نشریه بین المللی مهندسی صنایع و مدیریت تولید تابستان ۱۳۸۸- صفحه ۱۰-۱

شماره ۲، جلد ۲۰، تابستان ۱۳۸۸

نشریه بین المللی مهندسی صنایع و مدیریت تولید

نشریه بین المللی مهندسی صنایع و مدیریت تولید
دانشگاه علم و صنعت ایران

ISSN: 2008-4870

Journal Website: http://IJIEPM.iust.ac.ir/

UTILIZATION OF SIMULATED ANNEALING IN OPTIMIZATION OF A MULTI-PRODUCT INVENTORY CONTROL MODEL WITH STOCHASTIC REPLENISHMENT AND SPACE CONSTRAINT

A. Taleizadeh, M.B.Gh. Aryanezhad* & A. Makoee

Ata Allah Taleizadeh, *Ph.D. Student, Industrial Engineering Department, Iran University of Science & Technology*
M.B.Gh. Aryanezhad, *Professor, Industrial Engineering Department, Iran University of Science & Technology*
A. Makoee., *Assistant Professor, Industrial Engineering Department, Iran University of Science & Technology.*

Keywords

Inventory Control, Stochastic Replenishment, Integer nonlinear programming, Simulated Annealing

ABSTRACT

In this paper a multi-period inventory control problem will be analyzed. Periodic replenishment will happen totally stochastic and also the periods between two replenishments are independent and identically distributed random variables .indeed producer is encountered with customer in stochastic time. Also the decision variable has been chosen as an integer. In first model shortage will be back ordered and in second model shortage will be lost sale. Finally in third model combination of them will be considered. Three main specifications of the model which has led to be new are the stochastic period length, being multi-product and multi-constraint and the fact that the decision variables are integer. As this condition is deployed simultaneously therefore the created model is different from other models in the periodic review literature. The model of this problem is an integer nonlinear programming. Also for solving the model, the Simulated Annealing is used and for analyzing the output of the algorithms a numerical example will be exhibited.

© (نشریه بین المللی مهندسی صنایع و مدیریت تولید) شماره ۲، جلد ۲۰، ۱۳۸۸

کاربرد شبیه سازی تبرید در بهینه سازی یک مدل کنترل موجودی چند محصولی همراه با محدودیت فضا و بازپرسازی تصادفی

عطا الله طالعی زاده، میربهادرقلی آریانژاد و احمد ماکویی

کلمات کلیدی

کنترل موجودی،
بازپرسازی تصادفی،
برنامه‌ریزی غیرخطی
عدد صحیح،
شبیه‌سازی تبرید

چکیده:

در این مقاله یک مسئله کنترل موجودی چند دوره‌ای که در آن فاصلهٔ زمانی بین دو بازپرسازی متغیرهای تصادفی مستقل و هم‌توزیع هستند مورد بررسی قرار می گیرد. در حقیقت تولید کننده با خریدار در زمانی کاملاً تصادفی رودررو می‌شود. دیگر فرض حاکم بر مسئله وجود محدودیت فضا بوده و متغیر تصمیم نیز عدد صحیح در نظر گرفته شده است. سه مدل ارائه شده است که در مدل اول کل کمبود به حالت پس‌افت در می آید. در مدل دوم کل کمبود فروش از دست رفته شده و در مدل سوم

تاریخ وصول: ۸۶/۱۰/۱۲

تاریخ تصویب: ۸۸/۱/۲۴

عطاءاله طالعی‌زاده، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه علم و صنعت ایران، ata.taleizadeh@gmail.com

دکتر میربهادرقلی آریانژاد، استاد دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه علم و صنعت ایران، Mirarya@iust.ac.ir

دکتر احمد ماکویی، استادیار دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه علم و صنعت ایران، amakui@iust.ac.ir

[Downloaded from ijiepm.iust.ac.ir on 2026-11-02]

که ترکیبی از مدلهای اول و دوم است درصدی از کمبود حالت پس افت یافته و درصد باقی مانده نیز، فروش از دست رفته خواهد شد. سه خصوصیت اصلی مدل که منجر به جدید بودن مدل شده است تصادفی بودن طول دوره، چند محصولی و محدودیت دار بودن مدل و عدد صحیح بودن متغیر های تصمیم هستند. به عنوان نمونه، مدل سوم با فرض یکنواخت بودن طول دوره بازپرسازی بازنویسی شده و مدل به دست آمده نیز یک مسئله برنامه‌ریزی غیرخطی عدد صحیح است. همچنین برای حل مدل از شبیه سازی تبرید استفاده می‌شود و برای توضیح کارکرد الگوریتم نیز یک مثال عددی ارائه شده است.

۱. مقدمه

مدل‌های چند پریودی کنترل موجودی به طور گسترده‌ای در زمینه‌های مختلف برای تولید و فروش مورد استفاده قرار می‌گیرند. از طرفی یکسری فرضیات این مدل‌ها در آغاز سبب شده تا در واقعیت امکان به کارگیری و استفاده صحیح از آن‌ها فراهم نشود. لذا برای به کارگیری آن‌ها باید سعی در کنار گذاشتن آن‌ها نمود و توسعه‌هایی جهت به کارگیری واقعی آن‌ها در عمل صورت داد. زمینه اصلی تحقیق در مورد کنترل موجودی، سیاست مرور پیوسته [1] و مرور دوره‌ای [2] است که سیاست مرور پیوسته می‌تواند با آزادی عمل خود در هر لحظه از زمان با توجه به موجودی در دست اقدام به بازپرسازی نماید، در حالیکه در سیاست مرور دوره‌ای فقط در زمان‌های خاص مجاز به انجام این کار هستیم. طی سالیان اخیر مسایل کنترل موجودی چند پریودی در زمینه‌های متفاوتی بخصوص زنجیره تأمین [3] بر اساس فرضیات و شرایط گوناگون مورد تحقیق و کندوکاو قرار گرفته‌اند.

در اکثر مطالعات صورت گرفته محدودیت‌های موجود در دنیای واقعی به طور کامل در مقالات لحاظ نشده‌اند و توجه بیشتر بر روی تصادفی بودن مدت تحویل [4] و تقاضا به صورت مجزا بوده است. از طرفی در هر یک از حالات عنوان شده بعضاً نیز در مقالات، محدودیت‌هایی را لحاظ کرده‌اند یا در پاره‌ای از موارد بدون در نظر گرفتن محدودیت‌هایی نظیر، بودجه و فضا، متغیر تصمیم را عدد صحیح فرض کرده‌اند. در مقالات فراوانی بحث بازپرسازی توأم [5] نیز مدنظر قرار گرفته است که در کل نمونه‌هایی از این تحقیقات در زمینه مرور دوره ای و بازپرسازی به صورت زیر بیان می‌شوند.

Chiang [۱] یک مدل مرور دوره‌ای را مد نظر قرار داده که طول دوره نسبتاً بلند است. هزینه‌های مسئله هزینه خرید، نگهداری و ثابت سفارش‌دهی بوده و ضمناً در مسئله تخفیف را در نظر گرفته است. نکته حائز اهمیت لحاظ کردن سفارش اضطراری برای پرهیز از کمبود می‌باشد که با هزینه‌ای بیشتر از حالت عادی اقدام به بازپرسازی می‌شود. ضمناً در این مقاله از برنامه‌ریزی پویا استفاده شده است. اسماعیل محبی و همکارانش [۲] روی یک سیستم موجودی با مرور دوره‌ای و بازپرسازی چندگانه و تحویل چند مرحله‌ای تحقیق نموده‌اند. ایشان تقاضا را گسسته فرض کرده که از توزیع پواسون [6] تبعیت می‌نماید و کمبود مجاز بوده و سیاست فروش از دست رفته [7] در آن به کار گرفته شده است. Feng و همکارش [۳] بر روی یک مدل (R, nT) تحقیقاتی انجام داده‌اند که تقاضای تصادفی در مرحله اول وارد سیستم می‌شود کل تقاضای ارضا نشده در مرحله دوم پس‌افت می‌شود. Ouyang و همکارش [۴] در مدل (R,T) طول دوره و مدت تحویل را متغیر تصمیم و تقاضا را یک متغیر تصادفی در نظر گرفته‌اند. ضمناً ایشان برای مدل خود محدودیت سطح خدمت [8] را نیز لحاظ کرده‌اند. اسماعیل محبی [۵] در یک سیستم موجودی با مرور پیوسته تقاضا را پواسون مرکب در نظر گرفته و مدت تحویل را نیز تصادفی فرض کرده‌است. Chiang [۶] یک مسئله مرور دوره‌ای را طی دو حالت کمبود پس‌افت و فروش از دست رفته مورد بررسی قرار داده و سیاست مورد استفاده (R,T) بوده است. Qu و همکارانش [۷] در یک سیستم کنترل موجودی با مرور دوره‌ای سیاست حمل و نقل یکپارچه موجودی را که متفاوت از سایر مقالات است مدنظر قرار می‌دهد. ایشان یک مدل چند محصولی که دارای چندین تأمین کننده است را همراه با تقاضای تصادفی در یک افق برنامه‌ریزی محدود طراحی نموده است. Eynan و همکارش [۸] بر روی یک سیستم مرور دوره‌ای فرض تقاضای تصادفی و هزینه انبارداری متغیر را مطرح ساخته‌اند که از جمله سایر فرضیات آن می‌توان به غیرصفر بودن مدت تحویل و لحاظ کردن موجودی اطمینان اشاره نمود. Bylka [۹] در یک مسئله کنترل موجودی با مرور دوره‌ای محدودیت میزان سفارش و محدودیت در میزان کمبود پس‌افت شده را مطرح می‌سازد که مدت تحویل ثابت و تقاضا تصادفی است و قصد دارد تا با بررسی تغییرات مدت تحویل و هزینه سفارش‌دهی زمان بهینه سفارش را مشخص سازد. Minner و همکارش [۱۰] در مورد تعیین زمان بازپرسازی و مقدار آن در یک مسئله چند محصولی در شرایطی که محدودیت فضا وجود دارد تحقیق کرده اند. ایشان فرض را بر این داشتند که تقاضا تصادفی بوده و طبق فرآیند پواسون صورت می گیرد. ضمنا مدت تحویل را صفر در نظر گرفتند و مسئله را در چارچوب فرآیند تصمیم گیری مارکوف [9] مورد بررسی قرار دادند. Goyal [۱۱] در یک مسئله بازپرسازی تعیین زمان بهینه انجام این کار را مد نظر قرار

[1] .Continues Review
[2]. Periodic Review
[3]. Supply Chain
[4]. Lead Time
[5]. Joint Replenishment Problem

[6]. Poisson
[7]. Lost Sale
[8]. Service Level
[9]. Markov

[Downloaded from ijiepm.iust.ac.ir on 2026-11-02]

داد. این کار در شرایطی صورت گرفت که افق برنامه ریزی محدود در نظر گرفته شد و تقاضا به صورت خطی کاهش می یافت. Yang و همکارش [۱۲] نیز همانند Goyal [۱۱] به دنبال تعیین زمان بهینه بازپرسازی بودند با این تفاوت که ایشان تقاضا را در طول افق برنامه ریزی به صورت تابعی غیر خطی فرض کردند. Yangو همکارش[۱۳] در یک مسئله بازپرسازی به دنبال تعیین مقدار بهینه آن بودند. ایشان در مدلی که ارائه کردند تقاضا را ثابت و افق برنامه ریزی را نامحدود در نظر گرفتند و فرض کردند که کمبود مجاز نیست.

Chengو همکارش [۱۴] به کمک روش ارزش فعلی[1] خالص اقدام به تعیین زمان و مقدار بهینه بازپرسازی نمودند. در مدل ایشان تقاضا تصادفی ، کمبود غیر مجاز، افق برنامه ریزی محدود و موجودی آغازین و پایانی صفر در نظر گرفته شدو از سیاست تخفیف زمانی نیز استفاده شده است. Tengو همکارانش [۱۵] در مدلی که ارائه دادند به دنبال تعیین زمان بهینه بازپرسازی و قیمت فروش بهینه بودند. ایشان تقاضا را به صورت تابعی نزولی از قیمت در نظر گرفته و کمبود را مجاز ندانستند.

Lida [۱۶] در مقاله خود با استفاده از سیاست مرور دوره ای بر اساس فرض تصادفی بودن تقاضا و ظرفیت تولید مدلی ارائه کرد که در آن به دنبال تعیین مقدار بهینه تولید بود. وی تقاضا و ظرفیت تولید را مستقل از هم ، مدت تحویل را صفر و کمبود را پس افت فرض نمود.

در این مقاله مدلی که ارائه شده است جدید بوده و توسعه مدل Ertogal و همکارش [۱۷] است. سه خصوصیت اصلی این مدل که آن را در حیطه مدل های مرور دوره ای متمایز می کند تصادفی بودن طول دوره، چند محصولی و محدودیت دار بودن مسئله و عدد صحیح بودن متغیر های تصمیم است. زیرا با در نظر گرفتن هر سه خصوصیت فوق به صورت توام برخی از فرضیات ساده سازی سایر مقالات کنار گذاشته شده اند. این در حالیست که Ertogal و همکارش [۱۷] مسئله را فقط در شرایط تصادفی بودن طول دوره بررسی کرده‌اند.

در بخش دوم صورت مسئله و فرضیات مطرح در مقاله بیان می‌شود. در قسمت سوم که بخش مدلسازی است ابتدا پارامترها و متغیرهای مسئله معرفی شده و مسئله در ابتدا برای حالت تک‌محصولی در سه حالت پس‌افت، فروش از دست‌رفته و حالت ترکیبی پس‌افت و فروش از دست رفته مدلسازی می‌شود. سپس به کمک آن‌ها مدل چند محصولی مورد نظر ساخته می‌شود و در نهایت در قسمت چهارم به شرح روش حل، شرایط و خواص آن می‌پردازیم. در قسمت پنجم روش حل را با یک مثال عددی بررسی می‌کنیم و نهایتاً در قسمت ششم یک جمع‌بندی از مقاله صورت می‌گیرد و پیشنهادات آتی مطرح می‌شود.

۲. تعریف مسئله

چارچوب اصلی مسئله مورد بررسی در این مقاله عبارتست از اینکه فروشنده‌ای برای سفارش یک دسته از محصولات خود با یک تولید کننده در ارتباط است و زمان بازپرسازی می‌تواند به صورت کاملاً تصادفی رخ دهد. در حقیقت طول دوره بازپرسازی یا سیکل سیستم کنترل موجودی کاملا تصادفی است. تصادفی بودن طول دوره کاملا مسئله مورد بحث را واقعی کرده که در بسیاری از صنایع از جمله صنایع انحصاری کاملا مشهود است. حتی در صنایع رقابتی نیز در بسیاری از موارد به علل مختلف طول دوره می‌تواند دستخوش نوسانات فراوانی قرار گیرد. کمبود مواد اولیه، فزونی عرضه بر تقاضا، رکود اقتصادی، بحرانهای اقتصادی و وقایع و حوادث طبیعی که بعضا منجر به افزایش یا کاهش تقاضا می شوند، همه و همه مواردی هستند که طول دوره بازپرسازی را تحت تاثیر قرار می دهند. این موضوع در مورد کالاهای وارداتی نیز صادق است. تحریم‌های اقتصادی کوتاه مدت، بحران های حاکم بر بازارهای داخلی و خارجی، مباحث مربوط به ترخیص کالا، گشایش اعتبار و بسیاری موارد دیگر هستند که منجر به تصادفی شدن زمان دریافت کالا و طول دوره بازپرسازی می شوند.

در حقیقت در این تحقیق با یک مدل کنترل موجودی دوره‌ای مواجه هستیم که در آن فاصله زمانی بین دوبار بازپرسازی یک متغیر تصادفی است که همگی مستقل و هم‌توزیع فرض می شوند. تقاضایی که به سیستم وارد می‌شود ثابت و مشخص است و ضمناً در صورت بروز کمبود (کمبود مجاز است) درصدی پس افت[2] و درصدی فروش از دست رفته می‌شود. هزینه‌های سیستم کنترل موجودی، شامل هزینه نگهداری، هزینه کمبود پس‌افت و فروش از دست‌رفته و هزینه خرید است. مدل چند محصولی بوده و محدودیت فضای انبار باید در مسئله در نظر گرفته شود. قرار است در هر سیکل سقف سطح موجودی (متغیر تصمیم R) به نحوی تعیین شود که سود حاصله ماکزیمم شود، با توجه به این موضوع که متغیرهای تصمیم عدد صحیح هستند.

به طور کلی فرضیات مسئله عبارتند از:

۱- فاصله زمانی بین بازپرسازی‌ها متغیرهای تصادفی مستقل و هم‌توزیع هستند.
۲- مسئله چند محصولی همراه با محدودیت فضا است.
۳- متغیرهای تصمیم عدد صحیح هستند.
۴- هزینه موجود در مسئله، هزینه نگهداری، کمبود و خرید است.
۵- کسری از کمبود می‌تواند حالت پس‌افت پیدا کند.
۶- تنها یک تأمین‌کننده وجود دارد.
۷- تقاضا ثابت است.
۸- کل کالای خریداری شده به فروش خواهد رسید.

[1]. present Value Approach

[2]. Back Logged

[Downloaded from ijiepm.iust.ac.ir on 2026-11-02]

و هدف تعیین میزان سفارش (سقف موجودی) به نحوی است که متوسط سود ماکزیمم شود.

۳. مدلسازی

از آنجاییکه فاصله های زمانی بین دو بازپرسازی متغیرهای تصادفی مستقل هستند، لذا ماکزیمم کردن سود یک دوره معادل ماکزیمم نمودن سود کل افق برنامه‌ریزی است. لذا مسئله را فقط برای یک دوره مدلسازی می‌کنیم. در سیستم‌های مرور پیوسته در هر لحظه که بخواهیم می‌توان سفارش داد ولی در سیستم های مرور دوره‌ای فقط در یک زمان مشخص (گسسته) می‌توان اقدام به انجام سفارش نمود. همانطور که گفته شد در این مسئله، فاصله زمانی دو بازپرسازی (T) تصادفی است و باید دراین فواصل زمانی سفارش انجام شود. قبل از هر کاری با توجه به اینکه هزینه‌های سیستم، هزینه نگهداری، کمبود (پس‌افت و فروش از دست رفته) هستند، لذا متوسط موجودی و متوسط کمبود (در هر دو حالت) را محاسبه می‌کنیم.

۳-۱. پارامترها و متغیرهای مسئله:

در تمامی پارامتر ها و متغیر های زیر $i=1,2,...,n$ است.

R_i: سقف موجودی محصول i ام (متغیر تصمیم)

T_i: فاصله زمانی بین دو بازپرسازی (طول سیکل) محصول i ام که یک متغیر تصادفی است ($T_{Min,i} \le T_i \le T_{Max,i}$).

$f_{T_i}(t_i)$: تابع چگالی احتمال برای T_i

h_i: هزینه نگهداری هر واحد موجودی محصول نوع i ام در هر سیکل

π_i: هزینه هر واحد سفارش پس‌افت محصول نوع i ام

W_i:هزینه خرید هر واحد از محصول نوع i ام

P_i: قیمت فروش هر واحد از محصول نوع iام

D_i: نرخ ثابت و مشخص تقاضا برای محصول نوع iام

t_{D_i}: زمانی که سقف موجودی محصول نوع iام به صفر می‌رسد ($t_{D_i}=\frac{R_i}{D_i}$).

β_i: درصدی از تقاضای ارضا نشده محصول نوع iام که پس‌افت می‌شود.

I_i: متوسط موجودی محصول نوع iام در هر سیکل

L_i: متوسط فروش از دست رفته محصول نوع iام در هر سیکل

B_i: متوسط مقدار پس‌افت محصول نوع iام در هر سیکل

Q_i: متوسط مقدار سفارش محصول نوع iام در هر سیکل

f_i: فضای مورد نیاز برای هر واحد محصول نوع iام در انبار

F: کل فضای انبار

C_h: متوسط هزینه نگهداری در هر سیکل

C_B: متوسط هزینه کمبود در حالت پس‌افت در هر سیکل

C_L: متوسط هزینه فروش از دست رفته در هر سیکل

C_P: متوسط هزینه خرید در هر سیکل

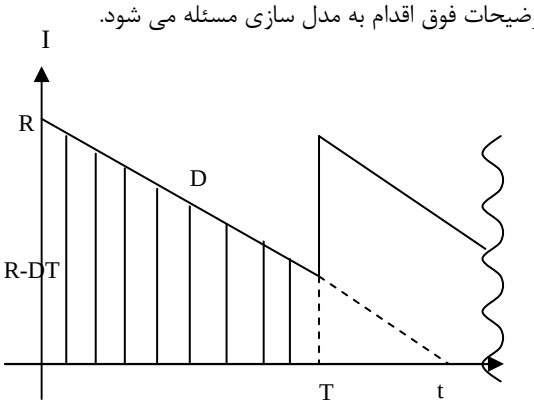
r: متوسط درامد حاصل از فروش در هر سیکل

Z: سود حاصله در هر سیکل

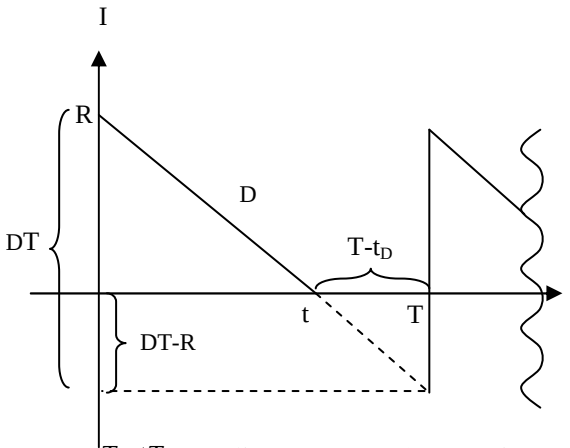
برای سادگی کار ابتدا مدل تک‌محصولی مدلسازی خواهد شد.

۳-۲. نمودار موجودی

با توجه به اینکه فاصله زمانی بین بازپرسازی‌ها متغیرهای تصادفی هستند لذا با توجه به شکل ۱و۲ دو حالت ممکن است رخ دهد. حالت اولی در شرایطی است که فاصله زمانی بین بازپرسازی‌ها کوچکتر از زمانی باشد که میزان موجودی به صفر می‌رسد t_D و حالت دوم در شرایطی است که فاصله زمانی بین بازپرسازی‌ها بیش از زمانی است که سطح موجودی به صفر خواهد رسید. حال با توجه به توضیحات فوق اقدام به مدل سازی مسئله می شود.



شکل۱. نمایش سیکل موجودی در حالت $T_{Min} \le T \le t_D$



شکل ۲. نمایش سیکل موجودی در حالت $t_D < T \le T_{Max}$

۳-۳. مدل تک محصولی- کمبود پس‌افت

۳-۳-۱. محاسبه هزینه و درآمد

برای محاسبه متوسط مرور در یک سیکل باید کلیه اجزای تشکیل‌دهنده آن را که درآمد ،هزینه خرید، هزینه نگهداری و هزینه کمبود است محاسبه نمود که عبارتند از:

[Downloaded from ijiepm.iust.ac.ir on 2026-11-02]

$$Z = r - C_p - C_h - C_B = PQ - WQ - hI - \pi B \quad (۱)$$

با توجه به رابطه (۱) و استفاده از مدل Ertogal در ابتدا باید اقدام به محاسبه مقدار سفارش Q، متوسط موجودی I و متوسط کمبود پس‌افت شود. لذا با توجه به شکل (۱) میزان سفارش در طی دو حالت عنوان شده عبارتست از:

متوسط سفارش(حالت اول

$$= \int_{T_{Min}}^{t_D} DTf_T(t)dt \quad ; \quad T_{Min} \le T \le t_D \quad (۲)$$

زیرا که مشخص است فقط به اندازه (DT) از میزان موجودی کسر شده است.

= متوسط سفارش(حالت دوم

$$\int_{t_D}^{T_{MMax}} (R + (DT - R))f_T(t)dt \; ; t_D \le T \le T_{Max} \quad (۳)$$

زیرا علاوه بر اینکه کل سقف موجودی جهت ارضای تقاضا به صفر رسیده است، نیز به اندازه $(DT - R)$ هم کمبود پس‌افت می‌شود که در اینحالت (کمبود پس‌افت) باید سفارش داده شود. در نتیجه متوسط مقدار سفارش از رابطه زیر محاسبه می‌شود.

$$Q = \int_{T_{Min}}^{t_D} DTf_T(t)dt + \int_{t_D}^{T_{MMax}} (R + (DT - R))f_T(t)dt \quad (۴)$$

جهت محاسبه متوسط موجودی مجدداً نیز با به کارگیری شکل ۱ در ابتدا متوسط موجودی طی دو حالت به صورت زیر محاسبه می‌شود:

= متوسط موجودی (حالت اول

$$T(R - DT) + \frac{DT.T}{2} = RT - \frac{DT^2}{2} \quad (۵)$$

چرا که مساحت ذوزنقه هاشور خورده است.

$$\text{متوسط موجودی(حالت دوم}: \frac{t_D.R}{2} = \frac{R}{D}.\frac{R}{2} = \frac{R^2}{2D} \quad (۶)$$

زیرا متوسط موجودی مساحت مثلث به ارتفاع R و قاعده t_D است. پس در نهایت متوسط موجودی از رابطه زیر محاسبه می‌شود[۱۷]:

$$I = \int_{T_{Min}}^{t_D} (RT - \frac{DT^2}{2}) f_T(t)dt + \int_{T_D}^{T_{Max}} \frac{R^2}{2D} f_T(t)dt \quad (۷)$$

و برای محاسبه متوسط کمبود پس‌افت نیز با مراجعه به شکل (۱) کاملاً مشخص است که در حالت اول هیچ کمبودی رخ نمی‌دهد و در حالت دوم متوسط کمبود از آن‌جایی که کل کمبود پس‌افت است از رابطه زیر محاسبه خواهد شد:

$$B = \int_{t_D}^{T_{Max}} (DT - R)f_T(t)dt \; ; t_D < T \le T_{Max} \quad (۸)$$

زیرا همانطور که در شکل ۲-۱ مشخص است حداکثر کمبود $(DT - R)$ است.

۲-۳-۳. تعیین محدودیت‌های مسئله

از آن‌جایی که کل فضای در دسترس و فضای مورد نیاز برا ی هر واحد محصول به ترتیب f, F واحد حجم و سقف موجودی R است لذا محدودیت فضا به صورت زیر مطرح می‌شود.

$$fR \le F \quad (۹)$$

در نتیجه در پایان مدل کامل تک‌محصولی- کمبود پس‌افت عبارتست از:

$$Z = r - C_p - C_h - C_B = (P - W)Q - hI - \pi B$$

s.t:

$$fR \le F$$

$$R \ge 0, Integer \quad (۱۰)$$

و مدل ریاضی آن عبارتست از:

$$Max: Z = (P - W)\left[\int_{T_{Min}}^{\frac{R}{D}} (DT)f_T(t)dt + \int_{\frac{R}{D}}^{T_{MAx}} (R + (DT - R))f_T(t)dt\right] - h\left[\int_{T_{Min}}^{\frac{R}{D}} \left(RT - \frac{DT^2}{2}\right)f_T(t)dt + \int_{\frac{R}{D}}^{T_{MAx}} \frac{R^2}{2D} f_T(t)dt\right] - \pi\left[\int_{\frac{R}{D}}^{T_{Max}} (DT - R)f_T(t)dt\right]$$

S.t:

$$fR \le F$$

$$R \ge 0, Integer \quad (۱۱)$$

۴-۳. مدل تک محصولی- فروش از دست رفته

یکی از تفاوتهایی که این حالت با حالت قبلی دارد در محاسبه Q است. در حقیقت عبارت (۴) به صورت زیر تغییر می یابد.

$$Q = \left[\int_{T_{Min}}^{\frac{R}{D}} (DT)f_T(t)dt + \int_{\frac{R}{D}}^{T_{MAx}} (R)f_T(t)dt\right] \quad (۱۲)$$

زیرا کل کمبود حالت فروش از دست رفته می یابد و عبارت $\beta(DT - R)$ در انتگرال دوم عبارت (۴) حذف می شود. تفاوت دیگری که این حالت با حالت قبلی دارد در محاسبه C_L

[Downloaded from ijiepm.iust.ac.ir on 2026-11-02]

(هزینه کمبود در حالت فروش در دست رفته) است. و سایر هزینه و محدودیت ها عیناً در این قسمت نیز تکرار می‌شوند در حقیقت در این قسمت C_B حذف و C_L نیز به طور مشابه با به کارگیری شکل (۱) محاسبه و جایگزین می شود. کاملاً مشخص است با توجه به اینکه در حالت اول کمبود رخ نمی‌دهد لذا میزان فروش از دست رفته صفر است و در حالت دوم داریم:

$$L=\int_{t_D}^{T_{Max}}(DT-R)f_T(t)dt \quad ; \quad t_D<T\le T_{Max} \qquad (۱۳)$$

زیرا کل کمبود که $(DT-R)$است از دست می‌رود، از طرفی چون سود از دست رفته بابت هر واحد $(P-W)$ است، لذا C_L از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$C_L=(P-W)L \qquad (۱۴)$$

پس مدل تک محصولی- فروش از دست رفته عبارتست از:

$$Max: Z=r-C_p-C_h-C_L$$
$$=PQ-WQ-hI-(P-W)L$$

s.t:

$$fR\le F$$
$$R\ge 0, Integer \qquad (۱۵)$$

و مدل ریاضی فوق همراه با جزئیات به صورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$Max: Z=(P-W)\left[\int_{T_{Min}}^{\frac{R}{D}}(DT)f_T(t)dt+\int_{\frac{R}{D}}^{T_{MAx}}(R)f_T(t)dt\right]$$
$$-h\left[\int_{T_{Min}}^{\frac{R}{D}}\left(RT-\frac{DT^2}{2}\right)f_T(t)dt+\int_{\frac{R}{D}}^{T_{MAx}}\frac{R^2}{2D}f_T(t)dt\right]$$
$$-\left[(P-W)\int_{\frac{R}{D}}^{T_{MAx}}(DT-R)f_T(t)dt\right]$$

S.t:

$$fR\le F$$
$$R\ge 0, Integer \qquad (۱۶)$$

۵-۳. مدل تک‌محصولی- حالت ترکیبی پس‌افت و فروش از دست رفته

در این حالت با ترکیبی کردن حالت پس‌افت و فروش از دست رفته B, L, Q با تغییراتی مواجه می‌شوند. با در نظر گرفتن شکل۳ اقدام به محاسبه ۳ پارامتر فوق می‌کنیم. همانطور که قبلاً عنوان شد حداکثر کمبود $(DT-R)$ است که در حالت ترکیبی β درصد آن حالت پس‌افت و$(1-\beta)$ درصد حالت فروش از دست رفته می‌یابند، لذا B, L با توجه به شکل ۲ به صورت زیر محاسبه می‌شوند.

$$B=\beta\int_{t_D}^{T_{Max}}(DT-R)f_T(t)dt \quad ; \quad t_D<T\le T_{Max} \qquad (۱۷)$$

$$L=(1-\beta)\int_{t_D}^{T_{Max}}(DT-R)f_T(t)dt \; ; \; t_D<T\le T_{Max}) \qquad (۱۸)$$

اما جهت تعیین میزان سفارش، از آن‌جایی که فقط β درصد کمبود حالت پس‌افت پیدا می‌کند لذا برای جبران کمبود فقط باید $\beta(DT-R)$ را سفارش داد لذا متوسط سفارش طی دو حالت مورد نظر عبارتست از:

$$Q=\int_{T_{Min}}^{t_D}DTf_T(t)dt+\int_{t_D}^{T_{MMax}}(R+\beta(DT-R))f_T(t)dt \qquad (۱۹)$$

و در نهایت مدل ریاضی مسئله عبارتست از:

$$Z=r-C_p-C_h-C_B-C_L$$
$$=PQ-WQ-hI-\pi B-(P-W)L$$

s.t:

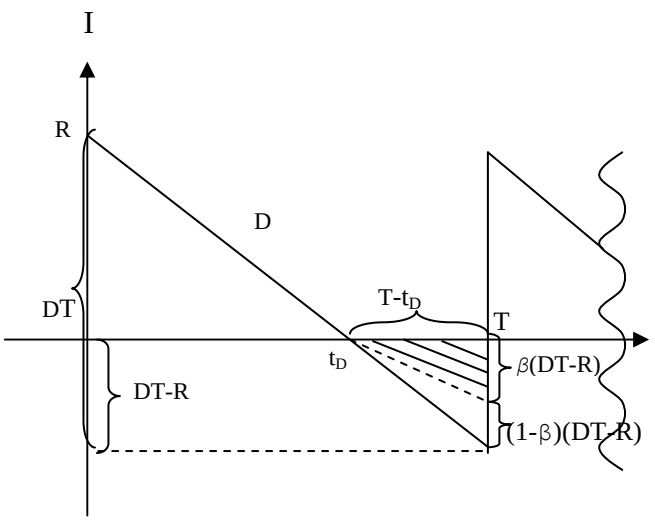
$$fR\le F$$
$$R\ge 0, Integer \qquad (۲۰)$$

و

$$Max: Z=(P-W)\left[\int_{T_{Min}}^{\frac{R}{D}}(DT)f_T(t)dt+\int_{\frac{R}{D}}^{T_{MAx}}(R+\beta(DT-R))f_T(t)dt\right]$$
$$-h\left[\int_{T_{Min}}^{\frac{R}{D}}\left(RT-\frac{DT^2}{2}\right)f_T(t)dt+\int_{\frac{R}{D}}^{T_{MAx}}\frac{R^2}{2D}f_T(t)dt\right]$$
$$-\pi\beta\left[\int_{\frac{R}{D}}^{T_{Max}}(DT-R)f_T(t)dt\right]$$
$$-(P-W)(1-\beta)\left[\int_{\frac{R}{D}}^{T_{MAx}}(DT-R)f_T(t)dt\right]$$

S.t:

$$fR\le F$$
$$R\ge 0, Integer \qquad (۲۱)$$



شکل۳. نمایش کمبود در حالت ترکیبی پس افت و فروش از دست رفته

[Downloaded from ijiepm.iust.ac.ir on 2026-11-02]

در حقیقت این مدل در حالت تک محصولی و بدون محدودیت ارائه شده است. در توسعه مدل تک محصولی به چند محصولی حالت ترکیبی پس‌افت و فروش از دست رفته که کامل‌تر از دو حالت دیگر است در قسمت بعدی مدنظر قرار می گیرد.

۶-۳. مدل چند محصولی- حالت ترکیبی پس‌افت و فروش از دست رفته

با توجه به توضیحات و مدل تک محصولی ارائه شده برای حالت ترکیبی پس‌افت و فروش از دست رفته (۲۰) مدل چند محصولی آن عبارتست از:

$$\text{S.t } Max: Z=\sum_{i=1}^{n}[(P_i-W_i)Q_i-h_iI_i-\pi_iB_i-(P_i-W_i)L_i]$$

:

$$\sum_{i=1}^{n} f_iR_i \le F$$

$$R_i \ge 0, Integer \qquad \forall\ i=1,2,...,n \qquad (۲۲)$$

در ادامه به عنوان یک نمونه برای متغیر تصادفی T توزیع یکنواخت پیوسته در نظر گرفته شده و مدل آن به صورت زیر ارائه می شود.

۱-۶-۳. T_i دارای توزیع یکنواخت است.

در اینحالت تابع چگالی احتمال متغیر تصادفی $f_{T_i}(t_i)=\frac{1}{T_{\max_i}-T_{\min_i}}, T_i$ می‌باشد. حال با وارد کردن تابع چگالی و لحاظ کردن n کالا مدل به صورت زیر تغییر می‌یابد:

$$\begin{aligned}
Max: Z=&\sum_{i=1}^{n}\left[\frac{h_i}{6D_i^2(T_{\max,i}-T_{\min,i})}\right]R_i{}^3\\
&-\sum_{i=1}^{n}\left[\frac{2(p_i-w_i)(1-\beta_i)+\pi_i\beta_i+h_iT_{\max,i}}{2D_i(T_{\max,i}-T_{\min,i})}\right]R_i{}^2\\
&+\sum_{i=1}^{n}\left[\frac{4(p_i-w_i)(1-\beta_i)T_{\max,i}+h_iT_{\min,i}^2+2\pi_i\beta_iT_{\max,i}}{2(T_{\max,i}-T_{\min,i})}\right]R_i\\
&+\sum_{i=1}^{n}\left[\frac{-h_iT_{\min,i}^3D_i+3(p_i-w_i)(\beta_iT_{\max,i}^2-T_{\min,i}^2)D_i}{6(T_{\max,i}-T_{\min,i})}\right]\\
&+\sum_{i=1}^{n}\left[\frac{-3T_{\max i}^2D_i(\pi_i\beta_i+(p_i-w_i)(1-\beta_i))}{6(T_{\max i}-T_{\min i})}\right]
\end{aligned} \qquad (۲۳)$$

S.t:

$$\sum_{i=1}^{n} f_iR_i \le F$$

$$R_i \ge 0, Integer \qquad \forall\ i=1,2,...,n$$

۴. الگوریتم حل

باتوجه به مدل (۲۳) می توان نتیجه گرفت که مدل دارای شرایط غیرخطی و عدد صحیح است. این ویژگیها موجب می شود که حل مدل به اندازه کافی سخت باشد [۱۸]. تحت چنین شرایطی می‌توان از الگوریتمهای جستجوگر تصادفی استفاده نمود [۱۸].

۱-۴. مقدمه‌ای بر شبیه‌سازی تبرید

در سال (۱۹۵۳) متروپلیس[1] الگوریتمی را برای ارزیابی تغییرات دمای جسم جامد ارائه داد. او ابتدا دمای جسم را بالا برده تا جسم به حالت مذاب درآید و سپس برای کاهش انرژی درونی جسم اتم‌های آن را جابجا نموده تا انرژی جسم کاهش یابد. این جابجایی مابین دو اتم انجام می‌گیرد. سپس در همسایگی این اتم، اتم دیگری را انتخاب نموده که با این اتم جابجا می‌شود. در صورتی که در اثر جابجایی، انرژی جسم کاهش یابد جابجایی پذیرفته شده ولی در صورت عدم کاهش انرژی این جابجایی با یک احتمال پذیرفته می‌شود.بعدها در سال (۱۹۸۳) Patrik با شبیه‌سازی این الگوریتم بین مینیمم کردن تابع هزینه یک مسأله و سرد کردن جسم تا زمان رسیدن آن به حالت انرژی پایه از آن برای حل مسائل بهینه‌سازی استفاده کرد که با این عمل او و همکارانش الگوریتمی به نام SA ارائه دادند.ایشان SA را جهت مسائل بهینه‌سازی ترکیبی به کار بردند. در فرآیند آنیل نمودن در هر مرحله یک اتم به میزان کمی جابجا شده که این کار منجر به تغییر در انرژی سیستم می‌شود که با ΔE نمایش می‌دهند. اگر $\Delta E \le 0$ باشد، جابجایی دو اتم پذیرفته شده و ساختار جامد با اتم جابجا شده به عنوان نقطه شروع مرحله بعد مورد استفاده واقع می‌شود. در حالتی که $\Delta E \ge 0$ باشد؛ به صورت احتمالی برخورد می‌شود. بدین معنی که احتمال اینکه ساختار جامد پذیرفته شود با استفاده از رابطه ذیل تعیین می شود که در آن:

T_0: درجه حرارت اولیه K_b: ثابت بولتزمن [2]

$$P(\Delta E)=e^{\frac{\Delta E}{K_b.T}} \qquad (۲۴)$$

هستند. در حقیقت یک عدد تصادفی با توزیع یکنواخت در فاصله (۱،۰) انتخاب شده و با $P(\Delta E)$ مقایسه می‌شود. اگر عدد به دست آمده کمتر از $P(\Delta E)$ باشد؛ ساختار جدید پذیرفته شده و جهت شروع مرحله بعد استفاده می‌شود. در غیر اینصورت ساختار جدید رد می‌شود. این فرآیند ادامه پیدا می‌کند تا اینکه به یک سطح تعادل[3] دست پیدا کند.

۲-۴. شکل عمومی الگوریتم شبیه‌سازی تبرید

معمولاً الگوریتم‌های بهبود دهنده که با یک جواب اولیه شروع شده و در طی مراحلی بهبود داده می‌شود؛ ممکن است بعد از چند تکرار در نقطه بهینه محلی[4] قرار بگیرند که گاهی از ناحیه جواب نهایی

---

[1]. *Metropolise*
[2] .*Boltzman*
[3] .*Equilibrium*
[4] .*Local Optimum*

[Downloaded from ijiepm.iust.ac.ir on 2026-11-02]

نیز خیلی دور است. فرق الگوریتم SA با الگوریتم‌های بهینه‌سازی محلی در این است که در روش SA از توقف در ناحیه بهینه محلی اجتناب کرده و به طور گذرا از آن رد می‌شود. این حالت با پذیرفتن احتمالی جواب‌های بد انجام می‌شود، تا از نقطه بهینه محلی خارج شود. به عبارت دیگر در صورت ایجاد جواب j در همسایگی جواب قبلی یعنی i، فقط در صورتی که جواب j باعث بهبود تابع هدف شده پذیرفته نمی‌شود، بلکه حتی هنگامی که جواب j از جواب i بدتر باشد نیز با احتمال مشخصی پذیرفته خواهد شد. این احتمال برابر است با $\left(e^{\frac{-df}{T_0}} \right)$ که در آن:

T_0: درجه حرارت اولیه

df : میزان تغییر در تابع هدف $df = f(i) - f(j)$

اگر این احتمال از یک عدد تصادفی یکنواخت بین (۰،۱) بیشتر باشد، جواب نامناسب هم پذیرفته می‌شود. به صورت تئوری Aarts و همکارش اثبات کرده‌اند که الگوریتم SA به سمت جواب بهینه همگرایی دارد[۱۹].

۳-۴. مراحل الگوریتم شبیه‌سازی تبرید

- انتخاب جواب اولیه i از مجموعه جواب‌های امکان‌پذیر
- انتخاب درجه حرارت اولیه T_0 و تعداد تکرار ها در هر دما $N(t)$.
- تعیین فرآیند کاهش درجه حرارت .
- انتخاب تابع مربوط به تعداد تعویض‌ها در هر درجه حرارت .
- مساوی صفر قرار دادن شمارنده مربوط به تغییر درجه حرارت $(t = 0)$.
- تکرار حلقه فرآیند انجماد.
- محاسبه درجه حرارت جدید (کاهش دما).
- تکرار حلقه تا برقراری شرط توقف.

۴-۴. پارامترهای کنترلی در شبیه‌سازی تبرید

به هنگام اجرای الگوریتم شبیه‌سازی تبرید، مهم‌ترین پارامترهایی که باید بررسی شوند عبارتند از:

- نحوه تولید فضای همسایگی[1]
- نحوه تعیین درجه حرارت اولیه
- نحوه تغییر درجه حرارت
- شرط تعادل
- شرط توقف

۱-۴-۴. نحوه تولید فضای همسایگی

روش‌های حل را از نظر نحوه تولید فضای همسایگی می توان به دو دسته طبقه‌بندی نمود. روش اول انتخاب تصادفی جواب از بین فضای امکان‌پذیر است. دسته دیگری از مسائل، جهت انتخاب فضای همسایگی از روش جستجوی تصادفی استفاده می‌نمایند. در این مسئله جواب اولیه بر اساس روش اول و به کمک الگوریتم ژنتیک تولید و چندین جواب مناسب از جمله بهترین جواب انتخاب و به کمک SA اقدام به بهبود آنها شده است.

۲-۴-۴. نحوه تعیین درجه حرارت اولیه

یکی از پارامترهایی که در پذیرش یا عدم پذیرش تغییرات تابع هدف نقش دارد دما است. انتخاب مقدار اولیه دما باید به گونه‌ای صورت گیرد که در مراحل اولیه تعداد زیادی از جواب‌های نامطلوب پذیرفته شوند. این کار به دلیل امکان تغییر و توسعه بیشتر جواب است. تعداد تکرار در طول فرآیند آنیل نمودن به طور نسبی به درجه حرارت اولیه بستگی دارد. البته شیوه‌های گوناگون مطرح شده که در اینجا دمای اولیه یک عدد بزرگ فرض شده است.

۳-۴-۴. نحوه تغییر درجه حرارت

یکی از جنبه‌های اساسی در ارتباط با فرآیند آنیل نمودن، تغییر درجه حرارت در طول اجرای الگوریتم SA است. در حقیقت درجه حرارت در احتمال پذیرش جواب بدتر نقش دارد. چراکه اگر درجه حرارت بسیار زیاد باشد، یک تعداد زیادی از جواب‌های بد پذیرفته و منجر به خارج شدن از نقطه بهینه محلی می‌شود. برعکس هنگامی که درجه حرارت پایین باشد، احتمال قرار گرفتن در نقطه بهینه محلی زیاد است. در ارتباط با نحوه کاهش درجه حرارت در ادبیات SA، یکی از روش‌ها، استفاده از تابع کاهش درجه حرارت بر اساس فرآیند آنیل نمودن است که در این مقاله نیز از این نوع توابع استفاده شده و تابع آن یک تابع هندسی به صورت زیر است :

$$T_k = \alpha T_{k-1}, 0 < \alpha < 1 \qquad (۲۵)$$

۴-۴-۴. شرط تعادل

در روش SA نیاز است تا پس از یک‌سری تکرار در درجه حرارت معین، حالت تعادل بررسی شود که آیا فرآیند آنیل نمودن در همان درجه حرارت ادامه پیدا کند و یا متوقف شده و به درجه حرارت بعدی برود. در اغلب روش‌های SA جهت بررسی شرط تعادل در یک درجه حرارت، تعداد تعویض‌های معینی باید در آن درجه حرارت انجام شود که به آن تکرار[2] گفته می‌شود. به عنوان مثال بیش از N_k تکرار در دمای k تغییر دما صورت گیرد. در این مقاله نیز از این روش استفاده شده است.

۵-۴-۴. شرط توقف

انواع متعددی از معیارهای توقف جهت مسائل مختلف SA ارائه شده است. برخی از آن‌ها به شرح ذیل می‌باشند:

[1] .Neighborhood

[2] .Epoch

[Downloaded from ijiepm.iust.ac.ir on 2026-11-02]

- رسیدن به یک درجه حرارت نهایی.
- بر اساس تعداد کل مراحل که باید انجام شود.
- بر اساس تعداد کل تعویض‌های پذیرفته شده در طول فرآیند آنیل نمودن.
- تعداد تغییرات رد شده در کل تکرارها به مقدار معینی رسیده باشد.

لازم به ذکر است در این مقاله در شرط توقف از حالت اول استفاده شده است.

۵. مثال عددی

در این بخش نحوه کارکرد الگوریتم به همراه حل یک مثال عددی با اطلاعات ورودی جدول (۱) مورد بررسی قرار می گیرد. Ertogal و همکارش [۱۷] در مقاله خود ۸ مسئله را طرح و آنرا حل نمودند. در این قسمت از اطلاعات مسائل ارائه شده ایشان استفاده و یک مسئله ۸ محصولی همراه با محدودیت فضا طرح شده است. در این مثال $Z=۵۰۰۰$ در نظر گرفته شده است. ضمنا پارامترهای الگوریتم هر یک در سه حالت مورد بررسی قرار می‌گیرند (T_0 ,α ,$N(t)$) که در جدول۲ مقادیر آنها ارائه شده است. لذا در مجموع تمامی جایگشتهای آن که ۲۷ حالت است، بررسی و نهایتا بهترین ترکیب آنها انتخاب که در جدول۳ نمایش داده شده است. لازم به ذکر است که در انتخاب بهترین پارامتر از معیار ماکزیمم ماکزیمم‌ها استفاده شده است. یعنی از بین هر یک از ۲۷ حالت فوق که منجر به ۲۷ مقدار برتر (بیشترین تابع هدف درهر جایگشت) می‌شود، بهترین جواب انتخاب و آن ترکیب از پارامترها که بهترین جواب را حاصل کرده است به عنوان بهترین ترکیب انتخاب شده است. از طرفی بهترین جواب به دست آمده از الگوریتم نیز در جدول ۴ نشان داده شده است که به ازای آن مقدار $Z=۴۷۳۷۲$ است. در پایان نیز نموداری برای خروجی های الگوریتم (مقدار تابع هدف در تکرارهای متفاوت) که مبین بهترین جواب خواهد بود ارائه شده است (شکل ۴).

جدول۱. داده ها جهت مثال عددی

محصول	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
h_i	۲	۲	۲	۲	۲	۲	۲	۲
π_i	۵	۵	۵	۵	۵	۵	۵	۵
W_i	۷۰	۷۰	۷۰	۷۰	۷۰	۷۰	۷۰	۷۰
P_i	۱۰۰	۱۰۰	۱۰۰	۱۰۰	۱۵۰	۱۵۰	۱۵۰	۱۵۰
D_i	۱۰	۱۰	۱۰	۱۰	۱۰	۱۰	۱۰	۱۰
β_i	۰.۵	۰.۹	۰.۹	۰.۵	۰.۵	۰.۹	۰.۹	۰.۵
f_i	۳	۳	۳	۳	۶	۶	۶	۶
T_{Min}	۲۰	۲۰	۵۰	۵۰	۲۰	۲۰	۵۰	۵۰
T_{Max}	۴۰	۴۰	۷۰	۷۰	۴۰	۴۰	۷۰	۷۰

جدول۲. داده های مربوط به پارامتر های الگوریتم

T_0	$N(t)$	α
۱۰۰۰	۱۰۰	۰.۹۹
۲۰۰۰	۲۰۰	۰.۹۵
۵۰۰۰	۵۰۰	۰.۹۰

جدول۳. بهترین ترکیب برای پارامترهای الگوریتم

T_0	$N(t)$	α
۵۰۰۰	۲۰۰	۰.۹۵

جدول۴. بهترین جواب حاصل

محصول	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
R_i	۳۲۹	۱۲۸	۱	۱۱۴	۲۷۱	۱۵۱	۳۳	۶۷

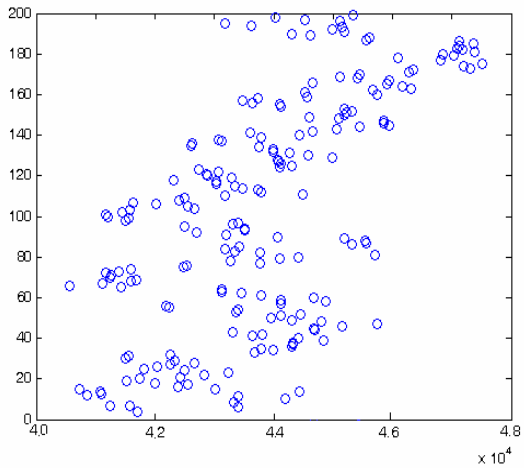
۶. جمع‌بندی

در این مقاله یک مدل بازپرسازی تصادفی توسعه داده شد و از آنجایی که زمان بازپر سازی متغیر تصادفی در نظر گرفته شد لذا بر اساس تابع چگالی یکنواخت پیوسته مدلسازی مسئله صورت گرفت. در پایان نیز یک الگوریتم حل برای حل مسئله ارائه شد. از جمله کارهای آتی که می‌توان برای این مسئله در نظر گرفت عبارتند از:

۱) برخی از پارامترهای مدل را می توان فازی درنظر گرفت. تحت چنین شرایطی تحلیل مدل با استفاده از رویکردهای فازی انجام می‌شود.

۲) مدل ارائه شده را می توان با در نظر گرفتن تخفیف نموی یا افزایشی نیز توسعه داد.

۳) می‌توان محدودیت‌هایی نظیر سطح خدمت یا سقف سفارش را نیز در مسئله در نظر گرفت.



شکل۴. نمودار خروجی الگوریتم

[Downloaded from ijiepm.iust.ac.ir on 2026-11-02]

مراجع

[1] Chiang, C., *Optimal Replenishment For a Periodic Review Inventory System With Two Supply Modes*, European Journal of Operational Research, Vol. 149, No.1, Aug 2003, pp. 229-244.

[2] Mohebi, E., Morton, J.M., Posner, K., Multiple *Replenishment Orders in Continuous-Review Inventory System With Lost Sales*, Operation Research Letters, Vol.30, No. 2, Apr 2002, pp. 117-129.

[3] Feng, K., Rao, U.S., *Echelon-Stock (R-nT) Control in two Stages Serial Stochastic Inventory System*. Operation Research Letters, Vol. 35, No. 1, Jan 2007, pp. 95-104.

[4] Ouyang, L.Y., Chuang, B.R., *A Periodic Review Inventory Model Involving Variable Lead time With a Service Level Constraint*. International Journal of System Science, Vol. 31, No.2, May 2000, pp. 1209-1215.

[5] Mohebbi, E., *A Replenishment Model for the Supply-Uncertainty Problem*, International Journal of Production Economics, Vol. 87, No. 1, Jan 2004, PP. 25-37

[6] Chiang, C., *Optimal Ordering Policies for Periodic-Review Systems with Replenishment Cycles*, European Journal of Operational Research,Vol. 170, No. 1, Apr 2006, pp. 44-56.

[7] Qu, W., Bookbinder, J.H., Iyogun, P., *An Integrated Inventory-Transportation System with Modified Periodic Policy for Multiple Product*, European Journal of Operational Research, Vol.115, No. 2, Jun 1999, pp. 254-269.

[8] Eynan, A., Kropp, D., *Effective and Simple EOQ-like Solutions for Stochastic Demand Periodic Review System*, European Journal of Operational Research, Vol. 180, No. 3, Aug 2007, pp. 1135-1143.

[9] Bylka, S., *Turnpike Policies for Periodic Review Inventory Model with Emergency Orders*, International Journal of Production Economics, Vol. 93-94, Jan 2005, pp. 357-373.

[10] Minner, S., Silver, E.A., *Replenishment Policies for Multiple Products with Compound Poisson Demand That Share a Common Warehouse*, International Journal of Production Economics, Vol. 108, No. 1, July 2007, 388-398.

[11] Goyal, S.K., Giri, B.C., *A Simple Rule for Determining Replenishment Intervals of an Inventory Item with Linear Decreasing Demand Rate*, International Journal of Production Economics, Vol. 83, No. 2, Feb 2003, pp. 139-142.

[12] Yang, J., Zhao, G.Q., Rand, G.K., *Comparison of Several Heuristics Using an Analytic Procedure for Replenishment with Non-Lnear Increasing Demand*, International Journal of Production Economics, Vol. 58, No. 1, Jan 1999, pp. 49-55.

[13] Lo, W.Y., Tsai, C.H., KweiLi, R., *Exact Solution of Inventory Replenishment Policy for a Linear Trend in Demand –Two –Equation Model*, International Journal of Production Economics, Vol. 76, No. 2, Mar 2002, pp. 111-120

[14] Chen, C.K., Hung, T.W., Weng, T.C., *A Net Present Value Approach in Developing Optimal Replenishment Policies for a Product Life Cycle*, Applied Mathematics and computation, Vol. 184, No. 2, Jan 2007, pp. 360-373.

[15] Teng, J.T., Chang, C.T., Goyal, S.K., *Optimal Pricing and Ordering Policy Under Permissible Delay in Payment*. International Journal of Production Economics, Vol. 97, No. 2, Aug 2005, pp. 121-129.

[16] Lida, T., *A Non-Stationary Periodic Review Production-Inventory Model with Uncertain Production Capacity and Uncertain Demand*. European Journal of Operational Research, Vol. 140, No. 3, Aug 2006, pp. 670-683.

[17] Ertogral, K., Rahim, M.A., *Replenish-Up-To Inventory Control Policy with Random Replenishment Interval*, International Journal of Production Economics, Vol. 93-94, Jan 2005, pp. 399-405

[18] Gen, M., *Genetic Algorithm and Engineering Design*, John Wiley & sons, 1997.

[19] Aarts, E., Korst, J., *Simulated Annealing and Boltzman Machine*, John Wiley & sons, 1989.

[Downloaded from ijiepm.iust.ac.ir on 2026-11-02]