



Production Rate Maximization Through Optimal Buffer Sizing, using Incorporated Approach of Response Surface Methodology and Genetic Algorithm

M. Amiri* & A. Mohtashami

Maghsoud Amiri, Allameh Tabataba'i University

Ali Mohtashami, Department of Industrial Management, Qazvin Branch, Islamic Azad University, Qazvin, Iran

Keywords

Buffer storage,
Queuing network,
Genetic algorithm,
Response surface methodology,
Simulation,
Multi objective decision making

ABSTRACT

This paper presents a methodology to optimize production rate and focuses on an optimal buffer storage sizing for this purpose. Buffer storages are intermediate semi complete components which their capacity is an important factor in design of production lines and impact on the production line. This methodology with eliminating of some simpler assumptions, assumes that the arrival rate of parts to production (or assembly) line, service times of the stations, time between failures of machines and repair time of failed machines are non deterministic and generally distributed (not just exponential). To optimize the buffer capacities, we consider production line as a queuing network and we use response surface methodology, simulation, genetic algorithm and multi objective decision making.

© 2014 IUST Publication, IJIIEPM. Vol. 25, No. 2, All Rights Reserved

* **Corresponding author. Ali Mohtashami**
Email: mohtashami@qiau.ac.ir

حداکثر کردن نرخ تولید از طریق تعیین اندازه بهینه موجودی‌های بافر با استفاده از رویکرد تلفیقی متدولوژی سطح پاسخ و الگوریتم ژنتیک

مقصود امیری و علی محتشمی*

کلمات کلیدی

موجودی بافر
شبکه‌های صف
الگوریتم ژنتیک
متدولوژی سطح پاسخ
شبیه‌سازی کامپیوتری
تصمیم‌گیری چند هدفه

چکیده:

این مقاله به معرفی یک متدولوژی جهت بهینه‌سازی نرخ تولید پرداخته و جهت این امر بر رویکرد تعیین بهینه موجودی‌های بافر تمرکز می‌کند. موجودی‌های بافر، موجودی‌هایی از قطعات نیمه ساخته بین ایستگاه‌های تولیدی به شمار می‌روند که ظرفیت آن‌ها در طراحی خطوط تولید از اهمیت ویژه‌ای برخوردار بوده و تأثیر بسزایی بر نرخ تولید خط می‌گذارند. در این متدولوژی با کنار گذاشتن بسیاری از فرضیات ساده‌کننده، فرض می‌شود که تمامی زمان‌های ورود قطعات به سیستم، مدت زمان‌های خدمت دهی ماشین‌آلات، زمان بین خرابی ماشین‌ها، زمان لازم برای تعمیر ماشین‌ها می‌تواند غیر قطعی بوده و از توابع توزیع عمومی تبعیت کند (نه فقط تابع توزیع نمایی). جهت تعیین بهینه ظرفیت بافرها، خط تولید به عنوان یک شبکه صف در نظر گرفته شده و با استفاده از متدولوژی سطح پاسخ، شبیه‌سازی کامپیوتری، الگوریتم ژنتیک و روش‌های تصمیم‌گیری چندهدفه، ظرفیت بهینه بافرها تعیین می‌شود.

۱. مقدمه

تجزیه و تحلیل خطوط تولید یا جریان و به طور کلی سیستم‌های ساخت و تولید، موضوع بسیاری از مطالعات تا کنون بوده و مسائل مختلفی با دیدگاه‌های متفاوت محل بحث در این زمینه بوده است. در حقیقت تجزیه و تحلیل خطوط تولید و در نتیجه طراحی خط تولیدی مناسب که بتواند خروجی خط، کارایی و بهره‌وری را بالا برد از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. در دنیای واقعی عوامل مختلفی بر نرخ تولید خط تأثیر می‌گذارند که از میان آن‌ها می‌توان به تعداد ماشین‌آلات، زمان‌های خدمت دهی، ضرایب تغییرات، نرخ خرابی‌ها، نرخ تعمیرها و موجودی‌های بافر اشاره کرد. در برخی سیستم‌های تولیدی در صنایع، ماشین‌ها یا

ایستگاه‌ها به صورت متوالی قرار گرفته و توسط موجودی‌های بافر از یکدیگر جدا می‌شوند [۱] و [۲]. این نحوه قرارگیری و توالی در ادبیات موضوع خط تولید، خط انتقال یا خط جریان نام دارد. خطوط تولید اغلب شامل مکان‌های انبارشی جهت جمع‌آوری قطعات نیمه ساخته در نقاط مختلفی در طول خط می‌باشد. این مناطق انبارش معمولاً بافر نامیده می‌شود که کارکرد آن‌ها مختلفی را می‌تواند ارائه دهد. همچنین اندازه و مکان قرارگیری آن‌ها رابطه‌ای بسیار قوی با نوع کارکرد آن‌ها دارد. وقتی که ایستگاه‌ها عملکرد معین و انحرافات زمانی قابل توجه (زمان‌های عملیاتی متفاوت) دارند، هر ایستگاه می‌بایست درجه بالاتری از استقلال را داشته باشد تا کارایی آن کمتر تحت تأثیر نوسان تولید ایستگاه‌های قبلی قرار گیرد [۳]. تأثیر بافرها را می‌توان در مواردی چون اختلاف زمان‌های عملیاتی ایستگاه‌ها، عدم تولید در زمان‌های آماده‌سازی و بارگذاری، عدم تولید در زمان‌های خرابی ماشین‌آلات و قالب‌ها، عدم تولید در فعالیت‌های نگهداری و تعمیرات و غیره به وضوح دید. جهت توصیف تأثیر بافرها در

تاریخ وصول: ۹۰/۱۲/۱۷

تاریخ تصویب: ۹۱/۶/۱۵

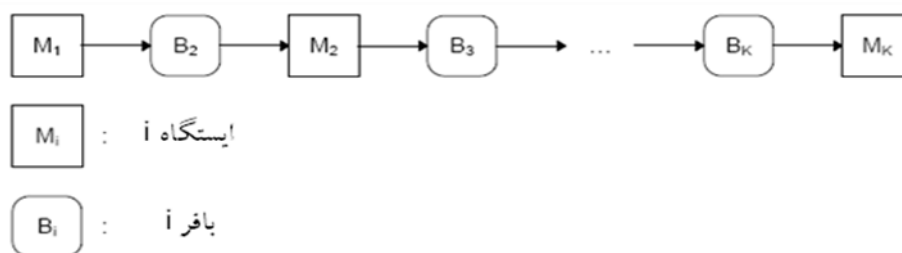
دکتر مقصود امیری، دانشیار دانشکده مدیریت و حسابداری، دانشگاه علامه

طباطبایی، amiri@atu.ac.ir

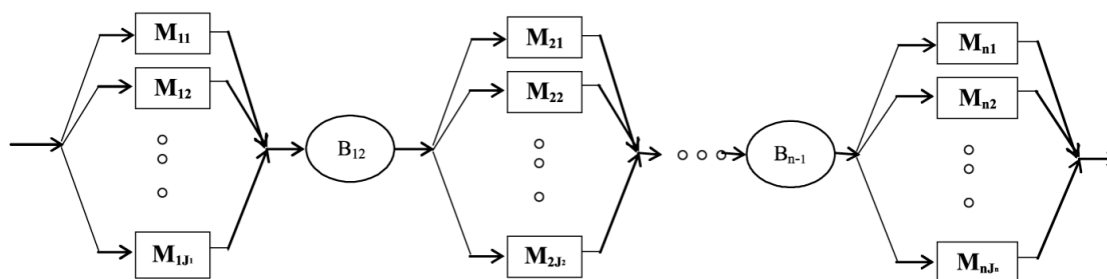
*نویسنده مسئول مقاله: دکتر علی محتشمی، استادیار دانشگاه آزاد اسلامی،

واحد قزوین، گروه مدیریت صنعتی، قزوین، mohtashami@qiau.ac.ir

همچنان که اندازه موجودی‌های بافر در یک خط تولید بالا می‌رود، متقابلاً عملکرد سیستم و نرخ خروجی خط افزایش می‌یابد. اما از آنجایی که میزان موجودی بافر بیشتر، نیازمند فضای ذخیره بیشتر بوده و هزینه‌های نگهداری موجودی را بالا می‌برد، می‌بایست میزان مناسبی از موجودی بافر تعیین شده تا ضمن اینکه هزینه نگهداری موجودی‌ها کاهش می‌یابد، نرخ خروجی خط نیز در وضعیت مناسبی قرار داشته باشد [۶].



شکل ۱. یک خط تولید k ایستگاهی سری با $k-1$ بافر [۴]



شکل ۲. یک خط تولید k ایستگاهی سری - موازی [۵]

چنین خط تولیدی در نظر گرفتند به این صورت که تابع توزیع زمان‌های خدمت دهی، زمان‌های خرابی و زمان‌های تعمیر را نمایی فرض کرده و سیستم مذکور را توسط مفاهیم زنجیره مارکوف مورد ارزیابی قرار دادند. در واقع آن‌ها از یک الگوریتم بازگشتی که مولد ماتریس گذار برای هر مقدار ظرفیت بافر است استفاده کرده و بدین وسیله موفق به دستیابی به تمام معادلات حالت گذار ممکن گشته و به حل این معادلات پرداختند. آن‌ها عنوان کردند که در صورت حل معادلات حالت گذار، معیارهای عملکرد مدل می‌تواند به راحتی ارزیابی شود [۸]. بتینی و همکارانش عنوان کردند که جریان مواد در طول یک خط تولید ممکن است توسط خرابی ماشین‌ها یا زمان‌های متفاوت خدمت دهی دچار اختلال گردد که این امر می‌تواند منجر به پایین آمدن بهره‌وری و بالا رفتن عدم دسترس پذیری کل کارخانه گردد.

در این زمینه محققانی تا کنون فعالیت کرده‌اند که به ذکر برخی از آن‌ها پرداخته می‌شود. شی و گرشوین به ارائه یک الگوریتم طراحی بافر جهت بیشینه سازی سود در خطوط تولیدی پرداختند. آن‌ها در مدل خود یک فرض اساسی ساده کننده در نظر گرفتند که آن فرض دلالت بر ثابت، قطعی و مساوی در نظر گرفتن زمان‌های خدمت دهی بود. همچنین آن‌ها در این تحقیق خرابی ماشین‌ها را در نظر گرفته و پارامترهای خرابی و تعمیر ماشین را ثابت فرض کردند. لازم به توضیح است که آن‌ها تغییرات نرخ خروجی خط مبتنی بر حجم بافرها را به وسیله روش تجزیه انجام دادند [۷]. الکساندروس و کریسولئون، به بررسی و تحلیل یک خط تولید دو ایستگاهی با یک بافر پرداختند. آن‌ها در تحلیل خود هر ایستگاه را شامل چندین ماشین موازی نامطمئن در نظر گرفتند. آن‌ها یک فرض اساسی را برای تجزیه و تحلیل

آن‌ها اذعان داشتند که بافر های میان ایستگاه‌ها در خطوط تولید می‌تواند منجر به افزایش قابلیت اطمینان کل سیستم گشته و سازمان را از تحمیل هزینه های سنگین ناشی از خرید تجهیزات بزرگ و گران قیمت مصون نگاه دارد. آن‌ها در پژوهش خود به ارائه یک روش مبتنی بر شبیه سازی و همچنین یک ماتریس جدید آزمایشی به عنوان ابزاری جهت تعیین حجم بهینه بافرها پرداختند [۹].

ناهاس و همکارانش به ارائه یک رویکرد جستجوی موضعی جهت حل مسئله تخصیص بافر در خطوط تولید نامطمئن پرداختند. آن‌ها در رویکرد پیشنهادیشان، هدف بیشینه کردن میانگین نرخ تولید خط تولید را مدنظر قرار داده و از تخمین تحلیلی تجزیه، جهت تخمین زدن نرخ تولید خط تولید بهره بردند. آن‌ها یک فرض اساسی را در روش پیشنهادیشان مد نظر قرار دادند که آن عبارت از در نظر گیری تابع توزیع نمایی برای مدت زمان بین ورود قطعات، مدت زمان‌های خدمت دهی، مدت زمان بین خرابی ماشین‌ها و مدت زمان تعمیر ماشین آلات بود. همچنین آن‌ها جهت جستجوی نسبی، از روش degraded ceiling استفاده کردند [۱۰].

هن و پارک با استفاده از بست سری تیلور و روش تابع تولید احتمال، یک روش تخمین برای تحلیل نرخ تولید خطوط تولید در حالت پایدار پیشنهاد کردند، همچنین آن‌ها یک روش تحلیلی برای تخصیص بهینه بافرها جهت دستیابی به نرخ تولید مطلوب پیشنهاد کردند [۱۱]. گرشوین و اسکور از روش گرادیان برای حل مسئله تخصیص بافرها استفاده کردند. آن‌ها از این طریق سعی کردند تا سود را بیشینه کنند [۲]. اسپینلیس و پاپادوپولوس روشی مبتنی بر آنیلینگ شبیه سازی شده جهت حل مسئله تخصیص بافرها در خطوط تولید با ماشین‌های قابل اعتماد ارائه کردند. هدف آن‌ها در این تحقیق بیشینه کردن متوسط خروجی خط بود. این روش به طور مشهود خرابی ماشین آلات را مد نظر نگرفته بود [۱۲]. مانیتز به مطالعه فرآیند تولید در خطوط مونتاژ چند مرحله ای پرداخت. او در مطالعه خود از تحلیل سیستم‌های صف استفاده کرده، بافرها را متناهی و زمان‌های خدمت دهی را توابع توزیع عمومی در نظر گرفت. همچنین جهت ارزیابی عملکرد خط تولید از رویکرد تجزیه بهره برد. او سیستم را دو ایستگاهه فرض کرد و از مدل صف G/G/1/N استفاده کرد [۱۳]. هوانگ و همکارانش به ارائه یک متدولوژی برای تخصیص بافرها در سیستم تولیدی پرداختند. آن‌ها در متدولوژی خود از برنامه ریزی پویا جهت ارزیابی عملکرد سیستم استفاده کردند [۱۴]. ابدوالکادر به تخمین و بهبود ظرفیت خطوط تولید پرداخت. او از یک مدل برنامه ریزی خطی جهت بهبود رفتار سیستم استفاده کرد. ابدوالکادر خرابی ماشین آلات را در مدل خود در نظر گرفت و

توابع توزیع را در مدل به صورت نمایی مد نظر قرار داد [۱۵]. چن و اسکین عنوان کردند که در مدل‌های خطوط تولید سنتی، فعالیت‌ها به ایستگاه های منحصر به فرد تخصیص داده می‌شوند. آن‌ها در مدل خود کارگران چند مهارته را در نظر گرفتند در حالی که برخی فعالیت‌ها ممکن است در دو ایستگاه مجاور یا نزدیک به هم انجام شوند. آن‌ها هدف خود را حداکثر کردن خروجی خط در مقابل سطح پایین WIP قرار دادند [۱۶]. دروبوچیتچ و همکارانش به بررسی مسئله زمان بندی عملیات در سلول‌های رباتیک پرداختند. آن‌ها هدف خود را در این مطالعه یافتن یک توالی چرخه ای حرکات ربات که نرخ تولید را حداکثر کند قرار دادند. آن‌ها اذعان کردند که تحقیقات زیادی بر روی سلول های رباتیک بدون بافر صورت گرفته است اما در زمینه سلول های رباتیک با در نظر گیری بافر، تحقیقات کمی صورت گرفته است [۱۷].

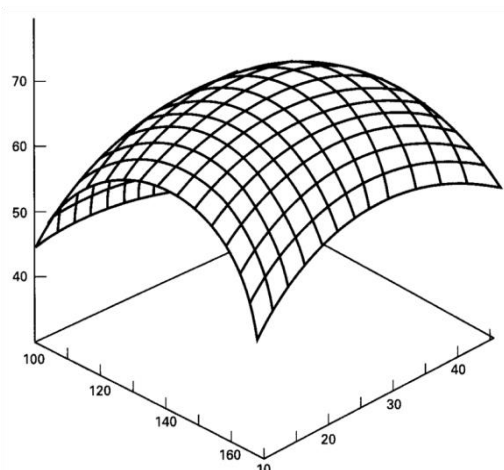
هدف اصلی این مقاله تعیین ظرفیت موجودی‌های بافر در خطوط تولید نامطمئن به نحوی است که با حداقل میزان بافرها، حداکثر نرخ تولید حاصل شود. این متدولوژی فرضیات ساده کننده ای که محققین دیگر لحاظ نمودند را حذف می‌کند و خطوط تولید را در شرایط واقعی در نظر می‌گیرند. برخی از فرضیات ساده کننده ای که محققین پیشین در نظر گرفته بودند که پیش‌تر ذکر شد و در این متدولوژی تمامی این فرضیات از بین می‌رود و در واقع عدم در نظر گیری این فرضیات ساده کننده وجه تمایز مطالعه حاضر با مطالعات پیشین به شمار می‌رود عبارتند از:

۱. در نظر گیری یک خط تولید ساده با چند ایستگاه متوالی
۲. در نظر گیری تابع توزیع نمایی (و نه تمامی توابع توزیع)
۳. در نظر گیری مدت زمان‌های خدمت دهی ثابت در ایستگاه های مختلف
۴. در نظر گیری حجم ثابت برای بافرها در خطوط تولید
۵. نادیده گرفتن خرابی ماشین‌ها و خروج از دسترس آن‌ها
۶. نادیده گرفتن تغییرات نرخ خدمت دهی ماشین‌ها
۷. نادیده گرفتن رابطه بین حجم بافرها و نرخ تولید خط تولید
۸. در نظر گیری تقاضای نامتناهی و ثابت

۲. فرضیات اساسی

- ۱) سیستم شامل k ایستگاه M_i ($i=1, \dots, k$) و $K-1$ بافر B_i جدا کننده ایستگاه‌ها می‌باشد.

تغییرات بافرها و خروجی خط تولید برقرار کند و از آن طریق به تعیین بهترین میزان هر بافر بپردازد. در واقع متدولوژی سطح پاسخ سعی در برازش رویه یا متامدلی از نوع توابع چند جمله‌ای بر میزان بافرها (به عنوان متغیر مستقل)، و نرخ تولید خط تولید (به عنوان متغیر وابسته) دارد. شکل ۳ نمونه‌ای از برازش رویه‌ای از دو عامل بر روی یک پاسخ را نشان می‌دهد این امر از طریق طراحی آزمایش‌ها از طریق متدولوژی سطح پاسخ و بدست آوردن مقادیر پاسخ از طریق شبیه سازی خط تولید برای هر طرح ایجاد شده صورت می‌پذیرد.



شکل ۳. برازش رویه دو عامل بر روی یک پاسخ [۱۸]

رویکرد اصلی در طراحی این نوع مسائل، طراحی آزمایش‌ها (طراحی عاملی) به صورت کامل یا کسری می‌باشد. نکته قابل توجه در استفاده از روش‌های طراحی آزمایش‌ها (چه به صورت کسری و چه به صورت کامل) این است که متامدل برازش شده در این نوع طرح‌ها از نوع درجه یک یا طرح‌های متعامد است. به عبارت دیگر این طرح‌ها قابلیت بررسی اثرات درجه دوم هر متغیر را دارا نمی‌باشند (معادله ۱ و ۲).

$$y = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i X_i + e \quad (1)$$

$$y = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i X_i + \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \beta_{ij} X_i X_j + e \quad (i < j) \quad (2)$$

با توجه به محدودیت طرح‌های آزمایش کامل یا کسری در بررسی اثرات درجه دوم متغیرها، استفاده از متدولوژی سطح پاسخ با توجه به اینکه اثرات درجه دوم متغیرها را نیز در نظر می‌گیرد و با

(۲) در هر ایستگاه، h ماشین موازی N_j ($j=1, \dots, h$) وجود دارد

(۳) ماشین‌ها ممکن است خراب شده و از کار بیافتند و مجدد تحت تعمیر قرار گرفته و به سیستم بازگردند.

(۴) نرخ ورود به سیستم، زمان‌های خدمت دهی ماشین آلات، زمان‌های بین خرابی ماشین‌ها و زمان‌های تعمیر ماشین‌ها می‌تواند متغیر تصادفی (غیر قطعی) با تابع توزیع عمومی باشد (نرمال، گاما، نمایی، ویبول و ...).

(۵) ماشین M_i وقتی B_{i-1} خالی است از کار می‌ایستد چرا که هیچ ورودی برای پردازش ندارد؛ ماشین M_i بلوکه می‌شود وقتی B_i پر است و ماشین M_{i+1} تحت تعمیر بوده یا بلوکه است.

۳. متدولوژی پیشنهادی

در این بخش متدولوژی پیشنهادی این مطالعه جهت طراحی و تعیین ظرفیت موجودی‌های بافر از طریق مراحل ذیل معرفی می‌شود و در ادامه متدولوژی پیشنهادی در قالب یک مثال عددی، آزمایش شده تا کارایی آن سنجیده شود.

۳-۱. شبیه سازی

خط تولید به عنوان یک شبکه صف (مبتنی بر واقعیت خط) در نظر گرفته شده و روابط بین ایستگاه‌ها، بافرها و توابع توزیع، در طراحی شبکه مد نظر قرار می‌گیرند. شبیه سازی این امکان را به دست می‌دهد که شبکه‌های تولیدی پیچیده با هر روابطی و با هر توابع توزیعی در قسمت‌های مختلف قابل طراحی و تجزیه و تحلیل باشند.

۳-۲. متدولوژی سطح پاسخ

طراحی آزمایش‌ها به طور گسترده‌ای قابل انجام در آزمایش‌هایی است که لازم است تلفیق سطوح مختلفی از چندین عامل بر روی یک یا چند متغیر پاسخ بررسی شود [۱۸]. متدولوژی سطح پاسخ مجموعه‌ای است از طراحی و تحلیل آزمایش‌ها و تکنیک‌های بهینه سازی که از تلاش‌های باکس و ویلسون در سال ۱۹۵۱ حاصل شده است [۱۹].

هدف متدولوژی سطح پاسخ، یافتن ترکیبی از متغیرهای ورودی برای بهینه سازی پاسخ فرآیندی است که تابع ریاضی آن ناشناخته است. این عمل با استفاده از تقریب تابع در منطقه‌ای از دامنه متغیرهای ورودی، که مشاهداتی از آن دامنه موجود است، انجام می‌شود. متدولوژی پیشنهادی در این تحقیق از متدولوژی سطح پاسخ استفاده می‌کند تا بتواند رابطه‌ای ریاضی بین

۳-۴. حل مدل

جهت حل مدل ساخته شده می‌بایست از یکی از روش‌های حل مسائل چندهدفه استفاده نمود. یکی از روش‌های قدرتمند جهت حل مسائل چندهدفه روش LP-Metric می‌باشد. این روش جزء روش‌هایی به حساب می‌آید که نظر تصمیم گیرنده در مراحل حل مسئله دخالت داده نمی‌شود. بنابراین در حل این نوع از مسائل روش‌ها و ایده‌هایی برای یافتن جواب‌هایی معمولاً در میانه مجموعه بهینه پارتو استفاده می‌شود. این روش و در کل روش‌هایی که بدون نظر تصمیم گیرنده به حل مسئله می‌پردازند برای شرایطی که تصمیم گیرنده در دسترس نیست و یا انتظار خاصی از پاسخ‌ها ندارد مناسب هستند [۲۰]. رابطه ۸ روش LP-Metric را برای حل مسائل چندهدفه نشان می‌دهد [۲۱] و [۲۲].

$$\min = \left[\sum_{j=1}^m W_j^p \left| \frac{f_j^* - f_j}{f_j^* - f_i^-} \right|^p \right]^{\frac{1}{p}} \quad (8)$$

که در آن W_j نشان دهنده وزن هدف j ام، m نشان دهنده تعداد اهداف، f_j^* نشان دهنده بهترین مقدار هدف j ام، f_i^- نشان دهنده بدترین مقدار هدف j ام و p نشان دهنده درجه تابع LP-Metric می‌باشد. بنابراین مدل نهایی مسئله عبارت است از:

$$\min = \left[\sum_{j=1}^m W_j^p \left| \frac{f_j^* - f_j}{f_j^* - f_i^-} \right|^p \right]^{\frac{1}{p}}$$

subject to $X \in S$

که S نشان دهنده فضای جواب می‌باشد. پس از ساختن مدل ریاضی بهینه سازی، می‌بایست این مدل حل شود تا جواب‌های مسئله به دست آید. با توجه به اینکه تابع برازش شده نرخ خروجی ممکن است از نوع درجات بالاتر از ۱ باشد (غیر خطی) و همچنین با در نظر گیری تابع LP-Metric که برای $P > 1$ به صورت غیر خطی در می‌آید، متدولوژی مطالعه حاضر استفاده از الگوریتم ژنتیک را به جهت دستیابی به جواب بهینه یا نزدیک بهینه پیشنهاد می‌کند. الگوریتم ژنتیک یک الگوریتم جستجوی احتمالی مبتنی بر تکامل ژنتیک در موجودات زنده است [۲۳]. ثابت شده است که الگوریتم ژنتیک برای حل طیف وسیعی از مسائل بهینه سازی بسیار مناسب است [۲۴]. این الگوریتم با جمعیتی از جواب‌های ممکن شروع کرده و در طول نسل‌های پی در پی به تکامل می‌رسد. هر جواب به عنوان یک مجموعه (کروموزوم) دودویی یا رشته‌های حقیقی کد می‌شود. هر رشته

احتمال بیشتری توابع دقیق‌تری را تخمین می‌زند، به نظر مناسب‌تر می‌رسد (معادله ۳).

$$y = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i X_i + \sum_{i=1}^k \beta_{ii} X_i^2 + \sum_i \sum_j \beta_{ij} X_i X_j + e \quad (i < j) \quad (3)$$

توجه شود که طرح باکس - بنکن، شامل هیچ نقطه ای در رؤس مکعبی که به وسیله کران‌های بالا و پایین هر متغیر ایجاد می‌شود، نیست. در مسائلی که آزمون این نقاط به دلیل محدودیت‌های فیزیکی فرآیند غیر ممکن است و یا به لحاظ اقتصادی مقرون به صرفه نیست، می‌تواند مزیت مهمی باشد.

۳-۳. ساختن مدل بهینه سازی چندهدفه

در گام قبل یکی از اهداف مسئله (تابع خروجی خط) تخمین زده شد که می‌تواند از نوع درجه اول یا درجه دوم باشد. همچنان که اندازه موجودی‌های بافر در یک خط تولید بالا می‌رود، متقابلاً عملکرد سیستم و نرخ خروجی خط تا حدی افزایش می‌یابد [۶] اما این امر هزینه نگهداری موجودی در گردش بیشتری را به سیستم تحمیل می‌کند. بنابراین همچنان که هدف اصلی افزایش خروجی خط تولید است اما متدولوژی حاضر در پی یافتن جوابی است که این افزایش را با حداقل بافرها ایجاد کند. بنابراین مدل چندهدفه ای که پیشنهاد می‌شود به صورت زیر است.

$$\text{Max} = f(x) \quad (4)$$

$$\text{Min} = \text{total buffer size} = \sum_{i=1}^n X_i \quad (5)$$

$$\text{subject to} \quad (6)$$

$$L_i \leq X_i \leq U_i \quad \forall i = 1 \text{ to } k$$

$$X_i \geq 0 \quad \forall i = 1 \text{ to } k \quad (7)$$

که در آن:

X_i : اندازه ظرفیت بافر ایستگاه i ام (متغیر تصمیم)

$f(x)$: تابع برازش شده نرخ خروجی خط تولید

U_i : حد بالای X_i

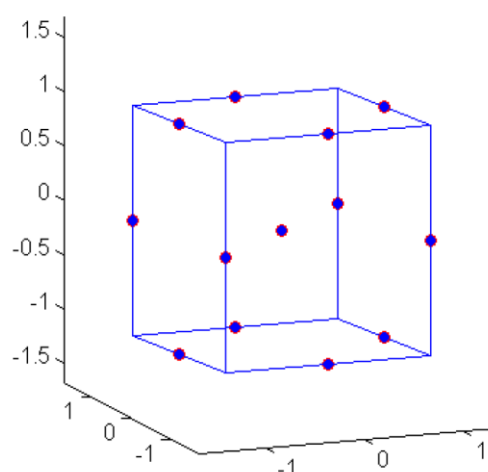
L_i : حد پایین X_i

K : تعداد موجودی‌های بافر

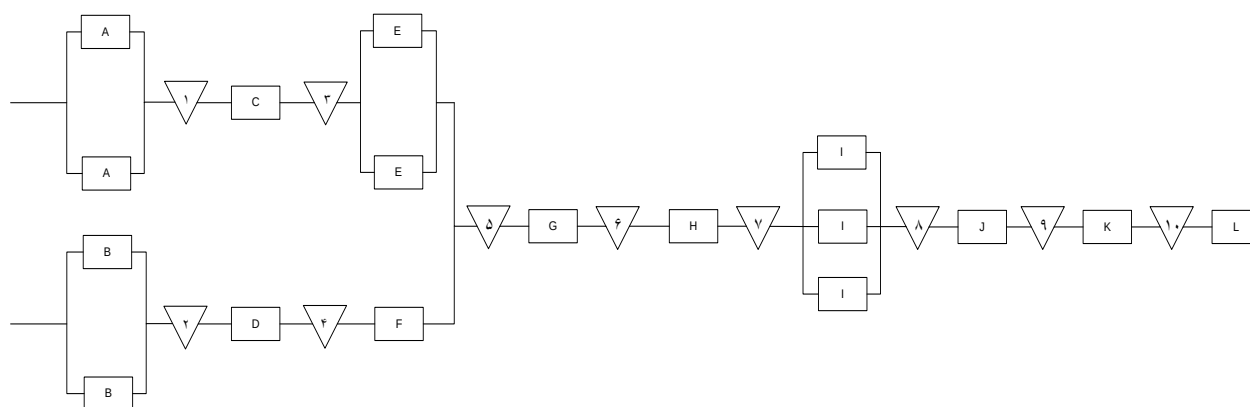
است.

(متغیرهای تصمیم) که جزء محدودیت‌های خط تولید به شمار می‌رود را نشان می‌دهد.

در این زمینه باکس و بنکن بعضی طرح‌های سه سطحی را برای برآوردن به رویه‌های پاسخ پیشنهاد کرده‌اند که این طرح‌ها از ترکیب کردن طرح‌های عامل 2^k ، با طرح‌های بلوکی ناکامل ساخته می‌شوند (شکل ۴). طرح‌های حاصل معمولاً از نقطه نظر تعداد اجراهایی که نیاز دارند، بسیار کارا هستند و همچنین دوران پذیر (یا تقریباً دوران پذیر) می‌باشند.



شکل ۴. طرح باکس - بنکن برای سه عامل [۱۸]



شکل ۵. یک خط تولید با ۱۷ ماشین و ۱۰ بافر

جدول ۱. توابع توزیع مدت زمان‌های خدمت دهی (پردازش) ماشین آلات، زمان‌های بین خرابی ماشین آلات، زمان‌های تعمیر

ماشین آلات

ایستگاه	مدت زمان پردازش	مدت زمان بین خرابی ماشین	مدت زمان تعمیر
A	Gamma (۲۱, ۹, ۳)	Weibull (۹۵۰۰, ۷۵, ۱۵)	Gamma (۱۲۰۰, ۳۰۰, ۷۵)
B	Weibull (۲۷, ۹, ۵)	Weibull (۱۰۰۰, ۲۳۰, ۱۴)	Gamma (۱۳۰۰, ۲۶۰, ۷۳)
C	Weibull (۳۷, ۹, ۲)	Gamma (۱۶۰۰۰, ۲۴۰, ۲۵)	Gamma (۵۰۰, ۲۴۰, ۶۰)
D	Weibull (۳۴, ۸, ۱۱)	Weibull (۱۸۴۵, ۲۶۰, ۴۵)	Exp (۳۱۰۰)

ایستگاه	مدت زمان پردازش	مدت زمان بین خرابی ماشین	مدت زمان تعمیر
E	Gamma (۳۲,۱۴,۶)	Weibull (۱۲۳۰۰,۴۰۰,۱۵)	Gamma (۶۳۰,۲۸۰,۵۰)
F	Weibull (۵۰,۱۷,۱۱)	Gamma (۸۳۰۰,۲۰۰,۷۵)	Gamma (۷۴۰,۲۰۰,۳۵)
G	Exp (۴۵)	Weibull (۱۱۵۰۰,۱۵۰,۷۰)	Weibull (۲۰۰,۲۴۰,۲۷)
H	Weibull (۵۰,۱۸,۳)	Weibull (۱۰۵۰۰,۴۰۰,۱۵۰)	Exp (۱۵۰۰)
I	Exp (۲۶۰)	Weibull (۷۵۴۵,۲۵۰,۷۵)	Gamma (۱۶۰۰,۳۵۰,۵۰)
J	Weibull (۴۸,۱۵,۱۰)	Weibull (۱۰۳۰۰,۱۰۰,۷۵)	Gamma (۱۸۵۰,۳۴۰,۳۶)
K	Exp (28)	Gamma (۱۳۴۰۰,۳۶۹,۱۲۰)	Gamma (۱۷۰۰,۲۵۷,۷۰)
L	Gamma (۶۳,۲۲,۸)	Gamma (۱۳۴۰۰,۳۶۹,۱۲۰)	Gamma (۱۲۰۰,۲۴۷,۴۰)

که ul_i نشان دهنده حد بالای X_i و ll_i نشان دهنده حد پایین X_i می‌باشد. برای مثال حد بالای بافر ۳ به صورت زیر به صورت کد شده در می‌آید.

$$CV = \frac{70 - \frac{70+0}{2}}{\frac{70-0}{2}} = 1$$

این طرح جهت تجزیه و تحلیل ۱۰ عاملی، ۱۷۰ آزمایش را طراحی می‌کند که می‌بایست تک تک آزمایش‌ها توسط مدل شبیه سازی مورد بررسی قرار گیرند. به همین منظور ۱۷۰ آزمایش طراحی شده برای مثال فوق که در جدول ۳ نشان داده شده است، مورد آزمایش در مدل شبیه سازی ساخته شده در نرم افزار MATLAB قرار گرفته و نتایج در ستون «خروجی خط» جدول ۳ مشاهده می‌شود. مدت زمان شبیه سازی هر یک از آزمایش‌ها ۵,۰۰۰,۰۰۰ واحد زمانی در نظر گرفته شد و حداکثر زمان شبیه سازی طرح‌ها توسط یک سیستم با مشخصات RAM حدود ۹۸ ثانیه تعیین شد. با توجه به حجم زیاد آزمایش‌ها (۱۷۰ آزمایش)، جدول ۳ به ارائه بخشی از طراحی و پاسخ‌ها می‌پردازد. این جدول نشان دهنده خروجی خط تولید در صورت طراحی خط مطابق با هر یک از ردیف‌ها می‌باشد. برای مثال اگر خط تولید مطابق با داده‌های سطر ۳ طراحی شود، بدان معنی است که ظرفیت بافرهای ۱ الی ۱۰ با استناد به جدول ۲ به ترتیب عبارتند از: ۰, ۲۰, ۳۵, ۲۰, ۳۰, ۴۰, ۱۰۰, ۰, ۲۰, ۲۵ و در این حالت خروجی خط ۴۲۳۳ خواهد بود. لازم به توضیح است که تمامی طرح‌ها در مدت ۵,۰۰۰,۰۰۰ واحد زمانی شبیه سازی شده و میزان خروجی خط در طول این مدت از گزارش‌های نرم افزار MATLAB به دست آمده و در ستون خروجی خط قرار گرفته است.

جدول ۲. حد پایین و بالای بافرها

حد بالا	حد پایین	بافر
۶۰	۰	۱
۴۰	۰	۲
۷۰	۰	۳
۲۰	۰	۴
۶۰	۰	۵
۸۰	۰	۶
۱۰۰	۰	۷
۳۰	۰	۸
۴۰	۰	۹
۵۰	۰	۱۰

با در نظر گیری شکل ۵ به عنوان خط تولید مثال فوق، شبکه صف این خط تولید بر مبنای داده‌های جدول ۱ در نرم افزار MATLAB شبیه سازی شده و تمامی توابع توزیع زمان‌های خدمت دهی، زمان‌های بین خرابی و زمان‌های تعمیر ماشین آلات مطابق با این جدول در مدل شبیه سازی شده اعمال شد. پس از شبیه سازی خط تولید در نرم افزار MATLAB، طبق متدولوژی ارائه شده می‌بایست خط تولید بر مبنای طراحی متدولوژی سطح پاسخ مورد تجزیه و تحلیل قرار گیرد. جهت این امر با در نظر گیری اینکه تعداد عوامل در این مثال عددی ۱۰ می‌باشد، با استفاده از طرح یک بلوکه متدولوژی سطح پاسخ، طراحی آزمایش برای ۱۰ عامل در نرم افزار Minitab صورت گرفت. طرح باکس - بنکن یک بلوکه برای هر عامل، سه سطح حد بالا، حد وسط و حد پایین را در نظر می‌گیرد. جهت سادگی تجزیه و تحلیل‌های آماری، این سه سطح با استفاده از تبدیل رابطه ۹ به صورت کد شده در نظر گرفته می‌شوند [۱۸].

$$CV = \frac{X_i - \frac{ul_i + ll_i}{2}}{\frac{ul_i - ll_i}{2}} \quad (9)$$

Minitab می‌باشد. همچنین شکل ۶ نشان دهنده نمودار پراکنش مقادیر پاسخ و شکل ۷ نشان دهنده هیستوگرام باقی مانده های مدل رگرسیون می‌باشد (که به خوبی نشان دهنده نرمال بودن باقی مانده‌هاست). همچنان که نتایج جدول ۴ نشان می‌دهد میزان R-Square محاسبه شده ۹۵،۵۸ درصد است که نشان دهنده برازش بسیار خوب مدل می‌باشد. همچنین میزان P-Value محاسبه شده برای کل مدل، بخش خطی، بخش مربعات و بخش تعامدها ۰/۰۰۰ می‌باشد که این امر نشان دهنده رد فرض صفر رگرسیون (عدم برازش مدل) و تأیید فرض یک رگرسیون (برازش مدل) می‌باشد

با داشتن نتایج جدول ۳ می‌بایست بهترین سطح برازش شده بر روی داده های فوق را به دست آورد که بهترین تابع از طریق شاخص‌هایی چون تحلیل واریانس و تست نرمال بودن باقی مانده‌ها صورت می‌پذیرد. با برازش سطوح مختلف بر روی داده های فوق (شامل توابع خطی، خطی + مربعات عوامل، خطی + تعامد عوامل) بهترین تابع برازش شده، تابع درجه دوم کامل شناسایی شد.

جدول ۴ نشان دهنده نتایج تحلیل واریانس (خروجی نرم افزار Minitab) و جدول ۵ نشان دهنده بهترین ضرایب به دست آمده، آماره آزمون t و مقدار P-Value هر پارامتر (خروجی نرم افزار

جدول ۳. طراحی آزمایش‌های متدولوژی سطح پاسخ و نتایج شبیه سازی

ردیف	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	X ₆	X ₇	X ₈	X ₉	X ₁₀	Y	ردیف	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	X ₆	X ₇	X ₈	X ₉	X ₁₀	Y
۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۵۵۴۲	۱۵۶	۰	۱	۰	۰	۰	۱-	۱-	۰	۰	۱-	۴۰۲۳
۲	۰	۰	۱-	۱	۱	۰	۰	۰	۰	۱-	۳۷۳۴	۱۵۷	۰	۰	۰	۱	۱-	۱-	۰	۱-	۰	۰	۴۱۸۸
۳	۱-	۰	۰	۱	۰	۰	۱	۱-	۰	۰	۴۲۳۳	۱۵۸	۱-	۱	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۰	۱-	۴۰۵۰
۴	۰	۰	۱	۰	۱	۰	۱-	۰	۱	۰	۵۸۱۷	۱۵۹	۱-	۰	۰	۱-	۰	۰	۱-	۱	۰	۰	۴۳۹۶
۵	۰	۱-	۰	۰	۰	۱-	۱-	۰	۰	۱	۴۶۰۲	۱۶۰	۱	۰	۱-	۰	۰	۱-	۰	۰	۱	۰	۴۰۶۶
۶	۰	۱-	۰	۱	۰	۱-	۰	۰	۱-	۰	۴۴۱۲	۱۶۱	۱	۰	۰	۱	۰	۱-	۱-	۱-	۰	۰	۴۰۹۸
۷	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۱	۱	۱	۶۵۶۵	۱۶۲	۱-	۱-	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۰	۱-	۳۹۱۳
۸	۱-	۰	۰	۱	۰	۰	۱-	۱	۰	۰	۴۸۵۹	۱۶۳	۰	۱-	۰	۰	۱-	۱	۰	۰	۱-	۰	۴۰۵۰
۹	۱-	۰	۱	۰	۰	۱-	۰	۰	۱-	۰	۴۴۱۲	۱۶۴	۰	۱	۰	۰	۰	۱	۱-	۰	۰	۱	۶۰۰۸
۱۰	۱-	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۱	۱	۱	۴۷۱۰	۱۶۵	۱	۰	۰	۱-	۰	۱-	۱-	۱-	۰	۰	۴۰۸۴
۱۱	۰	۱	۱-	۰	۰	۰	۱	۱	۰	۰	۳۸۰۰	۱۶۶	۱-	۰	۰	۰	۰	۰	۱-	۱-	۱-	۱-	۱۰۸۹
۱۲	۰	۰	۱	۰	۱	۰	۱	۰	۱	۰	۵۸۴۷	۱۶۷	۰	۰	۱	۰	۱	۰	۱	۰	۱-	۰	۴۴۱۲
۱۳	۱	۰	۰	۱-	۰	۰	۱	۱-	۰	۰	۴۲۴۶	۱۶۸	۱-	۰	۱-	۰	۰	۱	۰	۰	۱-	۰	۱۶۵۷
۱۴	۱	۰	۰	۱-	۰	۰	۱-	۱	۰	۰	۶۱۰۰	۱۶۹	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۵۵۴۲
۱۵	۱-	۰	۰	۱-	۰	۰	۱-	۱-	۰	۰	۳۷۸۴	۱۷۰	۰	۰	۰	۱-	۱-	۱-	۰	۱	۰	۰	۵۷۲۰
۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰												
۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰												
۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰												

جدول ۴. نتایج تحلیل واریانس پاسخ

Analysis of Variance for Response

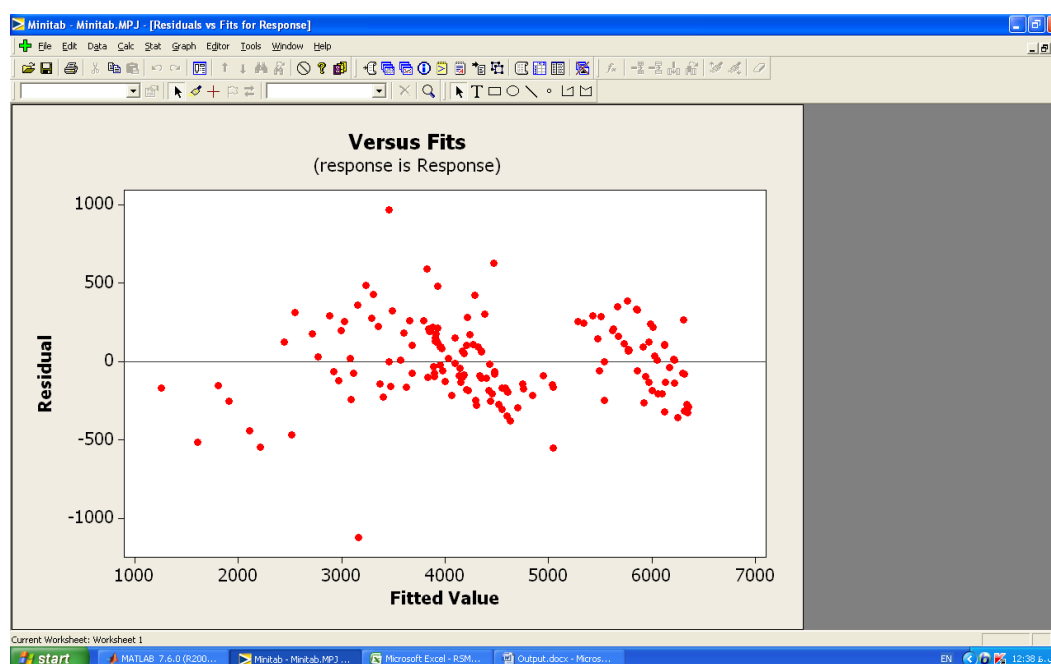
R-Sq = 95.58% R-Sq(pred) = 87.48% R-Sq(adj) = 92.83%

Analysis of Variance for Response

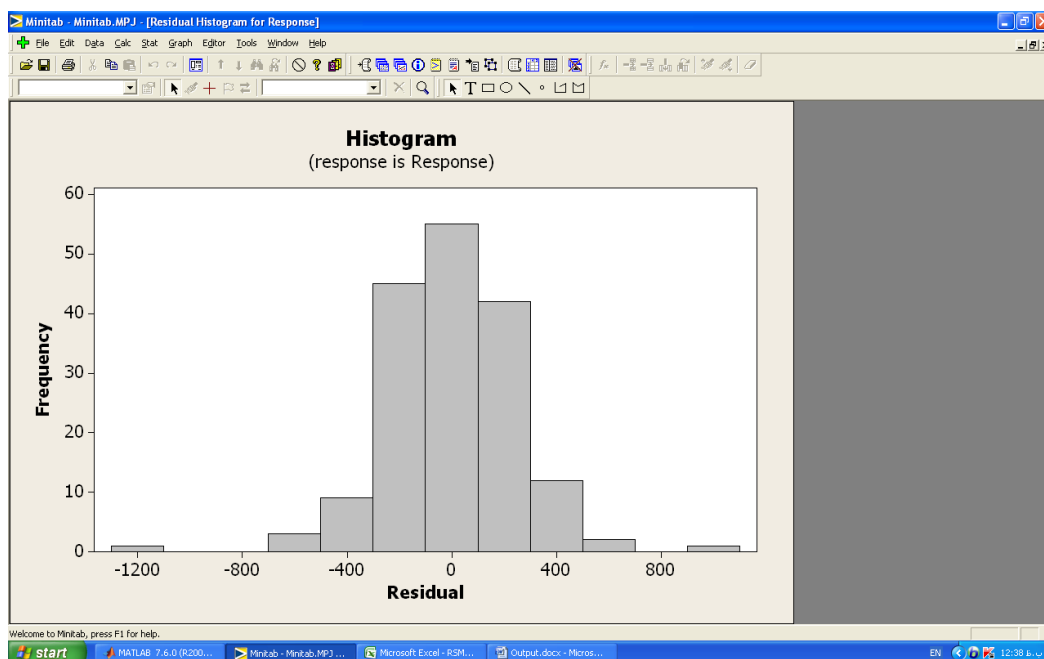
Source	DF	Seq SS	Adj SS	Adj MS	F	P
Regression	65	223853164	223853164	3443895	34.64	0.000
Linear	10	156485817	156485817	15648582	157.39	0.000
Square	10	39751531	39751531	3975153	39.98	0.000
Interaction	45	27615817	27615817	613685	6.17	0.000
Residual Error	104	10340313	10340313	99426		
Lack-of-Fit	95	10340313	10340313	108845	*	*
Pure Error	9	0	0	0		
Total	169	234193477				

جدول ۵. ضرایب تابع برازش شده به همراه آماره t و P-Value

Term	Coef	SE Coef	T	P	Term	Coef	SE Coef	T	P
Constant	5542.00	99.71	55.580	0.000	B*F	-27.22	55.74	-0.488	0.626
A	416.28	39.41	10.562	0.000	B*G	-13.97	55.74	-0.251	0.803
B	195.61	39.41	4.963	0.000	B*H	54.63	78.83	0.693	0.490
C	967.25	39.41	24.540	0.000	B*J	123.00	78.83	1.560	0.122
D	123.33	39.41	3.129	0.002	B*K	135.22	55.74	2.426	0.017
E	93.41	39.41	2.370	0.020	C*D	-120.06	78.83	-1.523	0.131
F	51.52	39.41	1.307	0.194	C*E	-95.00	55.74	-1.704	0.091
G	83.72	39.41	2.124	0.036	C*F	-31.62	78.83	-0.401	0.689
H	685.22	39.41	17.385	0.000	C*G	-14.03	55.74	-0.252	0.802
J	526.08	39.41	13.347	0.000	C*H	418.00	78.83	5.303	0.000
K	719.78	39.41	18.262	0.000	C*J	329.66	55.74	5.914	0.000
A*A	-307.91	62.63	-4.916	0.000	C*K	477.81	78.83	6.061	0.000
B*B	-154.85	62.63	-2.472	0.015	D*E	-14.16	55.74	-0.254	0.800
C*C	-801.95	62.63	-12.804	0.000	D*F	-24.87	55.74	-0.446	0.656
D*D	-46.01	62.63	-0.735	0.464	D*G	-6.75	78.83	-0.086	0.932
E*E	2.87	62.63	0.046	0.964	D*H	47.50	55.74	0.852	0.396
F*F	40.99	62.63	0.655	0.514	D*J	114.75	78.83	1.456	0.148
G*G	-60.10	62.63	-0.960	0.339	D*K	17.06	78.83	0.216	0.829
H*H	-377.23	62.63	-6.023	0.000	E*F	-35.37	78.83	-0.449	0.655
J*J	-479.76	62.63	-7.660	0.000	E*G	-36.06	78.83	-0.457	0.648
K*K	-546.73	62.63	-8.729	0.000	E*H	22.12	78.83	0.281	0.780
A*B	-62.50	78.83	-0.793	0.430	E*J	3.19	78.83	0.040	0.968
A*C	-599.13	78.83	-7.600	0.000	E*K	34.91	55.74	0.626	0.533
A*D	-59.50	78.83	-0.755	0.452	F*G	-100.06	78.83	-1.269	0.207
A*E	4.50	78.83	0.057	0.955	F*H	6.88	78.83	0.087	0.931
A*F	33.12	78.83	0.420	0.675	F*J	0.25	55.74	0.004	0.996
A*G	-21.50	78.83	-0.273	0.786	F*K	88.69	78.83	1.125	0.263
A*H	250.50	55.74	4.494	0.000	G*H	-51.06	55.74	-0.916	0.362
A*J	45.69	55.74	0.820	0.414	G*J	-6.44	78.83	-0.082	0.935
A*K	294.56	55.74	5.284	0.000	G*K	98.56	78.83	1.250	0.214
B*C	-164.75	78.83	-2.090	0.039	H*J	-79.88	78.83	-1.013	0.313
B*D	-215.87	78.83	-2.738	0.007	H*K	61.37	78.83	0.779	0.438
B*E	-28.63	78.83	-0.363	0.717	J*K	-448.63	78.83	-5.691	0.000



شکل ۶. نمودار پراکنش مقادیر پاسخ



شکل ۷. نمودار هیستوگرام باقی مانده های مدل رگرسیون

رابطه ۱۰ نشان دهنده اولین تابع هدف مسئله می‌باشد. این تابع بر اساس مقادیر مختلف X_1 تا X_{10} قادر است میزان تولید را پیش بینی نماید و هدف حداکثر کردن آن است.

$$\text{Min} = X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 + X_9 + X_{10} \quad (11)$$

رابطه ۱۱ نشان دهنده دومین تابع هدف مسئله می‌باشد. این تابع به صورت حداقل کردن کل حجم بافرها در نظر گرفته شده است.

$$-1 \leq X_i \leq 1 \quad i=1 \text{ to } 10 \quad (12)$$

رابطه ۱۲ شامل ۱۰ محدودیت مدل است که در قالب ۱ محدودیت ($i = 1$ تا ۱۰) نوشته شده است. این محدودیت نشان دهنده این است که هر بافر می‌بایست در محدوده حد پایین و بالای تعیین شده خود قرار گیرد.

با استفاده از رابطه ۸ به عنوان تابع هدف ترکیبی و ترکیب توابع هدف مسئله با استفاده از این رابطه (رابطه ۱۰ و ۱۱) و در نظر گیری محدودیت‌های ۱ تا ۱۰ (رابطه ۱۲)، مدل کلی این مسئله ایجاد می‌شود. با توجه به وجود روابط غیر خطی در تابع هدف اول (خروجی خط) و همچنین با توجه به ماهیت غیر خطی بودن تابع LP-Metric برای $P > 1$ ، مدل ریاضی این مسئله با استفاده

بنابراین با استفاده از داده های جدول ۵ و روابط ۳ الی ۷، مدل ریاضی مسئله فوق به صورت ذیل در خواهد آمد.

$$\begin{aligned} \text{Max} = & 5542 + 416/281 * X_1 + 195/609 * X_2 + 967/25 * X_3 + \\ & 123/328 * X_4 + 93/4062 * X_5 + 51/5156 * X_6 + 83/7187 * X_7 \\ & + 685/219 * X_8 + 526/078 * X_9 + 719/781 * X_{10} - \\ & 307/914 * X_1^2 - 154/852 * X_2^2 - 801/945 * X_3^2 - \\ & 46/078 * X_4^2 + 2/86719 * X_5^2 + 40/9922 * X_6^2 - \\ & 60/106 * X_7^2 - 377/227 * X_8^2 - 479/758 * X_9^2 - \\ & 546/727 * X_{10}^2 - 62/5 * X_1 * X_2 - 599/125 * X_1 * X_3 - \\ & 59/5 * X_1 * X_4 + 4/5 * X_1 * X_5 + 33/125 * X_1 * X_6 - \\ & 21/5 * X_1 * X_7 + 250/5 * X_1 * X_8 + 45/6875 * X_1 * X_9 + \\ & 294/562 * X_1 * X_{10} - 164/75 * X_2 * X_3 - 215/875 * X_2 * X_4 - \\ & 28/625 * X_2 * X_5 - 27/2187 * X_2 * X_6 - \\ & 13/9688 * X_2 * X_7 + 54/625 * X_2 * X_8 + 123 * X_2 * X_9 + \\ & 135/219 * X_2 * X_{10} - 120/063 * X_3 * X_4 - 95 * X_3 * X_5 - \\ & 31/625 * X_3 * X_6 - \\ & 14/0313 * X_3 * X_7 + 418 * X_3 * X_8 + 329/656 * X_3 * X_9 + \\ & 477/813 * X_3 * X_{10} - 14/1562 * X_4 * X_5 - 24/875 * X_4 * X_6 - \\ & 6/75 * X_4 * X_7 + 47/5 * X_4 * X_8 + 114/75 * X_4 * X_9 + 17/0625 * \\ & X_4 * X_{10} - 35/375 * X_5 * X_6 - \\ & 36/0625 * X_5 * X_7 + 22/125 * X_5 * X_8 + 3/1875 * X_5 * X_9 + \\ & 34/9063 * X_5 * X_{10} - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 100 * X_6 * X_7 + 6/875 * X_6 * X_8 + 0/25 * X_6 * X_9 + \\ & 88/6875 * X_6 * X_{10} - 51/0625 * X_7 * X_8 - \\ & 6/4375 * X_7 * X_9 + 98/5625 * X_7 * X_{10} - \\ & 79/875 * X_8 * X_9 + 61/375 * X_8 * X_{10} - \\ & 448/625 * X_9 * X_{10} \end{aligned} \quad (10)$$

جدول ۶. پارامترهای الگوریتم ژنتیک

نرخ جهش	نرخ تقاطع	اندازه جمعیت
۰/۰۱	۰/۹	۱۰۰

با تنظیم پارامترهای الگوریتم ژنتیک در مدل ساخته شده، این مدل ابتدا با در نظر گیری $P = 1$ (در تابع LP-Metric) برای اوزان مختلف توابع هدف حل شده است که نتایج آن به شرح جدول ۷ می‌باشد.

از الگوریتم ژنتیک حل شده است. جهت حل این مسئله، مدل فوق در نرم افزار MATLAB کد نویسی شده است. یکی از موارد مهم در حل مسائل توسط الگوریتم ژنتیک، تنظیم پارامترهای این الگوریتم نظیر اندازه جمعیت، نرخ تقاطع و نرخ جهش است. به طور کلی اذعان می‌شود که تنظیم پارامترهای الگوریتم ژنتیک بیشتر مبتنی بر مشاهدات تجربی تحلیلگر با توجه به میزان تغییر پذیری مسئله است [۲۷]. جهت تنظیم پارامترها در این مسئله از طرح‌های موجود در تحقیقات پیشین در زمینه الگوریتم ژنتیک استفاده شده است [۲۸] و [۲۹] و [۳۰] که مطابق با جدول ۶ است.

جدول ۷. نتایج حل مسئله با در نظر گیری $P=1$

P=1									
W_1	۰/۹	۰/۸	۰/۷	۰/۶	۰/۵	۰/۴	۰/۳	۰/۲	۰/۱
W_2	۰/۱	۰/۲	۰/۳	۰/۴	۰/۵	۰/۶	۰/۷	۰/۸	۰/۹
X_1 کد شده	۰/۶۵۶۱	۰/۵۳۴	۰/۴۳	۰/۰۰۰۰۲	-۰/۴	-۰/۹۴	-۰/۹۷	-۱	-۱
کد نشده	۵۰	۴۶	۴۳	۸۰	۱۸	۲	۱	۰	۰
X_2 کد شده	۰/۹۸۹۹	۰/۹۶۴	۰/۷۶۷	۰/۴۸۶	-۰/۰۷	-۰/۹۲	-۱	-۰/۹۶	-۰/۹۶
کد نشده	۴۰	۳۹	۳۵	۳۰	۱۹	۲	۰	۱	۱
X_3 کد شده	۰/۹۳۲۶	۰/۹۳۹	۰/۹۳۴	۰/۹۷۵	۰/۸۵۴	۰/۶۳	۰	-۰/۶	-۰/۹۹
کد نشده	۶۸	۶۸	۶۸	۶۹	۶۵	۵۷	۳۵	۱۴	۰
X_4 کد شده	-۰/۹۸۵	-۱	-۰/۹۷	-۰/۹۹	-۱	-۰/۹۸	-۱	-۰/۹۸	-۰/۹۵
کد نشده	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰
X_5 کد شده	-۰/۹۴۷	-۱	-۱	-۰/۹۸	-۰/۹۷	-۰/۹۸	-۱	-۰/۹۸	-۱
کد نشده	۲	۰	۰	۱	۱	۱	۰	۱	۰
X_6 کد شده	۰/۹۸۶۹	۰/۹۹۷	۰/۹۹۷	-۰/۹۹	-۱	-۱	-۰/۹۸	-۰/۹۹	-۱
کد نشده	۷۹	۸۰	۸۰	۰	۰	۰	۱	۰	۰
X_7 کد شده	-۰/۱۸۴	-۰/۶۸	-۰/۹۸	-۰/۸۷	-۱	-۱	-۰/۹۹	-۰/۹۱	-۱
کد نشده	۴۱	۱۶	۱	۶	۰	۰	۰	۵	۰
X_8 کد شده	۰/۹۹۵۱	۰/۹۹۷	۱	۰/۹۹۸	۰/۶۲۶	-۰/۰۷	-۱	-۱	-۰/۹۷
کد نشده	۳۰	۳۰	۳۰	۳۰	۲۴	۱۴	۰	۰	۰
X_9 کد شده	۰/۲۹۶۱	۰/۲۳۴	۰/۱۳۶	۰/۰۸۸	-۰/۰۴	-۰/۱۷	-۰/۳۸	-۱	-۰/۹۹
کد نشده	۲۶	۲۵	۲۳	۲۲	۱۹	۱۷	۱۲	۰	۰
X_{10} کد شده	۰/۹۹۴۶	۰/۹۸۹	۰/۹۸۷	۰/۶۶۱	۰/۳۵۷	-۰/۱۸	-۰/۹۳	-۰/۹۵	-۰/۹۸
کد نشده	۵۰	۵۰	۵۰	۴۲	۳۴	۲۰	۲	۱	۱
LP-Metric تابع هدف	۰/۰۷۵۳	۰/۱۴۱	۰/۲۰۲	۰/۲۴۹	۰/۲۷۷	۰/۲۷۷	۰/۲۴۴	۰/۱۸۱	۰/۰۹۴
تابع هدف خروجی خط	۷۶۳۲	۷۵۷۵	۷۴۶۵	۶۷۳۱	۵۹۴۵	۴۲۵۷	۱۹۲۳	۳۱۳	۵۲۵
تابع هدف حجم کل بافرها	۳۸۶	۳۵۴	۳۳۰	۲۳۰	۱۸۰	۱۱۳	۵۱	۲۲	۲

تولید پیاده کنند. W_1 نشان دهنده اهمیت تابع هدف اول (خروجی خط) و W_2 نشان دهنده اهمیت تابع هدف دوم (حجم کل بافرها) می‌باشد. در جدول فوق برای هر یک از حل‌های صورت گرفته (با در نظر گیری اوزان مختلف)، جواب‌ها به دو

جدول ۷ نتایج حل مسئله را با در نظر گیری $P = 1$ نشان می‌دهد. این مسئله برای اوزان مختلف توابع هدف حل شده است و تصمیم گیرندگان با توجه به میزان اهمیتی که به دو تابع می‌دهند، می‌توانند هر یک از حل‌ها را انتخاب کرده و در سیستم

صورت کد شده و کد نشده ارائه شده است. لازم به توضیح است که جواب‌های کد شده با استفاده از رابطه ۹ به صورت کد نشده تبدیل شده‌اند که ارقام کد نشده، نشان دهنده میزان حجم بافر های تخصیص یافته (جواب اصلی مسئله) می‌باشند.

برای مثال اگر تصمیم گیرنده، ۷۰ درصد اهمیت تصمیم گیری را به حداکثر کردن خروجی خط و ۳۰ درصد اهمیت تصمیم گیری را به حداقل کردن میزان بافرها اختصاص دهد، بهترین جواب عبارت است از $X_1=43, X_2=35, X_3=68, X_4=0, X_5=0$.

این جواب، میزان خروجی خط ۷۴۶۵ و میزان کل بافرها، ۳۳۰ خواهد بود. با توجه به اینکه متدولوژی حاضر در پی تولید جواب‌های غیر مسلط است که تصمیم گیرندگان بتوانند از بین آن‌ها به انتخاب جواب مناسب برسند، مدل ریاضی مسئله، مجدداً با در نظر گیری $P=2$ حل شده است تا دسته ای جواب دیگر ایجاد شود. نتایج حل مسئله در جدول ۸ قابل مشاهده است.

جدول ۸. نتایج حل مسئله با در نظر گیری $P=2$

P=2									
W_1		۰/۹	۰/۸	۰/۷	۰/۶	۰/۵	۰/۴	۰/۳	۰/۲
W_2		۰/۱	۰/۲	۰/۳	۰/۴	۰/۵	۰/۶	۰/۷	۰/۸
X_1	کد شده	۰/۴۸۷۲	۰/۰۷۷	-۰/۰۴	-۰/۵۱	-۰/۶۲	-۰/۹۲	-۰/۹۹	-۰/۹۸
	کد نشده	۴۵	۳۲	۲۹	۱۵	۱۱	۲	۰	۲
X_2	کد شده	۰/۸۸۲۷	۰/۰۷۹	۰/۳۲۴	-۰/۰۳	-۰/۵۵	-۰/۹۱	-۱	-۰/۹۸
	کد نشده	۳۸	۳۶	۲۶	۱۹	۹	۲	۰	۱
X_3	کد شده	۰/۹۱۷۷	۰/۹۹۴	۰/۹۹۶	۰/۹۷۹	۰/۸	۰/۷	۰/۳۱۲	-۰/۰۴
	کد نشده	۶۷	۷۰	۷۰	۶۹	۶۳	۶۰	۴۶	۳۴
X_4	کد شده	-۰/۹۸۵	-۰/۹۹	-۰/۹۹	-۰/۹۸	-۱	-۰/۹	-۰/۹۸	-۰/۹۹
	کد نشده	۰	۰	۰	۰	۱	۰	۰	۰
X_5	کد شده	-۰/۹۹۳	-۰/۹۹	-۱	-۱	-۱	-۱	-۰/۹۷	-۱
	کد نشده	۰	۰	۰	۰	۰	۱	۰	۰
X_6	کد شده	۰/۹۸۳۳	-۰/۹۹	-۰/۹۹	-۰/۹۸	-۱	-۰/۹۹	-۱	-۱
	کد نشده	۷۹	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۲
X_7	کد شده	-۰/۹۷۸	-۰/۲	-۰/۹۵	-۱	-۰/۹۹	-۱	-۰/۹۸	-۰/۹۹
	کد نشده	۱	۴۰	۳	۰	۱	۰	۱	۰
X_8	کد شده	۰/۹۹۹۴	۰/۹۸۹	۰/۹۳۳	۰/۶۵	۰/۲۹۴	-۰/۰۲	-۰/۵	-۰/۹۷
	کد نشده	۳۰	۳۰	۲۹	۲۵	۱۹	۱۵	۸	۱
X_9	کد شده	۰/۱۵۷۳	۰/۱۸۷	۰/۰۸۵	۰/۰۹۸	-۰/۰۹	-۰/۲۵	-۰/۱۵	-۰/۶۳
	کد نشده	۲۳	۲۴	۲۲	۲۲	۱۸	۱۵	۱۷	۷
X_{10}	کد شده	۰/۹۷۴۲	۰/۸۳۴	۰/۶۱۴	۰/۳۲۳	۰/۱۷۳	-۰/۱۲	-۰/۶۶	-۰/۷۳
	کد نشده	۴۹	۴۶	۴۰	۳۳	۲۹	۲۲	۹	۷
LP-Metric تابع هدف		۰/۰۶۵۳	۰/۱۱۸	۰/۱۵۷	۰/۱۸۴	۰/۱۹۸	۰/۱۹۷	۰/۱۷۸	۰/۱۴۱
تابع هدف خروجی خط		۷۴۹۱	۷۱۰۸	۶۶۰۳	۶۰۳۳	۵۲۶۳	۴۳۶۷	۳۲۱۷	۱۸۶۱
تابع هدف حجم کل بافرها		۳۳۲	۲۷۸	۲۱۹	۱۸۴	۱۵۰	۱۱۷	۸۲	۵۰

اشکال ۸ الی ۲۵، حل مسئله توسط الگوریتم ژنتیک با استفاده از نرم افزار MATLAB را برای جداول ۷ و ۸ نشان می‌دهد. در قسمت بالای هر یک از اشکال، مقدار تابع هدف LP-Metric مشاهده می‌شود. جهت سنجش اعتبار مدل، از شاخصی که

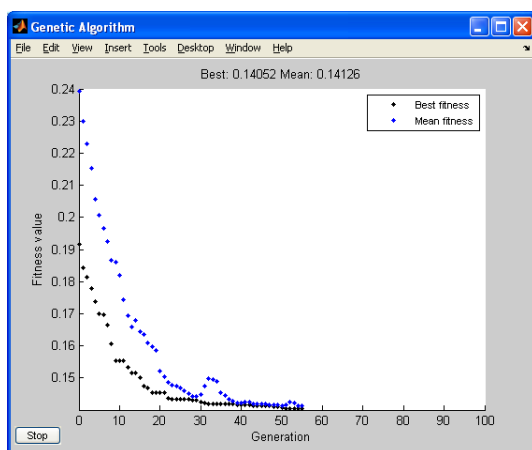
دوریکس و پیروال [۳۱] برای بررسی اعتبار متامدل های شبیه سازی معرفی کرده‌اند استفاده شده است. به این صورت که مدل شبیه سازی می‌بایست به لحاظ ساختاری و تطابق با واقعیتی که شبیه سازی شده است بررسی و تا حد امکان به واقعیت نزدیک تر

سازی و متامدل محاسبه می‌شود که مقدار این شاخص باید کمتر یا مساوی ۳ باشد.

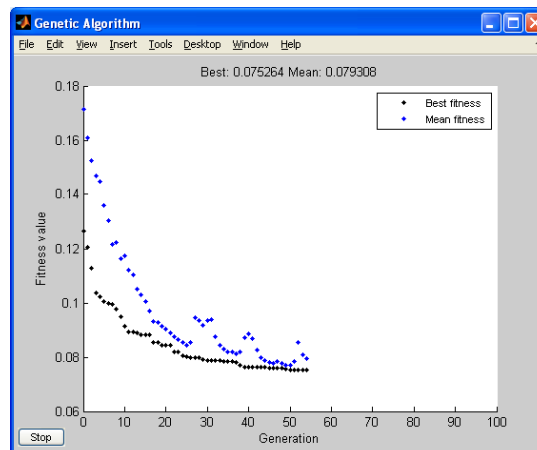
Mean absolute error=

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{100 * |\text{meta model output}_i - \text{simulation output}_i|}{\text{simulation output}_i} \quad (13)$$

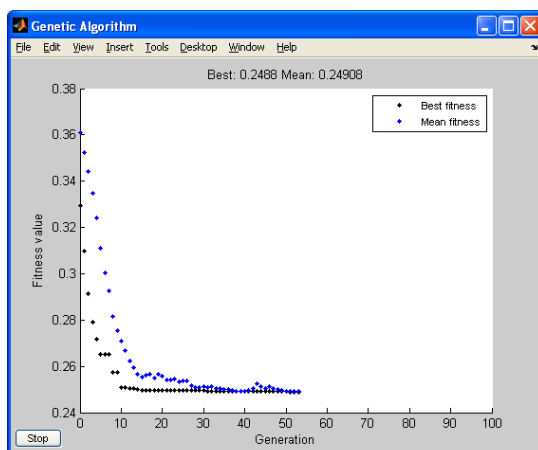
شود، سپس ۱۰ ترکیب (n) از اندازه عوامل (در این مسئله بافرها) به صورت تصادفی انتخاب شده و نرخ خروجی حاصل از این ترکیب‌ها با استفاده از شبیه سازی (simulation output) و متامدل (meta model output) محاسبه می‌شود. سپس شاخص میانگین قدر مطلق خطا (رابطه ۱۳) به منظور مقایسه نتایج شبیه



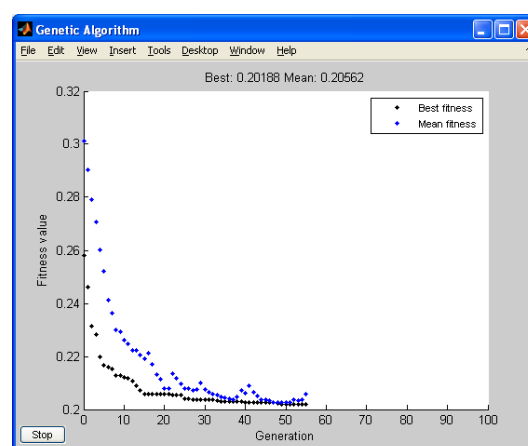
شکل ۸. $W_1=0.8, W_2=0.2, (P=1)$



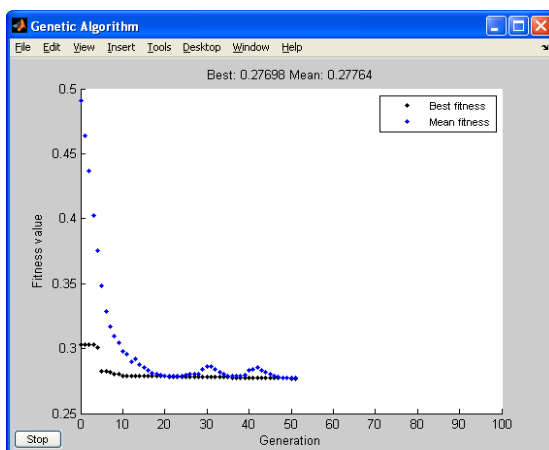
شکل ۸. $W_1=0.9, W_2=0.1, (P=1)$



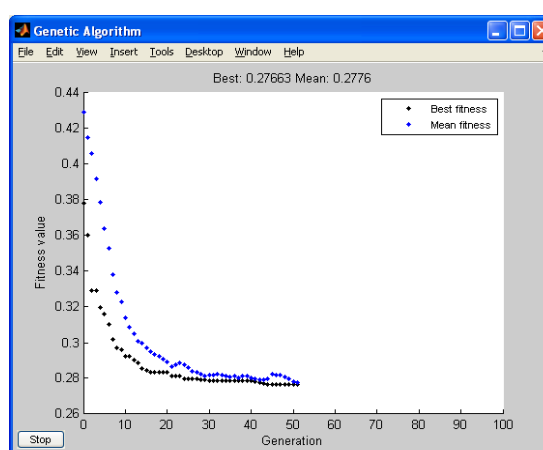
شکل ۸. $W_1=0.6, W_2=0.4, (P=1)$



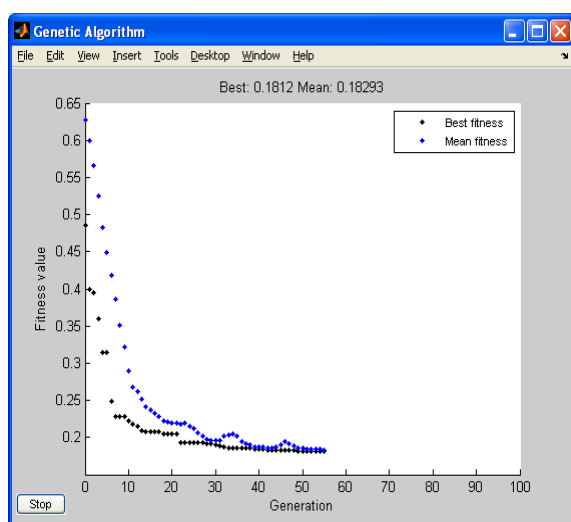
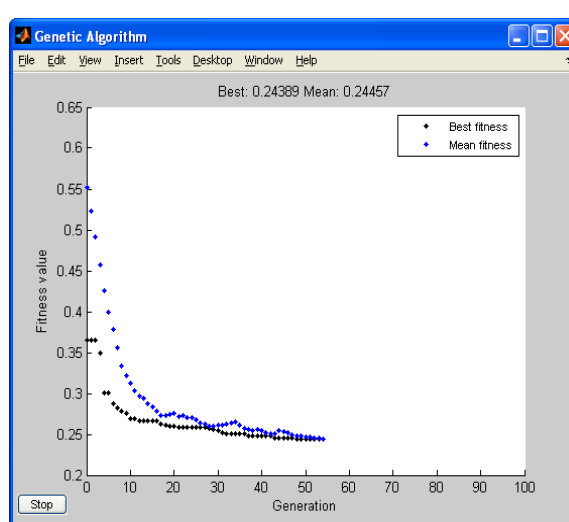
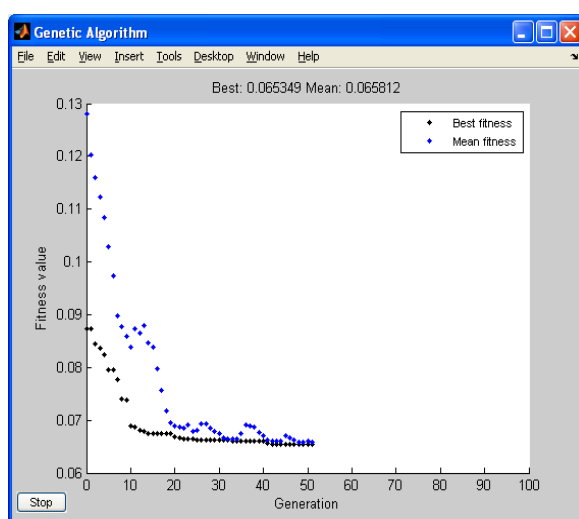
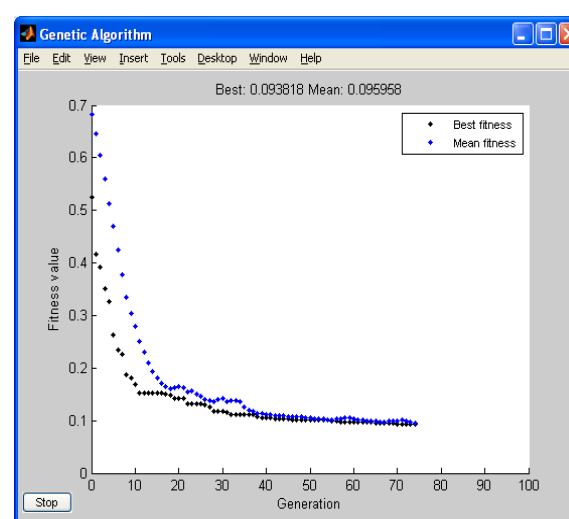
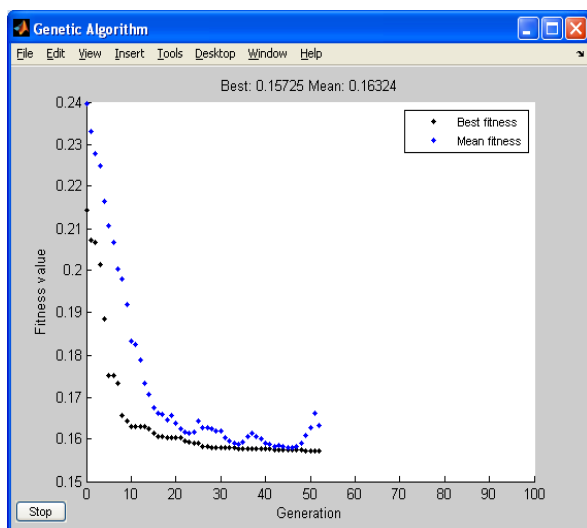
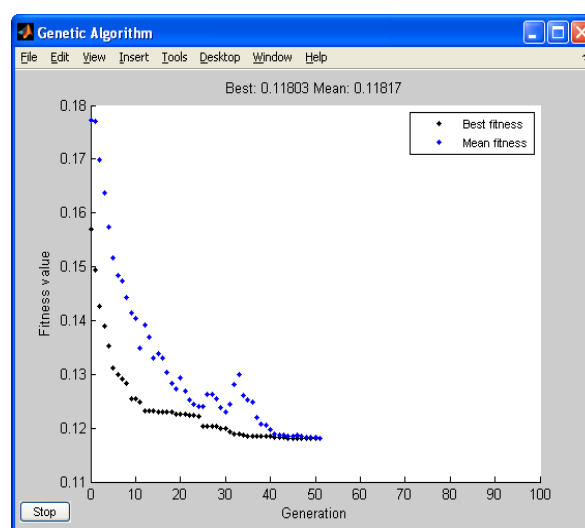
شکل ۸. $W_1=0.7, W_2=0.3, (P=1)$

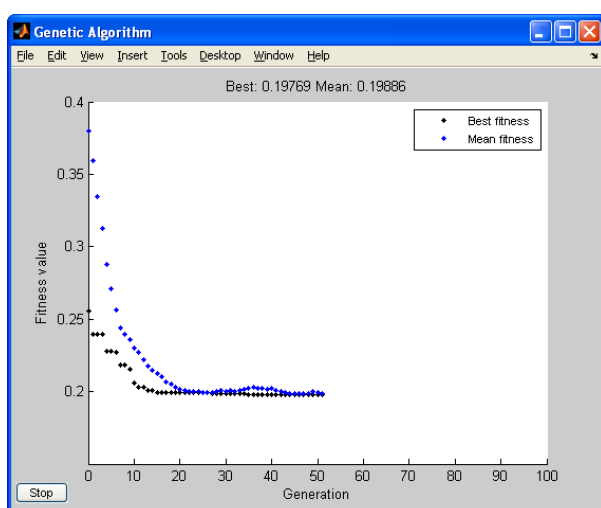


شکل ۸. $W_1=0.4, W_2=0.6, (P=1)$

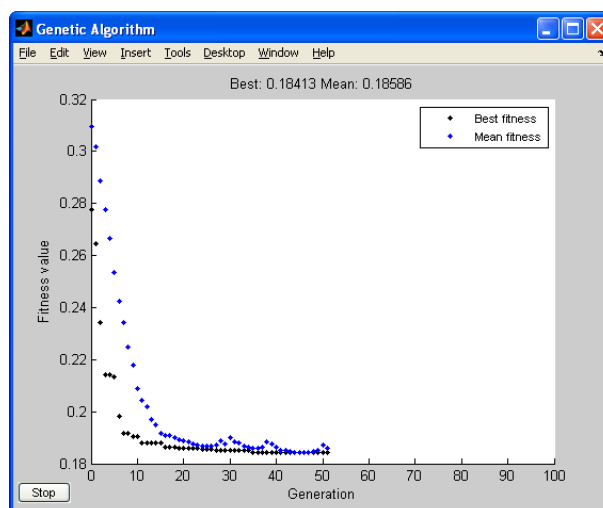


شکل ۸. $W_1=0.5, W_2=0.5, (P=1)$

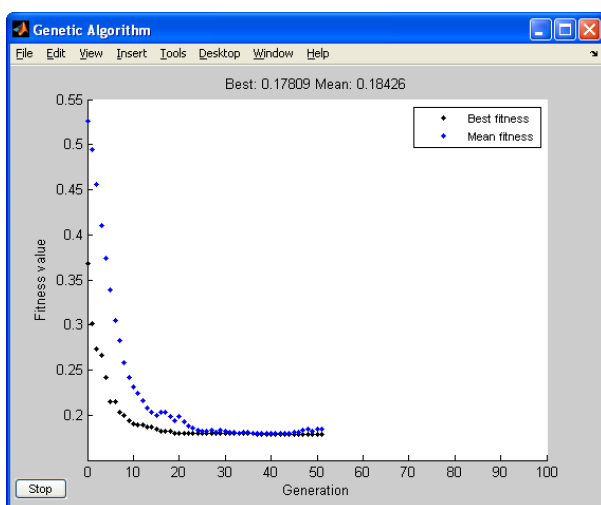
شکل ۸. $w_1=0.5, w_2=0.8, (P=1)$ شکل ۸. $w_1=0.3, w_2=0.7, (P=1)$ شکل ۸. $w_1=0.9, w_2=0.1, (P=2)$ شکل ۸. $w_1=0.1, w_2=0.9, (P=1)$ شکل ۸. $w_1=0.7, w_2=0.3, (P=2)$ شکل ۸. $w_1=0.8, w_2=0.2, (P=2)$



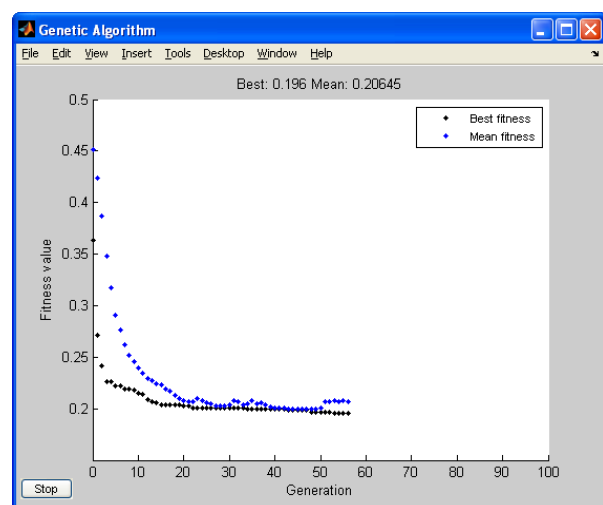
شکل ۸. $w_1=0.5, w_2=0.5$ ($P=2$)



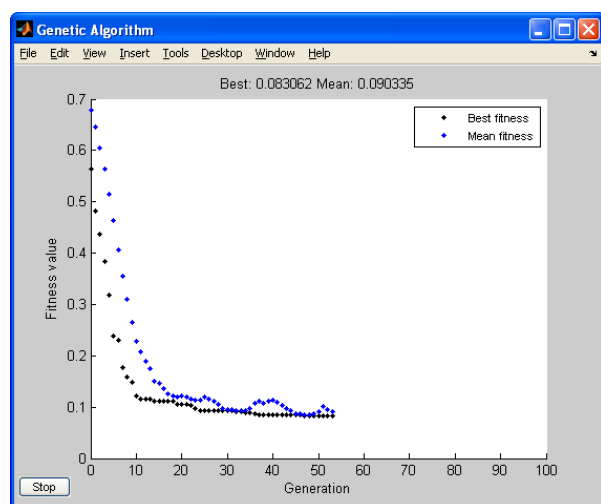
شکل ۸. $w_1=0.6, w_2=0.4$ ($P=2$)



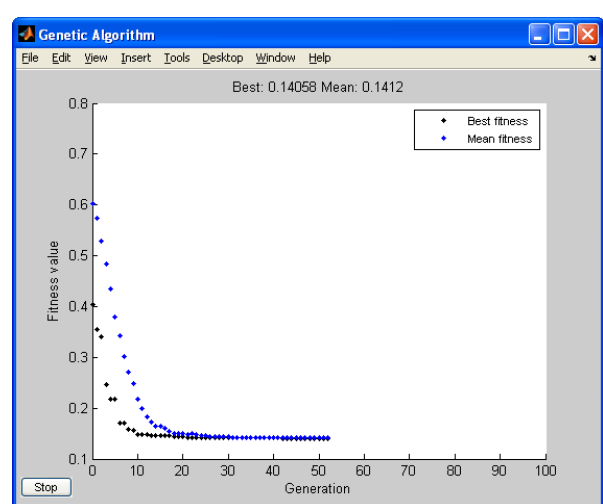
شکل ۸. $w_1=0.3, w_2=0.7$ ($P=2$)



شکل ۸. $w_1=0.4, w_2=0.6$ ($P=2$)



شکل ۸. $w_1=0.1, w_2=0.9$ ($P=2$)



شکل ۸. $w_1=0.2, w_2=0.8$ ($P=2$)

مراجع

- [1] Dallery Y., Greshwin, S.B., "Manufacturing Flow Line Systems: A Review of M and Analytical results: Queuing Systems Theory and Applications", special issue on queuing models of manufacturing systems, Vol. 12, No. (1-2), 1992, pp. 3-94.
- [2] Greshwin S.B., Schor J.E., "Efficient Algorithms for Buffer Space Allocation", Operations research, Vol 93, No. 3, 2000, pp. 117 – 144.
- [3] Smith J., Cruz F., "The Buffer Allocation Problem for General Finite Buffer Queuing Networks", IIE Transactions, Vol37, No.4, 2005, pp. 343-365.
- [4] Vidalis M.I., Papadopoulos C.T., Heavey C., "On the Workload and 'Phaseload' Allocation Problems of Short Reliable Production lines with Finite Buffers", Computers & Industrial Engineering Vol. 48, No.4, 2005, pp. 825–837.
- [5] Nahas N., Nourelfath M., Ait-Kadi D., "Ant Colonies for Structure Optimization in a Failure Prone Series – Parallel Production System. Journal of Quality in Maintenance Engineering", Vol. 14. No. 1, 2008, pp. 140-154.
- [6] Massim, Y., Yalaouib, F., Amodeob, L., Chateletc, E., Zeblaha, A., "Efficient Combined Immune-Decomposition Algorithm for Optimal Buffer Allocation in Production Lines for Throughput and Profit Maximization", Computers & Operations Research Vol. 37, No. 4, 2010, pp. 611 – 620.
- [7] Shi C., Gershwin S., "An Efficient Buffer Design Algorithm for Production Line Profit Maximization", International journal of Production Economics, Vol. 122, No. 2, 2009, pp. 725–740.
- [8] Alexandros D., Chrissoleon P., "Exact Analysis of a Two-Workstation One-Buffer Flow Line with Parallel Unreliable Machines", European Journal of Operational Research, Vol. 197, No. 2, 2009, pp. 572–580.
- [9] Battini D., Persona A., Regattieri A., "Buffer Size Design Linked to Reliability Performance: A Simulative Study", Computers & Industrial Engineering, Vol. 56, No.3, 2009, pp. 1633–1641.
- [10] Nahas N., Ait-Kadi D., Nourelfath M., "A New Approach for Buffer Allocation in Unreliable Production Lines", International journal of Production Economics Vol. 103, No. 2, 2006, pp. 873–881.
- [11] Han M., Park D., "Optimal Buffer Allocation of Serial Production Lines with Quality Inspection Machines", Computers & industrial engineering Vol. 42, No. 2, 2002, pp. 75 – 89.
- [12] Spinellis D., Papadopoulos C., "A Simulated Annealing Approach for Buffer Allocation in

در این مسئله با انتخاب ۱۰ ترکیب تصادفی از بافرها و محاسبه شاخص میانگین قدر مطلق خطا، این مقدار ۲،۸۴ بدست آمده که نشان دهنده اعتبار مناسب مدل می‌باشد.

۵. نتیجه گیری

در خطوط تولید و مونتاژ گسسته پیشامد، همچنان که میزان ظرفیت موجودی‌های بافر بین ایستگاه‌ها افزایش می‌یابد، نرخ تولید خط نیز متقابلاً افزایش خواهد یافت اما به قیمت اینکه سازمان هزینه‌های موجودی بیشتری را متحمل خواهد شد. در این مقاله یک متدولوژی جهت تعیین ظرفیت بهینه موجودی‌های بافر در خطوط تولید و مونتاژ گسسته پیشامد ارائه شد به نحوی که متدولوژی حاضر با در نظر گیری دو تابع هدف حداکثر کردن نرخ تولید و حداقل کردن میزان کل بافرها در خط تولید، به ارائه راه حل بهینه (یا نزدیک بهینه) می‌پردازد.

در این متدولوژی فرض می‌شود که مدت زمان خدمت دهی هر ایستگاه، مدت زمان بین خرابی و از کارافتادگی ماشین آلات و مدت زمان تعمیر ماشین آلات می‌تواند قطعی یا غیر قطعی بوده و در صورت غیر قطعی بودن می‌تواند از هر تابع توزیعی (نرمال، نمایی، گاما و غیره) پیروی کند.

متدولوژی پیشنهادی خط تولید را به صورت یک شبکه صف در نظر گرفته و با توجه به اینکه زمان‌های ذکر شده می‌تواند غیر قطعی و پیرو توابع توزیع عمومی باشند، جهت تجزیه و تحلیل، از شبیه سازی این شبکه صف بهره می‌برد.

این متدولوژی با استفاده از متدولوژی سطح پاسخ، به تجزیه و تحلیل خروجی خط در شرایط مختلف میزان بافرها پرداخته و در نهایت پس از ایجاد مدل ریاضی بهینه سازی، با توجه به غیر خطی بودن تابع هدف اصلی و چندهدفه بودن مسئله، با استفاده از الگوریتم ژنتیک، به حل مسئله و تعیین میزان بهینه (یا نزدیک بهینه) هر بافر می‌پردازد.

مقاله حاضر به ارائه مدلی جهت بررسی خطوط تولید تک محصولی پرداخت که پیشنهاد می‌شود محققین در مورد خطوط تولید چند محصولی مطالعه کنند. همچنین پیشنهاد می‌شود که بررسی این مسئله برای سیستم‌های تولید کارگاهی، سلولی و غیره نیز بررسی شده و مدل‌های مناسب هر سیستم طراحی شود. در نهایت پیشنهاد می‌شود که روش‌های فرا ابتکاری دیگر و روش‌های غیر خطی جهت این مسئله استفاده شده و نتایج با نتایج این مسئله مقایسه شود.

- Sciences 24 Part 4-5, 1999, pp. 293-315.
- [27] Elegbede, C., Adjallah, K., "Availability Allocation to Repairable Systems with Genetic Algorithms: a Multi-Objective Formulation", Reliability Engineering and System Safety Vol. 82, No. 3, 2003, pp. 319-330.
- [28] Gen, M., Cheng R., "Optimal Design of System Reliability using Interval Programming and Genetic Algorithms", Computers and Industrial Engineering, Vol. 31 No. 1-2, 1996, PP. 237-240.
- [29] Yang, J., Hwang, M., Sung, T., Jin, Y., "Application of Genetic Algorithm for Reliability Allocation in Nuclear Power Plants", Reliability Engineering and System Safety, Vol. 65, No. 3, 2000, pp. 229-238.
- [30] Yokota, T., Gen, M., Li, Y., "Genetic Algorithm for Non-Linear mixed Integer Programming Problems and its Applications", Computers and Industrial Engineering, Vol. 30, No. 4, 1996, 905-917.
- [31] Durieux, S., Pierreval, H., "Regression Meta-Modeling for the Design of Automated Manufacturing System Composed of Parallel Parallel Machines Sharing a Material Handling Resource", International journal of production economics, Vol. 25, No.3, 2003, 1-10.
- Reliable Production Lines", Annals of Operations Research, Vol. 93, No.2, 2000, pp. 373-84.
- [13] Manitz, M., "Queuing Model Based Analysis of Assembly Lines with Finite Buffers and General Services Times", Computers & Operations Research, Vol. 35, No. 8, 2008, pp. 2520 - 2536.
- [14] Huang, M., Chang, P., Chou, Y., "Buffer Allocation in Flow - Shop - Type Orodution System with General Arrival and Service Oatterns", Computers & Operations Research, Vol. 29, No. 2, 2002, pp. 103-121.
- [15] Abdul - Kader, W., "Capacity Improvement of an Unreliable Production line - an Analytical Approach", Computers & Operations Research Vol. 33, No. 3, 2006, pp. 1695-1712.
- [16] Chen, J., Askin, R., "Throughput Maximization in Serial Production Lines with Worksharing", International journal of Production Economics, Vol. 99, No. 2, 2006, pp. 88-101.
- [17] Drobouchevitch, I., Geismar, H., Sriskandarajah, C., "Throughput Optimization in Robotic Cells with Input and Output Machine Buffers: A Comparative study of Two Key Models", European Journal of Operational Research, Vol. 206, Vo. 2, 2010, pp. 623-633.
- [18] Montgomery, D.C., *Design and Analysis of Experiments*, John Wiley and Sons, 2001.
- [19] Box, G.E., Wilson, K.B., "On the Experimental Attainment of Optimum", Journal of the royal statistical society, Vol. 13, No. 2, 1951, pp. 1 - 38.
- [20] Branke J., Deb K., Meittinen K., & Slowinsky R., *Multiobjective Optimization, Interactive and Evolutionary Approaches*, Springer, 2008.
- [21] Yu, P., "A Class of Solutions for Group Decision Problems", Management Science Vol. 19, No. 8, 1973, pp. 936-946.
- [22] Zeleny, M., *Multiple Criteria Decision Making*, McGraw-Hill, 1982.
- [23] Holland J., *Adaptation in Natural and Artificial Systems*, Michigan, 1975.
- [24] Fuhner, T., Jung, T., "Use of Genetic Algorithms for the Development and Optimization of Crystal Growth Processes", Journal of Crystal Growth, Vol. 266, No. 1-3, 2004, pp. 229-238.
- [25] Deb, K., "Genetic Algorithm in Search and Optimization: the Technique and Applications", In Proceeding of the International Workshop on Soft Computing and Intelligent Systems, Machine Intelligence unit 1998, pp. 58-87.
- [26] Deb, K., "An Introduction to Genetic Algorithms", In Sadhana-Academy Proceedings in Engineering