

## A Bi-Abjective Model for Optimizing Price, Warranty Length, and Service Capacity Within Queuing Framework: Genetic Algorithm and Fuzzy System

A. Mahmoudi & H. Shavandi\*

*Amin Mahmoudi, MSc, Faculty of Industrial and mechanical Engineering, Qazvin branch, Islamic Azad University, Qazvin, Iran  
Hassan Shavandi, Associate Professor of Industrial Engineering, Sharif University of Technology, Tehran, Iran*

### Keywords

Bi-objective optimization,  
Pricing, Queuing,  
Fuzzy system,  
Genetic algorithm,  
Warranty,

### ABSTRACT

*In this paper, we have proposed a bi-objective model for pricing-queuing problem under fuzzy environment. The objectives are maximizing the profit and minimizing the waiting time in system to receive the service. Price, warranty length, and service capacity decisions are analyzed for a seller with considering sale and service channels. To formulate the demand function, a fuzzy system is developed to estimate the demand value under price and warranty length variables. Furthermore, a hybrid solution of genetic algorithm and a fuzzy system is presented to solve the proposed model. At end, numerical results are analyzed by solving sample problems.*

© 2014 IUST Publication, IJIEPM. Vol. 25, No. 2, All Rights Reserved

\*  
Corresponding author: Hassan Shavandi  
Email: [Shavandi@sharif.edu](mailto:Shavandi@sharif.edu)



## ارائه یک مدل دو هدفه جهت بهینه سازی قیمت، طول دوره گارانتی و ظرفیت خدمت دهی در چارچوب یک سیستم صف: الگوریتم ژنتیک و سیستم فازی

امین محمودی و حسن شوندی\*

### چکیده:

در این مقاله یک مدل دو هدفه از مسائل تلفیقی قیمت‌گذاری و صف در یک محیط عدم قطعی برای تقاضا ارائه شده است. دو هدف مدل ارائه شده عبارتند از: ۱) ماکزیمم سازی سود فروشنده و ۲) مینیمم سازی زمان انتظار مشتریان در سیستم صف. تصمیم‌گیری روی پارامترهای قیمت، طول دوره وارانتی و ظرفیت خدمت دهی برای یک فروشنده با در نظر گیری دو کanal فروش و خدمات پس از فروش مورد تحلیل قرار گرفته است. به منظور فرموله سازی تابع تقاضا یک سیستم فازی جهت تخمین تقاضا تحت وابستگی به پارامترهای قیمت و طول دوره وارانتی توسعه داده شده است. به علاوه به منظور حل مدل، یک الگوریتم تلفیقی جدید از الگوریتم ژنتیک و سیستم فازی پیشنهاد شده است و در انتها نتایج عددی با حل یک مسئله نمونه مورد تحلیل قرار گرفته است.

### کلمات کلیدی

مسئله بهینه سازی دو هدفه،  
قیمت‌گذاری،  
نظریه صف،  
سیستم فازی،  
الگوریتم ژنتیک،  
وارانتی،

می‌پذیرد که اگر محصول فروخته شده در طول دوره گارانتی خراب شود، محصول خراب شده را بطور رایگان تعمیر یا تعویض کند. لازم به ذکر است که مقدار تقاضا با افزایش طول دوره گارانتی افزایش خواهد یافت.

تعدادی از تحقیقاتی که در آن پارامترهای گارانتی و قیمت مورد بررسی قرار گرفته عبارتند از: لی و همکاران [۳] یک زنجیره تامین با پارامتر قیمت و دوره ایمنی از گارانتی اضافی را جهت بهینه سازی سود مورد بررسی قرار دادند. کیم و پارک [۴] مقدار بهینه‌ی قیمت و طول دوره گارانتی را برای قطعات یدکی تولیدی در مدل دو مرحله‌ای تعیین کردند.

چونگ و وی [۵] یک مدل کنترل موجودی و تولید با سیاست بهینه سازی قیمت‌گذاری در یک زنجیره تامین متشكل از یک تولید کننده و یک خرده فروش را مورد بررسی قرار دادند. چونگ وئو و همکاران [۶] دو پارامتر قیمت و طول دوره گارانتی را به

### ۱. مقدمه

امروزه رضایت مشتری یک نقش کلیدی در محیط‌های کسب و کار بازی می‌کند. بدین منظور قیمت‌گذاری مناسب بر روی محصولات یک پارامتر بسیار تاثیر گذار در نرخ تقاضا می‌باشد که می‌تواند باعث تغییت کردن مشتریان به خرید شود. در ضمن قرار داد گارانتی به عنوان نشانه‌ای از کیفیت محصول یکی دیگر از پارامترهای تاثیر گذار در نرخ تقاضا می‌باشد که به عنوان ابزاری از بازاریابی در محیط‌های رقابتی از تولید و فروش مورد استفاده قرار می‌گیرد [۱] [۲]. در قرار داد گارانتی فروشنده یا تولید کننده

تاریخ وصول: ۹۰/۱۲/۱۷

تاریخ تصویب: ۹۱/۴/۱۷

امین محمودی، کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی صنایع و مکانیک، واحد قزوین، دانشگاه آزاد اسلامی، قزوین، ایران، amin.mahmoudi10@gmail.com  
**نویسنده مسئول مقاله:** دکتر حسن شوندی، دانشیار دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی شریف، Shavandi@sharif.edu

تفاضای مشتریان وابسته به پارامترهای قیمت و طول دوره گارانتی می‌باشد که به مشتریان ارائه می‌شوند. در بیشتر تحقیقات مربوط به مسائل تلفیقی قیمت‌گذاری و گارانتی تقاضا از طریق یک تابع ریاضی قطعی خطی یا غیر خطی و یا اینکه از طریق یک تابع ریاضی احتمالی بدست می‌آید در حالیکه در بسیاری از موارد برای پیش‌بینی مقدار تقاضا تنها دانش بشری و تجربیات مهندسان آن سازمان در دست می‌باشد که معمولاً به صورت عبارات کلامی می‌باشد. بنابراین تحلیل دانش بشری که در قالب متغیرهای کلامی و بصورت عبارات شرطی بیان می‌گرددند و تبدیل آنها به روابط ریاضی برای سازمان‌ها یک امر حیاتی می‌باشد. زاده در سال ۱۹۶۵ میلادی منطق فازی را معرفی کرد و چگونگی طراحی یک سیستم فازی جهت فرموله کردن دانش بشری را مورد بررسی قرار داد [۱۴].

به عنوان یکی از ایده‌های جدید این مقاله، ما یک سیستم فازی مبتنی بر دانش بشری را برای فرموله کردن تابع تقاضا طراحی کردیم. در مدل ارائه شده، فروشنده متعهد می‌شود که محصولات خراب شده در طول دوره گارانتی را بطور رایگان تعمیر نماید. نرخ خرایی محصولات به عنوان نرخ ورودی به سیستم خدمات پس از فروش و همچنین نرخ تعمیر به عنوان نرخ خدمت‌دهی به مشتریان می‌باشد بطوریکه هر دوی آنها احتمالی می‌باشند. بنابراین یک سیستم صفت در راستای کanal خدمات پس از فروش ایجاد خواهد شد.

به عنوان یکی دیگر از ایده‌های جدید این مقاله، توسعه یک مدل دو هدفه به منظوره ماکزیمم کردن سود فروشنده و مینیمم کردن زمان انتظار مشتریان جهت دریافت خدمت (تعمیر محصولات خراب) می‌باشد که این اهداف از طریق بدست آوردن مقادیری مناسب از پارامترهای قیمت، طول دوره گارانتی و ظرفیت خدمت‌دهی کسب می‌شوند. به منظور بدست آوردن جواب‌های کارا از دوهدف بیان شده، از تکنیک L-p metric که یکی از تکنیک‌های حل مدل‌های ریاضی چند هدفه است استفاده می‌شود. جهت حل مدل ارائه شده، یک حل ترکیبی جدید از سیستم فازی و الگوریتم ژنتیک ارائه می‌شود که پیشنهاد این روش حل یکی دیگر از ایده‌های اصلی این مقاله است.

سازمان‌دهی باقیمانده‌ی مقاله بدین گونه است که در بخش بعدی مدل ریاضی ارائه شده تشریح خواهد شد. بخش ۳ بر روی طراحی سیستم فازی برای تخمین مقدار تقاضا متمرکز می‌شود. در بخش ۴ تکنیک L-p metric جهت حل مدل دوهدفه شرح داده خواهد شد. در بخش ۵ ویزگی‌های الگوریتم ترکیبی سیستم فازی و الگوریتم ژنتیک تشریح می‌شود و در بخش ۶ تحلیل عددی الگوریتم ارائه شده با حل یک مثال عددی مورد بررسی قرار

عنوان پارامترهای تاثیر گذار در تقاضا در نظر گرفتند بطوریکه تابع هدف آنها ماکزیمم کردن سود بود.

کیفیت در خدمت دهی یک از فاکتورهای کلیدی جهت حفظ مشتریان در دراز مدت می‌باشد. بدین منظور یکی از مهمترین معیارها برای مشتریان، زمان انتظار در صف جهت دریافت سرویس می‌باشد. در حیطه‌ی خدمات پس از فروش با تعهد تعمیر رایگان محصولات خراب در طول دوره گارانتی، جهت تعمیر محصولات خراب در کanal خدمات پس از فروش صفت ایجاد خواهد شد که مدیریت زمان انتظار مشتریان جهت دریافت خدمت بسیار مهم می‌باشد. در علم مدیریت زنجیره تامین، افزایش سود و جلب رضایت مشتریان دو هدف متناقض با یکدیگر می‌باشند بنابراین کمینه کردن زمان انتظار مشتریان و ماکزیمم کردن سود دو هدفی هستند که بطور همزمان در یک مدل در نظر خواهند گرفته شد. برخی از تحقیقاتی که مسائل تلفیقی قیمت‌گذاری و سیستم‌های صف را مورد بررسی قرار دادند عبارتند از: بویاسی و ری [۷] بهینه سازی سود با در نظر گیری دو کلاس از مشتریان با قیمت‌ها و زمان خدمت‌دهی متفاوت برای هر کلاس از مشتریان را مورد بررسی قرار دادند. یون و لویس [۸] یک سیستم صف ناپایدار را در نظر گرفتند و سیاست بهینه سازی قیمت و استراتژی پذیرش مشتری را مطالعه کردند.

بازار سیل و همکاران [۹] یک مسئله قیمت‌گذاری پویا و بهینه سازی توالی عملیات را برای یک سیستم صف با دو کلاس مشتری و با استفاده از زنجیره مارکوف مورد بررسی قرار دادند. سون [۱۰] یک سیستم صف با زمان‌های گستره را با مسئله بهینه سازی قیمت و گزینه‌های اضافی برای سرویس دهی در نظر گرفت. پانگبورن و استاورولاکی [۱۱] بر روی ماکزیمم سازی سود متمرکز شدن و بهینه سازی قیمت و ظرفیت خدمت‌دهی را در یک بازار انحصاری بررسی کردند. ابویی مهریزی و همکاران [۱۲] فیمت، مکان بهینه و ظرفیت خدمت دهی را بطور همزمان تحت یک سیستم صف M/M/1 بهینه کردن بطوریکه تقاضا در هر گره از تابع پواسون تبعیت می‌کرد. هایل [۱۳] یک سیستم صف M/M/1 را در گرفت و یک رویه قیمت‌گذاری برای کنترل طول صف طراحی کرد در حالیکه الگوی ورود مشتریان وابسته به هزینه‌های تاخیر و یک تابع تقاضا بود. پس از مرور مختصری بر ادبیات مسائل تلفیقی قیمت‌گذاری و گارانتی و همچنین مسائل تلفیقی قیمت‌گذاری و صف، در این مقاله ما یک فروشنده را درنظر می‌گیریم که با بهینه کردن پارامترهای قیمت، طول دوره گارانتی و ظرفیت خدمت دهی بطور همزمان سود خود را ماکزیمم کرده و زمان انتظار مشتریان را به عنوان معیاری از رضایت مشتری مینیمم می‌کند. در مدل پیشنهادی در این مقاله

- ۱-۲. فرضیات و علائم**
- فرضیات حاکم بر مستقله عبارتند از:
- تعداد خرابی محصولات دارای توزیع پواسون می باشد.
  - زمان هر خدمت دهی (زمان تعمیر محصولات) دارای توزیع نمایی می باشد.
  - تخمین تقاضا بوسیله یک سیستم فازی و در محیط عدم قطعیت برآورد می شود.
  - مدل در حالت تک محصولی بررسی می شود.
  - خدمات پس از فروش دارای یک خدمت دهنده می باشد (یک تعمیرکار وجود دارد) که ظرفیت خدمتدهی آن با تغییر هزینه های مربوط به آن قابل تغییر می باشد.
- پارامترهای مدل عبارتند از:
- $\lambda$ : متوسط تعداد خرابی یک محصولات در واحد زمان.
  - $C_r$ : هزینه هر با تعمیر محصول خراب شده که فروشنده متحمل می شود.
  - $C_\mu$ : هزینه ظرفیت خدمتدهی به ازاء هر واحد از نرخ خدمت دهی.
  - $D$ : میزان تقاضای مشتریان برای خرید محصول.
  - $\bar{\lambda}$ : متوسط تعداد خرابی محصولات برای همه محصولات فروخته شده در طول دوره گارانتی.
- متغیرهای تصمیمی مدل عبارتند از:
- $P$ : قیمت هر واحد از محصول
  - $w$ : طول دوره گارانتی برای هر محصول
  - $\mu$ : نرخ خدمت دهی (ظرفیت خدمت دهی) در طول دوره گارانتی

**۲-۲. تابع سود (تابع هدف اول)**

همانطوریکه قبل ذکر شد، فروشنده طی قرارداد گارانتی با مشتریان می پذیرد که هرگونه خرابی در محصولات را طی دوره گارانتی را بطور رایگان تعمیر کند.

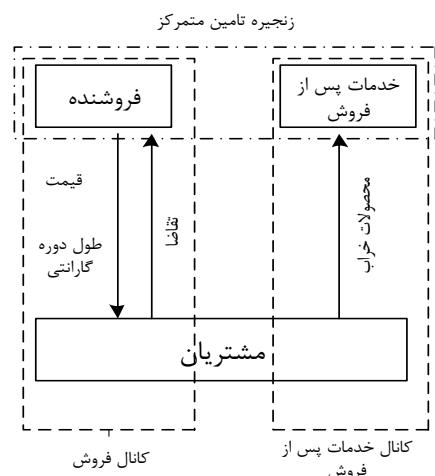
بنابراین هزینه تعمیر رایگان یکی از هزینه هایی است که در تابع سود ظاهر می شود. اگر  $\bar{\lambda} = \lambda$ .  $w = \bar{w}$ .  $C_r = C_r$ .  $C_\mu = C_\mu$  متوسط هزینه تعمیر در طول دوره گارانتی خواهد بود. جهت کنترل صفت در کanal خدمات پس از فروش، فروشنده هزینه های ظرفیت را متحمل می شود و مقدار  $\mu$  را تنظیم می کند بنابراین باشد که به عنوان هزینه ای دیگر در تابع سود مورد استفاده قرار می گیرد. بنابراین تابع سود بصورت زیر فرموله می شود:

خواهد گرفت و در نهایت در بخش ۷ نتیجه گیری از این تحقیق ارائه می شود.

## ۲. تشریح مدل ریاضی

در این مقاله ما یک زنجیره تامین متمرکز که شامل یک فروشنده و خدمات پس از فروش آن می باشد را در نظر می گیریم. در این مدل فروشنده مجبور به تعمیر محصولاتی است که در طول دوره گارانتی خراب می شوند. در چنین محیط کسب و کاری تقاضای مشتریان وابسته به مقدار قیمت و طول دوره گارانتی است که به مشتریان اعلام می شود [۱۵]. تعداد خرابی در محصولات (تعداد کارهایی که وارد خدمات پس از فروش می شوند) از توزیع پواسون تعیین می کند و زمان تعمیر بین خرابی ها مستقل بوده و از توزیع نمایی پیروی می کنند. بنابراین نرخ ورودی و نرخ خروجی در خدمات پس از فروش احتمالی بوده در طی انجام کارهای مراجعه شده صف تشکیل می شود. شکل ۱ نشان دهنده زنجیره تامین مورد بررسی قرار گرفته در این مقاله می باشد.

فروشنده قیمت و طول دوره گارانتی را جهت جذب مشتریان در کanal فروش تعیین می کند. بعلاوه هنگامیکه در طول دوره گارانتی خرابی در محصولات اتفاق می افتد، مشتریان جهت تعمیر خرابی محصولات به خدمات پس از فروش مراجعه می کنند. از اینرو تقاضا وابسته قیمت و طول دوره گارانتی می باشد که در یک محیط عدم قطعیت برآورد می شود. بدین منظور یک سیستم فازی برای تخمین تقاضا طراحی می شود و از آن برای بهینه سازی استفاده می شود. مدل ریاضی ارائه شده در این مقاله دارای دو هدف می باشد، یکی از آنها ماکریم کردن تابع سود و دیگری مینیمم کردن زمان انتظار مشتریان در کanal خدمات پس از فروش می باشد. در ادامه تابع ریاضی هر یک اهداف شرح داده خواهد شد.



شکل ۱. زنجیره تامین مربوط به مدل

### ۳. طراحی سیستم فازی برای تخمین تقاضا

تخمین تقاضا یکی از فاکتورهای مهم در علم مدیدیت درآمد می-باشد. عموماً در دنیای واقعی، یکتابع ریاضی مناسب از تقاضا وجود ندارد که به پارامترهای مختلف تاثیرگذار در تقاضا وابسته باشد.

در بسیاری از موارد واقعی تصمیم‌گیری و تحلیل مسائل بر مبنای دانش بشری و قضاوت‌های خبرگان می‌باشد. منطق فازی یکی از روش‌های معروف برای تحلیل دانش کلامی خبرگان می‌باشد که برای اولین بار توسط آقای زاده معرفی شد و برای فرموله کردن دانش بشری مورد استفاده قرار گرفت. در این مقاله یک سیستم فازی برای تخمین تقاضای وابسته به قیمت و طول دوره گارانتی طراحی می‌شود.

مقدار تقاضا هم در تابع سود و هم در تابع زمان انتظار بکار رفته است بنابراین پیدار کردن مقداری مناسب از قیمت و طول دوره گارانتی برای بدست آوردن مقداری کلارا از سود و همچنین کنترل صفت و زمان انتظار بسیار ضروری است. پس از طراحی این سیستم فازی، ما از آن در چرخه بهینه سازی جهت بدست مقادیر مطلوب از متغیرهای تصمیم استفاده خواهیم کرد. جهت برقراری سیستم فازی، پایگاه قواعد فازی و سیستم استنتاج فازی در ادامه شرح داده خواهد شد.

#### ۱-۳. پایگاه قواعد فازی

متغیرهای کلامی که در این مقاله مورد استفاده قرار می‌گیرند عبارتند از: خیلی کم(VL)، نسبتاً کم(KM)، کم(FL)، کم(L)، متوسط(M)، زیاد(H)، نسبتاً زیاد(FH) و خیلی زیاد(VH). برای مدل کردن عبارات کم، نسبتاً کم، متوسط، زیاد و نسبتاً زیاد از عدد فازی مثلثی استفاده می‌شود و همچنین برای مدل کردن عبارات خیلی کم و خیلی زیاد از عدد فازی ذوزنقه‌ای استفاده می‌شود. تابع عضویت مربوط به عدد فازی مثلثی و ذوزنقه‌ای به ترتیب همانند معادلات ۴ و ۵ می‌باشند(شکل ۲ و ۳).

$$\mu_X(x) = \begin{cases} (x-a)/(b-a); & a \leq x < b \\ 1 & x=b \\ (c-x)/(c-b); & b < x \leq c \end{cases} \quad (4)$$

$$\mu_X(x) = \begin{cases} (x-a)/(b-a); & a \leq x < b \\ 1 & b \leq x < c \\ (d-x)/(d-c); & c < x \leq d \end{cases} \quad (5)$$

$$Z_1 = P \cdot \tilde{D} - C_r \cdot \bar{\lambda} - C_{\mu \cdot \mu} \quad (1)$$

$Z_1 = P \cdot \tilde{D}$  مقدار تقاضا است که از طریق سیستم فازی استنتاج می‌شود که در بخش ۳ تشریح خواهد شد.

#### ۲-۳. تابع زمان انتظار(تابع هدف دوم)

زمانی که محصولی در طی دوره گارانتی خراب می‌شود، مشتریان جهت تعمیر محصول خراب شده به خدمات پس از فروش مربوط به فروشنده مراجعه می‌کنند. بنابراین محصولات خرابی که به خدمات پس از فروش مراجعه می‌کنند به عنوان ورودی یک سیستم صفت و نرخ خرابی به عنوان نرخ ورودی به سیستم صفت در نظر گرفته می‌شود. همانطور که در فرضیات بیان شد نرخ ورودی به سیستم صفت از توزیع پواسون تعیین می‌کند و زمان بین هر خدمت‌دهی از توزیع نمائی پیروی می‌کند و همچنین یک خدمت دهنده در سیستم صفت موجود می‌باشد. بنابراین در این مقاله یک سیستم صفت  $M/M/1$  در راستای کanal خدمات پس از فروش در نظر گرفته می‌شود. جهت حفظ مشتریان در دراز مدت فروشنده جهت افزایش خدماتی به مشتریان با کاهش زمان انتظار تصمیم‌گیری می‌کند. بنابراین زمان انتظار در یک سیستم صفت  $M/M/1$  به صورت زیر فرموله می‌شود [۱۶]:

$$Z_2 = \frac{1}{\mu - \bar{\lambda}} \quad (2)$$

#### ۲-۴. مدل دو هدفه

عموماً در دنیای واقعی سود و رضایت مشتری دو هدف متناقض در مدیریت زنجیره تامین می‌باشد به طوریکه افزایش رضایت مشتری باعث کاهش سود می‌شود. از اینرو بهینه سازی همزمان سود و رضایت مشتری برای تولید کنندگان و فروشنده‌گان بسیار مهم می‌باشد. مدل دو هدفه‌ای که در این مقاله برقرار شده بصورت زیر می‌باشد:

$$\begin{aligned} Max: \quad Z_1 &= P \cdot \tilde{D} - C_r \cdot \bar{\lambda} - C_{\mu \cdot \mu} \\ Min: \quad Z_2 &= \frac{1}{\mu - \bar{\lambda}} \\ Subject to: \quad P > \frac{C_r \cdot \bar{\lambda} + C_{\mu \cdot \mu}}{\tilde{D}} \\ \mu > \bar{\lambda} \end{aligned} \quad (3)$$

در مدل فوق، محدودیت اول تضمین می‌کند که تابع سود منفی نشود و محدودیت دوم مربوط به شرط پایداری سیستم صفت می‌باشد.

آنگاه فازی در پایگاه قواعد فازی وجود خواهد داشت که در جدول ۱ نشان داده شده است. قاعده‌ی زیر نمونه ای از قواعد بکار رفته در پایگاه قواعد فازی می‌باشد.

If  $P$  is  $H$  and  $W$  is  $L$  Then  $D$  is  $L$

### ۲-۳. سیستم استنتاج فازی

به منظور تبدیل متغیرهای ورودی به متغیر خروجی از سیستم استنتاج فازی استفاده می‌شود که بدین منظور توجه به فرضیات زیر در این مقاله ضروری است [۱۷].

- فازی‌ساز منفرد<sup>۲</sup> به عنوان رابط فازی‌ساز استفاده می‌شود.
- موقور استنباط ممداňی<sup>۳</sup> به منظور استنتاج متغیر خروجی استفاده می‌شود.
- از غیرفازی‌ساز میانگین مراکز<sup>۴</sup> به عنوان رابط غیر فازی‌ساز استفاده می‌شود.

پایگاه قواعد فازی توسعه داده شده در این مقاله شامل دو متغیر ورودی و یک متغیر خروجی می‌باشد.  $x_0$  و  $u$  را فازی‌سازهای منفرد پارامترهای قیمت و طول دوره گارانتی در نظر بگیرید بنابراین رویه استنتاج فازی همانند قدمهای زیر تشریح می‌شود:

قدم یک: فازی سازهای منفرد هر ورودی به مجموعه جهانی مربوطه وارد می‌شوند.

قدم دوم: از ترکیب مجموعه‌های فازی که شامل فازی‌سازهای منفرد می‌باشند، قواعد فعال بدست می‌آیند

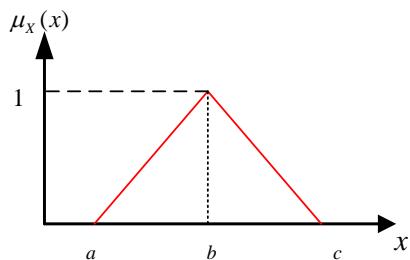
قدم سوم: درجه عضویت‌های  $(x_0 \mu_X)$  و  $(y_0 \mu_Y)$  برای هر قاعده فعال طبق روابط (۴) و (۵) بدست آمده و سپس به ترتیب  $h_1$  و  $h_2$  نامیده می‌شوند.

قدم چهارم: با استفاده از رابطه (۶) مقدار درجه انتباری<sup>۵</sup> برای تک تک قواعد فعال بدست می‌آید.

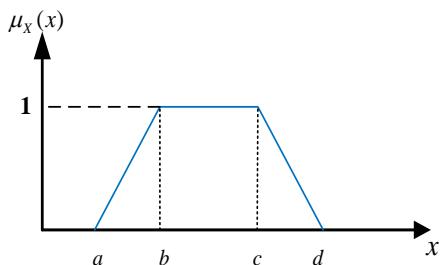
$$\alpha_j = \min(h_1, h_2) \quad (6)$$

قدم پنجم: عملگر ماکزیمم-مینیمم جهت تعیین خروجی هر قاعده فعال  $(u'_j)$  اجرا می‌شود.

قدم ششم: با استفاده از غیرفازی‌ساز میانگین مراکز خروجی نهایی طبق رابطه (۷) بدست می‌آید که در آن  $\bar{u}^j$  مرکز  $u'_j$  می‌باشد و در نهایت  $\bar{u}$  مقدار نهایی تقاضا می‌باشد.



شکل ۲. تابع عضویت یک عدد فازی مثلثی



شکل ۳. تابع عضویت یک عدد فازی ذوزنقه‌ای

سیستم فازی طراحی شده شامل دو ورودی و یک خروجی می‌باشد که به سیستم فازی MISO<sup>۶</sup> معروف می‌باشد. متغیرهای ورودی سیستم فازی عبارتند از قیمت و طول دوره گارانتی و همچنین متغیر خروجی مقدار تقاضا می‌باشد. به منظور طراحی سیستم فازی، تقسیم بندی فازی از متغیرهای ورودی و خروجی به صورت شکل ۴ می‌باشد.

یک پایگاه قواعد فازی متشکل از مجموعه‌ای از قواعد اگر-آنگاه می‌باشد که به دو قسمت اصلی تقسیم می‌شود.

- ۱) قسمت اگر که به عنوان قسمت شرط قاعده‌ی فازی می-

باشد:

- ۲) قسمت آنگاه که به عنوان قسمت نتیجه‌گیری قاعده‌ی فازی می‌باشد.

در سیستم فازی طراحی شده در این مقاله، قسمت "اگر" شامل متغیرهای قیمت ( $P$ ) و طول دوره گارانتی ( $w$ ) که به عنوان متغیرهای ورودی می‌باشند و همچنین پارامتر تقاضا ( $D$ ) به عنوان متغیر خروجی سیستم فازی در قسمت "آنگاه" قرار می‌گیرد. حالت کلی قاعده فازی که در این مقاله استفاده می‌شود بصورت زیر می‌باشد:

"اگر" قیمت <متغیر کلامی> باشد و طول دوره گارانتی <متغیر کلامی> باشد "آنگاه" تقاضا <متغیر کلامی> می‌شود.

از آنجائیکه پارامتر قیمت شامل پنج متغیر کلامی و طول دوره گارانتی نیز شامل پنج متغیر کلامی است بنابراین ۲۵ قاعده اگر-

<sup>2</sup> Singleton Fuzzifier

<sup>3</sup> Mamdani Implication

<sup>4</sup> Centroid defuzzifier

<sup>5</sup> Matching degree

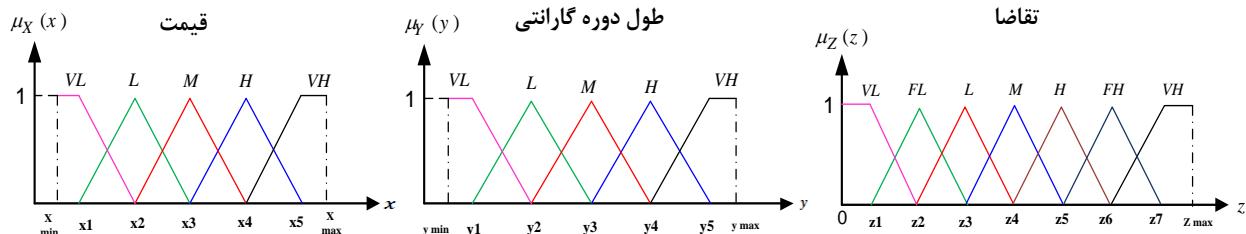
<sup>6</sup> Multi Input Single Output

شکل شماره ۵ نشان دهنده رویه استنباط ممداň برای یک قاعده فعال می‌باشد

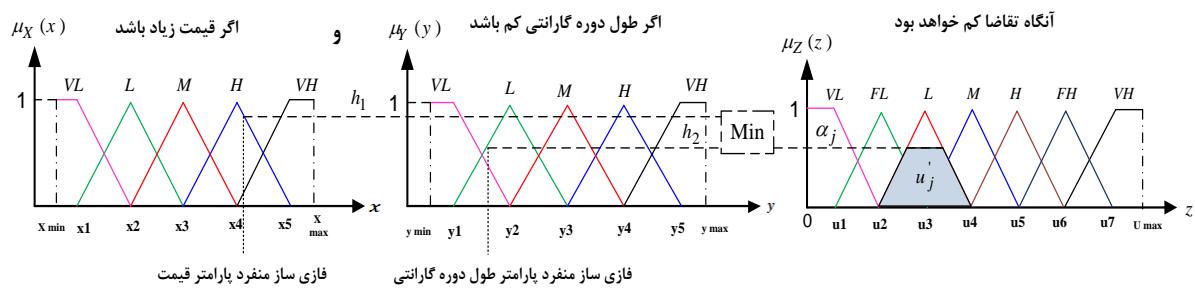
$$u_0 = \frac{\sum_{j=1}^J \bar{u}^j \times \alpha_j}{\sum_{j=1}^J \alpha_j} \quad (7)$$

جدول ۱. پایگاه قواعد فازی جمع آوری شده از نظرات خبرگان

شماره قاعده	قیمت	طول دوره گارانتی	نقاطا	قیمت	قسمت اگر	شماره قاعده	قیمت	قیمت	قیمت	نقاطا	قیمت	قیمت	قسمت اگر
۱	VL	VL	M	۱۴	M	۲	L	VL	VH	H	VL	H	H
۲	VL	VL	H	۱۵	H	۳	M	VL	VH	VH	VL	VH	VH
۳	VL	VL	M	۱۶	FH	۴	H	VL	VH	H	VL	VH	H
۴	VL	VL	L	۱۷	VH	۵	VH	VL	L	VH	VL	L	H
۵	VL	VL	M	۱۸	VH	۶	L	VL	L	VH	VL	L	VH
۶	VL	VL	VH	۱۹	M	۷	M	VL	L	VL	VL	L	H
۷	VL	VL	VH	۲۰	H	۸	L	VL	L	M	VL	L	VH
۸	VL	VL	VH	۲۱	H	۹	M	VL	L	VH	VL	L	H
۹	VL	VL	L	۲۲	FH	۱۰	H	VL	L	VH	VL	L	VH
۱۰	VL	VL	M	۲۳	FH	۱۱	VH	VL	M	VH	VL	M	H
۱۱	VL	VL	VH	۲۴	L	۱۲	VH	VL	M	VL	VL	M	VH
۱۲	VL	VL	VH	۲۵	M	۱۳	L	VL	M	VL	VL	M	H
۱۳	VL	VL	-	-	M	-	M	VL	M	VL	VL	M	H



شکل ۴. تقسیم بندی فازی متغیرهای ورودی و خروجی



شکل ۵ رویه استنباط ممداň

مواجه هستیم. بنابراین در این حالت باید جواب‌های کارا را برای هر یک از اهداف بدست آوریم. جواب کارا جوابی است که جواب دیگری نسبت به آن پیدا نشود مگر اینکه جواب حداقل یکی از اهداف بدتر شود. مدل عمومی مسائل چند هدفه بصورت زیر می‌باشد [۱۸].

#### ۴. تکنیک L-p metric

همانطوریکه در بخش ۲ بیان شد، در مدل ریاضی ارائه شدهتابع سود و تابع زمان انتظار بطور همزمان بهینه سازی می‌شوند. بنابراین ما با یک مسئله تصمیم‌گیری چند هدفه (MODM) (MODM) چند هدفه

استفاده شده است بنابراین امکان مشتق‌گیری و بدست آوردن جواب بهینه نیست و باید از روش‌های جستجوی جواب مناسب استفاده شود. لذا در این مقاله یک رویه بهینه سازی ترکیبی جدید در مسائل مدیریت درآمد از الگوریتم ژنتیک و سیستم فازی برای بهینه سازی استفاده شده است که در ادامه تشریح می‌شود.

الگوریتم ژنتیک (GA) یک از بهترین روش‌های بهینه سازی فراابتکاری است که توسط هولند [۲۰] و [۲۱] توسعه داده شد. رویه بهینه سازی GA با تولید مجموعه‌ای از جواب‌ها (جمعیت اولیه) آغاز می‌شود. هر جواب در جمعیت اولیه یک کروموزوم نامیده می‌شود و هر کروموزوم از بکسری ژن تشکیل شده است که همان متغیرهای تصمیم مسئله می‌باشند. بنابراین با استفاده از عملگرهای تقاطع و جهش جمعیت بعدی از جواب‌ها ایجاد می‌شود. در هر با تولید جمعیت، کروموزومها (جواب‌ها) توسط یکتابع بازنگری (تابع هدف) مورد ارزیابی قرار می‌گیرند. و درنهایت به منظور بدست آوردن بهترین جواب‌ها، این رویه ادامه پیدا می‌کند. کروموزوم مربوط به مدل معروفی شده بصورت زیر می‌باشد.

$P$	$W$	$\mu$
-----	-----	-------

شکل ۶. ساختار کروموزوم مربوط به مدل

در جاییکه  $P$  و  $W$  و  $\mu$  به ترتیب قیمت، طول دوره گارانتی و ظرفیت خدمتدهی می‌باشد. پارامترهای  $p$  و  $w$ ، پارامترهای ورودی سیستم فازی نیز می‌باشند. طی مراحل زیر رویه بهینه سازی تشریح می‌شود:

#### ۱-۵. جمعیت اولیه

سیاست تولید تصادفی بین ماکزیمم و مینیمم مقدار از هر ژن برای تولید جواب اولیه مورد استفاده قرار می‌گیرد. به منظور ارزیابی کروموزومها، ابتدا باید بهترین جواب‌های هر هدف با استفاده از بهینه سازی انفرادی بدست آید سپس با استفاده از مدل L-p metric جواب‌های کارا برای اهداف ارزیابی قرار گیرند.

#### ۲-۵. انتخاب والدین

جهت انجام عملگر تقاطع نیاز به انتخاب دو والد (دو جواب) از جمعیت می‌باشد که در این مقاله از روش رولت ویل<sup>۱</sup> برای این کار استفاده می‌شود.

$$\max : F(x) = \{f_1(x), f_2(x), \dots, f_k(x)\} \quad (8)$$

$$\text{Subject to: } x \in X$$

در جاییکه  $K$  تعداد اهداف بوده و  $X \subseteq R^k$  فضای موجه مسئله می‌باشد. تبدیل چندین هدف یک مسئله چند هدف به یک هدف یکی از تکنیک‌های رایج در مسائل MODM می‌باشد [۱۹]. در این مقاله از تکنیک L-p metric برای حل مدل دو هدفه استفاده می‌شود. نگرش اصلی این تکنیک عبارت است از حداقل کردن اختلاف بین هر یک از توابع هدف از بهینه انفرادی آنها و همچنین یافتن بهترین جواب برای هر یک از اهداف بطوریکه نزدیکترین نقطه به بهینه انفرادی باشد. مدل ریاضی تکنیک L-p metric بصورت زیر می‌باشد [۱۹]:

$$\min : L - p = \left\{ \sum_{j=1}^k \gamma_j \left[ \frac{f_j(x^*) - f_j(x)}{f_j(x^*)} \right]^t \right\}^{1/t} \quad (9)$$

$$\text{Subject to: } x \in X \subset R^k$$

بطوریکه  $\gamma_j$  وزن (اهمیت) هر تابع در بهینه سازی می‌باشد که توسط تصمیم‌گیر تعیین می‌شود (در این مقاله توسط فروشنده) همچنین،  $(x^*)_j$  مقدار بهینه انفرادی مربوط به هدف  $j$  زام می‌باشد.  $1 \leq t \leq \infty$  بیانگر درجه اهمیت به اختلافهای بزرگ بین توابع هدف و مقادیر بهینه آنها می‌باشد بطوریکه هر چه این مقدار بزرگتر شود بدین معنوم است که به اختلافهای بزرگتر اهمیت بیشتری در بهینه سازی داد می‌شود.

همانگونه که در بخش ۲ بیان شد، ماکزیمم کردن تابع سود ( $\max : Z_1$ ) و مینیمم کردن تابع زمان انتظار ( $\min : Z_2$ ) دو هدف مطرح شده در مدل ریاضی می‌باشند. جهت بدست آوردن بهینه انفرادی برای اهداف و به منظور همگن کردن تابع هدف  $Z_2$  را به  $Z_2' = 1/Z_2$  تبدیل می‌کنیم. فرض کنید که مقادیر بهینه انفرادی برای اهداف اول و دوم به ترتیب به صورت  $a = (Z_1^*, Z_2^*)$  و  $b = (Z_1, Z_2')$  باشند در اینصورت به ازاء مقادیر مختلفی از  $t$  و  $\gamma_j$  جواب‌های کارای مختلفی برای اهداف بدست خواهد آمد.

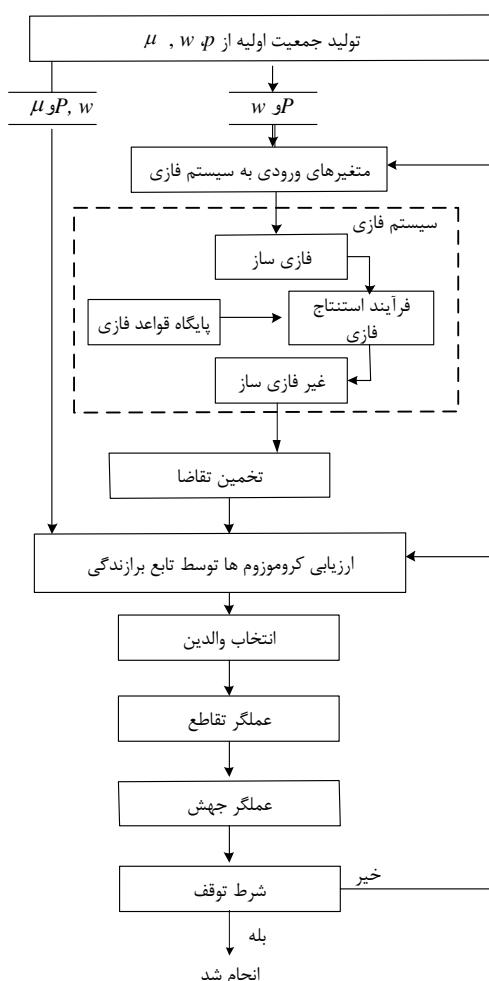
#### ۵. الگوریتم ژنتیک

معمولا در مدل‌های ریاضی مربوط به مسائل مدیریت درآمد، جهت بدست آوردن مقادیر بهینه از روش‌های مشتق‌گیری استفاده می‌شود. ولی در این مقاله، از آنجائیکه از سیستم فازی مبتنی بر نظرات خبرگان به جای یک تابع ریاضی برای تقاضا

<sup>1</sup> Roulette Wheel

## ۶. تحلیل عددی نتایج

در این قسمت یک مثال عددی که شامل دو قسمت می‌باشد را جهت تحلیل نتایج مورد بررسی قرار خواهیم داد. در قسمت اول روش تخمین تقاضا با استفاده از سیستم فازی مورد بررسی قرار خواهد گرفت و در ادامه با استفاده از الگوریتم ارائه شده، مثال عددی مطرح شده را ادامه می‌دهیم تا جواب‌های مناسبی از قیمت( $p$ )، طول دوره گارانتی( $w$ ) و ظرفیت خدمت دهی( $\mu$ ) بدست آوریم. تقسیم بندی فازی که برای پارامترهای ورودی و خروجی در نظر گرفته شده بصورت شکل ۹ می‌باشد.



شکل ۸. حل ترکیبی از الگوریتم ژنتیک و سیستم فازی

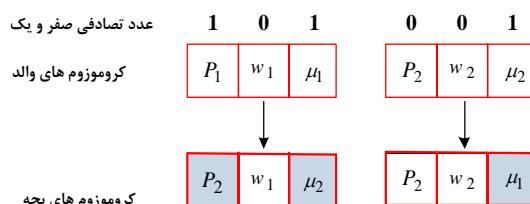
مقدار فازی‌سازهای مربوط به پارامترهای ورودی قیمت و طول دوره گارانتی به ترتیب ۹۰۰ و ۵ در نظر گرفته می‌شود. با وارد کردن مقادیر فازی‌ساز به مجموعه‌های جهانی آنها، دو مجموعه فازی به ازاء هر کدام درگیر می‌شوند. بنابراین با ترکیب این مجموعه‌های درگیر شده چهار قاعده‌ی فعل بست می‌آید که در جدول ۲ نشان داده شده است.

## ۳-۵. عملگر تقاطع

در این مرد، از تقاطع یکنواخت استفاده می‌شود. بدین منظور، در هر بار تولید جمعیت دو والد از بین جمعیت انتخاب شده و سپس ژن‌هایی که باید معاوضه شوند با تولید عدد تصادفی صفر و یک در راستای کروموزوم مشخص می‌شوند. بنابراین، پس از تولید عدد تصادفی صفر و یک، ژنهایی معاوضه می‌شوند که عدد تصادفی مربوط به آنها یک باشد. شکل ۷ نشان دهنده یک عملگر تقاطع نمونه می‌باشد.

## ۴-۵. عملگر جهش

برای این عملگر بطور تصادفی چند تا از کروموزوم‌های جمعیت انتخاب شده سپس مجدد بطور تصادفی یکی از ژن‌های مربوط به آنها انتخاب شده و مقداری بطور تصادفی به آن اضافه یا کم می‌شود بطوطیکه از محدود مجاز (مینیمم تا ماکریمم) خارج نشود.



شکل ۷. نمونه ایی از عملگر تقاطع

## ۵-۵. جایگذاری جواب‌ها

ما از جایگذاری ترنوممنت<sup>۱</sup> برای جایگذاری جواب‌های جدید در بین جمعیت استفاده می‌کنیم. بدین منظور در هر مرحله یک گروه کوچک از جمعیت انتخاب شده و سپس دو تا از بدترین جواب‌های جمعیت قبلی با دو تا از جواب‌های جدید ایجاد شده جایگزین شوند.

## ۶-۵. حل ترکیبی از الگوریتم ژنتیک و سیستم فازی

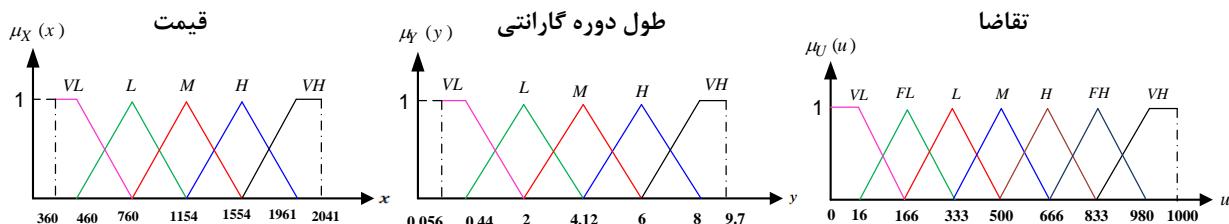
به منظور انجام عمل بهینه سازی یک الگوریتم ترکیبی از الگوریتم ژنتیک و سیستم فازی ارائه شده است که رویه انجام آن همانند فلوچارت ارائه شده در شکل ۸ می‌باشد. ابتدا جمعیت اولیه از  $p$  و  $w$  تولید می‌شوند. سپس پارامترهای  $p$  و  $w$  به داخل سیستم فازی منتقل می‌شوند که در نتیجه‌ی آن مقدار تقاضا برآورد می‌شود و سپس در ادامه مقدار تقاضای برآورده شده به همراه پارامترهای  $p$  و  $w$  وارد چرخه بهینه سازی ژنتیک می‌شود. در نهایت تا رسیدن به شرط توقف هر بار مقدار تقاضا از طریق سیستم فازی به روز شده و الگوریتم ادامه پیدا می‌کند.

<sup>۱</sup> Tournament replacement

استفاده از الگوریتم ارائه شده جواب‌های مناسب حاصل از بهینه‌سازی انفرادی را برای تک تک اهداف بدست آورده سپس الگوریتم ارائه شده را برایتابع L-p metric اجرا کرده تا جواب‌های کارا بدست آیند.

با اجرای قدم‌های ۱ تا ۶ که در زیر بخش ۳،۲ توضیح داده شده نتایج جدول ۲ حاصل شده است که در آن  $u_0$  مقدار تخمینی از تقاضا می‌باشد. در ادامه، مثال مطرح شده را ادامه می‌دهیم تا بهترین جوابها را از متغیرهای تصمیم بدست آوریم.

فرض کنید  $C_r = 40$ ،  $C_\mu = 150$ ،  $\lambda = 1$ ،  $d=2$ ،  $\gamma_1 = 3$  و  $\gamma_2 = 1$  باشند. به منظور بدست آوردن جواب‌های کارا ابتدا با



شکل ۹. تقسیم بندی فازی پارامترها جهت بررسی مثال عددی

جدول ۲. نتایج حاصل از مثال عددی

$u_0$	$\sum_{j=1}^4 \bar{u}^j \times \alpha_j$	$\sum_{j=1}^4 \alpha_j \times \bar{u}^j$	$\bar{u}^j$	$\alpha_j$	قسمت نتیجه			شماره قاعده	
					D	W	P		
۶۷۷۰.۷	۱۱۴۴۰.۲۶	۱.۶۹	۳۵۲۰.۹۸	۶۶۶	۰.۵۳	H	M	L	۸
			۳۸۳۰.۱۸	۸۳۳	۰.۴۶	FH	H	L	۹
			۱۷۵	۵۰۰	۰.۳۵	M	M	M	۱۳
			۲۳۳۰.۱	۶۶۶	۰.۳۵	H	H	M	۱۴

$$P > \frac{C_r \cdot \bar{\lambda} + C_\mu \cdot \mu}{D}$$

$$\mu > \bar{\lambda}$$

به منظور همگن سازی توابع هدف ما از  $Max: Z_2' = 1/Z_2$  به  $Min: Z_2$  استفاده می‌کیم تا هر دوی آنها ماقریم ساز شوند. الگوریتم ترکیبی ارائه شده از الگوریتم ژنتیک و سیستم فازی با تابع برازندگی مربوط به L-p metric به نرم افزار Matlab اجرا شده که نتایج حاصل شده برای این مثال عددی در جدول ۳ گزارش شده است.

پس از اجرا الگوریتم برای تک تک اهداف، مقادیر مناسب حاصل از بهینه سازی انفرادی بصورت  $Z_1^* = 380071$  و  $Z_2^* = 2020$  ( $Z_2^* = 0.000495$ ) بدست آمداند. پس تابع L-p metric را جهت بدست آوردن جواب کارا بصورت زیر تشکیل می‌دهیم.

$$Min: L - p = \left\{ 3 \times \left[ \frac{Z_1^* - Z_1}{Z_1^*} \right]^2 + 1 \times \left[ \frac{Z_2^* - Z_2}{Z_2^*} \right]^2 \right\}^{1/2}$$

Subject to:

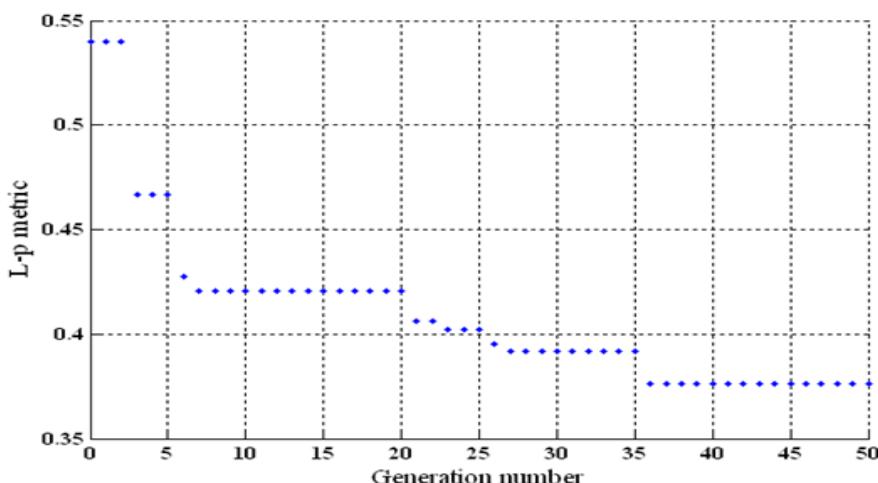
جدول ۳. نتایج اجرای الگوریتم در نرم افزار Matlab

L-p metric	هدف اول :		هدف اول :		متغیرهای تصمیم			شماره اجرا
	زمان انتظار	سود	μ	W	P			
۰.۳۳۹۴	۱.۸۶۹	۲۲۲۳۶۵	۷۵۳	۰.۵۴	۱۱۰۵	۱		
۰.۳۳۵۸	۱.۸۴۱	۲۲۲۶۲۵	۸۶۰	۰.۷۲	۱۰۵۲	۲		
۰.۳۳۰۴	۱.۸۶۲	۳۲۵۹۴۰	۸۰۶	۰.۶۴	۱۰۷۸	۳		
۰.۳۳۷۵	۱.۷۵۸	۳۱۸۲۴۳	۱۴۰۰	۲۰۰۷	۱۳۹۹	۴		
۰.۳۴۸۳	۱.۹۲۲	۳۲۰۹۷۰	۵۳۹	۰.۰۵	۱۰۲۴	۵		

۰.۳۴۲	۲۰۰۳	۳۲۶۹۹۰	۱۳۳۷	۲۱	۱۴۰۳	۶
۰.۳۲۴۱	۱۶۸۲	۳۱۹۹۴۷	۱۳۵۸	۱.۹۸	۱۴۲۴	۷
۰.۳۳۱۷	۲۰۴۴	۳۲۳۶۸۷	۱۲۹۹	۲۰۳	۱۴۰۵	۸
۰.۳۲۵۱	۱.۷۹۹	۲۹۸۴۳۷	۷۹۴	۰.۵۸	۱۰۹۵	۹
۰.۳۳۱۲	۱.۹	۲۲۷۳۵۵	۷۹۶	۰.۶۴	۱۰۷۸	۱۰

همگرایی مربوط به اجرای الگوریتم در شکل ۱۰ نشان داده شده است.

همانطوریکه در جدول شماره ۳ نشان داده شده اجرای شماره ۷ کمترین مقدار برای تابع L-p metric را بدست آورده است. نمودار



شکل ۱۰. نمودار همگرایی مربوط به اجرای الگوریتم ارائه شده

برای تخمین تقاضا یک سیستم فازی مبتنی بر نظرات خبرگان طراحی کردیم. از آنجاییکه مدل ریاضی توسعه داده شده فاقدتابع ریاضی برای تقاضا می‌باشد بنابراین برای بدست آوردن مقادیر مناسب از متغیرهای تصمیم، سیستم فازی طراحی شده با یک الگوریتم ژنتیک ترکیب شد که این موضوع نیز یکی از ایده‌های این مقاله می‌باشد.

به عنوان تحقیقات آتی می‌توان از سیستم فازی برای مدل کردن نرخ ورودی و نرخ خروجی در سیستمهای صفت استفاده نمود. همچنین می‌توان الگوریتم ارائه شده را در مسائل تلفیقی قیمت-گذاری و مکانیابی استفاده نمود.

## مراجع

- [1] Padmanabhan, V., "Warranty Policy and Extended Service Contracts: Theory and an Application to Automobiles", *Marketing Science*, 1993.
- [2] Boulding, W., Kirmani, A., "A Consumer-Side Experimental Examination of Signaling Theory: do Consumers Perceive Warranties as Signals of Quality", *Journal of Consumer Research*, 1993.
- [3] Li, K., Chhajed, D., Mallik, S., *Design of Extended Warranties in Supply Chains*. Working Paper, 2005,

## ۷. نتیجه‌گیری

در این مقاله، ما تاثیر طول دوره گارانتی و زمان انتظار را در یک سیستم صفت مورد بررسی قرار دادیم بطوریکه تقاضای مشتریان وابسته پارامترهای قیمت و طول دوره گارانتی بود و همچنین معیار زمان انتظار در صفت جهت تعمیر محصولات خراب به عنوان معیاری جهت سنجش رضایت مشتری مورد ارزیابی قرار گرفت. امروزه رضایت مشتری یکی از فاکتورهای بسیار مهم برای تولیدکنندگان و فروشنده‌گان در محیطهای رقابتی می‌باشد بنابراین ما قرارداد گارانتی را جهت تعمیر محصولات خراب درنظر گرفتیم بطوریکه که یک سیستم صفت M/M/I در کanal خدمات پس از فروش برقرار خواهد شده که فروشندۀ در راستای این کanal سعی در کاهش زمان انتظار مشتریان خواهد داشت تا از این طریق رضایت مشتریان را افزایش دهد.

به عنوان یک از اصلی‌ترین ایده‌های این مقاله، ما به طور همزمان تابع سود و زمان انتظار مشتریان را بهینه کردیم. بدین منظور یک مدل دو هدفه با متغیرهای تصمیم‌گیری قیمت، طول دوره گارانتی و ظرفیت خدمتدهی توسعه داده شد. از آنجاییکه بدست آوردن یک تابع ریاضی قطعی برای تخمین تقاضا به یکی از چالشهای فروشنده‌گان تبدیل شده است، بنابراین ما دراین مقاله

- Free Replacement Policy in the Static Demand Market*, Omega, 2009, 37, 29 – 39.
- [16] Gross, D., Harris, C. M, *Fundamental of Queueing Theory* (3rd ed), New York, 1998, NY: Wiley-Interscience.
- [17] Zimmermann. H. J, *Fuzzy Set Theory – and its Applications* (3rd ed.), Kluwer Academic Publishers, 1996.
- [18] Deb. K, *Multi-objective Optimization Using Evolutionary Algorithms*, Chichester, UK: Wiley, 2001.
- [19] Stadler. W, *Applications of Multicriteria Optimization in Engineering and the Sciences (A Survey)*. In: Zeleny, M. (ed.) *Multiple Criteria Decision Making – Past Decade and Future Trends*. Greenwich, CT: JAI, 1984.
- [20] Holland. J. H, *Adaptation in Natural and Artificial Systems: An Introductory Analysis with Application to Biology, Control and Artificial Intelligence*. University of Michigan Press, 1975.
- [21] Holland. J. H, *Adaptation in Natural and Artificial Systems* (2nd ed.), MID Press, 1992.
- [4] Kim, B., Park, S., “Optimal Pricing, EOL (End of Life) Warranty, and Spare Parts Manufacturing Strategy Amid Product Transition”, European Journal of Operational Research, 188(3), 2007, 723–745.
- [5] Chunga, C.J., Wee, H.M., An Integrated Production-Inventory Deteriorating Model for Pricing Policy Considering Imperfect Production, Inspection Planning and Warranty-Period- and Stock-Level-Dependant Demand, International Journal of Systems Science, 2008, Vol. 39, 823–837.
- [6] Chun, Wu., C, Yu Chou. C, Huang. C, Optimal Price, Warranty Length and Production Rate for Free Replacement Policy in the Static Demand Market, Omega, 2009, 37, 29 – 39.
- [7] Boyaci, T., Ray, S., Product Differentiation and Capacity Cost Interaction in Time and Price Sensitive Markets, Manuf Serv Oper Manage, 2003, 5(1):18–36.
- [8] Yoon, S, Lewis. M, Optimal Pricing and Admission Control in a Queueing System with Periodically Varying Parameters, Queueing Systems, 2003, 47, 177–199.
- [9] Basar, Cil. E, Karaesmen. F., Lerzan Örmeci. E, Dynamic Pricing and Scheduling in a Multi-Class Single-Server Queueing System, Queueing System, 2011, 67, 305–331.
- [10] Son, J.-D., Optimal Admission and Pricing Control Problem with Deterministic Service Times and Sideline Profit, Queueing Syst, 2008, 60, 71–85.
- [11] Pangburn, M., Stavrulaki, E, Capacity and Price Setting for Dispersed, Time-Sensitive Customer Segments, European Journal of Operational Research, 2008, 184, 1100–1121.
- [12] Abouee-Mehrizi, H., Sahar Babri, S., Berman, O., Shavandi, H., Optimizing Capacity, Pricing and Location Decisions on a Congested Network with Balking, Math Meth Oper Res, 2011.
- [13] Hayel, Y., Mohamed Ouarraou, M., Tuffin, B., Optimal Measurement-Based Pricing For an M/M/1 Queue, Netw Spat Econ, 2006, 7, 177–195.
- [14] Zadeh, L. A, Fuzzy Sets, Information and Control, 1965, 8, 338–353.
- [15] Chun Wu. C, Yu Chou. C, Huang. C, Optimal Price, Warranty Length and Production Rate for available: at  
<http://www.business.uiuc.edu/WorkingPapers/papers/05-0128.pdf>, last accessed July 2008.