2$، $a \in \{1.7,2.2,2.5\}$، $b \in \{0.1,0.2,0.3\}$ و $c_s = 44.87\$$ و $c_m = 0.51\$$ را در نظر می گیریم.

دینام که در این تحقیق مورد نظر است از ۱۵ قطعه تشکیل می‌شود.

برمبنای داده‌های خرابی دینام طی دوره ضمانت یک نوع اتومبیل مربوط به ۱۵ ماه گذشته نرخ خرابی قطعات دینام را که همان پارامتر توزیع زمان تا خرابی آن است تعیین می کنیم، فرض می-کنیم هزینه تعویض قطعات برای تولیدکننده دینام و نرخ خرابی قطعات دینام (که با تحلیل داده‌های مربوط به خرابی دینام طی دوره ضمانت تعدادی از یک نوع اتومبیل که در یک دوره به فروش رسیده اند بدست آمده است) مطابق جدول ۱ باشند.

**جدول ۱. هزینه تعویض و نرخ خرابی قطعات سیستم**

| ردیف | نام قطعه | هزینه تعویض(دلار) | نرخ خرابی |
|---|---|---|---|
| ۱ | آفتامات وذغال دینام | ۵.۶۴ | ۰.۰۰۸ |
| ۲ | مهره درب دینام | ۰.۰۵ | ۰.۰۰۱ |
| ۳ | ذغال دینام | ۰.۳ | ۰.۰۰۹ |
| ۴ | پیچ درب دینام | ۰.۰۸ | ۰.۰۰۱ |
| ۵ | مهره | ۰.۰۷ | ۰.۰۰۱ |
| ۶ | پیچ درب دینام | ۰.۰۷ | ۰.۰۰۱ |
| ۷ | پولی دینام | ۰.۶۴ | ۰.۰۰۴۵ |
| ۸ | درب جلو دینام | ۴.۶۴ | ۰.۰۰۰۷ |
| ۹ | بلبرینگ جلوی دینام | ۱.۸۶ | ۰.۰۰۸ |
| ۱۰ | آرمیچر دینام | ۶.۴۱ | ۰.۰۰۰۸ |
| ۱۱ | بلبرینگ عقب دینام | ۱.۸۵ | ۰.۰۰۸ |
| ۱۲ | بالشتک دینام | ۷.۶۹ | ۰.۰۰۳۵ |
| ۱۳ | درب عقب دینام با متعلقات | ۳.۸۵ | ۰.۰۰۰۷ |
| ۱۴ | دیود دینام | ۶.۹۲ | ۰.۰۰۴۵ |
| ۱۵ | واشر پولی دینام | ۰.۲۵ | ۰.۰۰۶۵ |

با در نظر گرفتن اطلاعات ذکر شده مربوط به دینام و جدول ۱، نرخ خرابی دینام یعنی $\lambda_s$ برابر ۰.۰۵۸۲ است و رابطه (۱۲) به رابطه زیر تبدیل می شود،

$$\pi(p,w) = 300000\, p^{-a}\left(w+k_2\right)^{b}\left(p - 44.87 - \left(\frac{e^{0.0582w}-1}{\lambda_s}\right)\sum_{i=1}^{q}\lambda_i\left(c_i+0.51\right)\right) \qquad (۲۴)$$

در نهایت با توجه به رابطه (۲۴) و جایگذاری اطلاعات موجود در شرایط اولیه و ثانویه ی بهینگی، به کمک نرم افزار برای تعدادی از مقادیر $a$ و $b$، مقادیر بهینه قیمت و ضمانت محصول و همچنین مقادیر دترمینال ماتریس هشین بدست می آید (جدول ۲).

**جدول ۲. قیمت و ضمانت بهینه سیستم**

| | b = 0.1 | b = 0.2 | b = 0.3 |
|---|---|---|---|
| $a = 1.7$ | $p = 119.12$ | $p = 128.2$ | $p = 137.06$ |
| | $w = 14.2$ | $w = 21.2$ | $w = 26$ |
| | $H = 3.88$ | $H = 6.82$ | $H = 12.49$ |
| $a = 2.0$ | $p = 95.71$ | $p = 101.15$ | $p = 106.31$ |
| | $w = 11.2$ | $w = 17.4$ | $w = 21.7$ |
| | $H = 0.86$ | $H = 1.44$ | $H = 2.61$ |
| $a = 2.5$ | $p = 78.11$ | $p = 81.32$ | $p = 84.29$ |
| | $w = 8.2$ | $w = 13.6$ | $w = 17.4$ |
| | $H = 0.04$ | $H = 0.07$ | $H = 0.12$ |

با توجه با جدول ۲ مشاهده می شود:

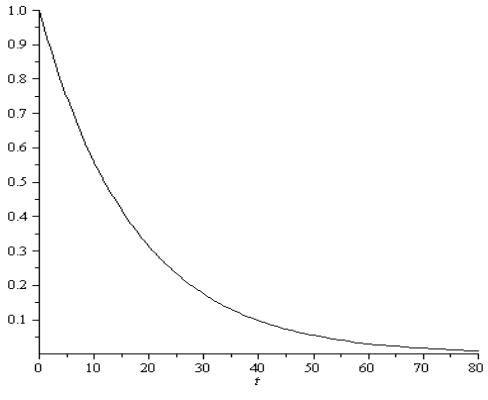
الف) در یک کشش قیمتی معین همراه با افزایش کشش طول ضمانت دینام، قیمت و دوره بهینه ضمانت دینام افزایش می یابد.

ب) در یک کشش طول ضمانت معین، همراه با افزایش کشش قیمت دینام، قیمت و کشش طول ضمانت بهینه دینام کاهش می یابند.

پ) مقدار دترمینال ماتریس هشین در یک کشش قیمت معین با افزایش کشش طول ضمانت افزایش، و در یک کشش طول ضمانت ثابت با افزایش کشش قیمت کاهش می یابد. کمتین مقدار دترمینال ماتریش هشین در کشش قیمت ۲.۵ و کشش طول ضمانت ۰.۱ قرار دارد.

ت) تابع قابلیت اطمینان در شکل ۲ ترسیم شده است. با توجه به شکل ۲ و تابع قابلیت اطمینان سیستم مشاهده می شود که برای مثال در کشش قیمت ۲.۰ و کشش طول وارانتی ۰.۲ که طول وارانتی بهینه سیستم برابر ۱۷.۴ ماه شد قابلیت اطمینان سیستم برای دوره زمانی ۱۷.۴ ماه برابر است با ۰.۳۶۳.

[ Downloaded from ijiepm.iust.ac.ir on 2025-07-20 ]




**شکل ۲.نمودار تابع قابلیت اطمینان دینام.**

ث) سود حاصل از یک دوره فروش دینام بر مبنای رابطه (۲۴) برای مقادیر مختلف قیمت و طول وارانتی بهینه (جدول ۲) بر حسب دلار در جدول ۳ تعین شده اند.

**جدول ۳. سود حاصل از یک دوره فروش دینام.**

| | b = 0.1 | b = 0.2 | b = 0.3 |
|---|---|---|---|
| $a = 1.7$ | $\pi = 8211.15$ | $\pi = 11071.41$ | $\pi = 15317.19$ |
| $a = 2.0$ | $\pi = 2028.26$ | $\pi = 2683.27$ | $\pi = 3649.02$ |
| $a = 2.5$ | $\pi = 219.3$ | $\pi = 283.41$ | $\pi = 377.41$ |

### ۲-۵. مطالعه موردی دو سیستم سری

محصولی متشکل از دو سیستم که هر سیستم آن از دو قطعه تشکیل شده است را با مشخصات زیر در نظر می گیریم،
$c_1 = 270$ ،$c_{22} = 130$ ،$c_{21} = 200$ ،$c_{12} = 100$ ،$c_{11} = 150$
$\lambda_{21} = 0.0026$ ،$\lambda_{12} = 0.004$ ،$\lambda_{11} = 0.002$ ،$c_2 = 350$
$c_m = 7$ و $\lambda_2 = 0.0036$ ،$\lambda_1 = 0.006$ ،$\lambda_{22} = 0.001$
همچنین $k_1 = 300000$ و $k_2 = 2$ را در نظر می گیریم. نتایج بدست آمده در این مثال را برای تعدادی از مقادیر $a$ و $b$ نشان دادیم(جدول ۴).

**جدول ۴. قیمت و ضمانت بهینه محصول**

| | b = 0.1 | b = 0.2 | b = 0.3 |
|---|---|---|---|
| $a = 1.7$ | $p = 2224.74$ | $p = 2622.8$ | $p = 3063.39$ |
| | $w = 71.6$ | $w = 128.6$ | $w = 177$ |
| | $H = 1 \times 10^{-4}$ | $H = 2 \times 10^{-4}$ | $H = 3 \times 10^{-4}$ |
| $a = 2.0$ | $p = 1357.72$ | $p = 1483.16$ | $p = 1612.91$ |
| | $w = 37.8$ | $w = 71.63$ | $w = 101.5$ |
| | $H = 2 \times 10^{-6}$ | $H = 2 \times 10^{-6}$ | $H = 4 \times 10^{-6}$ |
| $a = 2.5$ | $p = 1097.10$ | $p = 1165.98$ | $p = 1235.96$ |
| | $w = 25.4$ | $w = 49.6$ | $w = 71.6$ |
| | $H = 9 \times 10^{-9}$ | $H = 1 \times 10^{-8}$ | $H = 2 \times 10^{-8}$ |

## ۶. جمع‌بندی

مطابق تحقیق اقتصادی (Spence 1977) شرکت‌ها می توانند زمانی که مشتریان درباره‌ی کیفیت مشکوک هستند ضمانت ها را به صورت نمادهایی از کیفیت استفاده کنند. موضوع تعیین حد بهینه پایایی در طراحی محصول ، دوره بهینه ضمانت محصول و هزینه متناسب آن برای تولید کننده و تعیین قیمت فروش بهینه برای کسب درآمد حداکثری موضوع کلیدی تصمیم گیری تولید کنندگان و عرضه کنندگان کالا و خدمات است. تعارض تولید کننده و مشتری ناشی از نگرش متفاوت به موضوع پایایی در دوره عمر محصول است. از دیدگاه مشتری یک ضمانت طولانی تر نشانه کیفیت برتر محصول است، اما در یک ضمانت طولانی هزینه های هر واحد محصول ممکن است طی دوره ضمانت بسیار زیاد باشد، که در این صورت تولیدکننده یا مجبور به افزایش قیمت محصول و یا مجبور به کاهش دوره ضمانت می شود. از طرفی تقاضا برای محصول نیز تحت تاثیر ضمانت به عنوان نشانه ای از کیفیت و قیمت محصول قرار دارد بنابراین لازم است قیمت و ضمانت محصول به طور همزمان در سطح بهینه تعیین شوند. از سویی قابلیت اطمینان ذاتی محصول تعیین کننده تعداد خرابی های محصول طی یک دوره زمانی معین است، که خود تعیین کننده هزینه های ضمانت محصول می باشد.

در تحقیق حاضر مدل بهینه تعیین قیمت و دروه وارانتی برای محصولاتی که از مجموعه ای از قطعات و دارای قابلیت اطمینان متفاوت تشکیل شده اند ارائه شده است . اهمیت تحقیق حاضر از آن رو است که برای محصولات پیچیده و با قیمت بالا امکان جایگزینی کامل وجود نداشته و منطقی نیست لذا مطابق این تحقیق از آنجا که عمده قطعات در محصول به شکل سری قرار می گیرند لازم است برمبنای قابلیت اطمینان قطعات هزینه‌های ضمانت محصول تعیین شوند.

در مدل ارائه شده با در نظر گرفتن هزینه های ضمانت مبتنی بر توزیع خرابی در دوره تعیین شده، هزینه تولید کننده و قیمت متناسب برای فروش با توجه به اثر آن بر تقاضای محصول و درآمد تولید کننده تعیین شده است. اگر چه مدل ارائه شده حالت عمومی دارد ، توسعه روش های حل تحلیلی برای توزیع-های پایایی متفاوت موضوع تحقیق آتی پژوهشگران در این حوزه می تواند باشد. به علاوه مدلسازی برای محصول های طراحی شده متشکل از عناصر بحرانی که معمولا به صورت موازی طراحی میشوند موضوع دیگری برای تحقیقات آتی است.

## مراجع

[1] Chun, Y.H., *"Optimal Number of Periodic Preventive Maintenance Operations under Warranty"*, Reliability Engineering and System Safety, 37, 1992, pp. 223–225.

[ Downloaded from ijiepm.iust.ac.ir on 2025-07-20 ]

[2] Jack, N., Dagpunar, J.S., "*An Optimal Imperfect Maintenance Policy over a Warranty Period*", Microelectronics and Reliability, 34, 1994, pp. 529–534.

[3] Yell, R.H., Lo, H., "*Optimal Preventive-Maintenance Warranty Policy for Repairable Products*", European Journal of Operational Research, 134, 2001, pp. 59–69.

[4] Bai, J., Pham, H., "*Cost Analysis on Renewable Full-Service Warranties for Multi-Component Systems*", European Journal of Operational Research, 168, 2006, pp. 492–508.

[5] Wu, C.C., Chou, C.Y., Huang, C., "*Optimal Burn-in Time and Warranty Length under Fully Renewing Combination Free Replacement and Pro-Rate Warranty*", Reliability Engineering and System Safety, 92, 2007, pp. 914-920.

[6] Kim, B., Park, S., *"Optimal Pricing, EOL (End of Life) Warranty, and Spare Parts Manufacturing Strategy Amid Product Transition*", European Journal of Operational Research, 188:3, 2008, pp. 723-745.

[7] Samatli-Paç, G., Taner, M.R., "*The Role of Repair Strategy in Warranty Cost Minimization: An Investigation via Quasi-renewal Processes*", European Journal of Operational Research, 197 (2), 2009, pp. 632-641.

[8] Zhou, Z., Li, Y., Tang, K., "*Dynamic Pricing and Warranty Policies for Products with Fixed Lifetime*", European Journal of Operational Research, 196, 2009, pp. 940-948.

[9] Fang. C.C., Huang, Y.S., *"A Study on Decisions of Warranty, Pricing, and Production with Insufficient Information*". Computers and Industrial Engineering, 59(2), 2010, pp. 241-250.

[10] Vahdani, H., Chukova, S., Mahlooji, H., *"on Optimal Replacement-Repair Policy for Multi-State Deteriorating Products under Renewing Free Replacement Warranty*". Computers & Mathematics with Applications, 61(4), 2011, pp. 840-850.

[11] Ritchken, P.H., Tapiero, C.S., "*Warranty Design under Buyer and Seller Risk Aversion*", Naval Research Logistics Quarterly, 33, 1986, pp. 657–671.

[12] Hussain, A.Z.M.O., Murthy, D.N.P., "*Warranty and Redundancy Design with Uncertain Quality*", IIE Transactions, 30, 1998, pp. 1191–1199.

[13] Balachandran, K.R., Maschmeyer, R.A., Livingstone, J.L., "*Product Warranty Period: A Markovian Approach to Estimation and Analysis of Repair and Replacement Costs*", The Accounting Review, 1, 1981, pp. 115–124.

[14] Chukova, S., Dimitrov, B., "*Warranty Analysis for Complex Systems"*, in: Blischke, W.R., Murthy, D.N.P. (Eds.), Product Warranty Handbook, Marcel Dekker Inc., 1996; pp. 543–584 (Chapter 22).

[15] Wu, C.C., Lin,P.C., Chou, C.Y., "*Determination of Price and Warranty Length for a Normal Lifetime Distributed Product*", Int. J. Production Economics, 102, 2006, pp. 95–107.

[16] Glickman, T.S., Berger, P.D., "*Optimal Price and Protection Period Decisions for a Product under Warranty"*. Management Science 22, 1976, pp. 1381–1389.

[17] Mitra, A., Jayprakash, G.P., "*A Multi-Objective Model for Warranty Estimation",* European Journal of Operational Research, 45, 1990, pp. 347–355.

[18] Blischke, W.R., Murthy, D.N.P., "*Product Warranty Management III: A Review and Mathematical Models*". European Journal of Operational Research, 62, 1992, pp. 1–34.

[19] Spence, M., "*Consumer Misperceptions, Product Failure, and Product Liability*", Review of Economic Studies, 44 (3), 1977, pp. 561–572.

[ Downloaded from ijiepm.iust.ac.ir on 2025-07-20 ]

## پیوست

### پیوست الف)

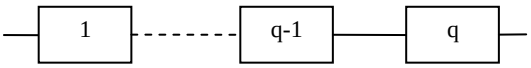
مطابق تحقیق Bai and Pham در یک سیستم سری تحت سیاست RFSW، جهت بدست آوردن ویژگی های آماری هزینه‌ی ضمانت هر چرخه یا هر محصول فروخته شده، لازم است تا توزیع $N_s$ بدست آید.لم زیر تابع جرم احتمال $N_s$ را می دهد:

لم۱:

تحت فرض نگهداری پیشگیرانه کامل، برای یک سیستم تحت سیاست RFSW با پارامتر $w$، تابع جرم احتمال برای $N_S$ به صورت زیر است:

$$p[N_s=n_s]=\left[F_S(w)\right]^{n_s}R_s(w),\forall n_s,n_s=0,1,2,... \quad (۱)$$

اینجا $F_S(o)$، تابع توزیع تجمعی فواصل خرابی سیستم تحت ضمانت است، که فرض می شود که معین باشد، و $R_S(o)$ تابع قابلیت اطمینان سیستم است.




**شکل۱. سیستم سری q مولفه ای.**

حال $\Omega$ را برابر با مجموعه ی $\{1,2,\ldots,q\}$ تعریف می کنیم،

$F_i(o)$ و $R_i(o)$ را بترتیب تابع توزیع تجمعی و تابع قابلیت اطمینان زمان‌های خرابی مولفه ی $i$ام، $i\in\Omega$ در نظر می‌گیریم، برای سیستم سری نمایش داده شده در (شکل۱) تابع قابلیت اطمینان سیستم با رابطه زیر تعیین می شود :

$$F_s(w)=1-R_s(w)=1-\prod_{i=1}^{q}\left[1-F_i(w)\right]=1-\prod_{i=1}^{q}R_i(w) \quad (۲)$$

در نظر می گیریم $TC$ هزینه ی ضمانت سیستم برای هر چرخه باشد، بنابراین $TC$ می تواند به این صورت فرموله شود:

$$TC=\sum_{i=1}^{q}(c_i+c_m)N_i \quad (۳)$$

معادله قبل نشان می دهد توزیع $TC$ به شرطی که توزیع توام $N_1, N_2, \ldots, N_q$ مشخص باشد می تواند تعیین شود.

برای تعیین توزیع توام، Bai and Pham دو کمیت را تعریف کرده و بعضی ویژگی های مفید را ارائه کردند.

لم ۲ :

تعریف می‌کنیم $p_i(w)\equiv P[T_i\le Y,T_i\le w]$ و $a_i(w)\equiv p_i(w)/F_S(w)$ که در آن $T_i$ یک زمان خرابی از جزءiام سیستم است، $Y=\min(T_j,\forall j,j\in\Omega j\neq i$ سپس داریم،

$$p_i(w)=\int_0^w\frac{h_i(t)}{h_s(t)}f_s(t)dt \quad (۴)$$

$$\sum_{i=1}^{q}p_i(w)=F_s(w) \quad (۵)$$

$$\alpha_i(w)=\frac{1}{F_s(w)}\int_0^w\frac{h_i(t)}{h_s(t)}f_s(t)d \quad (۶)$$

$$\sum_{i=1}^{q}\alpha_i(w)=1 \quad (۷)$$

در اینجا اندیس $s$ نشان دهنده ی سیستم، اندیس های $i$ و $j$ نشان دهنده یک مولفه از سیستم، $h(o)$ و $f(o)$ بترتیب تابع نرخ مخاطره و تابع چگالی احتمال زمان خرابی (pdf) هستند $(h(\mathbf{0})=\frac{f(o)}{R(o)})$.

نکته: $P_i(w)$ می تواند به این صورت تفسیر شود: احتمال اینکه مولفه ی$i$ در یک سیتم سری باعث یک خرابی سیستم قبل از اتمام دوره‌ی ضمانت $w$ شود. مشابها $a_i$ می تواند به این صورت تفسیر شود: احتمال شرطی اینکه یک خرابی مولفه ی $i$ عامل یک خرابی سیستم سری باشد با فرض اینکه سیستم درطی $w$ خراب شود. جالب توجه است که $p_i(w)$ امید جزئی از $\xi_i(t)$ نسبت به زمان $w$ نیز هست، که به صورت $E_{T_S}[\xi_i(t),w]$ مشخص می شود، که با در نظر گرفتن $T_s$ برای زمان خرابی سیستم، داریم $\xi_i(t)=h_i(t)/h_s(t)$. وابسته به $\xi_i(t)$ و $F_S(t)$، ممکن است لازم باشد که $P_i(w)$ یا $a_i(w)$ به طور عددی بدست آیند. باید توجه کرد که اگر توابع نرخ مخاطره مولفه ها در سری،متناسب هستند، یعنی $h_i(t)=\lambda_i g(t),\forall i,i\in\Omega$، که در آن $g(0)$ یک تابع مثبت است، سپس داریم: $a_i(w)=\lambda_i/\sum_{j=1}^{q}\lambda_i$ یک مقدار ثابت است که به $w$وابسته نیست، (برای اثبات این رابطه، از رابطه $\sum_{j=1}^{q}h_i(t)=h_s(t)$ کمک می گیریم)، در نتیجه، احتمال $p_i(w)$ به صورت زیر است:

$$p_i(w)=F_s(w)\lambda_i\Big/\sum_{j=1}^{q}\lambda_j \quad (۸)$$

اصل ۱ :



[ Downloaded from ijiepm.iust.ac.ir on 2025-07-20 ]

$N_i$ یک توزیع هندسی با پارامتر $R_S(w)/[R_S(w)+p_i(w)], \forall i, i \in \Omega$ را دنبال می کند.

$$p[N_i = n_i] = \left[\frac{p_i(w)}{R_s(w)+p_i(w)}\right]^{n_i} \frac{R_s(w)}{R_s(w)+p_i(w)}, n_i = 0,1,2,... \quad (۹)$$

کواریانس، $\text{cov}(N_i, N_j), i, j \in \Omega, i \neq j$، با رابطه ی زیر تعیین می شود:

$$\text{cov}(N_i, N_j) = \frac{p_i(w)\, p_j(w)}{(R_s(w))^2} \quad (۱۰)$$

با به کار بردن اصل ۱ برای معادله (۳)، می توانیم توافق کنیم که برای یک سیستم سری تحت سیاست ضمانت تعویض رایگان تجدیدپذیر، توزیع $TC$ به سهولت یک ماتریس از متغیرهای تصادفی پیوسته است که هر یک از یک توزیع هندسی پیروی می‌کند. تابع جرم احتمال $TC$ را می توان به صورت زیر بیان کرد،

$$p[TC = x] = \begin{cases} R_s(w) \sum_{\{n_1, n_2, \cdots, n_q\} \& \sum_{i=1}^{q}(c_i + c_m)n_i = x} \binom{\sum_{i=1}^{q} n_i}{n_1, n_2, \cdots, n_q} \\ \quad \times \prod_{i=1}^{q} \left(p_i(w)\right)^{n_i}, \\ x \in \left\{\sum_{i=1}^{q}(c_i + c_m)n_i\right\}, and \\ n_i \in \{0,1,...\}, \forall i, i \in \Omega \\ 0 \quad otherwise \end{cases} \quad (۱۱)$$

تبصره ۱ :

هزینه ضمانت مورد انتظار هر چرخه برای سیستم سری $q$ جزئی تحت سیاست تعویض رایگان تجدیدپذیر با رابطه زیر تعیین می‌شود:

$$E[TC] = \frac{1}{R_s(w)} \sum_{i=1}^{q}(c_i + c_m) p_i(w) \quad (۱۲)$$

واریانس $TC$ نیز به صورت زیر است:

$$\text{var}[TC] = \frac{1}{(R_s(w))^2}\{\sum_{i=1}^{q}(c_i+c_m)^2 p_i(w)[R_s(w)+p_i(w)] + 2\sum_{i<j, i,j\in\Omega}(c_i+c_m)(c_j+c_m)p_i(w)p_j(w)\} \quad (۱۳)$$

تابع جرم احتمال منطبق بر آن به صورت زیر است:

**پیوست ب)**

Glichman and Berger (1979) در تحقیق خود از تابع تقاضایی استفاده کردند که در آن تقاضا با توجه به قیمت به طور نمایی کاهش می یابد و با توجه به طول ضمانت به طور نمایی افزایش می یابد، $p$ و $w$ را علاماتی برای قیمت و طول ضمانت محصول در نظر می گیریم، در این صورت تابع تقاضا در مدل Glichman and Berger به صورت زیر است،

$$d(p,w) = k_1 p^{-a}(w + k_2)^b \quad (۱)$$

که در آن $k_1$ و $k_2$ مقادیر ثابت هستند، $a$ کشش قیمت و $b$ کشش طول ضمانت تغییر یافته است $k_2$ تقاضای غیر صفر را زمانی که $w$ صفر است فراهم می کند. $k_1$ و $k_2$ هر دو بزرگتر از صفرند، $a$ بزرگتر از یک است و مقدار $b$ بین صفر و یک است. کاربردهای این تابع تقاضا در مطالعات دیگر می توان یافت. برای مثال Mitra and Jayprakash (1990) یک مدل چند هدفه را برای تخمین ضمانت براساس تابع تقاضا ارائه دادند، Blischke and Murthy (1992) این تابع تقاضا را در مدیریت ضمانت محصول به کار بردند، Mitra and Jayprakash (1997) نیز این تابع تقاضا را برای توسعه یک مدل سهم بازار به کار بردند (Wu et al., 2006)

[ Downloaded from ijiepm.iust.ac.ir on 2025-07-20 ]

[ Downloaded from ijiepm.iust.ac.ir on 2025-07-20 ]