



Using Greedy Randomize Adaptive Search Procedure for solve the Quadratic Assignment Problem

B. VahediNori, M. Kianpour & P. Fattahi*

Behdin. VahediNori, Msc Student of Industrial Eng- Bu-Ali Sina University

Mojahed. Kianpour, Msc Student of Industrial Eng- Bu-Ali Sina University

Parviz. Fattahi, Associate professor of Industrial Eng-Bu-Ali Sina University

Keywords

Greedy Randomized Adaptive
search producer,
Quadratic Assignment Problem,
Meta-heuristic

ABSTRACT

Greedy randomize adaptive search procedure is one of the repetitive meta-heuristic to solve combinatorial problem. In this procedure, each repetition includes two, construction and local search phase. A high quality feasible primitive answer is made in construction phase and is improved in the second phase with local search. The best answer result of iterations, declare as output. In this study, GRASP is used to solve the QAP problem. The resulting on QAP library standard problem is used to demonstrate the high performance of suggested algorithm.

© 2011 IUST Publication, IJIEPM. Vol. 22, No. 3, All Rights Reserved

*
Corresponding author. Parviz. Fattahi
Email: fattahi@basu.ac.ir

بکارگیری رویه جستجوی تصادفی تطابقی حریصانه برای حل مساله تخصیص درجه دو

به‌دین واحدی نوری، مجاهد کیانپور و پرویز فتاحی*

کلمات کلیدی

رویه جستجوی تصادفی تطابقی حریصانه، مساله تخصیص درجه دو، متاهیورستیک‌ها.

چکیده:

رویه جستجوی تصادفی تطابقی حریصانه، یکی از متاهیورستیک‌های تکراری برای حل مسائل ترکیبی می‌باشد. در این رویه هر تکرار شامل فاز ساخت و فاز جستجوی محلی می‌باشد. در فاز ساخت یک جواب شدنی با کیفیت بالا ساخته می‌شود که با استفاده از جستجوی محلی در فاز بعد این جواب بهبود می‌یابد. بهترین جواب حاصله از تکرارهای رویه به‌عنوان خروجی اعلام می‌گردد. در این پژوهش از این رویه برای حل مساله تخصیص درجه دو استفاده خواهد شد. نتایج عددی حاصل از حل تعدادی از مسائل استاندارد کتابخانه مساله تخصیص درجه دو، نشان دهنده کارایی بالای رویه پیشنهادی می‌باشد.

۱. مقدمه

مساله تخصیص درجه دو^۲ QAP یکی از پیچیده‌ترین مسائل در کلاس NP-hard^۳ می‌باشد. در عین حال QAP یکی از جذاب‌ترین و پر کاربردترین مسائل در بهینه‌سازی ترکیبی است، به‌طوری‌که تحقیقات انجام گرفته در این زمینه طی ۱۰ سال گذشته به بیش از ۱۰۰ مورد می‌رسد. مساله به صورت جانمایی n تسهیل در n محل تعریف می‌گردد که بین هر جفت از این تسهیلات جریانی بزرگتر مساوی صفر برقرار است و باید در محل‌ها به‌گونه‌ای قرار بگیرند که مجموع حاصلضرب جریان در فاصله کمترین گردد.

از کاربردهای متنوع مساله QAP می‌توان به طراحی مدل ریاضی برای فعالیت‌های اقتصادی، کاهش دادن تعداد اتصالات بین تجهیزات در یک برد الکترونیکی، توسعه چارچوبی برای مکان‌یابی مراکز مهم شهری مانند ایستگاه پلیس، مدرسه، فروشگاه و ...، تحلیل واکنش‌های شیمیایی و ... اشاره نمود. روش‌های مختلفی برای حل مساله QAP مورد استفاده قرار گرفته است که در ذیل به بررسی اجمالی این روش‌ها پرداخته می‌شود. روش‌هایی که برای حل بهینه ترکیبی در مسائلی مانند QAP بکار می‌روند معمولاً روش‌های دقیق هستند.

به طور مثال می‌توان به روش‌های شاخه و حد، صفحه برش و یا ترکیبی از این روش‌ها، مانند روش شاخه و برش و برنامه نویسی پویا اشاره نمود. روش شاخه و حد یکی از روش‌های معروف است که بر مبنای تخصیص و برش عمل می‌کند که یک حد پایین برای مساله در نظر گرفته می‌شود.

روش برنامه‌نویسی پویا نیز برای حل مسائل خاص QAP که در آن ماتریس جریان یک ماتریس همسایگی درختی می‌باشد، استفاده می‌شود. از روش صفحه برش نیز برای حل نمونه‌های کوچک مساله QAP استفاده شده است [۱].

روش‌های هیوریستیک نیز دسته دیگری از روش‌هایی هستند که برای حل مساله QAP مورد استفاده قرار می‌گیرند. این روش‌ها

تاریخ وصول: ۹۰/۲/۱۲

تاریخ تصویب: ۹۰/۳/۲۵

به‌دین واحدی نوری، گروه مهندسی صنایع، دانشگاه بوعلی سینا، همدان،
behdin2004@yahoo.com

مجاهد کیانپور، گروه مهندسی صنایع، دانشگاه بوعلی سینا، همدان،
kianpour.2012@gmail.com

*نویسنده مسئول مقاله: دکتر پرویز فتاحی، گروه مهندسی صنایع، دانشگاه بوعلی سینا، همدان،
fattahi@basu.ac.ir

^۲ - Quadratic Assignment Problem

^۳ - Non-Deterministic Polynomial

• **الگوریتم ژنتیک**، نظریه تکاملی چارلز داروین که در سال ۱۸۹۵ ارائه شد جایگاه ویژه‌ای را در مسائل بهینه‌سازی به خود اختصاص داد. این نظریه بر اساس تکامل بهترین‌ها ارائه گردیده است. در الگوریتم ژنتیک که از این نظریه بر- گرفته شده ابتدا یک جمعیت اولیه (راه حل‌های اولیه) تولید و با یک سری از عملگرها که عملگرهای ژنتیکی نامیده می- شوند جمعیتی جدید و بهتر جایگزین آن‌ها می‌شوند و این فرآیند تا برآورده شدن یک معیار توقف تکرار می‌شود. از آخرین پژوهش‌هایی که در آن از الگوریتم ژنتیک در حل مساله QAP استفاده شده می‌توان به توکلی و شایان [۵] و وانگ و اکازاکی [۶] اشاره نمود.

• **جستجوی ممنوع**، این روش اولین بار توسط گلاور در سال ۱۹۸۶ منتشر شد و اساس نامگذاری آن به دلیل استفاده از لیستی به نام لیست ممنوع می‌باشد. این لیست برای جلوگیری از افتادن روش در بهینه محلی طراحی شده است. لیست ممنوع تاریخچه‌ای از فرآیند جستجو را نگهداری می‌کند و مکانیسم پذیرش یا رد کردن همسایه جدید بر اساس این لیست عمل می‌کند [۷]. از آخرین پژوهش‌هایی که در آن از الگوریتم جستجوی ممنوع در حل مساله QAP استفاده شده می‌توان به شورین-کاپف [۸] و درنزر [۹] اشاره نمود.

• **الگوریتم مورچگان**، اولین الگوریتم از رفتار مورچه در جستجوی غذا توسط دوریگر در سال ۱۹۹۲ ارائه گردید. نتایج عددی منتشره در پژوهش‌های مربوطه نشان دهنده این می‌باشد که الگوریتم کلونی مورچه بعنوان یک الگوریتم رقابتی نتایج نسبتاً بهتر و نزدیک‌تری را برای نمونه‌های بزرگ مساله QAP ارائه می‌دهد. از آخرین پژوهش‌هایی که در آن از الگوریتم مورچگان در حل مساله QAP استفاده شده می‌توان به دوریگو و همکاران [۱۰] و مانیزو و کلورنی [۱۱] اشاره نمود.

• **جستجوی همسایگی متغیر**، این روش اولین بار توسط ملادینوویچ و هسن در سال ۱۹۹۷ ارائه گردید و بر اساس تغییر بازه همسایگی عمل می‌کند. این الگوریتم برای مساله‌های ترکیبی بزرگ بکار می‌رود. از آخرین پژوهش- هایی که در آن از الگوریتم جستجوی همسایگی متغیر در حل مساله QAP استفاده شده می‌توان به میسویوس [۱۲] و دانکر و همکاران [۱۳] اشاره نمود.

• **رویه جستجوی تصادفی تطابقی حریصانه**، GRASP^۲، فتو و رسنده در سال ۱۹۹۴ [۱۴] برای اولین بار از این رویه برای حل مساله QAP استفاده نمودند.

تضمینی برای رسیدن به جواب بهینه سراسری نمی‌دهند، ولی کارایی آن‌ها در رسیدن به جواب‌های نزدیک به بهینه یا بهینه اثبات شده است [۱].

این دسته از روش‌ها را می‌توان به شکل ذیل تقسیم بندی نمود [۲].

• **روش‌های ساخت**، این روش‌ها با یک آرایه^۱ خالی شروع شده و در هر مرحله یک تسهیل از میان تسهیلات باقی مانده و یک محل از میان محل‌های باقیمانده انتخاب و تسهیل مورد نظر به محل انتخاب شده تخصیص داده می‌شود.

• **روش‌های شمارش محدود**، در این روش‌ها در صورتی همگرایی به جواب بهینه تضمین می‌شود که این روش‌ها بتوانند به پایان مرحله شمارش برسند. با این حال در این روش‌ها ممکن است در همان ابتدا الگوریتم، به یک جواب خوب یا حتی بهینه برسد. اما در مجموع همگرایی به سوی بهینه بسیار زمانبر و در گاهی مواقع ممکن است روش در تکرار بی نهایت گرفتار و نتواند از آن خارج شود.

• **روش بهبود محلی**، این روش شامل الگوریتم‌های جستجوی محلی می‌باشد که در بیشتر هیوریستیک‌ها در مورد QAP از آن استفاده می‌شود. این روش از یک جواب اولیه شدنی شروع و در هر مرحله با جستجوی همسایگی سعی در بهبود این جواب دارد.

تا قبل از سال ۱۹۸۰ عمدتاً از روش‌های هیوریستیک برای حل مسائل بهینه‌سازی ترکیبی استفاده می‌شده است. بعد از این سال، این الگو تغییر کرده و تکنیک‌های جامع‌تری از این روش‌ها توسعه داده شدند که به نام روش‌های متاهیوریستیک شناخته می‌شوند. این تکنیک‌ها بر اساس تعریف استراتژی منطبق با حل مساله، قابل تعریف و کدگذاری هستند. چندین روش از متاهیوریستیک‌ها بر اساس شبیه‌سازی فرآیندهای طبیعی به وجود آمده‌اند. گسترش این تکنیک‌ها دیدی تازه پیش روی محققان QAP باز کرد و باعث بوجود آمدن پژوهش‌های فراوانی در این زمینه شد که در زیر به برخی از آن‌ها اشاره می‌شود.

• **شبیه‌سازی تبرید**، این الگوریتم، یک الگوریتم جستجوی محلی است که از پدیده انجماد فیزیکی الگو گرفته شده است و از یک پارامتر دما برای کنترل الگوریتم در طول بهبود استفاده می‌کند. از آخرین پژوهش‌هایی که در آن از الگوریتم شبیه‌سازی تبرید جهت حل مساله QAP استفاده شده می‌توان به، تیان و همکاران [۳] و بایکاسوگلو [۴] اشاره نمود.

^۲ - Greedy Randomize Adaptive Search Producer

^۱ - Solution Seed

۳-۱. فاز ساخت

```

ProcedureGRASP(max_iteration , seed)
1  Read_Input();
2For k=1,...,Max_IterationDo
3Solution← Greedy_Randomized_Construction(seed);
4Solution←Local_Search(Solution);
5Update_Solution(Solution ,Best_Solution);
6End;
7ReturnBest_Solution;
End Grasp

```

شکل ۱. شبه کد سطح بالای GRASP

فاز ساخت یک پروسه تکراری است که با یک آرایه خالی شروع شده و در هر تکرار یک عنصر^۲ به جواب ناقص^۳ حاصل شده در تکرار قبل، اضافه می‌شود و تا زمانی که جواب کامل شود این پروسه ادامه می‌یابد.

در ابتدا کلیه عناصری که امکان شرکت در جواب ناقص را دارند، به شرطی که موجه بودن جواب را بر هم نزنند، در نظر گرفته می‌شوند که عناصر کاندید^۴ نامیده می‌شوند. سپس هزینه^۵ شرکت دادن هر عنصر کاندید، در جواب ناقص محاسبه می‌گردد و تعدادی از این عناصر کاندید که دارای هزینه (سود) مناسب‌تری می‌باشند انتخاب و در مجموعه‌ای به نام لیست کاندید محدود^۶ RCL، قرار داده می‌شوند.

تعیین تعداد عناصر کاندید جهت تشکیل RCL به عنوان یکی از پارامترهای تنظیم GRASP می‌باشد که می‌تواند به اندازه ثابت تعیین شده و یا در طول اجرای الگوریتم با توجه به شرایط موجود تعیین گردد.

پس از آن یک عنصر به تصادف از RCL انتخاب شده و در جواب ناقص شرکت داده می‌شود. هر بار که یک عنصر در جواب ناقص شرکت داده می‌شود لیست عناصر کاندید و همچنین هزینه شرکت دادن هر عنصر مجدداً محاسبه می‌گردد.

۳-۲. فاز جستجوی محلی

جواب‌های ساخته شده در فاز ساخت ضرورتاً بهینه نمی‌باشند معمولاً فاز جستجوی محلی، جواب‌های به دست آمده در فاز ساخت را بهبود می‌بخشد. در فاز جستجوی محلی جواب جاری به صورت متوالی با جواب‌های بهتر در همسایگی آن تعویض می‌گردد و این کار تا زمانی ادامه پیدا می‌کند که به یک جواب بهینه

در این تحقیق نیز، حل مساله QAP با استفاده از متاهوریستیک GRASP با شیوه‌ای نوین در فاز ساخت آن، ارائه می‌گردد.

۲. تعریف مساله QAP و مدل‌سازی ریاضی

مساله QAP به صورت جانمایی n تسهیل بر روی n محل تعریف می‌گردد. برای مدل‌سازی این مساله، فرض کنید n تسهیل و n محل وجود دارد که میزان جریان بین تسهیلات با ماتریس $F_{n,n}$ نمایش داده می‌شود که در آن f_{ij} میزان جریان بین تسهیلات i و j را مشخص می‌سازد.

فاصله بین محل‌ها نیز با ماتریس $D_{n,n}$ نمایش داده می‌شود که در آن d_{rs} میزان فاصله بین محل‌های r و s را مشخص می‌سازد. مساله عبارت است از تخصیص تسهیلات به محل‌ها به نحوی که مجموع حاصلضرب جریان انتقالی بین تسهیلات در فاصله بین آن‌ها حداقل گردد.

همچنین $d_{p(p)}(0,p(0))$ بیانگر میزان فاصله بین مکان استقرار تسهیل i و تسهیل j می‌باشد. براساس تعاریف فوق، تابع هدف مساله به صورت ذیل بیان می‌گردد [۱۴].

$$\min Z = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N f_{ij} d_{p(p)}(0,p(0))$$

۳. ساختار استاندارد متاهوریستیک GRASP

GRASP یا رویه جستجوی تصادفی تطابقی حریصانه، یکی از متاهوریستیک‌های تکراری برای حل مسائل ترکیبی می‌باشد. این رویه در سال ۱۹۸۹ توسط فتو و رسنده برای اولین بار ارائه شد که از آن برای حل مساله پوشش کل^۱ استفاده نمودند. از آن زمان تا به حال GRASP برای حل بسیاری از مسائل ترکیبی به کار گرفته شده که استفاده از آن موفقیت‌آمیز بوده است.

در سال‌های اخیر تلاش‌های زیادی در جهت بهبود، توسعه و ترکیب این روش با روش‌های متاهوریستیک دیگر انجام گرفته است.

در این رویه هر تکرار شامل دو فاز اساسی می‌باشد، فاز ساخت و فاز جستجوی محلی. در فاز ساخت یک جواب شدنی ساخته می‌شود که با استفاده از جستجوی محلی در فاز بعد، این جواب بهبود می‌یابد. بهترین جواب حاصله از تکرارهای رویه به عنوان خروجی اعلام می‌گردد. تکنیک‌های موفق در اجرا و همچنین تنظیم پارامترها توسط نتایج عددی به دست آمده در کاربردهای متفاوت، مشخص می‌گردند. شبه کد سطح بالای این رویه به صورت زیر می‌باشد [۱۵].

¹-Set Covering²- Element³- Partial Solution⁴- Candidate Elements⁵- Incremental Cost⁶- Restricted Candidate List

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^n f_{w(1)i} \geq \sum_{i=1}^n f_{w(2)i} \geq \dots \geq \sum_{i=1}^n f_{w(n)i}$$

در ماتریس فاصله نیز مانند فوق داریم:

$$D = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} & \dots & d_{1n} \\ d_{21} & d_{22} & \dots & d_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ d_{n1} & d_{n2} & \dots & d_{nn} \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^n d_{1i} \\ \sum_{i=1}^n d_{2i} \\ \vdots \\ \sum_{i=1}^n d_{ni} \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^n d_{q(1)i} \leq \sum_{i=1}^n d_{q(2)i} \leq \dots \leq \sum_{i=1}^n d_{q(n)i} \quad (3)$$

در این روش ۲ لیست کاندید محدود RCL_1 یکی برای تسهیلات (و دیگری برای محل‌ها) RCL_2 در نظر گرفته شده است. در تکرار اول فاز ساخت، α ($0 \leq \alpha \leq 1$) برابر تعداد تسهیلات به عنوان اندازه RCL_1 برای تسهیلات، و β ($0 \leq \beta \leq 1$) برابر تعداد محل‌ها به عنوان اندازه RCL_2 برای محل‌ها در نظر گرفته می‌شود.

تعداد $\alpha.n$ تسهیل با مجموع جریان بیشتر و $\beta.n$ محل با مجموع میزان فاصله کمتر در ۲ لیست کاندید محدود قرار می‌گیرند. سپس یک تسهیل و یک محل به تصادف از هر لیست انتخاب و تسهیل مورد نظر به محل انتخاب شده تخصیص می‌یابد.

در تکرارهای بعدی فاز ساخت، ابتدا مجموع جریان بین هر تسهیل تخصیص نیافته، با تسهیلات تخصیص یافته، و مجموع فواصل هر محل انتخاب نشده، با محل‌های انتخاب شده، محاسبه می‌شود.

پس از آن این مقادیر مرتب می‌شوند. α برابر تعداد تسهیلات انتخاب نشده به عنوان اندازه RCL_1 برای تسهیلات و β برابر محل‌های انتخاب نشده به عنوان اندازه RCL_2 برای محل‌ها در نظر گرفته می‌شود.

اگر مجموعه $G = \{1, 2, \dots, w\}$ مجموعه تسهیلات تخصیص یافته و مجموعه $G' = F - G$ مجموعه تسهیلات تخصیص نیافته

باشند، برای هر عضو از G مقدار $c_j = \sum_{i \in G} f_{ij}$ را محاسبه و به اندازه RCL_1 از تسهیلات با بیشترین مقادیر c_j انتخاب و در لیست RCL_1 قرار می‌دهیم.

محلی ختم شود. جستجوی همسایگی با یکی از استراتژی زیر انجام می‌گیرد.

- **بهترین بهبود^۱**: در این استراتژی تمامی همسایه‌های یک جواب ارزیابی می‌شوند و همسایه‌ای که هزینه (سود) از جواب فعلی کمتر (بیشتر) و دارای کمترین هزینه (بیشترین سود) در بین همسایه‌های جواب فعلی باشد انتخاب گشته و فرآیند جستجو با جواب انتخاب شده دوباره تکرار می‌گردد.
- **اولین بهبود^۲**: در این استراتژی اولین همسایه‌ای که هزینه (سود) اش از جواب فعلی کمتر (بیشتر) باشد انتخاب، و فرآیند جستجو با جواب انتخاب شده دوباره تکرار می‌گردد.

۴. الگوریتم پیشنهادی GRASP برای حل مساله QAP

در این قسمت الگوریتم پیشنهادی برای حل مساله QAP ارائه می‌گردد که تفاوت عمده آن با الگوریتم پیشنهادی فلو و رسنده در فاز ساخت، و تولید جواب اولیه جهت جستجوی همسایگی در فاز دوم GRASP می‌باشد. همانگونه که قبلاً توضیح داده شد GRASP شامل ۲ فاز اساسی می‌باشد که به تعداد معین از پیش تعیین شده‌ای تکرار می‌گردند. فاز ساخت و فاز جستجوی محلی پیشنهادی در این الگوریتم، در ادامه شرح داده می‌شود.

۴-۱. فاز ساخت

این فاز با یک آرایه خالی شروع شده که به صورت یک ماتریس S_{1n} می‌باشد. هر یک از عناصر داخل ماتریس مبین شماره تسهیل، و شماره ستون درایه مورد نظر، مبین شماره محل می‌باشد. در تکرار اول فاز ساخت مجموع میزان جریان موجود بین یک تسهیل و تسهیلات دیگر و مجموع میزان فاصله بین محل و محل‌های دیگر محاسبه می‌شوند. سپس مجموع جریان‌ها را به صورت نزولی و مجموع فواصل را به صورت صعودی مرتب می‌شوند. اگر ماتریس جریان و فاصله مانند زیر باشند داریم:

$$F = \begin{pmatrix} f_{11} & f_{12} & \dots & f_{1n} \\ f_{21} & f_{22} & \dots & f_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ f_{n1} & f_{n2} & \dots & f_{nn} \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^n f_{1i} \\ \sum_{i=1}^n f_{2i} \\ \vdots \\ \sum_{i=1}^n f_{ni} \end{pmatrix} \quad (2)$$

¹-best-improving
²-first-improving

جواب‌های بهتر در فاز جستجوی محلی کاهش پیدا می‌کند، برعکس هر چقدر این ضرایب افزایش پیدا کرده و به سمت ۱ میل کند همه عناصر باقیمانده در ۲ لیست RCL شرکت داده می‌شوند که از یک طرف رسیدن به جواب‌های اولیه با کیفیت‌تر در فاز ساخت کاهش می‌یابد ولی از طرف دیگر جنبه تصادفی الگوریتم افزایش پیدا کرده و میزان تنوع جواب‌های اولیه بالا می‌رود و رسیدن به جواب‌های بهتر در انتهای فاز جستجوی محلی افزایش پیدا می‌کند.

در نتیجه باید تعادلی در مقادیر این ضرایب برقرار شده تا الگوریتم بتواند در زمان معقولی به جواب‌های با کیفیت برسد. مقدار مناسب این مقادیر را می‌توان با استفاده از تجارب عددی به‌دست آورد.

از دیگر پارامترهای برنامه می‌توان به تعداد دور الگوریتم اشاره کرد. این پارامتر بسته به کیفیت الگوریتم در ابتدای اجرای الگوریتم تعیین می‌شود. مسلم است که هرچه مقدار این پارامتر بزرگتر باشد اجرای الگوریتم طولانی‌تر می‌شود ولی احتمال رسیدن به جواب‌های بهتر افزایش پیدا می‌کند.

برای ارزیابی کارایی الگوریتم از مسائل استاندارد کتابخانه [۱۶QAP] استفاده شد که در این مورد ۴ دسته مسائل Nug ، Had ، Tho و Wil مورد استفاده قرار گرفت.

نتایج به‌دست آمده از حل این مسائل، نشان دهنده کیفیت بالا و کارایی خوب این الگوریتم می‌باشد. همانطور که در جداول زیر آمده است این الگوریتم برای مسائل کلاس Nug و Had در زمان معقولی به جواب‌های بهینه رسید. و برای مسائل با سایز ۴۰ از کلاس Tho و ۵۰ از کلاس Wil در زمان معقولی به جواب‌هایی با اختلاف کمتر از ۰.۲۵٪ درصد از مقادیر تابع هدف بهترین جواب‌های موجود در کتابخانه، رسیده است.

با استفاده از نتایج به دست آمده از اجراهای مختلف این الگوریتم بر مسائل در کلاس‌های ذکر شده، مقادیر پارامترهای α و β به ترتیب ۰.۲۵ و ۰.۶۵ به‌دست آمده است.

در مورد محل‌ها نیز به همین ترتیب عمل کرده فقط در این مورد به اندازه RCL_2 از محل‌ها با کمترین مقادیر f_j انتخاب و در لیست RCL_2 قرار می‌گیرند.

سپس یک تسهیل و یک محل به تصادف از ۲ لیست ممنوع انتخاب و تسهیل مورد نظر به محل انتخاب شده تخصیص می‌یابد. این فرآیند تا زمانی که همه تسهیلات به محل‌های موجود تخصیص یابند ادامه می‌یابد.

۴-۲. فاز جستجوی محلی

در این مرحله جواب به دست آمده در فاز ساخت با جستجوی محلی بهبود داده می‌شود. در ابتدا مقدار تابع هدف جواب به‌دست آمده در فاز ساخت محاسبه می‌شود.

در این الگوریتم همسایگی با استفاده از جابجایی هر ۲ عضو ممکن (درایه‌های ماتریس جواب S_{1n}) حاصل می‌شود.

سپس مقدار تابع هدف همسایه‌های جواب جاری محاسبه می‌شود اگر مقدار تابع هدف نقاط همسایه جواب به دست آمده بهتر از مقدار فعلی نباشد متوقف می‌شویم.

در غیر این صورت همسایه با بهترین مقدار تابع هدف را انتخاب و دوباره با جواب به دست آمده فرایند جستجوی محلی را تکرار می‌کنیم. این کار تا زمانی ادامه پیدا می‌کند که به بهینه محلی برسیم.

۵. تجزیه و تحلیل و نتایج عددی

همانطور که در بالا ذکر شد فاز ساخت الگوریتم پیشنهادی دارای دو پارامتر α و β است که این ضرایب اندازه ۲ لیست RCL_1 و RCL_2 را تعیین می‌کنند.

هر چقدر این ضرایب کوچکتر و به سمت میل کنند جنبه حریصانه الگوریتم تقویت شده، امکان رسیدن به جواب‌های اولیه با کیفیت‌تر در فاز ساخت، افزایش می‌یابد، ولی از طرف دیگر میزان تنوع جواب‌های اولیه کاهش پیدا کرده و امکان رسیدن به

جدول ۱. نتایج الگوریتم در مورد حل مسائل $Tho40$ و $wil50$

نوع مساله	مناسب‌ترین پارامتر α	مناسب‌ترین پارامتر β	تکرار رسیدن به بهترین جواب (میانگین در ۲۵ بار اجرا)	زمان رسیدن به بهترین جواب بر حسب ثانیه	بهترین مقدار تابع هدف کسب شده با الگوریتم	بهترین مقدار تابع هدف QAP در کتابخانه	درصد اختلاف
Tho40	۲.۵	۶.۵	۶۲۹	۹۵۶.۷۶	۲۴۱۰۹۷	۲۴۰۵۱۶	۰.۲۴٪
Will50	۲.۵	۶.۵	۱۷۱۶	۶۳۵۴.۸	۴۸۹۳۰	۴۸۸۱۶	۰.۲۳٪

جدول ۲. نتایج الگوریتم در مورد حل مسائل کلاس‌های Nug و Had

نوع مساله	مناسب‌ترین پارامتر α	مناسب‌ترین پارامتر β	تکرار رسیدن به بهترین جواب (میانگین در ۲۵ بار اجرا)	زمان رسیدن به بهترین جواب بر حسب ثانیه (میانگین در ۲۵ بار اجرا)	بهترین مقدار تابع هدف کسب شده با الگوریتم	مقدار بهینه مساله در کتابخانه QAP
Nug 14	۰.۲۵	۰.۶۵	۵۳	۰.۳۵	۱۰۱۴	۱۰۱۴
Nug15	۰.۲۵	۰.۶۵	۲۳	۰.۴۴	۱۱۵۰	۱۱۵۰
Nug16a	۰.۲۵	۰.۶۵	۴۲	۰.۸۷	۱۶۱۰	۱۶۱۰
Nug16b	۰.۲۵	۰.۶۵	۳۷	۰.۸۷	۱۲۴۰	۱۲۴۰
Nug17	۰.۲۵	۰.۶۵	۱۱۲	۱.۷	۱۷۳۲	۱۷۳۲
Nug18	۰.۲۵	۰.۶۵	۱۱۶	۲.۱	۱۹۳۰	۱۹۳۰
Nug20	۰.۲۵	۰.۶۵	۸۸	۲.۸	۲۵۷۰	۲۵۷۰
Nug21	۰.۲۵	۰.۶۵	۱۷۷	۶.۸	۲۴۳۸	۲۴۳۸
Nug22	۰.۲۵	۰.۶۵	۹۰	۵.۶	۳۵۹۶	۳۵۹۶
Nug24	۰.۲۵	۰.۶۵	۷۸	۹.۸	۳۴۸۸	۳۴۸۸
Nug25	۰.۲۵	۰.۶۵	۶۴۴	۳۴.۹	۳۷۴۴	۳۷۴۴
Nug27	۰.۲۵	۰.۶۵	۴۰۰	۵۶	۵۲۳۴	۵۲۳۴
Nug28	۰.۲۵	۰.۶۵	۳۲۰	۶۷	۵۱۶۶	۵۱۶۶
Nug30	۰.۲۵	۰.۶۵	۳۵۰۰	۵۶۴	۶۱۲۴	۶۱۲۴
Had12	۲.۵	۶.۵	۱۸	۰.۱	۱۶۵۲	۱۶۵۲
Had14	۲.۵	۶.۵	۴	۰.۱	۲۷۲۴	۲۷۲۴
Had16	۲.۵	۶.۵	۱۲	۰.۱۶	۳۷۲۰	۳۷۲۰
Had18	۲.۵	۶.۵	۲۳	۰.۴۵	۵۳۵۸	۵۳۵۸
Had20	۲.۵	۶.۵	۵۰	۱.۵۸	۶۹۲۲	۶۹۲۲

۶. نتیجه‌گیری

در این پژوهش رویه جستجوی تصادفی تطابقی حریصانه، برای حل مساله تخصیص درجه دو بکار گرفته شد. نتایج حاصله از حل برخی مسائل استاندارد موجود در کتابخانه QAP، مبین کارایی بالای الگوریتم در یافتن جواب‌های بهینه یا نزدیک به بهینه در زمان معقولی می‌باشد. به‌طوری که در مورد مسائل کلاس Nug و Had به جواب بهینه رسیده و در مورد مسائل Tho40 و Wil50 به جواب‌هایی با اختلاف کمتر از ۰.۲۵٪، نسبت به بهترین جواب‌های موجود در کتابخانه، دست یافته است. در پایان استفاده از روش‌های پویا برای تنظیم پارامترهای الگوریتم و ترکیب این رویه با متاهوریستیک‌های دیگر برای مطالعات آتی پیشنهاد می‌گردد.

مراجع

- [۱] فتاحی، پ.، الگوریتم‌های فرا ابتکاری، انتشارات دانشگاه بوعلی سینا همدان، همدان، ۱۳۸۸.
- [2] Loiola, E.M., Abreu, N.M.M., Boaventura-Netto, P.O., Hahn, P., Querido, T., "A Survey for the Quadratic Assignment Problem", European Journal of Operational Research, Vol. 176, 2007, pp. 657–690.
- [3] Nehi, H.H., Gelareh, S., "A Survey of Meta-Heuristic Solution Methods for the Quadratic Assignment Problem", Applied Mathematical Sciences, Vol. 1, No. 46, 2007, pp. 2293 – 2312.
- [4] Tian, P., Ma, J., Zhang, D.M., "Application of the Simulated Annealing Algorithm to the Combinatorial Optimization Problem with Permutation Property: An

- Investigation of Generation Mechanism*", European Journal of Operational Research, 118 (1), 1999, pp. 81–94.
- [5] Baykasoglu, A., "A Meta-Heuristic Algorithm to Solve Quadratic Assignment Formulations of Cell Formation Problems Without Presetting Number of Cells", Journal of Intelligent Manufacturing 15 (6), 2004, pp. 753–759.
- [6] Tavakkoli-Moghaddam, R., Shayan, E., "Facilities Layout Design by Genetic Algorithms", Computers and Industrial Engineering 35,(3–4), 1998, pp.527–530.
- [7] Wang, R.L., Okazaki, K., "Solving Facility Layout Problem Using an Improved Genetic Algorithm", IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics Communications and Computer Sciences, E88A (2), 2005, pp. 606–610.
- [8] Skorin-Kapov, J., "Extensions of a Tabu Search Adaptation to the Quadratic Assignment Problem", Journal of Computers and Operations Research 21 (8), 1994, pp. 855–865.
- [9] Drezner, Z., "The Extended Concentric Tabu for the Quadratic Assignment Problem", European Journal of Operational Research 160, 2005b, pp. 416–422.
- [10] Dorigo, M., Maniezzo, V., Colomi, A., "The Ant System: Optimization by a Colony of Cooperating Agents", IEEE Transaction on Systems, Man, and Cybernetics—Part B 26 (2), 1996, pp. 29–41.
- [11] Maniezzo, V., Colomi, A., "The Ant System Applied to the Quadratic Assignment Problem", Knowledge and Data Engineering vol.11,(5), 1999, pp. 769–778.
- [12] Misevicius, A., "An Improved Hybrid Optimization Algorithm for the Quadratic Assignment Problem", Mathematical Modelling and Analysis vol.9 (2), 2004a, pp.149–168.
- [13] Dunker, T., Radons, G., Westka, E., "Combining Evolutionary Computation and Dynamic Programming for Solving a Dynamic Facility Layout Problem". European Journal of Operational Research vol.165 (1), 2004, pp. 55–69.
- [14] Li, Y., Pardalos, P.M., Resende, M., "A Greedy Randomized Adaptive Search Procedure for the Quadratic Assignment Problem" DIMACS Series on Discrete Mathematics and Theoretical Computer Science, vol. 16, 1994, pp. 237–261.