



## An Assembly Flow-Shop Scheduling Problem with Sequence-Dependent Setup and Transportation times

S. Ebrahimnejad\*, R. Tavakkoli-Moghaddam, S. Hatami, Y. Maboudian

S. Ebrahimnejad, Assistant Professor of Industrial Eng - Islamic Azad University – Karaj Branch

R. Tavakkoli-Moghaddam, Professor of Industrial Eng - College of Engineering - University of Tehran

S. Hatami, M.Sc. of Industrial Eng - Islamic Azad University – Ghazvin Branch

Y. Maboudian, M.Sc. of Industrial Eng - Khaje Nasir University of Technology

### Keywords

Three-stage assembly flowshop,  
Scheduling,  
Setup and Transportation Times,  
Enumeration technique.

### ABSTRACT

*In this paper, three-stage assembly flowshop scheduling is considered with respect to minimizing bi-objectives, namely mean flow time and mean tardiness. This problem is a model of production systems, which several production operations are done simultaneously and independently, and then produced components are collected and transferred to an assembly stage for the final operation. In this model, by considering sequence-dependent setup time and components transformation times in order to make a real situation for the considered model, a lower bound (LB) is introduced to completion times of all the jobs. Further, due dates are generated randomly in a determined interval for some examples. To validate the proposed model, the Lingo 8.0 software and an enumeration technique that is coded in MATLAB are used. Comparison between the results of the Lingo 8.0 and enumeration technique shows that in larger problems (say  $n > 8$ , where  $n$  is the number of jobs) the results obtained by Lingo do not have the good efficiency and cannot be compared with the enumeration technique in terms of computational time and deviation from the minimum objective function. For example, in some large problems, the objective function values obtained by the Lingo 8.0 software have 20% deviation from their minimum. Therefore, to solve such a hard problem, a meta-heuristic method is required as future research.*

© (نشریه بین المللی مهندسی صنایع و مدیریت تولید) شماره ۱، جلد ۲۱، ۱۳۸۹

## زمانبندی جریان کارگاهی مونتاژ با زمان آماده‌سازی وابسته به توالی و زمان حمل و نقل

سعداله ابراهیم‌نژاد<sup>۱</sup>، رضا توکلی مقدم، سارا حاتمی و یاسمن معبودیان

تاریخ وصول: ۸۸/۶/۲۲

تاریخ تصویب: ۸۸/۱۲/۱۲

دکتر سعداله ابراهیم‌نژاد، استادیار گروه مهندسی صنایع، دانشگاه آزاد اسلامی - واحد کرج، کرج. [ibrahimnejad@kiaiu.ac.ir](mailto:ibrahimnejad@kiaiu.ac.ir)

دکتر رضا توکلی مقدم، استادیار گروه مهندسی صنایع، پردیس دانشکده‌های فنی، دانشگاه تهران، تهران. [tavakoli@ut.ac.ir](mailto:tavakoli@ut.ac.ir)

سارا حاتمی، دانش‌آموخته کارشناسی ارشد مهندسی صنایع، دانشگاه آزاد اسلامی - واحد قزوین، قزوین. [sara.hatami83@gmail.com](mailto:sara.hatami83@gmail.com)

یاسمن معبودیان، دانش‌آموخته کارشناسی ارشد مهندسی صنایع، دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی، تهران. [y\\_maboudian@sina.kntu.ac.ir](mailto:y_maboudian@sina.kntu.ac.ir)

## کلمات کلیدی

مسأله جریان کارگاهی مونتاژ، متوسط زمان جریان کار، متوسط زمان دیرکرد، زمان آماده سازی وابسته به توالی، روش‌های حل شمارش کامل و دقیق

## چکیده:

در این مقاله، مسأله زمانبندی جریان کارگاهی مونتاژ سه مرحله‌ای با دو هدف کمینه‌سازی متوسط زمان اتمام کارها و متوسط زمان دیرکرد کارها بررسی می‌شود. این مسأله، مدلی از سیستم‌های تولیدی است که در آن عملیات تولیدی متفاوتی به طور همزمان و مستقل انجام می‌شوند، سپس قطعات تولیدی، جمع‌آوری شده و به مرحله مونتاژ برای عملیات نهایی منتقل می‌شوند. در این مدل سعی شده است با در نظر گرفتن زمان آماده سازی وابسته به توالی و زمان حمل و نقل قطعات، مدل طراحی شده به محیط واقعی نزدیک شود، سپس یک حد پایین برای زمان اتمام کلیه کارها ارائه می‌شود در ادامه برای مسأله‌های نمونه، موعد تحویل کارها به صورت تصادفی در بازه تعیین شده تولید می‌شوند. برای اعتبارسنجی مدل پیشنهادی، از نرم‌افزار بهینه‌سازی لینگو ۸ و روش شمارش کامل که در محیط نرم افزار MATLAB برنامه نویسی گردید، استفاده می‌شود. مقایسه نتایج بدست آمده از حل توسط لینگو ۸ و شمارش کامل نشان می‌دهد که در مسأله‌های با ابعاد بزرگتر (تعداد کارها  $(n)$ ،  $(n) > 8$ )، حل توسط لینگو ۸ از نظر زمان و انحراف مقدار تابع هدف، از مقدار بهینه کلی (از روش شمارش کامل)، ناکارآمدتر است. به طوری که در بعضی از مسأله‌های بزرگ مقدار تابع هدف به دست آمده از لینگو ۸ نسبت به روش شمارش کامل، ۲۰٪ انحراف نشان می‌دهد. بنابراین پیشنهاد می‌شود برای کاهش زمان حل و کم کردن انحراف در مقدار تابع هدف می‌توان از الگوریتم‌های فراابتکاری استفاده نمود.

## ۱. مقدمه

جریان کارگاهی مونتاژ، یک سیستم تولیدی ترکیبی است که در آن عملیات تولیدی متفاوتی به طور مستقل و همزمان انجام می‌شوند، سپس، قطعات تولیدی جمع‌آوری شده و به خط مونتاژ منتقل می‌شوند. در این مسأله، مجموعه‌ای از قطعات توسط خطوط تولیدی مستقل تولید می‌شوند و در انتها توسط مرحله مونتاژ به محصول مورد نظر تبدیل می‌گردند. این نوع از سیستم‌های تولیدی - مونتاژی می‌توانند به نوبه خود راه حلی برای پاسخ‌گویی به فشار بازار برای تولید محصولات متنوع باشند. رقابت جهانی و نیاز برای کنترل هزینه‌های تولیدی، کارخانجات را به سمتی سوق می‌دهد تا محصولات را طوری طراحی کنند که با ترکیب قطعات و زیرمونتاژهای گوناگون و متعدد بتوانند محصولات متنوع‌تری تولید نمایند، این امر یکی از بزرگترین فواید این نوع ساختارها می‌باشد. از دیدگاه زمانبندی، این نوع سیستم‌های تولیدی مانند جریان کارگاهی مونتاژ دو مرحله‌ای مدل سازی می‌شوند. با در نظر گرفتن زمان جمع‌آوری و حمل قطعات از مرحله تولید به مرحله مونتاژ با مدل واقعی‌تری از مسأله جریان کارگاهی مونتاژ دو مرحله‌ای رو به رو خواهیم شد. می‌توان این فرض را در قالب مرحله‌ای مجزا، بین مرحله تولید و مرحله مونتاژ گنجانده. بدین ترتیب می‌توان مدل را به واقعیت نزدیک کرد و با یک مدل سه مرحله‌ای رو به رو شد.

مسأله جریان کارگاهی مونتاژ سه مرحله‌ای حالت تعمیم یافته از مسأله جریان کارگاهی مونتاژی دو مرحله‌ای است. در مسائل جریان کارگاهی مونتاژ دو مرحله‌ای فرض بر این است که هر کار از  $m$  قطعه تشکیل شده است که روی  $m$  ماشین موازی مستقل تولید می‌شوند؛ و زمان مورد نیاز برای جمع‌آوری و حمل  $m$  جزء تکمیل

شده، از مرحله اول به مرحله دوم ناچیز است، که این فرض نامناسب است به خصوص زمانی که از مسائل جریان کارگاهی مونتاژی دو مرحله‌ای برای شبیه‌سازی سیستم‌های تولیدی با چند واحد صنعتی (کارخانه) و یک واحد (کارخانه) مونتاژ، استفاده شود. در این سیستم‌ها زیر مونتاژهای اصلی از کارخانجات متعدد جمع‌آوری می‌شوند و برای تولید محصول نهایی به کارخانه مونتاژ منتقل می‌شوند. در نتیجه، یک عملیات میانی که شامل جمع‌آوری و انتقال است باید صورت گیرد و میزان زمان صرف شده برای این عملیات میانی را نمی‌توان نادیده انگاشت. نیاز به عملیات میانی اغلب به وسیله حامل‌های مورد استفاده در سیستم‌های تولیدی انعطاف‌پذیر برطرف می‌شود. حامل، وظیفه جمع‌آوری  $m$  جزء پایان یافته مربوط به هر کار در مرحله اول و سپس حمل و بارگذاری آن‌ها بر روی ماشین مونتاژ را به عهده دارد.

در این مقاله، مسأله جریان کارگاهی مونتاژ سه مرحله‌ای با در نظر گرفتن زمان جمع‌آوری و حمل و نقل کار که در قالب مرحله دوم گنجانده شده است، و نیز زمان آماده‌سازی وابسته به توالی برای ماشین‌های موازی و مستقل مرحله اول، از جمله مواردی است که مدل ریاضی آن در این مقاله فرمولبندی می‌شود. در نتیجه مسأله از سه مرحله تشکیل شده است، مرحله اول  $m$  ماشین موازی و مستقل که به تولید قطعات و عملیات‌های مربوط به کارها مشغولند، مرحله دوم، مرحله حمل و نقل قطعات تولید شده می‌باشد و مرحله سوم، مرحله مونتاژ قطعات است.

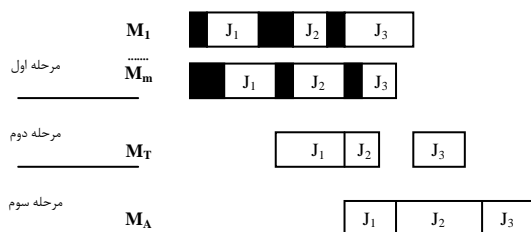
ساختار این مقاله به شرح زیر است: در بخش دوم به مرور ادبیات پرداخته می‌شود. بخش سوم به معرفی کامل مسأله مورد نظر از جمله تعریف مسأله، فرضیات و محدودیت‌ها، اهداف و معرفی مدل

### ۳. مسأله زمانبندی جریان کارگاهی سه مرحله‌ای مونتاژ

#### ۳-۱. تعریف مسأله

هر کار  $J_j, j = 1, 2, \dots, n$  شامل زنجیره‌ای از مجموعه عملیات  $(O_{1,j}, \dots, O_{m,j}, O_{T,j}, O_{A,j})$  می‌باشد. عملیات  $O_{i,j}$  باید بر روی ماشین  $M_i, i = 1, 2, \dots, m$  انجام شود و نیازمند  $P_{i,j}$  واحد زمانی می‌باشند. ماشین  $M_i$  می‌تواند در واحد زمان تنها یک کار را انجام دهد. عمل جمع‌آوری و انتقال  $O_{T,j}$  بر روی ماشین  $M_T$  انجام می‌شود و  $PT_j$  واحد زمانی به طول می‌انجامد. عمل مونتاژ  $O_{A,j}$  بر روی ماشین  $M_A$  انجام می‌شود و  $PA_j$  واحد زمانی به طول می‌انجامد.

برای هر کار  $i$  و  $k, k \neq i, k = 1, 2, \dots, m$ ، می‌توانند  $O_{i,j}, j = 1, 2, \dots, n$  و  $O_{k,j}$  عملیات  $i = 1, 2, \dots, m$  به صورت همزمان انجام شوند. عمل  $O_{T,j}$  تنها زمانی آغاز می‌شود که تمام عملیات‌های همزمان  $O_{1,j}, \dots, O_{m,j}$  به اتمام برسند و عمل  $O_{A,j}$  بعد از اتمام عمل  $O_{T,j}$  می‌تواند آغاز شود. وسیله جمع‌آوری و انتقال  $M_T$  می‌تواند در نهایت تمام اجزاء یک کار را در یک زمان جابجا کند. به طور مشابه ماشین مونتاژ  $M_A$  می‌تواند تمام اجزاء یک کار را در یک زمان مونتاژ نماید. شکل ۱ نمایش ساده‌ای از مدل مورد نظر است.



شکل ۱. نمایش شماتیک از فرآیند تولید

#### ۳-۲. اهداف

اهداف مسأله عبارتند از: کمینه‌سازی متوسط زمان اتمام کارها  $(\bar{C})$  و متوسط زمان دیر کرد کارها  $(\bar{T})$ .

#### ۳-۳. مفروضات و محدودیت‌ها

مفروضات و محدودیت‌های مدل در نظر گرفته شده موارد زیر می‌باشد:

- ماشین‌ها در شروع افق برنامه‌ریزی در دسترس می‌باشند.
- همه کارها در شروع افق برنامه‌ریزی در دسترس می‌باشند.
- هیچ شکستی در عملیات‌ها مجاز نمی‌باشد بدین معنی که هر یک از عملیات شروع شده، باید بدون وقفه به اتمام برسد.
- هیچ اولویتی برای انجام کاری وجود ندارد.

پیشنهادی می‌پردازد. در بخش چهارم به تشریح محاسبه حد پایین پیشنهادی برای مسأله پرداخته می‌شود. در بخش پنجم با استفاده از نرم افزار لینگو ۸ مسائل تولید شده در اندازه کوچک حل می‌شوند در بخش ششم نیز نتیجه‌گیری بیان می‌شود.

#### ۲. مرور ادبیات موضوع

لی و همکاران [۱] به مطالعه مسأله جریان کارگاهی مونتاژ دو مرحله‌ای با در نظر گرفتن ۲ ماشین در مرحله اول پرداختند. کولاماس و کاپاریسیس [۲] مسأله زمانبندی جریان کارگاهی سه مرحله‌ای مونتاژ را با هدف کمینه‌سازی حداکثر زمان اتمام کارها در نظر گرفتند و حد نسبت بدترین حالت برای الگوریتم‌های ابتکاری متعددی که برای مسأله در نظر گرفته شده است را مورد تحلیل قرار داده‌اند، توزکاپان و همکاران [۳] مسأله زمانبندی دو مرحله‌ای مونتاژ را این بار با معیار عملکرد مجموع موزون زمان در جریان ساخت کارها، در نظر گرفتند و نشان دادند که برنامه‌های زمانبندی جایگزینی<sup>۱</sup> در هر مرحله، برای مسأله با هدف بیان شده، چیرگی دارند و نیز یک حد پایین برای مسأله پیشنهادی‌شان ارائه کردند. الانزی و الله وردی [۴] مسأله توزکاپان و همکاران [۳] را با هدف کمینه‌سازی کل زمان انجام  $n$  کار زمانبندی کردند، آن‌ها الگوریتم شبیه‌سازی تبرید<sup>۲</sup>، جستجوی ممنوع و جستجوی ممنوع ترکیبی<sup>۳</sup> را برای موارد کلی پیشنهاد کردند. الله وردی و الانزی [۵] مسائل زمانبندی جریان کارگاهی را در سیستم‌های توزیع یافته پایگاه داده به کار بردند. هدف مورد بررسی کمینه‌سازی حداکثر زمان اتمام کارها  $(C_{max})$  می‌باشد. همچنین برای این مسأله چند رابطه چیرگی به همراه دو الگوریتم بهینه‌سازی ذرات انبوه<sup>۴</sup> و جستجوی ممنوع برای حل آن پیشنهاد کردند. الانزی و الله وردی [۶] به بررسی مسأله زمانبندی جریان کارگاهی مونتاژ دو مرحله‌ای با در نظر گرفتن زمان آماده‌سازی مستقل از توالی انجام کارها، با هدف کمینه‌سازی بیشترین زمان دیرکرد پرداخته‌اند و یک الگوریتم ابتکاری تکاملی دیفرانسیلی خود انطباقی<sup>۵</sup> را برای حل مسأله پیشنهاد دادند. از تحقیقات صورت گرفته در زمینه مسائل جریان کارگاهی مونتاژ دو مرحله‌ای با بیش از یک تابع هدف، می‌توان به تحقیق الله وردی و الانزی [۷] با معیارهای حداکثر زمان اتمام کارها و میانگین زمان اتمام کارها اشاره کرد که در آن از روش مجموع وزنی دو تابع هدف (ترکیب اهداف) در حل مدل استفاده شده است. آن‌ها سه الگوریتم ابتکاری شبیه‌سازی تبرید، الگوریتم مورچگان<sup>۶</sup> و الگوریتم ابتکاری تکاملی دیفرانسیلی خود انطباقی را برای حل مسأله پیشنهاد کرده‌اند.

<sup>۱</sup> Permutation

<sup>۲</sup> Simulated Annealing (SA)

<sup>۳</sup> Hybrid Tabu Search (HTS)

<sup>۴</sup> Particle Swarm Optimization (PSO)

<sup>۵</sup> Self-Adaptive Differential Evolution (SDE)

<sup>۶</sup> Ant Colony Optimization (ACO)

• مسأله از نوع ایستا، قطعی و ثابت می باشد.

• هر ماشین در هر لحظه تنها می تواند بر روی یک کار پردازش انجام دهد.

• ترتیب قرار گرفتن کارها بر روی تمام ماشین ها (چه ماشین های موازی مرحله اول و چه ماشین های مرحله دوم و سوم) یکسان می باشد و از نوع زمانبندی جایگشتی است.

• تمام ماشین های موازی مرحله اول دارای زمان های آماده سازی وابسته به توالی می باشند. بدین ترتیب که علی رغم زمان انجام فعالیت و کار بر روی ماشین، زمان آماده سازی بسته به کار قبلی و فعلی باید مد نظر قرار گیرد.

• ماشین های موازی موجود در مرحله تولید (اول) غیر یکسان هستند (زمان های آماده سازی و پردازش برای ماشین ها متفاوت است).

• زمانی که تولید همه اجزای کار در مرحله اول به پایان رسید، جمع آوری شده و به مرحله دوم منتقل می شود. حداقل زمان شروع کار مورد نظر در مرحله دوم برابر با حداکثر زمان تمام تمام اجزای آن بر روی ماشین های موازی در مرحله قبل (اول) می باشد.

• زمانی عمل مونتاژ در مرحله سوم شروع می شود که عمل انتقال در مرحله دوم به پایان رسیده باشد.

• از هر کار تنها یک سفارش موجود می باشد.

$$CT_{[i]} = \max \left\{ \max_{k=1, \dots, m} \left\{ \sum_{l=1}^i S_{[l-1, l, k]} + t_{[l, k]} \right\}, CT_{[i-1]} \right\} + PT_{[i]} \quad i = 1, \dots, n \quad (1)$$

با در نظر گرفتن  $C_{[0]} = 0$  و رابطه (۱) می توان زمان اتمام کار تخصیص یافته در موقعیت  $i$ -ام توالی در مرحله مونتاژ را به صورت زیر به دست آورد:

$$C_{[i]} = \max \{ CT_{[i]}, C_{[i-1]} \} + PA_{[i]} \quad i = 1, \dots, n \quad (2)$$

روش دوم محاسبه زمان تکمیل کارها - زمان بیکاری تک تک کارهای در موقعیت  $i$ -ام توالی، تا کار مورد نظر در مرحله حمل و نقل را می توان توسط رابطه (۳) به دست آورد.

$$\delta_{2[i]} = \max_{k=1, \dots, m} \left\{ \sum_{l=1}^i S_{[l-1, l, k]} + t_{[l, k]} \right\} - \sum_{l=1}^{i-1} PT_{[l]} \quad i = 1, \dots, n \quad (3)$$

بیشترین زمان بیکاری به دست آمده از تمام کارهای قرار گرفته تا کار مورد نظر، مد نظر است که توسط رابطه (۴) به دست می آید.

$$\Delta_{2[i]} = \max_{l=1}^i \{ 0, \delta_{2[l]} \} \quad i = 1, \dots, n \quad (4)$$

زمان بیکاری تک تک کارهای قرار گرفته تا کار مورد نظر در مرحله مونتاژ توسط رابطه (۵) به دست می آید.

$$\delta_{3[i]} = \delta_{2[i]} + \sum_{l=1}^i PT_{[l]} - \left( \sum_{l=1}^{i-1} PA_{[l]} \right) \quad i = 1, \dots, n \quad (5)$$

### ۳-۴. پارامترها و متغیرهای تصمیم گیری

#### پارامترها:

$n$ : تعداد کارهایی که باید برنامه ریزی شوند

$m$ : تعداد ماشین های همزمان مستقل در مرحله اول

$S_{[i-1, i, k]}$ : زمان آماده سازی روی ماشین  $k$ -ام، از کار در موقعیت  $i-1$ -ام به کار در موقعیت  $i$ -ام

$S_{[0, 1, k]}$ : زمان آماده سازی اولیه برای کار در موقعیت اول توالی بر روی ماشین  $k$ -ام در مرحله اول

$t_{[i, k]}$ : زمان فرآیند کار در موقعیت  $i$ -ام بر روی ماشین  $k$ -ام در مرحله اول

$PT_{[i]}$ : زمان مورد نیاز برای جمع آوری و انتقال کار در موقعیت  $i$ -ام از مرحله اول به مرحله مونتاژ (انتقال در مرحله دوم)

$PA_{[i]}$ : زمان مونتاژ (مرحله سوم) کار در موقعیت  $i$ -ام

$d_{[i]}$ : موعد تحویل کار در موقعیت  $i$ -ام

$L_{[i]}$ : انحراف از موعد تحویل کار، در موقعیت  $i$ -ام

#### متغیرها:

$CT_{[i]}$ : زمان اتمام کار در موقعیت  $i$ -ام در مرحله نقل و انتقال (مرحله دوم)

## ۵-۳. ارائه مدل ریاضی پیشنهادی و فرمول بندی آن

در این بخش یک مدل ریاضی برنامه ریزی غیر خطی آمیخته با اعداد صحیح<sup>۱</sup> (INLP) برای مسأله در نظر مورد نظر، ارائه شده است. ابتدا به معرفی پارامترها و متغیرهای تصمیم‌گیری مدل ریاضی پیشنهادی بیان می‌شود:

$i$ : اندیس موقعیت توالی

$j$ : اندیس شماره کار

$k$ : اندیس شماره ماشین در مرحله اول

$X_{[i]j}$ : برابر ۱ خواهد بود اگر کار  $j$  -ام به موقعیت  $i$  -ام تخصیص یابد در غیر این صورت برابر صفر است.

$S_{q,j,k}$ : زمان آماده سازی وابسته به توالی از کار  $q$  -ام به کار  $j$  -ام روی ماشین  $k$  -ام از مرحله اول

$S_{0,j,k}$ : زمان آماده سازی اولیه روی ماشین  $k$  -ام در مرحله اول، در صورتی که کار  $j$  -ام در موقعیت اول توالی قرار گیرد

$Y_{[i]}$ : حداکثر زمان تکمیل کلیه  $m$  عملیات مربوط به کار در موقعیت  $i$  -ام توالی مرحله اول

$A_{[i],j,k}$ : مجموع زمان های عملیات روی ماشین  $k$  -ام، از کار در موقعیت اول تا موقعیت  $i$  -ام، در صورتی که کار  $j$  -ام در موقعیت  $i$  -ام قرار گرفته باشد.

$Z_{[i]}$ : زمان آغاز عمل حمل و نقل مربوط به کار در موقعیت  $i$  -ام  
 $W_{[i]}$ : زمان آغاز عمل مونتاژ مربوط به کار در موقعیت  $i$  -ام

$t_{j,k}$ : زمان فرآیند کار  $j$  -ام بر روی ماشین  $k$  -ام در مرحله اول

$PT_j$ : زمان لازم برای جمع آوری و انتقال کار  $j$  -ام به مرحله دوم  
 $PA_j$ : زمان مونتاژ کار  $j$  -ام در مرحله سوم

$$\min : Z = \alpha \left( \sum_{i=1}^n \frac{C_{[i]}}{n} \right) + (1-\alpha) \left( \sum_{i=1}^n \frac{T_{[i]}}{n} \right) \quad (13)$$

s.t.

$$\sum_{i=1}^n X_{[i]j} = 1 \quad \forall j \quad (14)$$

$$\sum_{j=1}^n X_{[i]j} = 1 \quad \forall i \quad (15)$$

$$A_{[i],j,k} = X_{[i]j} \times (t_{j,k} + \sum_{q=1, q \neq j}^n (X_{[i-1]q} \times S_{q,j,k})) + \sum_{l=1, l \neq j}^n A_{[i-1],l,k} \quad \forall j, k, \quad i=2,3,\dots,n \quad (16)$$

<sup>۱</sup> Integer Non-Linear Programming

همانند رابطه (۴) بیشترین زمان بیکاری به دست آمده از تمام کارهای قرار گرفته تا کار مورد نظر برای مرحله مونتاژ توسط رابطه (۶) به دست می‌آید.

$$\Delta_{3[i]} = \max_{l=1}^i \{0, \delta_{3[l]}\} \quad i=1,\dots,n \quad (6)$$

پس از به دست آمدن زمان های بیکاری قبل از هر کار، می‌توان، به کمک روابط (۷) و (۸)، زمان اتمام کار قرار گرفته در موقعیت  $i$  -ام توالی را، به ترتیب در مرحله حمل و نقل و مونتاژ به دست آورد.

$$CT_{[i]} = \sum_{l=1}^i PT_{[l]} + \Delta_{2[i]} \quad i=1,\dots,n \quad (7)$$

$$C_{[i]} = \sum_{l=1}^i PA_{[l]} + \Delta_{3[i]} \quad i=1,\dots,n \quad (8)$$

۱-۴-۳. محاسبه تابع هدف متوسط زمان دیرکرد کارها ( $\bar{T}$ )

رابطه (۹) زمان تاخیر در موعد تحویل، برای کارهای تخصیص یافته در موقعیت  $i$  -ام را محاسبه می‌کند:

$$L_{[i]} = C_{[i]} - d_{[i]} \quad i=1,\dots,n \quad (9)$$

رابطه (۱۰) زمان دیرکرد برای کارهای تخصیص یافته در موقعیت  $i$  -ام را محاسبه می‌کند:

$$T_{[i]} = \max \{0, L_{[i]}\} \quad i=1,\dots,n \quad (10)$$

و متوسط زمان دیرکرد کارها ( $\bar{T}$ ) توسط رابطه (۱۱) محاسبه می‌شود:

$$\bar{T} = \frac{\sum_{i=1}^n T_{[i]}}{n} \quad i=1,\dots,n \quad (11)$$

۲-۴-۳. محاسبه تابع هدف متوسط زمان در جریان کارها ( $\bar{C}$ )

پس از محاسبه زمان اتمام کار تخصیص یافته در موقعیت  $i$  -ام توالی در مرحله مونتاژ، می‌توان توسط رابطه (۱۲) متوسط زمان در جریان کارها را به دست آورد:

$$\bar{C} = \frac{\sum_{i=1}^n C_{[i]}}{n} \quad i=1,\dots,n \quad (12)$$

آغاز عمل مونتاژ برای کار در موقعیت  $i$ -ام می باشد. محدودیت های (۲۵) و (۲۶) نحوه محاسبه دیرکرد مربوط به کار تخصیص یافته در موقعیت  $i$ -ام توالی را نشان می‌دهند. رابطه (۲۷) نشان دهنده تخصیص مقادیر صفر و یک به متغیر تصمیم  $x_{ij}$  است.

#### ۴. ارائه یک روش برای بدست آوردن حد پایین برای

##### مسأله

برای تولید مسائل نمونه، موعد تحویل کارها به صورت تصادفی در بازه  $[LB(1-T-\frac{R}{2}), LB(1-T+\frac{R}{2})]$  [۸] تولید می‌شود، که در آن،  $LB$  نشان دهنده زمانی است که تمام کارها به اتمام می‌رسند (معمولاً  $LB$  به عنوان یک حد پایین برای زمان اتمام انجام کارها در نظر گرفته می‌شود). پارامتر  $T$  نشان دهنده فاکتور دیرکرد است در حالی که  $R$  طول نسبی بازه موعدهای تحویل می باشد [۶]. برای توضیح به دست آوردن حد پایین و بازه موعد تحویل، در زیر مراحل انجام این فرآیند آورده شده است. از دیدگاه پیچیدگی ریاضی، خواص و ساختار مسأله ارائه شده با ترکیب زمان پردازش و زمان آماده سازی در یک ماتریس یکسان باقی خواهد ماند که این ماتریس ترکیبی را ماتریس تنظیم شده می‌نامیم [۹]. بدین معنی که با ترکیب زمان آماده سازی و زمان پردازش کارها مطابق رابطه (۲۷)، پیچیدگی، خواص و ساختار مسأله ارائه شده تغییری نخواهد کرد.

$$AP_{qjk} = S_{q,j,k} + t_{j,k} \quad \forall i, j, k \quad (27)$$

ماتریس ترکیبی که از طریق رابطه (۲۷) به دست می‌آید برای تمام ماشین های موازی مرحله اول محاسبه می‌شود. رویکرد مشابهی توسط جندریو [۱۰] مورد استفاده قرار گرفته است. برای هر  $j$  و  $k$ ،  $MAP_{jk}$  به صورت کمترین زمان پردازش تنظیم شده برای کار  $j$  بر روی ماشین  $k$ -ام در مرحله اول است که مطابق رابطه (۲۸) تعریف می‌شود.

$$MAP_{jk} = \min_{q=0,1,\dots,n} \{AP_{qjk}\} \quad q \neq j \quad \forall j, k \quad (28)$$

$$SUM_{MAP_k} = \sum_{j=1}^n MAP_{jk} \quad \forall k \quad (29)$$

سپس می‌توان مطابق رابطه (۲۹) با جمع  $MAP_{jk}$  ها برای هر ماشین، کمترین حد ممکن (زمان آماده سازی + زمان پردازش) را برای هر توالی از کارها بر روی هر یک از ماشین ها، در مرحله اول به دست آورد. چون برای شروع کار در مرحله دوم باید عملیات هر یک از کارها بر روی تمام ماشین های موازی مرحله اول تمام شود تا کار به مرحله بعد راه یابد، در نتیجه بیشترین حد به دست آمده از تمام ماشین های مرحله اول، به عنوان حد پایین تمام ماشین های

$$A_{[i],j,k} \leq y_{[i]} \quad \forall i, j, k \quad (17)$$

$$y_{[i]} \leq Z_{[i]} \quad \forall i \quad (18)$$

$$CT_{[i]} = Z_{[i]} + \sum_{j=1}^n (x_{[i]j} \times PT_j) \quad \forall i \quad (19)$$

$$CT_{[i-1]} \leq Z_{[i]} \quad \forall i \quad (20)$$

$$CT_{[i]} \leq w_{[i]} \quad \forall i \quad (21)$$

$$C_{[i]} = w_{[i]} + \sum_{j=1}^n (x_{[i]j} \times PA_j) \quad \forall i \quad (22)$$

$$C_{[i-1]} \leq w_{[i]} \quad \forall i \quad (23)$$

$$T_{[i]} \geq C_{[i]} - \sum_{j=1}^n (x_{[i]j} \times d_{[i]}) \quad \forall i \quad (24)$$

$$T_{[i]} \geq 0 \quad \forall i \quad (25)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall i, j \quad (26)$$

رابطه (۱۳) نشان دهنده تابع هدف مساله با ترکیب اسکالر از دو تابع هدف متوسط زمان تکمیل کلیه کارهای متوسط زمان دیرکرد برای کلیه کارها می‌باشد.

محدودیت‌های (۱۴) و (۱۵) به ترتیب نشان می‌دهند که هر کار تنها در یک موقعیت از توالی می‌تواند قرار داشته باشد و هر موقعیت تنها می‌تواند یک کار را به خود اختصاص دهد. روابط (۱۶) و (۱۷) به ترتیب نحوه محاسبه متغیرهای معرفی شده،  $A_{[i],j,k}$  و  $A_{[1],j,k}$  را با توجه به تعریف متغیر  $A_{[i],j,k}$  نشان می‌دهند.

محدودیت (۱۸) نشان دهنده زمان اتمام  $m$  عملیات در مرحله اول برای کار در موقعیت  $i$ -ام توالی است. محدودیت (۱۹) مربوط به لزوم اتمام کلیه  $m$  عملیات کار در موقعیت  $i$ -ام توالی در مرحله اول، پیش از آغاز مرحله دوم (حمل و نقل) است. محدودیت (۲۰) نحوه محاسبه زمان اتمام کار در موقعیت  $i$ -ام از توالی، در مرحله حمل و نقل را نشان می‌دهد.

محدودیت (۲۱) لزوم آزاد بودن حامل برای انجام عمل حمل کار در موقعیت  $i-1$ -ام توالی، پیش از آغاز عمل حمل کار، در موقعیت  $i$ -ام توالی است. محدودیت (۲۲) لزوم اتمام مرحله حمل و نقل برای کار در موقعیت  $i$ -ام توالی، پیش از آغاز عمل مونتاژ آن در مرحله آخر است. محدودیت (۲۳) نحوه محاسبه زمان تکمیل کار در موقعیت  $i$ -ام توالی، در مرحله مونتاژ را نشان می‌دهد. محدودیت (۲۴) لزوم اتمام کار مونتاژ در موقعیت  $i-1$ -ام توالی، پیش از

(1,10) با توزیع یکنواخت و زمان‌های مونتاز به صورت تصادفی در بازه (1,100) با توزیع یکنواخت تولید می‌شوند. پارامترهای  $T$  و  $R$  به ترتیب برابر با  $0/5$  و  $0/2$  می‌باشند و موعدهای تحویل مطابق با رابطه زیر  $[LB(1-T - \frac{R}{2}), LB(1-T + \frac{R}{2})]$ ، تعیین می‌شوند. ضریب اهمیت ترکیب اهداف ( $\alpha$ ) برابر با  $0/2, 0/4, 0/6$  و  $0/8$  در نظر گرفته شد. جدول (۱) مقادیر هدف را برای مسائل با ابعاد کوچک نشان می‌دهد که به وسیله نرم افزار بهینه سازی لینگو ۸ تولید و حل شده اند. مقادیر به دست آمده در جدول (۱) پس از ۵ ساعت اجرا به کمک نرم افزار لینگو ۸ به عنوان جواب معرفی شده اند. قابل توجه است مسائلی که در مدت زمان اجرای تعیین شده وارد منطقه ممکن نشده اند با علامت (-) در جدول (۱) نشان داده شده اند. برای مقایسه جواب های به دست آمده از نرم افزار لینگو ۸ در جدول (۱) از روش شمارش کامل استفاده شد که نتایج آن در جدول (۲) آورده شده است. روش شمارش کامل برای نشان دادن اعتبار مدل و درستی اجراهای انجام شده برای مسائل تولید شده پیشنهاد گردید در حالی که روش نام برده روش مناسبی برای مسائل با ابعاد بزرگ تر به شمار نمی‌آید. در روش شمارش کامل تمام حالت‌های ممکن برای مسائل مورد نظر تولید و بهترین جواب معرفی می‌شود. روش شمارش کامل تمام توالی‌های موجود و ممکن برای  $n$  کار را شمرده و مقادیر اهداف تک تک آن‌ها را محاسبه می‌نماید. برای مثال در حالت ۶ کار با هر تعداد ماشین موازی در مرحله اول تعداد  $6! = 720$  جایگشت تولید می‌شود که در برگیرنده تمام حالت‌های ممکن توالی برای ۶ کار می‌باشد و همچنین برای تعداد کارهای ۷، ۸ و ۹ به ترتیب تعداد جایگشت‌ها یا توالی‌های ممکن و تولید شده برابر  $7! = 5040$ ،  $8! = 40320$  و  $9! = 362880$  خواهد بود. برنامه تولید تمام جواب‌های ممکن برای حالت شمارش کامل در نرم افزار MATLAB 7.0.4 نوشته و پیاده سازی شده است.

#### جدول ۱. نتایج پیاده سازی مسائل تولید شده به کمک نرم

##### افزار بهینه ساز لینگو ۸

n	m	$\alpha$			
		0/2	0/4	0/6	0/8
۶	۲	۱۵۵	۱۹۴/۲۶	۲۷۶/۶	۳۰۷
	۴	۱۵۹/۵	-	۲۱۳/۱	۲۴۸/۸
	۶	۱۵۸/۵	۱۹۴/۶۶	۲۳۸/۹۶	۲۸۱
	۸	۱۶۵/۷۳	۱۹۳/۴۶	۲۲۹/۵۳	۲۶۵/۶
۷	۲	۱۶۴/۳۸	۲۰۵/۴۲	۲۴۳/۳۷	۲۸۴/۷۱
	۴	۱۲۸/۸۸	۱۶۶/۴۳	۲۶۲/۲	۲۵۳/۰۲
	۶	۱۶۹/۰۳	۱۹۳/۶۸	۲۳۵/۴۵	۲۷۷/۲۲
	۸	۱۷۶/۴۸	-	۲۶۲/۱۷	۳۰۶/۵۴
۸	۲	-	۲۱۴/۳۵	۲۴۱/۲۲	۲۵۷/۴۷
	۴	۱۷۷/۹۶	۲۴۱/۰۷	۲۷۵/۹۷	۳۴۷/۷۷
	۶	۱۶۱/۹۷	-	-	-
	۸	-	۲۱۸/۴۲	۲۸۸/۴۵	۳۳۲/۱۲
۹	۲	-	۲۳۰/۳۵	-	۳۰۰/۸۶
	۴	-	۲۱۷/۲۲	۲۷۴/۳۵	۳۰۴/۵۳
	۶	۱۹۱/۲	-	-	-
	۸	-	۲۹۰/۷۳	-	-

موازی انتخاب می‌شود. رابطه (۳۰) نشان دهنده حد پایین به دست آمده در مرحله اول می‌باشد.

$$LB_{ST1} = \max_{k=1,2,\dots,m} (SUM_{MAP}(K)) \quad (30)$$

در انتها می‌توان یک حد پایین مطابق رابطه (۳۱) برای مساله پیشنهاد داد:

$$LB = \max \{ LB_{ST1} + \min_j PT_j + \min_j PA_j, (\sum_{j=1}^n PT_j) + \min_j PA_j \} \quad \forall j \quad (31)$$

در بخشی از رابطه (۳۱)، قسمت اول، نشان دهنده کمترین حد به دست آمده در مرحله اول، قسمت دوم به ترتیب کمترین مقدار در زمان انجام حمل و نقل و مونتاز کارها است. بدین معنی که بعد از انجام مرحله اول، بلافاصله کار با کمترین زمان حمل و نقل و مونتاز انجام شود. قسمت  $(\sum_{j=1}^n PT_j) + \min_j PA_j$  مبتنی بر این فرض است که هیچ عملی در مرحله اول انجام نمی‌شود (تمام قطعات خریداری می‌شوند) قسمت اول نشان دهنده مجموع زمان‌های حمل تمام کارها و قسمت دوم نشان دهنده بهترین حالت در نظر گرفته شده در مرحله سوم است به نحوی که در آخرین موقعیت توالی، کار با کمترین زمان مونتاز قرار گرفته باشد و کار مونتاز بدون تاخیر، پس از دو مرحله قبل شروع شود.

#### ۵. حل مدل با استفاده از نرم افزار لینگو ۸

با توجه به این که تعداد اهداف در نظر گرفته شده در مدل بیش از یک هدف است و با توجه به محدودیت نرم افزار استفاده شده، از روش ترکیب اهداف به عنوان روش حل برای تبدیل دو هدف به یک هدف استفاده شده است. در نتیجه تابع هدف در نظر گرفته شده برای حل عبارت است از:

$$F = \alpha f_1 + (1 - \alpha) f_2 \quad (32)$$

هدف اول ( $f_1$ )، کمینه سازی متوسط زمان اتمام کارها و هدف دوم ( $f_2$ )، کمینه سازی متوسط دیرکرد کلیه کارها است.  $\alpha$  پارامتری بین صفر و یک می‌باشد که بسته به تصمیم تصمیم گیرنده تعیین می‌شود.

برای پیاده سازی مدل ریاضی ارائه شده توسط نرم افزار بهینه سازی لینگو ۸، مسائل کوچکی با ترکیباتی که در جدول (۱) آمده است تولید شد. زمان‌های پردازش برای هر یک از  $m$  ماشین مرحله اول به صورت تصادفی در بازه (1,100) با توزیع یکنواخت، زمان‌های آماده سازی به صورت تصادفی در بازه (1,20) با توزیع یکنواخت، زمان‌های حمل و نقل (مرحله دوم) به صورت تصادفی در بازه

## جدول ۲. نتایج پیاده سازی مسائل تولید شده با روش

		شمارش کامل			
n	m	$\alpha$			
		۲	۴	۶	۸
۶	۲	۱۵۲/۱۶	۱۹۴/۲۶	۲۳۴/۵۶	۲۷۴/۸۶
	۴	۱۳۷/۷۳	۱۷۵/۷	۲۱۳/۱	۲۴۸/۸
	۶	۱۵۱/۵	۱۹۴/۶۶	۲۳۷/۸۳	۲۸۱
	۸	۱۵۷/۴	۱۹۳/۴۶	۲۲۹/۵۳	۲۶۵/۶
۷	۲	۱۶۴/۲۸	۲۰۴/۲	۲۴۳/۳۷	۲۸۲/۵۴
	۴	۱۲۱/۷۴	۱۶۶/۳۴	۲۱۰/۷۷	۲۵۳/۰۲
	۶	۱۵۱/۲۵	۱۹۳/۶۸	۲۳۵/۴۵	۲۷۷/۲۲
	۸	۱۵۵/۳۰	۱۹۹/۸۲	۲۴۳/۳۴	۲۸۵/۰۲
۸	۲	۱۴۰/۳۰	۱۷۴/۷	۲۰۷/۸	۲۴۰/۱۹
	۴	۱۳۹/۹۲	۱۹۴/۸۵	۲۴۹/۷۷	۳۰۴/۷
	۶	۱۴۵/۱۲	۱۹۳/۳۷	۲۴۱/۶۲	۲۸۸/۱۶
	۸	۱۴۱/۹۵	۱۹۰/۱۵	۲۳۸/۳۵	۲۸۶/۵۵
۹	۲	۱۳۵/۵۱	۱۸۴/۰۲	۲۳۲/۵۳	۲۸۰/۱۴
	۴	۱۵۴/۳۱	۱۹۷/۸۴	۲۴۱/۳۷	۲۸۴/۷۵
	۶	۱۶۵/۷۱	۲۱۶/۳۱	۲۶۶/۹۱	۳۱۷/۵۱
	۸	۱۹۴/۰۷	۲۴۶/۲۴	۲۹۸/۴۲	۳۵۰/۲۴

با مقایسه نتایج به دست آمده از نرم افزار لینگو ۸ در جدول (۱) و روش شمارش کامل در جدول (۲) می توان دریافت که در مسائل نمونه حل شده، با نرم افزار لینگو ۸ در ۵۰ درصد موارد، مقادیر تابع هدف بدست آمده، حداکثر تا  $50/1$  ( $50/1 = 238/35$ ) -  $288/45$  واحد (حدود  $20/$ ) بدتر از روش شمارش کامل می باشد و در ۲۵ درصد موارد پس از گذشت زمان اجرا (۵ ساعت) نمی تواند جوابی را در محدوده ممکن تولید نماید.

از آن جایی که مدل در نظر گرفته شده از نوع مسائل  $(AF(m,1,1))$  می باشد و حالت کلی یکی از دو مساله  $(F3//)$  و  $(AF(m,1))$  است، می توان NP\_hard بودن مدل را با استناد بر NP\_hard بودن مساله  $(AF(m,1)//C_{max})$  پذیرفت [۱۱]. در نتیجه مدل پیشنهادی قویا NP\_hard می باشد زیرا حالت کلی تری از مساله اثبات شده می باشد.

از طرفی، با بررسی بر روی این موضوع که زمانی که تعداد ماشینین ثابت  $(l)$  در مساله جریان کارگاهی  $(F1//)$  از ۳ بیشتر است  $(l \geq 3)$ ، مساله قویا NP\_hard می باشد [۱۲]، بار دیگر می توان به NP\_hard بودن مساله مورد نظر با احتساب فرض آماده سازی وابسته به توالی اشاره نمود. با توجه به انتخاب جواب اولیه تصادفی در رویکرد شاخه و کران به کار برده شده در نرم افزار لینگو ۸ و NP\_hard بودن مساله مورد نظر می توان انتظار پیدا شدن بهینه محلی و یا یافت نشدن حتی بهینه محلی را داشت.

## ۶. نتیجه گیری

در این مقاله، یک مدل ریاضی جدید برای حل مساله جریان کارگاهی مونتاژ دو مرحله ای، با در نظر گرفتن زمان حمل و نقل و زمان آماده سازی وابسته به توالی ارائه شد. مسائل کوچک تولید و حل شد و مقایسه ای بین جواب های به دست آمده از نرم افزار بهینه سازی لینگو ۸ و روش شمارش کامل انجام شد در بعضی از مساله ها جواب بهینه موضعی نرم افزار لینگو ۸ با جواب بهینه حاصل از روش شمارش کامل یکسان بوده یا انحراف کمی (در حدود  $5/$ ) دارند که این اختلاف بستگی به نقطه شروع در نرم افزار لینگو ۸ دارد بنابراین مقایسه نتایج بدست آمده از دو روش نشان میدهد در مساله های با ابعاد بزرگتر (تعدادکارها  $(n)$ ،  $n > 8$ ) روش حل لینگو ۸ از نظر زمان و انحراف مقادیر تابع هدف از مقادیر بهینه کلی نا کارآمد است به طوری که در بعضی از مساله های بزرگ در مقدار تابع هدف تا  $20/$  انحراف نشان می دهد بنابراین برای رفع دو مشکل زمان اجرای طولانی و درصد انحراف زیاد، پیشنهاد می شود در مسائل با ابعاد بزرگتر از الگوریتم های ابتکاری یا فراابتکاری استفاده شود.

## مراجع

- [1] Lee, C.Y., Cheng, T.C.E., Lin, B.M.T., "Minimizing the Makespan in the 3-Machine Assembly-Type Flowshop Scheduling Problem", Management Science, Vol. 39, 1993, pp. 616-625.
- [2] Koulamas, C., Kyriaris, G., "The Three-Stage Assembly Flowshop Scheduling Problem", Computers and Operations Research, Vol. 28, 2001, pp. 689-704.
- [3] Tozkapan, A., Kirca, O., Chung, C.S., "A Branch and Bound Algorithm to Minimize the Total Weighted Flowtime for the Two-Stage Assembly Scheduling Problem", Computers and Operations Research, Vol. 30, 2003, pp. 309-320.
- [4] Al-Anzi, F.S., Allahverdi, A., "A Hybrid Tabu Search Heuristic for the Two-Stage Assembly Scheduling Problem", International Journal of Operations Research, Vol. 3, No. 2, 2006, pp. 109-119.
- [5] Allahverdi, A., Al-Anzi, F.S., "A PSO and a Tabu Search Heuristics for the Assembly Scheduling Problem of the Two-Stage Distributed Database Application", Computers and Operations Research, Vol. 33, No. 4, 2006, pp. 1056-1080.
- [6] Al-Anzi, F.S., Allahverdi, A., "A Self-Adaptive Differential Evolution Heuristic for Two Stage Assembly Scheduling Problem to Minimize Maximum Lateness with Setup Times", European Journal of Operational Research, Vol. 182, 2007, pp.80-94.
- [7] Allahverdi, A., Al-Anzi, F.S., "The Two-Stage Assembly Flowshop Scheduling Problem with Bicriteria of Makespan and Mean Completion Time", International Journal of Advanced Manufacturing Technology, Vol. 37, No. 1, 2007, pp. 166-177.

<sup>1</sup> جریان کارگاهی سه مرحله ای با  $m$  ماشین در مرحله اول، یک ماشین در مرحله دوم و

سوم

<sup>2</sup> جریان کارگاهی سه ماشینه سری

<sup>3</sup> جریان کارگاهی دو مرحله ای با  $m$  ماشین در مرحله اول، یک ماشین در مرحله دوم



- [8] Shim, S.O., Kim, Y.D., "Minimizing Total Tardiness in an Unrelated Parallel- Machine Scheduling Problem", Journal of the Operational Research Society, Vol. 58, 2007, pp. 346-354.
- [9] Rabadi, G., Mollaghasemi, M., Anagnostopoulos, G.C., "A Branch-and-Bound Algorithm for the Early/tardy Machine Scheduling Problem with a Common Due-Date and Sequence-Dependent Setup Time", Computers and Operations Research, Vol. 31, 2004, pp. 1727-1751.
- [10] Gendreau, M., Laporte, L., Guimaraes, E.M., "A Divide and Merge Heuristic for the Multiprocessor Scheduling Problem with Sequence Dependent Setup Times", European Journal of Operational Research, Vol. 133, 2001, pp. 183-189.
- [11] Potts, C.N., Sevast'janov, S.V., Strusevich, V.A., Van Wassenhove, L.N., Zwaneveld, C.M., "The Two-Stage Assembly Scheduling Problem: Complexity and Approximation", Operations Research, Vol. 43, 1995, pp. 346-355.
- [12] Garey, M.R., Johnson, D.S., Sethi, R., "The Complexity of Flowshop and Jobshop Scheduling", Mathematics of Operations Research, Vol. 1, 1976, pp. 117-129.