Code: 820

**توسعة رويکردي براي طراحي محصول استوار و قابل اطمينان در حضور عدم قطعيت**

**چکيده:** وجود عدم قطعيت­ در متغيرهاي طراحي و پارامترهاي مساله، امري گريز ناپذيري بوده و بايد در فعاليت بهينه­سازي در نظر گرفته شود. در مسائل بهينه­سازي، استواري و قابليت اطمينان طرح از اهميت زيادي برخوردار است. دو رويکرد طراحي استوار و طراحي بر مبناي قابليت اطمينان دو جنبه فوق را دربر مي­گيرند. اما کاربرد جداگانه اين دو رويکرد، پايداري محصول در طول عمر آن را تضمين نمي­کند. بنابر اين، در اين نوشتار ما رويکرد طراحي استوار و طراحي بر مبناي قابليت اطمينان را در يک مدل ترکيب کرده و يک متدولوژي کلي براي طراحي محصول استوار و قابل اطمينان ارائه مي­کنيم. کارايي متدولوژي ارائه شده با حل يک مثال عددي نشان داده مي­شود.

**واژه هاي کليدي:** استواري, قابليت اطمينان, بهينه سازي چند هدفه, الگوريتم ژنتيک

**1. مقدمه[[1]](#footnote-2)**

امروزه با توجه به بازار رقابتي نياز شديدي به محصولات استوار و قابل اطمينان در بازارها مشاهده مي‌شود. چالش مهندسي مدرن، تضمين اين مهم است که هزينه­هاي ساخت و زمان­هاي چرخه طراحي حداقل شده­ و در عين حال نيازمندي­هاي کارايي و قابليت اطمينان برآورده شوند. اگر محصول رقابتي باشد، کيفيت و قابليت اطمينان بهبود يافته، مي­تواند مزيت­هاي رقابتي فراهم نمايند. اغلب فعاليت­ها در زمينه کيفيت در مراحل ساخت اجرا مي­شوند, اما بيشتر کارايي و کيفيت محصول در تصميم­هاي اوليه در مرحله طراحي تعيين مي­شوند. درنتيجه "طراحي براي کيفيت" هدف اوليه است. بهينه­سازي بعنوان ابزار طراحي به منظور يافتن طرح­هاي بهينه با حداقل هزينه که نيازمندي­هاي کاربردي را برآورده مي‍نمايند، مورد استفاده قرار مي­گيرد. هدف اصلي در بهينه­سازي طراحي, يافتن مجموعه متغيرهاي طراحي است به گونه­اي که تابع هدف بهينه شده و محدوديت­هاي کارايي برآورده شوند.

تکنيک­هاي بهينه­سازي قطعي بطور موفقيت آميزي در بسياري از مسائل طراحي محصول مورد استفاده قرار گرفته­اند. البته در بهينه‍سازي طراحي قطعي[[2]](#footnote-3) (DDO), طرح­هاي بهينه در مرز محدوديت­ها قرار گرفته و فضايي براي عدم قطعيت­ها باقي نمي­ماند. احتمال شکست راه حل بهينه قطعي به علت تاثير عدم قطعيت­هاي موجود در مدل­سازي, فاز ساخت و شرايط عملياتي وجود دارد. طرح­هاي بهينه قطعي که بدون درنظر گرفتن عدم قطعيت­ها تعيين مي­شوند غير قابل اطمينان بوده و ممکن است به شکست منجر شوند ]1[.

درطول 20 سال اخير رويکردهاي مختلفي به منظور بررسي عدم قطعيت­ها و بهينه­سازي طراحي با وجود عدم قطعيت توسعه يافته­اند که عبارتند از؛ بهينه­سازي طراحي استوار[[3]](#footnote-4) (RDO)]2[ و بهينه­سازي طراحي برمبناي قابليت اطمينان[[4]](#footnote-5) (RBDO)]3و4[.

حال در زير مرور مختصري از روش­هاي بهينه سازي طراحي تحت عدم قطعيت را ارائه مي‌دهيم.

**1-1. بهينه­سازي طراحي استوار**

طراحي استوار روشي براي بهبود کيفيت محصول با کاهش تاثير تغيرات بوده و بر روي استواري کارايي (هدف طراحي) تاکيد دارد.

براي اولين بار طراحي استوار توسط تگوچي (1993) به منظور بهبود کيفيت محصول با حداقل سازي تغيرات بدون حذف علت ايجاد آنها ارائه شد. رويکردهاي طراحي استوار موجود را مي­توان به سه دسته اصلي تقسيم نمود: تکنيک طراحي آزمايش­هاي تگوچي]5[, طراحي استوار بر مبناي روش شناسي روية پاسخ]6[ و تکنيک­هاي بهينه­سازي کلي ]7[ هدف اصلي تمامي اين رويکردها بهينه کردن ميانگين و حداقل سازي واريانس تابع کارايي است.

به طور کلي در طراحي استوار, با توجه به عدم قطعيت­ها و به منظور استوارسازي توابع هدف و توابع محدوديت, مساله طراحي استوار به صورت زير فرمول­بندي شده است:

d و X به ترتيب نشان دهنده بردار متغيرهاي طراحي قطعي و تصادفي بوده و P نشان دهنده بردار پارامترهاي طراحي تصادفي است. F و Gj توابعي هستند که عدم قطعيت­ها را در نظر مي­گيرند که معمولاً تابعي از ميانگين و واريانس توابع f و gj هستند]8[.

مفهوم اصلي در مسائل RDO اينست که ممان­هاي آماري مرتبه اول و دوم به چه دقت و کارايي تخمين زده مي­شوند. بطور تحليلي، K امين ممان آماري تابع کارايي با استفاده از انتگرال زير بدست مي‍آيد.

که در آن تابع جرم احتمال توام پارامتر تصادفي X است.

عملا ًمحاسبه ممان­هاي آماري تابع کارايي با استفاده از رابطه بالا

غيرممکن است.خصوصاً زماني که ابعاد مساله نسبتاً بزرگ باشد. بنابراين چندين تلاش عددي براي تخمين ممان­هاي مرتبه اول و دوم با کارايي بهتر ارائه شده است. طراحي آزمايش­ها، بسط مرتبه اول سري تيلور، شبيه­سازي مونت کارلو، روش نمونه­برداري اهميت و روش نمونه­برداري ابر مکعب لاتين از جمله اين روش­ها هستند. شبيه­سازي مونت کارلو براي تخمين ممان­هاي آماري روش دقيقي است، اما تعداد ارزيابي­هاي تابع در اين روش بسيار زياد است. بنابراين در بسياري از کاربردهاي مهندسي با مقياس بزرگ، استفاده از شبيه­سازي مونت کارلو غير عملي است. طراحي آزمايش­ها زماني که تعداد متغيرهاي طراحي زياد باشد، نيازمند حجم بالاي محاسبات است. بسط سري تيلور مرتبه اول بطور گسترده در طراحي استوار به منظور تخمين ممان مرتبه اول و دوم مورد استفاده قرار مي­گيرد، اما اين بسط به خطاي زيادي منجر مي­شود، بخصوص زماني که متغيرهاي تصادفي ورودي، تغيرات زيادي داشته باشند چرا که اين بسط از همه اطلاعات توابع جرم احتمال متغيرهاي تصادفي ورودي استفاده نمي­کند. به منظور غلبه بر اين نقاط ضعف، در لي و همکاران]9[ سه روش به منظور محاسبه اين ممان­ها ارائه شده و از لحاظ کارايي محاسباتي و دقت مورد مقايسه قرار گرفتند ؛ روش کاهش ابعاد تک متغيره[[5]](#footnote-6) (DRM)، تجميع ممان کارايي[[6]](#footnote-7) (PMI)، روش تفاوت درصدي[[7]](#footnote-8) (PDM). در PMI و PDM در صورت استفاده از روش يکسان براي تحليل معکوس قابليت اطمينان, تعداد ارزيابي­هاي تابع يکسان خواهد بود. DRMزماني که تعداد متغيرهاي تصادفي کم باشد، کارا بوده اما در صورت زياد بودن اين متغيرها، PMI کاراتر است. در PDM تفاوت بين تابع کارايي در دو سطح متفاوت قابليت اطمينان بعنوان شاخص تغيرات تابع کارايي محاسبه مي­شود. اما در صورت غير يکنواخت بودن تابع کارايي، نمي­توان به نتايج صحيحي دست يافت. در يان و همکاران]10[, PMI در چندين مثال مورد استفاده قرار گرفته و کارايي و دقت آن مورد تاييد قرار گرفته است. در اين مقاله به منظور تعيين ممان­هاي آماري، از روش PMI استفاده مي­شود.

**1-2. بهينه­سازي طراحي بر مبناي قابليت اطمينان**

در دو و چن]11[ انواع تکنيک­هاي مدل­سازي امکان­پذيري طراحي (محدوديت­هاي طراحي) با وجود عدم قطعيت آورده شده است. اين تکنيک­ها به دو دسته اصلي تقسيم شده­اند: روش­هايي که به تحليل آماري و احتمالي نياز دارند (فرمول­بندي امکان پذيري احتمالي, شبيه سازي مونت کارلو, فرمول­بندي تطبيق ممان[[8]](#footnote-9)) و روش­هايي که به تحليل آماري و احتمالي نياز ندارند (تحليل بدترين شرايط[[9]](#footnote-10), ارزيابي فضاي گوشه[[10]](#footnote-11) و فرمول­بندي طرح­هاي تغييرات[[11]](#footnote-12)). فرمول‍بندي امکان­پذيري بصورت احتمالي صرف نظر از زمان محاسبات, روش ايده­آل توصيف استواري امکان­پذيري است که مي‍تواند تضمين ­کند که راه­حل به سطح دقيقي از برآورده شدن محدوديت دست مي­يابد.

رويکرد بهينه سازي طراحي بر مبناي قابليت اطمينان بر حفظ امکان­پذيري طراحي در سطوح احتمالي مورد نياز تاکيد داشته و محدوديت­ها به منظور در نظر گرفتن عدم قطعيت­ها در متغيرها و پارامترهاي طراحي, به صورت احتمالي مدل­ سازي مي­شوند]4[. فرمول­بندي امکان­پذيري احتمالي کلي مي­تواند به صورت زير بيان شود:

که Rj احتمال مورد نظر براي برآوردن محدوديت j است. اگر توزيع همه متغيرهاي X و پارامترهاي P مشخص باشند، احتمال رابطه قبل بطور دقيق طبق انتگرال زير قابل محاسبه است:

بطوري­که fxp(x,p) تابع جرم احتمال توام x و p است. از لحاظ عملي، بدست آوردن راه حل عددي يا تحليلي براي معادله بالا به خاطر تجميع چند بعدي و ناحيه انتگرال پيچيده، بسيار سخت و يا حتي غير ممکن است. در مواردي­که روش تحليلي کاربردي نباشد، تقريب­هاي آماري با استفاده از روش­هاي نمونه­گيري (همچون شبيه­سازي مونت کارلو) يا روش­هاي مبتني بر بهينه­سازي مورد استفاده قرار مي­گيرند]4[.

ارزيابي احتمال برآورده شدن محدوديت با استفاده از روش نمونه‍گيري بسيار زمان­بر بوده و با افزايش سطح قابليت اطمينان (احتمال برآورده شدن محدوديت) حجم محاسبات بطور قابل ملاحظه­اي افزايش مي­يابد.

در روش­هاي مبتني بر بهينه سازي مهمترين کار تعيين محتمل‍ترين نقطه [[12]](#footnote-13) (MPP) است]4[. به منظور يافتن MPP, در ابتدا متغيرهاي تصادفي از فضاي موجود (X) با استفاده از تبديل روزنبلت به فضاي نرمال استاندارد مستقل (U) برده مي­شوند. تبديل فوق به صورت زير است:

 معکوس توزيع نرمال استاندارد بوده و F, تابع توزيع تجميعي متغير تصادفي X است. بطور مثال اگر متغيرهاي تصادفي توزيع نرمال داشته باشند، xi به صورت بيان مي‍شود]12[.

MPP در فضاي نرمال استاندارد U, نقطه­اي روي مرز محدوديت gj(U) بوده که کمترين فاصله تا مرکز را داشته باشد. اين فاصله شاخص قابليت اطمينان ناميده مي­شود]12[.

اگر تابع محدوديت gj(U) خطي باشد، ارتباط بين و به صورت زير خواهد بود:

 شاخص قابليت اطمينان مورد نياز با توجه به سطح قابليت اطمينان بوده و تابع چگالي نرمال استاندارد است.

اگر gj(U) غير خطي باشد, با استفاده از روش قابليت اطمينان مرتبه اول[[13]](#footnote-14) (FORM), رابطه بالا با تقريب خوبي قابل استفاده است. اين روش بر اساس تقريب خطي تابع محدوديت در نقطه MPP در فضاي U است. اگر تابع محدوديت شديداً غير خطي باشد، با توجه به روش قابليت اطمينان مرتبه دوم[[14]](#footnote-15) (SORM), تقريب­هاي مرتبه دوم بر روي سطح محدوديت برازش مي­شوند. بنابراين در فضاي جديد پس از يافتن MPP احتمال مورد نظر با استفاده از FORM يا SORM قابل محاسبه است]13[.

به منظور تعيين MPP دو روش متفاوت, رويکرد اندازه کارايي[[15]](#footnote-16) (PMA) ]14[ و رويکرد شاخص قابليت اطمينان[[16]](#footnote-17) (RIA) مورد استفاده قرار گرفته است]15[. در رويکرد PMA به منظور يافتن MPP مساله بهينه­سازي زير بايد حل شود]16[:

در نقطه بدست آمده،g(U) به حداقل مقدار خود مي­رسد. با حل مساله بالا نقطه­ اي بر روي سطح دايره­اي به شعاع يافت مي‍شود که تابع را حداقل مي­کند. پس از يافتنMPP، محدوديت احتمالي اوليه با رابطه زير جايگزين مي­شود:

در رويکرد RIA, MPP نقطه مماس دايره­اي به شعاع در فضاي U با منحني g(U)است. تعيين MPP يک مساله حداقل­سازي با يک محدوديت مساوي به صورت زيراست ]15[:

نقطه بهينه براي جايگزين کردن محدوديت اصلي با محدوديت زير مورد استفاده قرار مي­گيرد:

 رويکرد اول نسبت به رويکرد دوم از کارايي بيشتري برخوردار است]17[. در ]14[ نشان داده شده است که سرعت همگرائي در RIA پائين بوده و حتي در برخي از مسائل همگرا نيست .رويکرد PMA کاراتر و استوارتر از رويکردRIA است، چرا که حداقل­سازي تابع پيچيده با محدوديت ساده، آسان­تر از حداقل­سازي يک تابع ساده با وجود محدوديت پيچيده است. بنابراين در اين مقاله به منظور بررسي محدوديت­هاي احتمالي رويکرد PMA مورد استفاده قرار مي­گيرد. به منظور يافتن MPP در اين رويکرد علاوه بر الگوريتم­هاي کلي بهينه­سازي، تکنيک­هاي متفاوتي همچون مقدار ميانگين مقدم[[17]](#footnote-18) (AMV)، يافتن MPP بر مبناي نمونه­گيري و ... مورد استفاده قرار مي­گيرند. يکي از بهترين روش­هاي يافتن معکوسMPP در دو و همکاران ]18[ ارائه شده است. الگوريتم فوق براي هر نوع تابع محدوديت ( محدب يا غير محدب) و هر نوع توزيع پيوسته عدم قطعيت­ها مناسب است. الگوريتم فوق ترکيبي از روش AMV و روش جستجوي کماني است. روش AMV با استفاده از مفهوم جهت تندترين نزول[[18]](#footnote-19) براي توابع محدب کارا بوده و براي توابع غير محدب يا همگرا نبوده يا اينکه سرعت آن بسيار پائين است. روش جستجوي کماني[[19]](#footnote-20) بر اساس مفهوم جستجوي يک بعدي براي دواير متناظر با شاخص قابليت اطمينان بوده و براي حل توابع غير محدب بسيار کاراست. در طول فرايند يافتن MPPبسته به نوع تابع يکي از روش­هاي فوق مورد استفاده قرار مي­گيرند. در اين مقاله ما الگوريتم فوق را مورد استفاده قرار مي­دهيم.

در فرمول­بندي RBDO, محدوديت احتمالي محدوديت کليدي بوده و همانطور که عنوان شد دو رويکرد اساسي به منظور برخورد با اين نوع محدوديت­ها وجود دارد. بطور کلي فرمول­بندي اصلي به صورت حداقل­سازي تابع هدف با وجود محدوديت­هاي احتمالي به صورت زير نوشته مي­شود:

که در آن X و P به ترتيب بردار متغير و پارامتر تصادفي بوده و d بردار متغير قطعي است. f تابع هدف وGi نشان دهنده iامين تابع محدوديت است.

در ايوس و همکاران]19 [انواع روش­هاي حل مسائل RBDO طبقه‍بندي شده و کارايي, دقت و پايداري آنها مورد مقايسه قرار گرفته است. روش­هاي اصلي حل مسائل RBDO را مي­توان به سه دسته، رويکرد دوحلقه­اي[[20]](#footnote-21)، رويکرد تک حلقه­اي[[21]](#footnote-22) و رويکرد جدا شده[[22]](#footnote-23) تقسيم نمود.

در رويکرد دوحلقه­اي محدوديت­هاي احتمالي درون حلقه بهينهسازي درنظر گرفته مي­شوند، بطوري­که حلقه دروني به ارزيابي قابليت اطمينان پرداخته و حلقه بيروني با بهينه­سازي تابع هدف سروکار دارد. محدوديت­هاي احتمالي با توجه به رويکرد PMAو يا رويکرد RIA مورد ارزيابي قرار مي­گيرند. در اين مقاله ما روش دوحلقه­اي را با توجه به الگوريتم ژنتيک براي مسائل RBDO توسعه مي­دهيم.

از آنجايکه کاربرد جداگانه دو رويکرد طراحي استوار و طراحي بر مبناي قابليت اطمينان, پايداري محصول در طول عمر آن را تضمين نمي­کند بنابراين بايد اين دو روش در قالب بهينه سازي طراحي استوار بر مبناي قابليت اطمينان[[23]](#footnote-24) (RBRDO) به منظور دستيابي همزمان به کيفيت و قابليت اطمينان ترکيب شوند]20[.

در اين مقاله ما بهينه­سازي طراحي استوار بر مبناي قابليت اطمينان را با الگوريتم ژنتيک چند هدفه ترکيب کرده و يک متدولوژي کلي براي طراحي محصول استوار و قابل اطمينان ارائه مي­دهيم. اين متدولوژي از چهار مرحله اصلي فرمول­بندي, بهينه­سازي, ارزيابي و انتخاب تشکيل شده است. در دو مرحله اول با مدل­سازي مساله و استفاده از الگوريتم ژنتيک براي حل مساله RBRDOمجموعه نقاط پارتو استوار و قابل اطمينان بدست آمده و پس از اين بهترين­ترين نقطه يا نقاط از ديد تصميم گيرندگان با توجه به معيارهاي تعريف شده, انتخاب مي­شوند. در آخرين مرحله نيز نتايج بدست آمده با استفاده از شبييه سازي مونت کارلو مورد ارزيابي قرار گرفته و مهترين متغيرها به منظور کنترل در طول فرايند تعيين مي­شوند.

در ]21[ يک متدولوژي طراحي براي شش سيگما با ترکيب رويکرد طراحي استوار, تکنيک مدل­سازي امکان پذيري و بهينه سازي چند هدفه ارائه شده است. در آنجا تحليل بدترين شرايط به منظور مدل­سازي امکان پذيري مورد استفاده قرار گرفته است. اما در بيشتر موارد تحليل بدترين شرايط، بسيارمحتاطانه است چرا که احتمال رخداد همزمان بدترين شرايط متغيرها يا انحرفات پارامترها بسيار کم است]22[. علاوه بر آن در مرحله بهينه­سازي تنها ميانگين مد نظر قرار گرفته و واريانس اهداف تنها در مرحله انتخاب بهترين نقاط مورد توجه قرار مي­گيرد.

در اين مقاله ابتدا به طور مختصر رويکرد بهينه­سازي استوار برمبناي قابليت اطمينان بررسي شده و سپس روش­هاي متفاوت براي يافتن نقطه بهينه براي دو تابع هدف معرفي مي­شوند. در ادامه متدولوژي کلي را ارائه داده و با يک مثال عددي کارايي رويکرد فوق را تاييد مي­کنيم. در بخش نهايي نتيجه­گيري را بيان مي­کنيم.

**2. بهينه­سازي طراحي استوار بر مبناي قابليت اطمينان**

همانطور که در قسمت قبل عنوان شد, رويکرد RBDOقابليت اطمينان محصول را بهبود داده اما تغيرپذيري مشخصه­هاي کارايي را حداقل نمي­کند در صورتيکه رويکرد RDOتغير پذيري را کاهش داده اما طبيعت احتمالي متغير تصادفي را ناديده مي­گيرد. بنابراين اين دو رويکرد مي­توانند يکديگر را تکميل کنند. در صورتيکه کاربرد جداگانه آنها پايداري تابعي محصول در طول عمر آن را تضمين نمي­کند]20[.

در مساله RBRDO استواري با در نظر گرفتن ميانگين و تغيرات تابع هدف () لحاظ شده و ملاحظات قابليت اطمينان با محدوديت­هاي احتمالي به صورت زير مدل مي­شوند:

همانطور که مي­بينم در مساله RBRDO با بيش از يک تابع هدف مواجه­ايم.در بيشتر مقالات ارائه شده در بحث RBRDO, از جمله دو]20[ و شرلي و همکاران]23[ مجموع وزني ميانگين و انحراف معيار بعنوان هدف در نظر گرفته شده است. اما اين رويکرد، معمولاً به نتايج رضايت بخشي منجر نمي­شود]24[. بنابراين ما در قسمت بعدي نحوه برخورد با اين دسته از مسائل را تشريح مي­کنيم.

**3. يافتن نقطه بهينه با توجه به دو تابع هدف**

در صورت وجود بيش از يک تابع هدف به ندرت مي‌توان نقاطي را يافت که همزمان همه توابع هدف را بهينه کند. بنابراين در اين مواقع به دنبال راه حل هاي غير مسلط[[24]](#footnote-25) هستيم. بنا به تعريف و با فرض اينکه از نوع Max باشد، يک راه حل موثر خواهد بود اگر هيچ نقطه ايي مانند وجود نداشته باشد که

در ادبيات مربوطه اين راه حل معروف به راه حل بهينه پارتو[[25]](#footnote-26) مي‌باشد و راه‌حلي است که نتوان هدفي را بهبود بخشيد بدون آنکه حداقل به يک هدف ديگر لطمه وارد شود. در اين دسته از مسائل روشي که بتوان همزمان تمام اهداف را بهينه کند ارائه نشده است و اين امر به اين علت است که معمولاً اهداف با يکديگر در تعارض هستند. بنابراين خروجي مساله بهينه سازي چند هدفه يک نقطه نبوده و مجموعه­اي از نقاط پارتو است.

هر رويکرد بهينه­­سازي چند هدفه بايد به دو هدف زير دست يابد که اغلب ممکن است در تضاد با هم باشند.

1. مجموعه بدست آمده (تقريب مجموعه جواب­هاي پارتو) بايد تا حد امکان به مجموعه نقاط پارتو واقعي نزديک بوده و در حالت ايده­آل زيرمجموعه­اي از اين نقاط باشد.
2. نقاط مجموعه بايد بطور يکنواخت توزيع شده و پراکندگي ميان جواب­هاي ايجاد شده حداکثر باشد.

روش­هاي متعددي براي يافتن مجموعه نقاط پارتو وجود دارد. در اينجا ما يکي از الگوريتم­هاي ژنتيک[[26]](#footnote-27) (GA) را به منظور حل مسائل بهينه­سازي چند هدفه انتخاب مي‌‌کنيم. چرا کهGA بر مبناي جمعيت­ بوده و مي­توان مجموعه­اي از چندين راه­حل غير مسلط را تنها با يک اجرا يافت. توانايي GA در جستجو همزمان نواحي متفاوت فضاي حل, امکان يافتن مجموعه متمايزي از راه­حل­ها براي انواع مسائل پيچيده با فضاهاي حل غير محدب, غير پيوسته و چند نمايي را فراهم مي­کند. علاوه بر اين نيازي به الويت­بندي يا وزن‍دهي اهداف نيست. روش NSGAII يکي از پرکاربرترين اين الگوريتم­ها است و کارايي آن در بسياري از مسائل مورد تاييد قرار گرفته است]25[.

به منظور بررسي محدوديت­ها با توجه به الگوريتم NSGAII, ما رويکرد ارائه شده در ]25[ را مورد استفاده قرار مي­دهيم. در اين رويکرد, مفهوم Constrain-Domination و انتخاب رقابتي دوتايي بر اساس اين مفهوم مورد استفاده قرار مي­گيرند. به اين ترتيب تعريف تسلط بين دو راه حل x و y به اين صورت اصلاح مي­شود؛ گفته مي­شود راه حل x، راه­حل y را Constrained-Dominate مي­کند, در صورتي که يکي از شرايط زير صحيح باشد:

1. x شدني و y نشدني باشد.
2. x و y هر دو نشدني باشند، اما ميزان انحراف محدوديتي x کمتر باشد.
3. هر دو شدني باشند و xبر y غلبه کند.

**4. متدولوژي ارائه شده**

در اين بخش ما يک متدولوژي کلي براي طراحي محصولات استوار و قابل اطمينان با ترکيب رويکرد طراحي استوار, طراحي بر مبناي قابليت اطمينان و الگوريتم ژنتيک ارائه مي­دهيم.

متدولوژي ارائه شده از چهار مرحله اصلي فرمول­بندي، بهينه­سازي، انتخاب و ارزيابي تشکيل شده است. خروجي دو مرحله اول مجموعه نقاط پارتو بوده که در مرحله سوم بر اساس معيارهاي تعريف شده، بهترين نقاط انتخاب مي­شوند. در آخرين مرحله نيز مهمترين متغيرها براي هر تابع هدف و محدوديت به منظور تعيين طرح کنترلي مناسب تعيين مي­شوند. اين رويکرد درنشان داده شده است.

در اولين مرحله پس از تعيين متغيرها, توابع هدف, محدوديت­ها و نوع توزيع متغيرها مساله را با توجه به رويکرد RBRDO مدل­سازي مي­کنيم. در مرحله بهينه سازي روش حل مساله دو هدفه فوق از 7 گام اصلي زير تشکيل شده است..

گام1: در ابتدا پارامترهاي اصلي مساله شامل اندازه جمعيت, تعداد نسل­ها بعنوان معيار توقف, تعداد متغيرهاي تصميم, حدود اين متغيرها, تعداد اهداف و خود توابع هدف, تعداد محدوديت­ها و توابع محدوديت و سطح قابليت اطمينان مورد نياز هر يک از محدوديت­ها تعريف مي­شوند.

گام 2: جمعيت اوليه به صورت تصادفي ايجاد مي­شود. بايد براي هر يک از نقاط بدست آمده تابع هدف آن محاسبه و شدني بودن آن مورد بررسي قرار گيرد. اين گام، خود از گام­هاي فرعي زير تشکيل شده است:

**فرمول بندي:**

* تعيين متغيرها، توابع هدف و محدوديت­ها
* تعيين توابع توزيع احتمالي متغيرها
* فرمول بندي مساله با توجه به استواري اهداف و در نظر گرفتن محدوديت هاي به صورت احتمالي

**بهينه سازي:**

* حل مساله با توجه به الگوريتم NSGAII

**انتخاب:**

انتخاب بهترين نقطه يا نقاط با توجه به معيارهاي زير:

* حساسيت نسبت به سطح قابليت اطمينان
* شاخص قابليت فرايند

**ارزيابي:**

* تعيين مهمترين و بحراني ترين متغيرها

فلوچارت متدولوژي ارائه شده

گام 2-1: انتخاب کروموزم­هاي اوليه به طور تصادفي

گام 2-2: محاسبه ميانگين و انحراف معيار تابع هدف به ازاي هر کروموزم

گام 2-3: بررسي امکان پذيري کروموزم­ها. به اين منظور توابع محدوديت احتمالي با توجه به رويکرد PMA به محدوديت قطعي تبديل شده و با توجه به رابطه (14) ميزان انحراف از محدوديت[[27]](#footnote-28) (CV) به ازاي هر کروموزم محاسبه مي­شود، gj مقدار تابع محدوديت j ام در نقطه MPP متناظر با آن محدوديت است. درصورتي­که CV مقداري بيش از صفر بگيرد کروموزم فوق, شدني نيست. مقدار CV به منظور انجام مقايسه رقابتي بين دوکروموزم مورد استفاده قرار مي­گيرد.

**گام 3:** در اين مرحله جمعيت کروموزوم­ها بر اساس اصل constraint-dominance مرتب شده و تمامي مرزها مشخص مي‌شوند. به هر يک از نقاط بر اساس مرزي که آن نقطه به آن متعلق است رتبه و فاصله شلوغي تخصيص داده مي­شود.

تا زماني که معيار توقف (که در اينجا تعدا نسل­ها به عنوان معيار توقف در نظر گرفته شده­ است.) برآورده نشده باشد گام­هاي بعدي انجام مي­شوند.

گام4: در اين گام، انتخاب رقابتي دوتايي بر اساس رتبه و فاصله، براي انتخاب والدين انجام مي­شود. عملگر CCO1 ارائه شده در ]26[, برای انجام مقايسه بين دو کروموزوم مورد استفاده قرار مي‍گيرد.

گام5: در اين مرحله فرزندان بر اساس عملگر ژنتيک که از ادغام[[28]](#footnote-29) و جهش[[29]](#footnote-30) تشکيل شده، توليد مي­شوند. در اين مرحله همانند گام 2 لازم است که مقدار توابع هدف و شدني بودن نقاط توليد شده مورد بررسي قرار گيرد.

گام 6: کروموزوم­هاي غير مسلط جمعيت ترکيبي والدين وفرزندان، مرتب شده و به هر يک رتبه و فاصله جديد تخصيص داده مي­شود.

گام 7: بهترين کروموزوم­ها بر اساس رتبه و فاصله, با جمعيت اوليه جايگزين و گام­هاي 4 به بعد بر روي اين جمعيت جديد انجام مي‌شود.

در انتهاي مرحله بهينه سازي مجموعه نقاط پارتو بعنوان راه­حل نهائي مساله بدست مي­آيد. در مرحله بعد بايد با توجه به اطلاعات بيشتر, بهترين نقاط از بين اين مجموعه نقاط پارتو انتخاب شوند. در اين مقاله دو معيار در نظر گرفته شده عبارتند از:حساسيت نسبت به سطح قابليت اطمينان و شاخص قابليت فرايند.

حل مساله به ازاي سطوح مختلف قابليت اطمينان، اطلاعات سودمندي را بدست داده که مي­توان يک مصالحه بين بهينگي و سطح قابليت اطمينان بدست آورد. مزيت اصلي يافتن تمام نقاط پارتو به ازاي سطوح مختلف قابليت اطمينان اينست که با اين کار مي­توان حساسيت نسبي نواحي مختلف را نسبت به عدم قطعيت­ها تعيين نمود. اين اطلاعات به طراحان و تصميم گيرندگان در انتخاب نقطه يا نقاطي که کمترين حساسيت را به عدم قطعيت­ها دارند، کمک مي­کند. بنابراين به منظور کسب اطلاعات بيشتر, مسائل به ازاء سطوح مختلف قابليت اطمينان حل مي­شوند.

از طرف ديگر با توجه به نياز حداکثر سازي بازده کلي سيستم، شاخص قابليت فرايند در مرحله طراحي و بعنوان يک معيار ديگر ارزيابي طرح­ها مورد استفاده قرار مي­گيرد. بازده محصول يا فرايند براي iامين تابع کارايي به صورت زير تعريف مي­شود:

بنابراين حداکثرسازي شاخص قابليت فرايند بازده را بهبود مي­دهد. اين شاخص­ با توجه به رابطه زير تعريف مي­شود:

USL و LSL به ترتيب حدود مشخصات فني سطح بالا و پائين بوده و Cpk به صورت فاصله بين ميانگين و نزديک­ترين حد, تقسيم به نيمي از عرض فرايند تعريف مي­شود.

درآخرين مرحله, براي هر نقطه پارتو بدست آمده, بحراني­ترين متغيرها براي هر تابع هدف و هر محدوديت بدست مي­آيند. چرا که از نقطه نظر ساخت، تعيين متغيرهاي بحراني براي کنترل کيفيت محصول و برآوردن سطح رضايت مشتري بسيار مهم است. براي تعيين اين متغيرها شاخص حساسيت مرتبه اول xij بر روي تابع هدف fm مورد استفاده قرار مي­گيرد:

بطوري­که واريانس تابع هدف mام است زماني که تمامي متغيرها دچار تغير مي­شوند و واريانس تابع هدف mام است زماني­که يکي از متغيرها در مقدار هدف خود ثابت بماند. پس از تعيين اين متغيرها مي­توان با کنترل آنها و کم کردن تغيرات آنها, تغيرات تابع کارايي را کاهش داد. در صورت لزوم روش­هاي کنترلي براي کنترل و پايش چنين متغيرهاي توسعه مي­يابد.

**5. مثال عددي**

در اين قسمت کارايي متدولوژي فوق را با حل يک مثال عددي ارائه شده در ]27[ نشان مي­دهيم.

متغيرها داراي توزيع نرمال با انحراف معيار 0.4 بوده و و مستقل از هم فرض شده­اند. در اولين مرحله, مساله با توجه به در نظر گرفتن استواري تابع هدف و در نظر گرفتن محدوديت­ها به صورت احتمالي به صورت زير فرمول­بندي مي­شود:

ما با استفاده از نرم افزار Matlab, الگوريتم ارائه شده در بخش قبل را پياده­سازي نموديم. در جدول1 پارامترهاي مورد استفاده, عنوان شده­اند.

جزئيات پارامترهاي مورد استفاده

|  |  |
| --- | --- |
| *نام پارامتر* | *مقدار* |
| اندازه جمعيت | 100 |
| تعداد نسل­ها | 1000 |
| احتمال ادغام | 0.9 |
| احتمال جهش | 1/n (n = تعداد متغيرها) |
| شاخص توزيع براي ادغام | 2 |
| شاخص توزيع براي جهش | 50 |

مساله به منظور بررسي تاثير سطح قابليت اطمينان به ازاي مقادير مختلف β) 4، 3، 1.285=β) بررسي و نمودار مجموعه نقاط پارتو در ‏شکل 2 نشان داده شده است.. همانطور که مشاهده مي­کنيم با افزايش β مقدار تابع هدف افزايش يافته و نمودار مجموعه نقاط پارتو به سمت راست حرکت مي­کند. بنابراين لازم است که يک مصالحه بين کارايي و سطح قابليت اطمينان مورد نياز صورت گيرد.. به منظور تاييد اينکه آيا سطح قابليت اطمينان مورد نظر برآورده شده است يا نه, با استفاده از نتايج شبيه­سازي مونت کارلو با اندازه نمونه 100000 احتمال مورد نظر در نقطه بهينه محاسبه مي­شود. از آنجايي­که توزيع متغيرها مشخص است لذا نمونه­هاي تصادفي با توجه به توزيع نرمال توليد مي­شوند. مقدار بهينه بدست آمده براي iامين متغير در نقطه پارتوjام است. بدين منظور چهار نقطه پارتو در طول مجموعه نقاط بطور نمونه انتخاب و شبيه‍سازي فوق انجام شده است. نتايج بدست آمده براي دو سطوح مختلف درجدول2 نشان داده است. علاوه بر اين, براي هر يک نقاط مشخص شده شاخص قابليت فرايند با توجه به USL مساوي با 11 تعيين شده و احتمال کمتر بودن تابع هدف از اين مقادير محاسبه و درجدول 2 آورده شده است.



**σ**

**µ**

نقاط پارتو براي سطوح مختلف قابليت اطمينان

نتايج نشان مي­دهد که با توجه به احتمال برآورده شدن محدوديت‍ها, در تمامي حالات سطح قابليت اطمينان مد نظر برآورده شده است و در قسمتي که ‏شکل 2 با دايره نشان داده است، احتمال برآورده شدن محدوديت بسيار بالا بوده و در واقع اين نقاط کمترين ميزان حساسيت را نسبت به سطح قابليت اطمينان دارند. از طرف ديگر همانطور که مي­بينيم در مجموعه نقاط هر سطح, جهت افزايش احتمال برآورده شدن محدوديت و قابليت فرايند عکس يکديگر بوده و افزايش يکي, منجر به کاهش ديگري مي­شود. بنابراين بايد براي انتخاب بهترين نقاط از بين مجموعه نقاط در هر سطح, مساله فوق مد نظر قرار گيرد.

در مقايسه بين نتايج بدست آمده براي مجموعه نقاط دو سطح مختلف با βهاي مختلف نيز مي­بينيم که با وجود افزايش قابليت اطمينان در جهت عکس ميزان قابليت فرايند کاهش مي­يابد. بنابراين تصميم گيرنده بايد با توجه به اين مساله سطح قابليت اطمينان مورد نظر را انتخاب نمايد.

به منظور تعيين مهمترين متغيرها و ميزان تاثير بر روي تابع هدف و محدوديت, آناليز حساسيتي بر روي داده­هاي شبيه­سازي انجام و درصد تغييرات تابع هدف و تابع محدوديت براي هر متغير بطور مشخص در جدول آورده شده است. با توجه به درصد تغيرات بدست آمده از آناليز حساسيت مي­بينيم که بيشترين تغيرات تابعf از تغيرات در متغير x1 ايجاد شده و با کنترل اين متغير مي­توان بيش از 85% تغيرات تابع هدف را کنترل نمود.

نتايح شبيه­سازي مونت کارلو در دو سطح متفاوت قابليت اطمينان

|  |
| --- |
|  (90%) 1.285 = β |
| مختصات نقاط | (2.24 و 5.01)( x1,x2)= | (2.63 و 5.01) ( x1,x2)= | (3.01 و 5) ( x1,x2)= | (3.45 و 5.55) ( x1,x2)= |
| احتمال محدوديت (%) | 94.402 | 98.36 | 99.73 | 100 |
| قابليت فرايند | 0.796 | 0.621 | 0.543 | 0.273 |
| P(y<11)\*100 | 99.987 | 99.898 | 98.7 | 78.575 |
| درصد تغيرات تابع هدف و محدوديت به ازا هر يک از متغيرها |
|  | f (%) | g (%) | f (%) | g (%) | f (%) | g (%) | f (%) | g (%) |
| X1 | **99.25** | 49.84 | **98.09** | 50.04 | **97.59** | 49.88 | **84.14** | 50.01 |
| X2 | 0.75 | 50.16 | 1.91 | 49.96 | 2.48 | 50.37 | 15.86 | 49.99 |
|  (99.865%) 3 = β |
| مختصات نقاط | (2.12 و 6.02) ( x1,x2)= | (2.56 و 5.5 ) ( x1,x2)= | (3.0 و 5.14) ( x1,x2)= |  (3.45 و5.55) (x1,x2)= |
| احتمال محدوديت %) | 99.866 | 99.880 | 99.898 | 100 |
| قابليت فرايند | 0.71 | 0.58 | 0.54 | 0.27 |
| P(y<11)\*100 | 99.033 | 99.00 | 98.522 | 78.101 |
| درصد تغيرات تابع هدف و محدوديت به ازا هر يک از متغيرها |
|  | f (%) | g (%) | f (%) | g (%) | f (%) | g (%) | f (%) | g (%) |
| X1 | **91.00** | 49.99 | **95**.**04** | 49.96 | **97.08** | 50.08 | **83**.**22** | 50.25 |
| X2 | 9.00 | 50.01 | 4.96 | 50.04 | 2.92 | 49.92 | 16.77 | 49.75 |

|  |  |
| --- | --- |
| X1X2 | X1X2 |
| X1X2 | X1X2 |

رابطه متغيرها و اهداف در سطوح مختلف قابليت اطمينان

از لحاظ تاثير در تابع محدوديت هر دو متغير x1 وx2 در سطح يکساني قرار دارند. علاوه براين, ميزان تاثير متغير x1 در درصد تغيرات تابع هدف با افزايش سطح قابليت اطمينان کاهش يافته و نقش x2 افزايش مي­يابد. توجه به اين مساله از اهميت بالايي برخوردار خواهد بود.

در شکل 3 نيز نحوه تغير هر يک از متغيرها نسب به ميانگين يا انحراف معيار نشان داده شده است. همانطور که در شکل نشان داده است جهت افزايش متغير x1 با جهت افزايش ميانگين يکسان بوده اما مخالف جهت افزايش انحراف معيار است. و متغير x2 برعکس متغير x1 عمل مي­کند.

 **6. نتيجه گيري**

در اين مقاله, يک متدولوژي کلي براي طراحي محصولات استوار و قابل اطمينان توسعه داده شد. در اينجا سه مفهوم طراحي استوار, طراحي بر مبناي قابليت اطمينان و بهينه سازي چند هدفه ترکيب شدند و الگوريتم ژنتيک به منظور تعيين نقاط پارتو مساله ترکيبي RBRDO مورد استفاده قرار گرفت.

 نتايج نشان مي­دهد که با افزايش قابليت اطمينان در جهت عکس ميزان قابليت فرايند کاهش مي­يابد. بنابراين بايد بين دو شاخص قابليت اطمينان و قابليت فرايند توافقي صورت بگيرد. متدولوژي ارائه شده اطلاعات لازم براي چنين توافقي را فراهم کرده و به تصميم­گيرندگان و مديران در انتخاب بهترين طرح­ها کمک مي­کند. علاوه بر اين تعيين مهمترين متغيرها در مرحله طراحي به برنامه‌ريزي سيستم ساخت بهتر و تهيه طرح کنترلي مناسب در طول فرايند ساخت کمک مي­کند و در اصل هدف, ايجاد ارتباط بين مرحله طراحي و مرحله ساخت است.

از جمله مواردي که مي­توان براي تحقيقات آتي منظور نمود, در نظر گرفتن همبستگي بين متغيرها است. همچنين مي­توان متدولوژي ارائه شده را براي مسائل با بيش از يک تابع کارايي توسعه داد.

توسعه ديگر اين است که از متدولوژي ارائه شده در مسائل دو سطحي استفاده کنيم. در اين دسته از مسائل بهينه­سازي، هر راه حل شدني سطح بالا بايد شرايط بهينگي مساله سطح پائين را برآورده نمايد. اين نوع مسائل در مسائل کاربردي بسيار ديده مي‍شوند. کارهاي زيادي در اين حوزه در حالت قطعي انجام شده است اما در صورت وجود عدم قطعيت در اين مسائل به منظور بررسي مي­توان متدولوژي ارائه شده در اين مقاله را توسعه داده و مورد استفاده قرار داد.

**مراجع**

1. Mourelatos, Z.P., Liang, J., “A Methodology for Trading-off Performance and Robustness under Uncertainty”, Proceeding of ASME Design Engineering Techneical Conference, 2005.
2. Phadke, MS., *Quality Engineering using Robust Design*. Prentice-Hall: Englewood Cliffs, NJ, 1989.
3. Kapur, KC., Lamberson LR. *Reliability in Engineering Design*. Wiley: New York, 1977.
4. Agarwal. Reliability based design optimization: Formulations and Methodologies. PhD thesis, University of Notre Dame, 2004.
5. Phadke MS. Quality Engineering using Robust Design. Prentice-Hall: Englewood Cliffs, NJ, 1989.
6. Vining, GG., Myers RH., “Combining Taguchi and response surface philosophies: A dial response approach”, Journal of Quality Technology, Vol. 22, 1990, pp 38-45.
7. Chen, W., Wiecek, M.M., and Zhang, J., “Quality Utility – A Compromise Programming Approach to Robust Design”, ASME Journal of Mechanical Design, Vol 121, 1999, pp.179–187.
8. Park, G.J., Lee T.H., “Robust Design: An Overview”, AIAA Journal, vol. 44, issue 1, 2006, pp. 181-191.
9. Lee, I., Choi, K.K., Du, L., Gorsich, D., “Dimension reduction method for reliability-based robust design optimization”, Computers and Structures, Vol. 86, 2008, pp.1550-1562.
10. Youn, B.D., Choi, KK., Yi, K., “Performance moment integration (PMI) method for quality assessment in reliability-based robust optimization”, Mech Based Des Struct Mach, Vol 33(2), 2005, pp.185–213.
11. Du, X., Chen, W., “Towards a Better Understanding of Modeling Feasibility Robustness in Engineering Design”, Mechanical Design, Vol 122(4), 2000, pp.358-394.
12. Du, X., Chen, W., “A most probable point-based method for efficient uncertainty analysis”, Design and Manufacturing Automation, Vol 4(1), 2001, pp.47–66.
13. Tu J, Choi K.K, Park Y.H,. “A New Study on Reliability-Based Design Optimization”, Mechanical Design (ASME), Vol 121(4), 1999, pp. 557–564.
14. Tu, J., Choi, K.K., Park, Y.H., “A New Study on Reliability-Based Design Optimization”, Mechanical Design (ASME), Vol 121(4), 1999, 557–564.
15. Nikolaidis, E., Burdisso, R., “Reliability-based optimization: a safety index approach”, Computer Structer, Vol 28(6), 19887, pp.81–788.
16. Du.X., Sudjianto, A., Chen, W., “An integrated framework for optimization under uncertainty using inverse reliability strategy”, Mechanical Design (ASME), Vol 126(4), 2004, pp. 562–70.
17. Youn, B.D., Choi, K.K., Yang, R.J., Gu, L., ”Reliability-based design optimization for crash-worthiness of vehicle side impact”, Journal of Structural and Multidisciplinary Optimization, Vol 26(3–4) , 2004, pp. 272–83.
18. Du.X., Sudjianto, A., Chen, W., “An integrated framework for optimization under uncertainty using inverse reliability strategy”, Mechanical Design (ASME), Vol 126(4), 2004, pp. 562–70.
19. Aoues, Y., Chateauneuf, Alaa., “Benchmark study of numerical methods for reliability-based design optimization”, Structural and Multidisciplinary Optimization, Vol 41, 2010, pp. 277–294.
20. Yadav O.P, Bhamare S.S., Rathore A., “Reliability-based Robust Design Optimization: A Multi-objective Framework Using Hybrid Quality Loss Function” Journal of Quality and Reliability Engineering International, Vol 26(1), 2010, pp. 27-41.
21. Baril,C., Yacout, S. and Clément, B., “Design for Six Sigma through collaborative multiobjective optimization”, Computers & Industrial Engineering, Vol 60(1), 2011, pp.43-55.
22. Parkinson, A., Sorensen, C., Pourhassan, N., ‘‘A General Approach for Robust Optimal Design,’’ Mechanical Design (ASME), Vol 115,1993,pp. 74–80
23. Sherali, H.D., Ganesan, V., ”An Inverse Reliability-based Approach for Designing under Uncertainty with Application to Robust Piston Design”, Journal of Global Optimization, Vol 37(1), 2007, pp.47-62.
24. Das, I., Dennis, J., “A Closer Look at Drawbacks of Minimizing Sums of Objectives for Pareto Set Generation in Multicriteria Optimization”, structural Optimization, Vol 14(1),1997, pp.63-69.
25. Deb, K., Pratap, A, Agarwal, S., Meyarivan T., “A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, Vol 6(2), 2002, pp.182–97.
26. Favuzza, S., Ippolito, M.G., Riva Sanseverini, E., “Crowded comparison operators for constraints handling in NSGA-II for optimal design of the compensation system in electrical distribution networks”, Advacced Engineering Informatics, Vol 20, 2006, pp.201-211.
27. Chen, W., Wiecek, M.M., and Zhang, J., “Quality Utility – A Compromise Programming Approach to Robust Design” , ASME Journal of Mechanical Design, Vol 121(2), 1999, pp. 179–187.
1. [↑](#footnote-ref-2)
2. Deterministic Design Optimization (DDO) [↑](#footnote-ref-3)
3. Robust Design Optimization (RDO) [↑](#footnote-ref-4)
4. Reliability-based Design Optimization (RBDO) [↑](#footnote-ref-5)
5. Univariate Dimension Reduction Method [↑](#footnote-ref-6)
6. Performance Moment Integration [↑](#footnote-ref-7)
7. Percentile Difference Method [↑](#footnote-ref-8)
8. Moment Matching Formulation [↑](#footnote-ref-9)
9. The Worst Case Analysis [↑](#footnote-ref-10)
10. Corner Space evaluation [↑](#footnote-ref-11)
11. Variation Patterns Formulation [↑](#footnote-ref-12)
12. Most Probable Point [↑](#footnote-ref-13)
13. First Order Reliability Method [↑](#footnote-ref-14)
14. Second Order Reliability Method [↑](#footnote-ref-15)
15. Performance Measure Approach (PMA) [↑](#footnote-ref-16)
16. Reliability Index Approach (RIA) [↑](#footnote-ref-17)
17. Advanced Mean Value [↑](#footnote-ref-18)
18. Steepest Ascent Direction [↑](#footnote-ref-19)
19. Arc Search [↑](#footnote-ref-20)
20. Double loop approach [↑](#footnote-ref-21)
21. Single loop approach [↑](#footnote-ref-22)
22. Decoupled approach [↑](#footnote-ref-23)
23. Reliability-based Robust Design Optimization (RBRDO) [↑](#footnote-ref-24)
24. Non-Dominant [↑](#footnote-ref-25)
25. Pareto Optimal Solution [↑](#footnote-ref-26)
26. Genetic algorithm [↑](#footnote-ref-27)
27. Constraint Violation (CV) [↑](#footnote-ref-28)
28. Crossover [↑](#footnote-ref-29)
29. Mutation [↑](#footnote-ref-30)