

## مدلی جدید برای حل مساله موازنه خط مونتاژ هزینه‌گرا

حسنعلی موسی‌زادگان و سید حسام‌الدین ذگردی

**چکیده:** در این مقاله، یک مدل جدید هزینه‌گرا برای مساله موازنه خط مونتاژ ارائه شده است که شامل هزینه نیروی انسانی و خرید تجهیزات می‌باشد. رویکرد این مدل نسبت به هزینه‌های مذکور به‌گونه‌ای است که علاوه بر اینکه با شرایط واقعی خطوط مونتاژ منطبق می‌باشد، امکان استفاده از تجهیزات مشترک بین کارهای مونتاژ را میسر می‌سازد. تابع هدف و محدودیت‌های این مدل در قالب روابط ریاضی بیان شده و روابطی نیز برای محاسبه حد پایین و بالای تابع هدف ارائه شده است. برای حل مسائل مربوط به این مدل از الگوریتم ژنتیک استفاده شده و بهترین مقادیر پارامترهای این الگوریتم برای ابعاد مختلف مسائل یافت می‌شود. همچنین عملکرد الگوریتم ژنتیک پیشنهادی با یک روش معروف موجود بنام (Random Task Assignment) RTA و نیز مقادیر حدود پایین مقایسه شده است که نتایج حاصل از این بررسی، مزیت و برتری نسبی الگوریتم ژنتیک را هم به لحاظ کیفیت جواب و هم از نظر زمان حل به خوبی آشکار می‌کند.

**واژه‌های کلیدی:** خط مونتاژ، هزینه نیروی انسانی و تجهیزات، الگوریتم ژنتیک.

### ۱. مقدمه

باید به‌گونه‌ای بین این ایستگاه‌ها توزیع شود که کمترین زمان سیکل بدست آید [۲].

در کنار تقسیم‌بندی فوق، رویکردهای مختلفی برای مساله موازنه خط مونتاژ نظیر کاهش هزینه‌ها، افزایش انعطاف پذیری، کاهش زمان‌های توقف و ... وجود دارد که از بین آنها، سیاست‌های کاهش هزینه از جایگاه خاصی برخوردار است و انتخاب خط مونتاژ با کمترین هزینه سرمایه‌گذاری و عملیاتی همیشه مورد علاقه مدیران بوده است.

در این مقاله یک مدل ترکیبی از هزینه‌های نیروی انسانی و تجهیزات برای مساله موازنه خط مونتاژ ارائه می‌شود که با فرضیات و شرایط واقعی خطوط مونتاژ منطبق بوده و بتوان به کمک آن هزینه‌های مختلف خط مونتاژ را کاهش داد و بر کارایی آن افزود. در قسمت‌های بعدی این مقاله ابتدا مروری بر مدل‌های هزینه‌گرا صورت گرفته و سپس جدیدترین مدل‌های هزینه‌گرا که به نظر می‌رسد کاربردی‌تر از سایر مدل‌ها می‌باشند، انتخاب شده و مورد نقد و بررسی قرار می‌گیرند و با الهام از آنها مدل جدیدی به‌وجود می‌آید که دستاورد این تحقیق است.

با توجه به قابلیت خوب الگوریتم ژنتیک برای استفاده در مسائل موازنه خط مونتاژ و با تابع هدف چند معیاره، از این الگوریتم برای

مساله موازنه خط مونتاژ شامل مجموعه‌ای از کارهای مختلف مربوط به مونتاژ محصول است که باید این کارها به‌گونه‌ای به افراد و یا تجهیزات اختصاص یابد که علاوه بر اینکه ترتیب انجام کارها و سایر محدودیت‌های زمانی و ... حفظ می‌شود، حداکثر کارایی و حداقل هزینه و سایر معیارهای عملکرد بدست آید [۱]. بنابراین اطلاعات اولیه و اساسی یک مساله موازنه خط مونتاژ شامل لیست کارها، زمان انجام کارها و روابط پیش‌نیازی می‌باشد که چارچوب کلی آن را تشکیل می‌دهد.

مسائل موازنه خط مونتاژ به دو گروه اصلی تقسیم می‌شوند که عبارتند از: مساله نوع اول که زمان سیکل خط مونتاژ به‌عنوان ورودی مساله مشخص بوده و کارهای مورد نیاز برای مونتاژ محصول باید به‌گونه‌ای بین ایستگاه‌ها توزیع شود که تعداد ایستگاه‌های مذکور، حداقل شود و مساله نوع دوم که تعداد ایستگاه‌های مونتاژ به‌عنوان ورودی مساله مشخص است و کارهای مورد نیاز برای مونتاژ محصول

این مقاله در تاریخ ۸۴/۴/۱۰ دریافت و در تاریخ ۸۶/۲/۳ به تصویب نهایی رسیده است.

حسنعلی موسی‌زادگان، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه تربیت مدرس.  
ha\_mousa@yahoo.com  
دکتر سید حسام‌الدین ذگردی، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه تربیت مدرس.  
zegordi@modares.ac.ir

کارهای مورد نیاز برای مونتاژ این محصول به همراه شبکه روابط پیش‌نیازی و زمان سیکل داده شده است. در این مدل هریک از کارهای مونتاژ با توجه به میزان دشوار بودن آن دارای نرخ هزینه نیروی انسانی معینی بر حسب واحد پول بر واحد زمان می‌باشند. نرخ هزینه نیروی انسانی هر ایستگاه نیز برابر با بیشترین نرخ هزینه کارهای اختصاص یافته به ایستگاه می‌باشد. بر این اساس، هزینه کل مربوط به هر ایستگاه برابر است با حاصلضرب نرخ هزینه آن ایستگاه در زمان سیکل و از آنجایی که نرخ هزینه بر حسب واحد پول بر واحد زمان و زمان سیکل بر حسب واحد زمان به واحد محصول بیان می‌شود، لذا هزینه هر ایستگاه بر حسب واحد پول به واحد محصول بدست می‌آید. هدف در این مدل این است که کارهای مونتاژ به گونه‌ای بین ایستگاه‌ها توزیع شود که به کمترین مقدار هزینه نیروی انسانی ایستگاه‌ها که به روش فوق محاسبه می‌شود، بیانجامد. برای حل این مدل چندین روش ابتکاری و قطعی ارائه شده است. همچنین بر روی زمان محاسبه و کیفیت جواب حاصل از روش‌های ابتکاری، مطالعاتی صورت گرفته است [۱۱ و ۱۰]. البته Amen برای حل مدل پیشنهادی خود برای مسائل کوچک، یک روش قطعی با رویکرد شاخه و کرانه نیز ارائه داده بود و برای بهبود عملکرد آن ۷ شرط توقف برای هر شاخه بیان کرده بود که Scholl نشان داد که یکی از این شروط اشتباه می‌باشد و آن شرط را به صورت اصلاح شده ارائه داد [۱۲].

مدل پیشنهادی در این تحقیق با الهام از مدل‌های ارائه شده توسط Bukchin و Amen شکل گرفته است. لذا در ادامه، مدل‌های مذکور مورد نقد و بررسی قرار می‌گیرند:

منطق مدل Bukchin به گونه‌ای است که در هر ایستگاه فقط یک تجهیز می‌تواند استقرار یابد. لذا مدل Bukchin زمانی کاربرد دارد که تجهیزات انعطاف‌پذیر نظیر ربات‌ها در خطوط مونتاژ مورد استفاده قرار گیرد. واضح است که در این حالت در هر ایستگاه فقط یک ربات قرار می‌گیرد و بنابراین مدل مذکور جوابگو خواهد بود. ولی در صورتیکه از تجهیزات ساده و دستی استفاده شود، استفاده از تنها یک تجهیز در هر ایستگاه باعث می‌شود که کارهای کمی به هر ایستگاه اختصاص یافته و تعداد ایستگاه‌ها زیاد شود و بنابراین مدل Bukchin جوابگو نخواهد بود. بنابراین به نظر می‌رسد بهتر است فرض شود که برای انجام کارهای مونتاژ، تعدادی تجهیز وجود دارد که هر یک از آنها توانایی انجام تعدادی از کارهای مونتاژ را دارند ولی زمان انجام هر یک از کارها مشخص و ثابت است و در عوض می‌توان به هر ایستگاه بیش از یک تجهیز اختصاص داد و امکان استفاده از تجهیزات مشترک در هر ایستگاه را فراهم نمود.

در مدل Amen ایده بکارگیری هزینه نیروی انسانی به تفکیک کارهای مونتاژ و بر حسب واحد پول بر واحد زمان بسیار عملی و کاربردی است و به آسانی قابل پیاده سازی می‌باشد. ولی مبنای محاسبه نرخ هزینه هر ایستگاه که براساس بیشترین نرخ هزینه

حل مسائل مربوط به این مدل استفاده شده و پارامترهای مختلف الگوریتم برای ابعاد مختلف مسائل یافت می‌شود [۳]. برای نشان دادن کارایی الگوریتم ژنتیک پیشنهادی، از یک روش عمومی موجود در ادبیات به نام RTA استفاده شده و جواب‌های به‌دست آمده از الگوریتم با جواب‌های این روش مقایسه می‌گردد. بررسی این نتایج نشان می‌دهد که الگوریتم ژنتیک پیشنهادی هم از لحاظ کیفیت جواب و هم به لحاظ زمان حل بسیار خوب و مؤثر عمل می‌نماید.

## ۲. مروری بر مدل‌های هزینه‌گرا

شاید بتوان گفت اولین مدل هزینه‌گرا، مسأله نوع اول باشد. هدف در این مسأله این است که به ازاء زمان سیکل داده شده، حداقل تعداد ایستگاه‌ها بدست آید. بنابراین این مدل با کاهش تعداد ایستگاه‌ها، هزینه خط مونتاژ را کاهش می‌دهد. Erel و Sarin در سال ۱۹۹۰ مسأله نوع اول را در حالتی در نظر گرفتند که زمان انجام کارها دارای توزیع احتمالی بوده و بنابراین زمان ایستگاه‌ها نیز احتمالی می‌باشد و ممکن است از زمان سیکل تجاوز نماید [۴]. در این صورت باید محصول از خط مونتاژ خارج شده و با صرف هزینه جداگانه کارهای مونتاژ آن ادامه یابد. Malakooti در سال ۱۹۹۴ مدلی ارائه کرد که در آن از موجودی بین ایستگاه‌ها استفاده شده و هدف کاهش تعداد ایستگاه‌ها و هزینه استفاده از موجودی بوده است [۵]. در سال ۱۹۹۸، Sarker & Pan در مدل پیشنهادی خود اقدام به کاهش هزینه تسهیلات و بیکاری نمودند [۶]. در مدل ارائه شده توسط McMullen & Frazier امکان استفاده از ایستگاه‌های موازی در طول خط مونتاژ میسر بوده و هدف این است که صرفاً تعداد نیروی انسانی و تعداد تجهیزات مورد نیاز حداقل شود [۷].

در مدل ارائه شده توسط Bukchin، مسأله نوع اول در نظر گرفته شده است که باید یک محصول روی یک خط مونتاژ بدست آید [۸]. کارهای مورد نیاز برای مونتاژ این محصول به همراه شبکه روابط پیش‌نیازی و زمان سیکل داده شده است. برای انجام کارهای مونتاژ، انواع مختلفی از تجهیزات انعطاف‌پذیر وجود دارد که هر تجهیز با توجه به میزان انعطاف‌پذیری خود می‌تواند تعدادی از کارهای مونتاژ را انجام دهد. بنابراین برای انجام هر یک از کارهای مونتاژ، تعدادی تجهیز برای انتخاب وجود دارد که زمان انجام هر کار با هریک از انواع تجهیزات متفاوت خواهد بود. بدیهی است اگر یک تجهیز بتواند تعداد بیشتری از کارهای مونتاژ را انجام داده و زمان کمتری برای انجام آنها نیاز داشته باشد، قیمت خرید بالاتری خواهد داشت. در این مدل در هر ایستگاه فقط یک تجهیز قرار می‌گیرد. لذا باید تعیین شود که در هر ایستگاه چه تجهیز قرار گیرد و نحوه تخصیص کارها به ایستگاه‌ها چگونه باشد تا مجموع هزینه خرید تجهیزات حداقل شود.

در مدل ارائه شده توسط Amen، مسأله نوع اول در نظر گرفته شده است که باید یک محصول روی یک خط مونتاژ بدست آید [۹].

### ۲-۳. هزینه نیروی انسانی

در این مسأله فرض می‌شود که برای هر یک از کارهای مونتاژ با توجه به میزان دشوار بودن آن و ... نرخ دستمزد تعریف می‌شود که بر حسب واحد پول بر واحد زمان می‌باشد.

نرخ هزینه نیروی انسانی هر ایستگاه نیز بر اساس متوسط وزنی نرخ هزینه کارهای اختصاص یافته به آن ایستگاه محاسبه می‌شود که وزن مورد استفاده همان زمان انجام کارها می‌باشد. لذا برای محاسبه نرخ هزینه هر ایستگاه، حاصلضرب نرخ هزینه و زمان انجام هر کار یافت شده و با هم جمع می‌شوند و مقدار به دست آمده، بر مجموع زمان کارهای اختصاص یافته به آن ایستگاه تقسیم می‌گردد و نرخ هزینه نیروی انسانی ایستگاه به دست می‌آید. با داشتن نرخ هزینه هر ایستگاه، می‌توان هزینه کل نیروی انسانی خط مونتاژ را به دست آورد. برای این منظور نرخ هزینه هر ایستگاه در زمان سیکل ضرب شده و با هم جمع می‌شوند تا هزینه نیروی انسانی خط مونتاژ بر واحد محصول به دست آید (نرخ هزینه بر حسب واحد پول بر واحد زمان است که با ضرب کردن آن در زمان سیکل که بر حسب واحد زمان بر واحد محصول می‌باشد، مقدار هزینه بر حسب واحد پول بر واحد محصول به دست می‌آید).

باید توجه داشت که هزینه تجهیزات که به صورت فوق محاسبه می‌شود شامل سرمایه‌گذاری اولیه بوده و بر حسب واحد پول بیان می‌شود، در صورتیکه هزینه نیروی انسانی بر حسب واحد پول بر واحد محصول می‌باشد. بنابراین برای اینکه این دو نوع هزینه در کنار یکدیگر در تابع هدف قرار گیرند و نیز برای نشان دادن اهمیت هر یک از این هزینه‌ها از معیارهای وزنی و یا روش‌های بی‌مقیاس‌سازی استفاده می‌شود.

تابع هدف این مسأله سعی در کاهش هزینه تجهیزات و نیروی انسانی دارد و بنابراین با حل این مسأله باید تعیین شود که هر یک از کارهای مونتاژ به کدام ایستگاه اختصاص یابد تا مجموع هزینه تجهیزات و نیروی انسانی حداقل شود. سایر فرضیات و محدودیت‌های این مسأله، همان محدودیت‌های عمومی مسأله موازنه خط مونتاژ است.

### ۴. مدل ریاضی

قبل از ارائه مدل ریاضی باید پارامترها و متغیرهایی که برای بیان محدودیت‌ها و تابع هدف مدل در قالب روابط ریاضی بکار می‌روند، معرفی شوند. پارامترها و داده‌های اولیه مورد استفاده در مدل عبارتند از:

$n$  = تعداد کارهای مونتاژ که اندیس کارها با  $i$  و  $h$  نشان داده می‌شوند:

$$i \text{ و } ۲ \text{ و } ۱ \text{ و } \dots \text{ و } n \quad h \text{ و } ۲ \text{ و } ۱ \text{ و } \dots \text{ و } n$$

$$t_i = \text{زمان مورد نیاز برای انجام کار } i \text{ آم}$$

$l_i$  = نرخ هزینه نیروی انسانی کار  $i$  آم بر حسب واحد پول بر واحد زمان

کارهای اختصاص یافته به آن ایستگاه می‌باشد، دور از واقعیت است. زیرا معمولاً به هر اپراتور ایستگاه مونتاژ، کارهای مختلف مونتاژ که برخی آسان و برخی دشوار می‌باشد، سپرده می‌شود که نرخ هزینه دستمزد آنها نیز متفاوت است و اگر نرخ هزینه آن ایستگاه بر اساس دشوارترین کار موجود در آن ایستگاه (با بیشترین نرخ هزینه) در نظر گرفته شود، در این صورت مبنای صحیحی برای محاسبه دستمزد وجود نخواهد داشت. زیرا ممکن است کاری که بیشترین نرخ هزینه را دارد، در مقایسه با سایر کارهای موجود در آن ایستگاه (که ممکن است بسیار آسان بوده و نرخ هزینه کمی دارند) سهم بسیار کوچکی داشته باشد. بنابراین به نظر می‌رسد بهتر است بجای بیشترین نرخ هزینه کارها، متوسط وزنی نرخ هزینه کارهای اختصاص یافته به ایستگاه، مبنای محاسبه نرخ هزینه آن ایستگاه قرار گیرد و وزن مورد استفاده نیز می‌تواند زمان انجام کارها باشد.

با اعمال تغییرات فوق در این دو مدل و تلفیق آنها با یکدیگر، مدل پیشنهادی در این تحقیق شکل می‌گیرد که در آن به هر دو هزینه نیروی انسانی و تجهیزات توجه شده است و هر یک از این هزینه‌ها، از یکی از دو مدل مذکور استنتاج شده و با الهام از آنها به دست آمده است.

### ۳. تعریف مساله

مسأله مورد بحث در این مدل از نوع اول می‌باشد که در آن کلیه کارهای مورد نیاز برای مونتاژ محصول به همراه شبکه روابط پیش‌نیازی و زمان انجام کارها و زمان سیکل داده شده است. در این مسأله دو هزینه تجهیزات و نیروی انسانی مورد توجه قرار می‌گیرد که روش محاسبه و فرضیات آن به صورت زیر است:

#### ۱-۳. هزینه تجهیزات

در این مسأله فرض می‌شود که برای انجام هر یک از کارهای مونتاژ، تنها به یک تجهیز نیاز می‌باشد. نوع تجهیز مورد استفاده برای انجام هر کار نیز معلوم است و فرض می‌شود که تعداد انواع تجهیزات از تعداد کارهای مونتاژ کمتر است و بنابراین بین کارهای مختلف مونتاژ، تجهیزات مشترک وجود داشته و همواره تعدادی از کارهای مونتاژ وجود دارند که از یک نوع تجهیز استفاده می‌نمایند. در صورتیکه بتوان کارهایی که از یک نوع تجهیز استفاده می‌کنند را به یک ایستگاه تخصیص داد، می‌توان از یک تجهیز برای انجام چندین کار استفاده کرده و هزینه خرید تجهیزات را کاهش داد. در این مسأله برای محاسبه هزینه تجهیزات باید مشخص شود که در هر ایستگاه با توجه به کارهای اختصاص داده شده به آن چه نوع تجهیزاتی نیاز است (بدیهی است که در هر ایستگاه از هر نوع تجهیز حداکثر یکی مورد نیاز است).

پس از آن می‌توان تعداد کل تجهیزات از هر نوع آنرا یافته و با در نظر گرفتن هزینه خرید هر نوع تجهیز، هزینه خرید کلیه تجهیزات مورد نیاز را محاسبه نمود.

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1, \forall i \quad (3)$$

$$\sum_{j=1}^n (jx_{hj} - jx_{ij}) \geq 0, \forall i, h; P_{ih} = 1 \quad (4)$$

$$x_{ij} = 0 \text{ و } 1 \text{ و } \forall i, j \quad (5)$$

رابطه (۱) تابع هدف این مدل را نشان می‌دهد. بخش اول این رابطه مربوط به هزینه نیروی انسانی است. مقدار داخل پرانتز نرخ هزینه نیروی انسانی هر ایستگاه می‌باشد که زمان سیکل نیز در آن ضرب شده است. وجود  $\mathcal{E}$  در مخرج کسر به دلیل این است که مخرج کسر صفر نگردد و به همین خاطر نیز یک عدد بسیار کوچک مانند  $\mathcal{E}$  اضافه شده است.

بخش دوم رابطه فوق هزینه خرید تجهیزات را نشان می‌دهد. مقدار داخل پرانتز، تعداد کل تجهیزات مورد نیاز از نوع  $k$  را محاسبه می‌کند. بدین صورت که در هر ایستگاه بیشترین مقدار  $X_{ij} A_{ik}$  یافت می‌شود که حاصل برابر صفر و یا یک است. در صورتیکه این مقدار برابر یک باشد، نشان دهنده این است که تجهیز نوع  $k$  در ایستگاه مذکور استفاده شده است.

پس از اینکه تعداد مورد نیاز از تجهیز نوع  $k$  به دست آمد، در هزینه خرید آن ضرب می‌شود. وجود  $W1$  و  $W2$  به لحاظ معادل نبودن واحد هزینه تجهیزات و نیروی انسانی (یکی برحسب واحد پول و دیگری برحسب واحد پول بر واحد محصول می‌باشد) و نیز برای نشان دادن اهمیت هر یک از این دو هزینه نسبت به هزینه دیگر بکار می‌رود. البته اگر هزینه خرید تجهیزات بر عمر مفید آنها تقسیم شود، هزینه خرید تجهیز در واحد زمان بدست می‌آید که با ضرب کردن آن در زمان سیکل، می‌توان هزینه خرید تجهیز بر واحد محصول را یافت. همچنین می‌توان از روش‌های بی‌مقیاس سازی نظیر نرم اقلیدسی و یا سایر روش‌هایی موجود که برای توابع هدف چند معیاره بکار می‌روند، استفاده کرد. بدین ترتیب مشکل مربوط به مغایرت واحدهای دو نوع هزینه فوق برطرف می‌شود و تنها برای نشان دادن اهمیت هریک از آنها نسبت به دیگری از معیارهای وزنی استفاده خواهد شد.

رابطه (۲) محدودیت زمان سیکل بوده و بیان می‌کند که مجموع زمان کارهای اختصاص یافته به هر ایستگاه نباید از زمان سیکل بیشتر باشد.

رابطه (۳) محدودیت عدم اشتراک کار بوده و بیان می‌کند که هر کار باید فقط و فقط به یک ایستگاه اختصاص یابد و نمی‌توان یک کار را به دو یا چند ایستگاه تخصیص داد.

رابطه (۴) محدودیت روابط پیش‌نیازی را نشان می‌دهد. همانطور که از این رابطه مشهود است، در صورتیکه کار  $i$  آم پیش‌نیاز کار  $h$  آم باشد، باید شماره ایستگاهی که کار  $i$  آم به آن اختصاص می‌یابد،

$P_{ih}$  = رابطه پیش‌نیازی بین کار  $i$  و  $h$  که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$P_{ih} = \begin{cases} 1 & \text{اگر کار } i \text{ آم پیش‌نیاز بلافاصل کار } h \text{ آم باشد.} \\ 0 & \text{در غیر اینصورت} \end{cases}$$

$j$  = اندیس ایستگاه‌های مونتاژ می‌باشد. از آنجایی که مسأله مورد بحث از نوع اول بوده و تعداد ایستگاه‌ها در آن مشخص نیست، لذا تعداد ایستگاه به صورت پیش‌فرض برابر تعداد کارها خواهد بود:

$$j = 1 \text{ و } 2 \text{ و } \dots \text{ و } n$$

$$C = \text{زمان سیکل}$$

$r$  = تعداد انواع تجهیزات که اندیس هر نوع تجهیز با  $k$  نشان داده می‌شود:

$$k = 1 \text{ و } 2 \text{ و } \dots \text{ و } r$$

$A_{ik}$  = متغیر تخصیص است و نشان می‌دهد که هر کار با کدام نوع از تجهیز انجام می‌شود. این متغیر به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$A_{ik} = \begin{cases} 1 & \text{اگر کار } i \text{ آم با تجهیز } k \text{ آم انجام شود.} \\ 0 & \text{در غیر اینصورت} \end{cases}$$

$$C_k = \text{هزینه خرید تجهیز نوع } k$$

$$W1 = \text{وزن مربوط به هزینه نیروی انسانی در تابع هدف}$$

$$W2 = \text{وزن مربوط به هزینه تجهیزات در تابع هدف}$$

با توجه به پارامترهای تعریف شده، متغیرهای تصمیم که مقادیر بهینه آنها توسط مدل ارائه می‌گردد عبارتند از:  
 $X_{ij}$  = متغیر تصمیم مدل بوده و با حل مسأله مقدار آن یافت می‌شود و نشان می‌دهد که هر کار به کدام ایستگاه باید تخصیص یابد. این متغیر به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{اگر کار } i \text{ آم به ایستگاه } j \text{ آم اختصاص یابد.} \\ 0 & \text{در غیر اینصورت} \end{cases}$$

بنابراین متغیر  $X_{ij}$  تنها متغیر تصمیم مدل است که با یافتن مقادیر آن، جواب مسأله بدست می‌آید.

با توجه به تعریف مسأله و معرفی پارامترها و متغیرها که به آنها اشاره شد، مدل ریاضی را می‌توان به صورت ذیل نشان داد:

$$\min z = W_1 \sum_{j=1}^n \left( \frac{C \sum_{i=1}^n x_{ij} t_i}{\mathcal{E} + \sum_{i=1}^n x_{ij} t_i} \right) + W_2 \sum_{k=1}^r C_k \left( \sum_{j=1}^n \text{MAX}_{i=1}^n \{x_{ij} A_{ik}\} \right) \quad (1)$$

Subject to

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} t_i \leq C, \forall j \quad (2)$$

مثالی ارائه شود که در آن زمان انجام کلیه کارها برابر با زمان سیکل باشد، در این صورت هریک از کارهای مونتاژ در ایستگاه جداگانه‌ای قرار می‌گیرند و هزینه نیروی انسانی و تجهیزات از رابطه (۷) به دست می‌آید.

### ۵. مثال عددی

جهت آشنایی بیشتر با نحوه محاسبه هزینه‌ها و حدود بالا و پایین، جدول (۱) که زمان انجام کارها و نرخ هزینه نیروی انسانی و نوع تجهیزات مورد استفاده را برای یک مثال دلخواه نشان می‌دهد، در نظر بگیرید (برای محاسبه حدود پایین و بالا نیازی به روابط پیش‌نیازی نیست):

جدول ۱. زمان و هزینه نیروی انسانی و نوع تجهیزات

شماره کار	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹
زمان انجام کار	۵	۳	۴	۵	۴	۵	۱	۴	۶
هزینه نیروی انسانی	۳	۴	۲	۵	۱	۴	۳	۲	۱
نوع تجهیز	x	y	x	y	x	y	x	y	x

در صورتیکه زمان سیکل برابر ۱۰ بوده و دو نوع تجهیز X و Y برای انجام کارهای مونتاژ وجود داشته باشد که هزینه خرید آنها به ترتیب برابر ۵۰ و ۱۰۰ واحد پولی باشد و وزن برای هزینه تجهیزات و نیروی انسانی نیز به ترتیب برابر ۱ و ۵ باشد، در این صورت با توجه به این جدول، حدود بالا و پایین به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$\text{حد پایین} = ۵ \times ۱۰۱ + ۱ \times ۳۰۰ = ۸۰۵$$

$$\text{حد بالا} = ۵ \times ۲۵۰ + ۱ \times ۶۵۰ = ۱۹۰۰$$

بنابراین برای این مثال و با هر شبکه روابط پیش‌نیازی دلخواه، هیچ جوابی نمی‌توان یافت که مقدار تابع هدف آن از ۸۰۵ کمتر و از ۱۹۰۰ بیشتر باشد. به‌طور مثال اگر فرض شود که نحوه تخصیص کارها به ایستگاه‌ها به صورت زیر باشد:

$$(۱ \text{ و } ۳) - (۲ \text{ و } ۴) - (۵ \text{ و } ۶ \text{ و } ۷) - (۸ \text{ و } ۹)$$

در این صورت به چهار ایستگاه مونتاژ نیاز است و هزینه تجهیزات در این چهار ایستگاه به ترتیب برابر ۵۰، ۱۰۰، ۱۵۰ و ۱۵۰ بوده و مجموع هزینه خرید تجهیزات ۴۵۰ می‌باشد.

نرخ هزینه نیروی انسانی در ایستگاه‌ها بر اساس متوسط وزنی به ترتیب برابر با ۲/۵۵، ۴/۶۲، ۲/۷ و ۱/۴ می‌باشد که پس از ضرب کردن آنها در زمان سیکل، مجموع کل هزینه نیروی انسانی برابر با ۱۱۲/۷ به دست می‌آید. با احتساب وزن برای هزینه تجهیزات و نیروی انسانی، مقدار تابع هدف برابر ۱۰۱۳/۵ می‌باشد که بزرگتر از حد پایین و کوچکتر از حد بالای به دست آمده است.

کوچکتر یا مساوی با شماره ایستگاهی باشد که کار h ام به آن تخصیص یافته است. به عبارت دیگر باید کار i ام زودتر از کار h ام تخصیص یابد.

رابطه (۵) نیز محدودیت عدم تقسیم کار بوده و بیان می‌کند که هر یک از کارهای مونتاژ باید یکبار به‌طور کامل در یک ایستگاه انجام شود و نمی‌توان بخشی از آنرا در یک ایستگاه و بخشی دیگر را در ایستگاه دیگری انجام داد و به عبارت دیگر نمی‌توان یک کار را به چند قسمت تقسیم کرد. این محدودیت به همراه محدودیت (۳) تضمین می‌کند که هر کار فقط و فقط به یک ایستگاه و آنهم به صورت کامل اختصاص یابد.

می‌توان با ارائه روابطی، مقدار تابع هدف را در بهترین و بدترین حالت محاسبه کرد که به ترتیب نشان دهنده حد پایین و حد بالای تابع هدف می‌باشد. این روابط به شرح زیر است:

$$LB = W_1 \sum_{i=1}^n l_i t_i + W_2 \sum_{k=1}^r \left( C_k \left[ \sum_{i=1}^n A_{ik} t_i / C \right] \right) \quad (۶)$$

$$UB = W_1 \sum_{i=1}^n C l_i + W_2 \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^r A_{ik} C_k \quad (۷)$$

رابطه (۶) و (۷) به ترتیب حد پایین و حد بالای تابع هدف را نشان می‌دهند. در روابط فوق [x] بیانگر کوچکترین عدد صحیح بزرگتر یا مساوی با x است. حدود پایین و بالا باید به گونه‌ای باشند که هیچ جوابی نتوان یافت که مقدار تابع هدف آن کمتر از حد پایین و یا بیشتر از حد بالا باشد. با توجه به این مطلب برای محاسبه حدود پایین و بالا از منطق زیر استفاده شده است:

برای محاسبه حد پایین فرض می‌شود که روابط پیش‌نیازی وجود ندارد. زیرا می‌توان مثالی ارائه نمود که در آن روابط پیش‌نیازی وجود نداشته باشد. در چنین مثالی بهترین حالت زمانی اتفاق می‌افتد که تمام کارهایی که از یک نوع تجهیز استفاده می‌کنند به یک ایستگاه تخصیص یابند تا هزینه خرید تجهیزات در کمترین مقدار ممکن قرار گیرد.

در مورد هزینه نیروی انسانی نیز در صورتیکه مجموع زمان کارهای اختصاص یافته به هر ایستگاه برابر با زمان سیکل بوده و زمان بیکاری کلیه ایستگاه‌ها صفر باشد، هزینه نیروی انسانی در کمترین مقدار ممکن قرار می‌گیرد.

در این حالت زمان کلیه ایستگاه‌ها برابر زمان سیکل خواهد بود و بنابراین مقدار هزینه نیروی انسانی و هزینه تجهیزات از رابطه (۶) یافت می‌شود.

بدترین حالت برای جواب، زمانی اتفاق می‌افتد که روابط پیش‌نیازی و زمان انجام کارها و زمان سیکل به گونه‌ای باشند که باعث شوند هر یک از کارهای مونتاژ در یک ایستگاه جداگانه تخصیص یابند. اگر

## جدول ۳. اطلاعات مربوط به مثال هزینه نیروی انسانی

شماره کار	۱	۲	۳	۴	۵
زمان انجام	۴	۱	۶	۴	۵
نرخ هزینه	۲۰	۲۵	۳	۲	۳

اگر این مثال بر اساس مدل Amen حل شود، جواب زیر بدست می‌آید:

$$(۵) - (۳ و ۴) - (۱ و ۲)$$

اگر هزینه کل با فرض اینکه نرخ هزینه هر ایستگاه برابر بیشترین نرخ هزینه کارهای اختصاص یافته به آن باشد، محاسبه شود، مقدار ۳۱۰ برای هزینه کل به دست می‌آید و اگر نرخ هزینه هر ایستگاه برابر متوسط وزنی در نظر گرفته شود، مقدار ۲۶۶ برای هزینه کل به دست خواهد آمد. اگر این مثال بر اساس مدل ارائه شده در این تحقیق حل شود، جواب زیر به دست می‌آید:

$$(۵ و ۴ و ۲) - (۱ و ۳)$$

در جواب فوق اگر هزینه کل با فرض بیشترین نرخ هزینه محاسبه شود، مقدار ۴۵۰ و اگر با فرض متوسط وزنی محاسبه شود، مقدار ۱۴۶ به دست می‌آید.

با مقایسه دو جواب فوق می‌توان دریافت که برای مدل Amen، جواب اول بهینه بوده و هزینه کمتری نسبت به جواب دوم ارائه می‌کند (۳۱۰ در مقابل ۴۵۰) و برای مدل ارائه شده در این تحقیق نیز جواب دوم بهینه بوده و هزینه کمتری دارد (۱۴۶ در مقابل ۲۶۶). بنابراین جواب بهینه این مدل‌ها با یکدیگر متفاوت است و این دو مدل متفاوت از یکدیگر عمل می‌نمایند.

## ۷. روش حل مبتنی بر الگوریتم ژنتیک

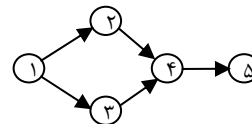
همان طور که در قسمت قبل نشان داده شد، مدل ارائه شده در این تحقیق کاملاً جدید بوده و مکانیزم‌های حل مدل‌های قبلی برای آن قابل استفاده نمی‌باشند. لذا برای حل مسائل آن باید روش مناسبی ارائه گردد. از آنجایی که مدل ارائه شده در این تحقیق دارای متغیرهای عدد صحیح است و از طرف دیگر تابع هدف آن غیر خطی می‌باشد، لذا نرم‌افزارهای حل مدل ریاضی برای مسائل مربوطه چندان کارایی ندارند. همچنین به دلیل اینکه مساله موازنه خط مونتاژ به لحاظ تابع پیچیدگی زمان از نوع  $Np - hard$  می‌باشد [۱۳]. لذا روش‌های قطعی نیز برای حل این مساله با اندازه متوسط و بزرگ مناسب نیستند. بنابراین برای حل مسائل مربوط به این مدل باید از روش‌های ابتکاری و فرا ابتکاری استفاده کرد. برای این منظور از الگوریتم ژنتیک به لحاظ اینکه برای حل انواع مسائل موازنه خط مونتاژ و نیز مسائل با تابع هدف چند معیاره مناسب بوده است استفاده می‌شود [۳].

## ۶. وجه تمایز مدل پیشنهادی از مدل‌های قبلی

در این قسمت مثال‌هایی ارائه می‌شود که نشان می‌دهند مدل ارائه شده در این تحقیق کاملاً جدید و مستقل از مدل‌های Bukchin و Amen می‌باشد و روش‌ها و معیارها و مکانیزم حل مدل‌های مذکور برای مدل این تحقیق قابل استفاده نمی‌باشند. این مثال‌ها بر حسب هزینه تجهیزات و نیروی انسانی بوده و به شرح زیر است:

## ۶-۱. هزینه تجهیزات

شبکه روابط پیش‌نیازی زیر را در نظر بگیرید:



شکل ۱. شبکه روابط پیش‌نیازی برای مثال هزینه تجهیزات

زمان سیکل برابر ۱۰ بوده و سایر اطلاعات مطابق جدول ۲ است:

## جدول ۲. اطلاعات مربوط به مثال هزینه تجهیزات

شماره کار	۱	۲	۳	۴	۵
زمان انجام	۸	۸	۳	۲	۵
نوع تجهیز	$x$	$y$	$z$	$y$	$z$
هزینه خرید	۱۰۰	۱۰۰	۲۰۰	۱۰۰	۲۰۰

اگر این مثال بر اساس مدل Bukchin حل شود، باید به هر ایستگاه فقط یک تجهیز اختصاص یابد. در این صورت بهترین جواب ممکن (با کمترین هزینه خرید تجهیزات) عبارتست از:

$$(۵) - (۳ و ۴) - (۱)$$

همانطور که مشاهده می‌شود، تعداد ایستگاه‌ها برابر ۴ بوده و هزینه کل برابر ۶۰۰ می‌باشد. اگر این مثال بر اساس مدل ارائه شده در این تحقیق حل شود، می‌توان به هر ایستگاه بیش از یک تجهیز اختصاص داد. در این صورت بهترین جواب ممکن عبارتست از:

$$(۵ و ۴ و ۳) - (۲) - (۱)$$

همانطور که مشاهده می‌شود، سه ایستگاه مورد نیاز بوده و هزینه کل برابر ۵۰۰ می‌باشد. این جواب کاملاً متفاوت از جواب قبلی است و حتی با ترکیب ایستگاه‌ها در جواب قبلی نمی‌توان به این جواب دست یافت.

## ۶-۲. هزینه نیروی انسانی

شبکه روابط پیش‌نیازی ارائه شده در مثال قبل را در نظر بگیرید. در اینجا نیز زمان سیکل برابر ۱۰ بوده و سایر اطلاعات بشرح جدول ۳ است:

## ۱-۷. تشریح الگوریتم ژنتیک

این الگوریتم بر فرضیه تکامل داروین استوار است. این فرضیه بیان می‌کند موجوداتی که سازگاری بیشتری با محیط داشته باشند، با نرخ بالاتری زنده مانده و تولید مثل می‌کنند و بنابراین شانس حضور آنها در نسل‌های بعدی بیشتر است [۱۴]. الگوریتم ژنتیک از این فرضیه استفاده کرده و برای جواب‌هایی که سازگاری بیشتری با تابع هدف مسأله داشته باشند، شانس بیشتری برای حضور در تکرارها و نسل‌های بعدی می‌دهد.

برای استفاده از الگوریتم ژنتیک، باید هر جواب مسأله را بتوان در قالب یک رشته از اعداد بیان کرد. به هر یک از این رشته‌ها که نشان دهنده یکی از جواب‌های مسأله می‌باشند، کروموزم و به هر یک از اعداد تشکیل دهنده آن ژن می‌گویند. الگوریتم ژنتیک با تعدادی از جواب‌های مختلف آغاز می‌شود که جمعیت نسل اولیه را تشکیل می‌دهند. تعداد این جواب‌ها در تکرارها و نسل‌های بعدی ثابت بوده ولی کیفیت آنها به تدریج بهبود می‌یابد. در هر نسل کیفیت جواب‌ها به کمک تابع هدف و یا توابع برازش دیگر سنجیده شده و براساس آن نسل بعد شکل می‌گیرد. برای تولید نسل بعد، تعدادی از جواب‌ها مستقیماً به نسل بعد منتقل می‌شوند، برخی دیگر از جواب‌ها با ایجاد جهش در کروموزم آن‌ها به جواب‌های دیگری تبدیل شده و به نسل بعد منتقل می‌شوند. همچنین گاهی دو جواب به عنوان والدین در نظر گرفته شده و با انجام عمل جابجایی روی کروموزم‌های آن‌ها، دو فرزند به عنوان جواب‌های جدید ایجاد شده و به نسل بعد منتقل می‌شود.

## ۲-۷. استفاده از الگوریتم ژنتیک در مساله موازنه خط مونتاژ

در مساله موازنه خط مونتاژ برای تولید کروموزم، کارهای مونتاژ به همان ترتیبی که به ایستگاه‌ها اختصاص می‌یابند، در رشته قرار می‌گیرند. به عنوان مثال اگر تعداد کارهای مونتاژ برابر با ۸ باشد، رشته زیر یک جواب دلخواه را نشان می‌دهد:

۱ ۳ ۲ ۵ ۴ ۶ ۷ ۸

براساس تعریف فوق یک رشته ممکن است شذنی و یا ناشدنی باشد. اگر ترتیب نشان داده شده در رشته برای تخصیص کارها به ایستگاه‌ها، روابط پیش‌نیازی را نقض کند، رشته مذکور ناشدنی است و بالعکس. در مثال فوق اگر کار چهارم پیش‌نیاز کار پنجم باشد، در این صورت این رشته ناشدنی خواهد بود. برای اینکه بتوان یک رشته شذنی ایجاد کرد، انجام مراحل زیر لازم است:

- ۱- یک رشته خالی انتخاب کنید.
- ۲- کلیه کارهایی که پیش‌نیاز ندارند، در نظر گرفته و یکی را به تصادف انتخاب و در اولین محل رشته قرار دهید.
- ۳- کار انتخاب شده را از لیست کارها حذف کرده و مجدداً کلیه کارهایی که پیش‌نیاز ندارند را در نظر بگیرید.
- ۴- به قدم ۲ بروید.

برای تبدیل یک رشته به جواب نیز باید کارها به همان ترتیبی که در رشته قرار دارند، به ایستگاه اول اختصاص یابند و در صورتیکه زمان ایستگاه بیش از زمان سیکل شد، بقیه کارها از ایستگاه دوم تخصیص یابند و این روند ادامه یابد تا کلیه کارهای مونتاژ به ایستگاه‌ها اختصاص یابند.

برای شروع الگوریتم ژنتیک، باید جمعیت نسل اولیه تولید شود. رشته‌های جمعیت مذکور شذنی بوده و به صورت تصادفی تولید می‌شوند. سپس باید به کمک تابع برازش میزان سازگاری هر یک از این رشته‌ها تعیین شود. می‌توان از تابع هدف به عنوان تابع برازش استفاده کرد. برای تولید جمعیت نسل بعد، برخی از رشته‌ها انتخاب شده و مستقیماً به نسل بعد منتقل می‌شوند و برخی دیگر به کمک عملگرهای جابجایی و جهش به رشته‌های دیگری تبدیل شده و به نسل بعد منتقل می‌شوند.

مکانیزم انتخاب که در اینجا مورد استفاده قرار می‌گیرد، چرخ رولت می‌باشد. در این روش به هر یک از رشته‌های نسل فعلی یک بازه عددی تخصیص داده می‌شود و هر چه میزان سازگاری رشته بیشتر باشد، بازه بزرگتری به آن تعلق می‌گیرد. سپس تعدادی عدد تصادفی تولید شده و هر عدد تصادفی در هر بازه که قرار گرفت، رشته مربوط به آن بازه به نسل بعد منتقل می‌شود [۱۴].

برای عملیات جابجایی نیز از عملگرهای  $PMX$ ،  $OX$  و  $CX$  استفاده می‌شود [۱۵]. عملگرهای جهش مورد استفاده نیز شامل ترتیب معکوس و ترتیب تصادفی می‌باشند. در عملگر ترتیب معکوس ( $RE$ )، یک رشته از نسل فعلی در نظر گرفته شده و دو نقطه به صورت تصادفی روی آن انتخاب می‌شود. سپس ترتیب قرار گرفتن ژن‌هایی که بین این دو نقطه وجود دارند، معکوس می‌گردد. در عملگر ترتیب تصادفی ( $RO$ ) نیز یک رشته از نسل فعلی در نظر گرفته شده و یک نقطه به صورت تصادفی روی آن انتخاب می‌شود. ژن‌هایی که در سمت چپ این نقطه قرار دارند، بدون تغییر باقی مانده ولی ژن‌هایی که در سمت راست این نقطه قرار دارند، دارای ترتیب تصادفی می‌گردند. باید توجه داشت که کلیه عملگرهای مذکور رشته‌های ناشدنی تولید می‌کنند. بنابراین پس از استفاده از این عملگرها نیاز به عملگر دیگری است تا رشته تولید شده را تعمیر کرده و آنرا به رشته شذنی تبدیل کند. عملگر تعمیر که برای این منظور مورد استفاده قرار می‌گیرد، مشابه مکانیزم تولید رشته تصادفی شذنی عمل کرده و تنها قدم (۲) آن به صورت زیر می‌باشد [۱۶]:

۲- کلیه کارهایی که پیش‌نیاز ندارند، در نظر گرفته و یکی از آنها که در ابتدایی‌ترین محل در رشته ناشدنی قرار دارد، انتخاب کرده و در اولین محل رشته خالی قرار دهید.

## ۳-۷. تنظیم پارامترهای الگوریتم

باید توجه داشت که عملکرد الگوریتم ژنتیک وابستگی شدیدی به مقادیر انتخاب شده برای پارامترهای آن دارد. پارامترهای الگوریتم ژنتیک عبارتند از اندازه جمعیت ( $POP$ )، تعداد نسل ( $Gen$ )، احتمال

نگردد. برای تعیین  $Pm$  و  $PC$ ، مقادیر ۱۰ تا ۱۰۰ با مضرب ۱۰ به آنها اختصاص می‌یابد و بهترین مقدار برای هر یک از آنها انتخاب می‌شود. برای هر مجموعه از مقادیر پارامترها و عملگرها، ۲۰ بار مسأله حل شده و متوسط جواب‌ها در نظر گرفته می‌شود. نتایج حاصل از تنظیم پارامترها در جدول (۴) نشان داده شده است. هر یک از سطرهای این جدول بهترین مقادیر پارامترها و عملگرها را برای مسائل مختلف بر حسب ابعاد آنها (بزرگ، متوسط و کوچک) ارائه می‌کند.

### ۸. آزمایشات عددی

در این بخش، الگوریتم ژنتیک ارائه شده از لحاظ کیفیت جواب و زمان حل با یک روش ابتکاری مقایسه می‌گردد. برای انجام محاسبات، شش مسأله مختلف با تعداد کارهای مونتاژ ۸، ۱۱، ۲۱، ۵۸، ۷۰ و ۹۴ که همگی از مسائل معروف در تحقیقات مربوطه به مسأله موازنه خط مونتاژ می‌باشند، انتخاب شده است [۱۷]. برای هر یک از این مسائل سه زمان سیکل در نظر گرفته شده است که برابر با یک، یک و نیم و دو برابر بیشترین زمان مربوط به کارها می‌باشند و بدین ترتیب هیجده مسأله بدست می‌آید. باید توجه داشت که در سایر تحقیقات انجام گرفته نیز معمولاً زمان سیکل به همین صورت در نظر گرفته می‌شود [۱۸].

از آنجا که مسائل مذکور فقط شامل زمان انجام هر کار و روابط پیش‌نیازی می‌باشد، لذا سایر اطلاعات مورد نیاز نظیر تعداد انواع تجهیزات و هزینه خرید هر تجهیز و نرخ هزینه نیروی انسانی مربوط به هر یک از کارهای مونتاژ باید ایجاد گردد. ضمناً سه مسأله از شش مسأله فوق در قسمت قبل برای تنظیم پارامترهای الگوریتم ژنتیک نیز استفاده شده بودند.

جهش ( $Pm$ ) و احتمال جابجایی ( $Pc$ ) که باید سعی شود بهترین مقدار این پارامترها که براساس آن عملکرد الگوریتم در بهترین حالت قرار می‌گیرد، تعیین شود. علاوه بر پارامترهای فوق، نوع عملگر جهش و جابجایی مورد استفاده نیز بر عملکرد الگوریتم مؤثر است و بنابراین باید بهترین نوع این عملگرها نیز تعیین شود. برای این منظور سه عملگر جابجایی  $PMX$  و  $OX$  و  $CX$  و دو عملگر جهش  $RE$  و  $RO$  در نظر گرفته شده و بهترین آنها انتخاب می‌شود. از آنجا که عملکرد الگوریتم ژنتیک به ابعاد مسأله نیز حساس می‌باشد، سه مسأله مختلف با تعداد ۹۴، ۵۸ و ۲۱ کار مونتاژ که به ترتیب نشان دهنده ابعاد بزرگ، متوسط و کوچک می‌باشند، در نظر گرفته شده و تنظیم پارامترها برای هر یک از این مسائل به صورت جداگانه انجام می‌شود.

برای تنظیم پارامترها برای هر یک از این مسائل، ابتدا به هر یک از پارامترها مقدار اولیه‌ای داده می‌شود که به نظر می‌رسد بهترین مقادیر باشند و سپس پارامترها، تک تک و به ترتیب میزان اهمیت و تأثیرگذاری آنها بر عملکرد الگوریتم تنظیم می‌شوند. مقادیر اولیه و نیز نوع عملگرهای اولیه مورد استفاده به صورت زیر است:

$$Pm = 0.1 \text{ و } Pc = 0.9 \text{ و } \text{تعداد کارها} = Gen = pop \text{ و } RE \text{ و } PMX$$

برای تنظیم پارامترها، ابتدا بهترین نوع عملگر جابجایی و جهش تعیین می‌شود و پس از آن بهترین مقدار برای تعداد نسل ( $Gen$ ) و اندازه جمعیت ( $POP$ ) و در نهایت نیز احتمال جابجایی ( $Pc$ ) و جهش ( $Pm$ ) تعیین می‌شود.

برای تعیین تعداد نسل باید بررسی کرد که متوسط کیفیت جواب نسل‌ها پس از چند نسل تقریباً ثابت مانده و دیگر بهبود نمی‌یابد. برای تعیین اندازه جمعیت نیز مقادیر جمعیت از ۱۰ شروع شده و ۱۰ تا افزایش می‌یابد تا جاییکه بهبود چندانی در جواب‌ها مشاهده

جدول ۴. مقادیر بدست آمده از تنظیم پارامترها

نام مسأله	ابعاد مسأله	تعداد کارها	عملگر جابجایی	عملگر جهش	$Gen$	$POP$	$PC$	$Pm$
Mukherje	بزرگ	۹۴	$PMX$	$RE$	۱۷۰	۶۰	۸۰	۲۰
Warnecke	متوسط	۵۸	$PMX$	$RE$	۱۱۰	۵۰	۹۰	۲۰
Mitchell	کوچک	۲۱	$PMX$	$RE$	۵۵	۴۰	۹۰	۲۰

زمان حل برای هر مسأله بدست آمده است. روش ابتکاری که برای مقایسه با الگوریتم ژنتیک مورد استفاده قرار می‌گیرد، "تخصیص تصادفی کارها" RTA (Random Task Assignment) نام داشته و برای اولین بار توسط Arcus در سال ۱۹۶۳ ارائه گردید. [۱۹] این روش مبتنی بر تولید تصادفی جواب‌های مختلف و انتخاب بهترین جواب از بین آنها می‌باشد. در این روش در هنگام تولید جواب‌های تصادفی، به تابع هدف توجه نمی‌شود و فقط در هنگام

به منظور تجزیه و تحلیل و مقایسه روش‌ها باید محاسبات زیر صورت گیرد:

برای کلیه مسائل، حد پایین (رابطه ۶) و جواب بهینه توسط نرم‌افزار Lingo محاسبه می‌شود. از ویرایش ۸ و نوع Super Lingo برای این منظور استفاده شده است که البته این نرم‌افزار فقط برای تعداد محدودی از مسائل جواب بهینه را یافته است. همچنین هر یک از مسائل، ۳۰ بار توسط الگوریتم ژنتیک حل شده و متوسط جواب و



ستون‌های این جدول به کمک عناوین آنها قابل تشخیص است. در آخرین ستون این جدول، آنقدر به روش RTA زمان داده می‌شود تا بتواند به جواب به‌دست آمده توسط الگوریتم ژنتیک برسد. در این صورت زمان طی شده توسط RTA در این ستون می‌آید. اگر پس از گذشت ۲۰ برابر زمان الگوریتم ژنتیک، روش RTA نتواند به جواب الگوریتم ژنتیک برسد، در این صورت بهترین جوابی که تا آن لحظه توانسته به آن دست پیدا کند در این ستون در داخل پرانتز آمده است. در هر جای این جدول که اعداد به صورت برجسته و پررنگ نشان داده شده‌اند، بیانگر این است که عدد مذکور نسبت به جواب‌های دیگر برتری داشته است. ضمناً در این جدول کلیه زمان‌ها بر حسب ثانیه می‌باشند. همانطور که در این جدول مشاهده می‌شود، برای ۹ مسأله آخر (که ابعاد آنها بزرگ است) با افزایش تعداد کارها و نیز افزایش زمان سیکل، درصد اختلاف بین حد پایین و جواب‌های بدست آمده از الگوریتم ژنتیک کمتر می‌شود و این امر نشان دهنده این است که در این حالت مقادیر حد پایین واقعی‌تر و کاربردی‌تر است. در مورد مقادیر بهینه، به دلیل اینکه تابع هدف مسأله غیر خطی و پیچیده است، لذا کلیه جواب‌های بدست آمده توسط نرم افزار Lingo بهینه محلی می‌باشد و حتی در مورد مسأله دوم، مقدار بهینه محلی یافت شده از مقدار بدست آمده از الگوریتم ژنتیک بیشتر است. علاوه بر این، وجود چنین تابع هدفی باعث می‌شود که در اکثر موارد Lingo نتواند در محدوده زمانی داده شده (مسائل کوچک ۲ ساعت و مسائل بزرگ ۵ ساعت) به جوابی دست یابد و از طرف دیگر زمان مورد نیاز برای رسیدن به جواب نیز به هیچ وجه قابل پیش‌بینی نباشد. همانطور که در این جدول مشاهده می‌شود، با تخصیص زمان یکسان، جواب‌های بدست آمده توسط الگوریتم ژنتیک برای شش مسأله اول برابر با جواب‌های روش RTA و برای سایر مسائل بهتر از روش RTA می‌باشد. روش RTA برای اینکه بتواند به جواب‌های الگوریتم ژنتیک برسد، نیازمند زمان بیشتری بوده و در برخی موارد حتی با تخصیص بیست برابر زمان مورد نیاز الگوریتم ژنتیک هم نتوانسته است به جواب این الگوریتم دست یابد که این امر مزیت و برتری الگوریتم ژنتیک را به لحاظ زمان حل و کیفیت جواب آشکار می‌کند.

انتخاب بهترین جواب، تابع هدف مورد توجه قرار می‌گیرد و بنابراین می‌توان گفت که این روش برای تولید جواب‌ها، مستقل از تابع هدف مسأله عمل می‌نماید و برای اکثر مسائل با توابع هدف مختلف کاربرد دارد. به همین جهت نیز از آن در اکثر تحقیقات و مطالعات انجام گرفته روی مسأله موازنه خط مونتاژ، به خصوص زمانی که یک روش جدید ارائه می‌گردد، استفاده شده و آنرا با روش جدید ارائه شده مقایسه می‌نمایند. بطور مثال Amen در سال ۲۰۰۰ برای مقایسه روشی که برای حل مدل هزینه‌گرای خود ارائه داده بود، از RTA و چند روش دیگر استفاده کرد [۱۰]. همچنین Rubinovitz در سال ۱۹۹۵ برای نشان دادن برتری الگوریتم ژنتیک در حل مسأله موازنه خط مونتاژ، از روش RTA جهت مقایسه استفاده کرده بود [۱۵]. از آنجا که در این تحقیق نیز مدل جدیدی برای مساله موازنه خط مونتاژ ارائه شده است و بسیاری از روش‌های موجود برای آن قابل استفاده نمی‌باشند، از این روش جهت مقایسه با الگوریتم ژنتیک پیشنهادی استفاده می‌گردد. باید توجه داشت که روش RTA بر خلاف عمومیت آن در حل مسائل مختلف، جزء بهترین روش‌های موجود برای حل مسائل مختلف موازنه خط مونتاژ است و کیفیت جواب‌های ارائه شده توسط آن، بخصوص اگر تعداد جواب‌های تصادفی تولید شده زیاد باشد، بسیار مطلوب می‌باشد. مکانیزم تولید جواب‌ها در این روش بسیار سریع است و در یک محدوده زمانی مشخص تعداد بسیار زیادی جواب تولید می‌شود و بهترین آنها ارائه می‌گردد. در مقایسه‌ای که Talbot و Patterson بر روی روش‌های ابتکاری حل مسائل موازنه خط مونتاژ انجام داده بودند، این روش جزء بهترین روش‌ها شناخته شده بود [۱۸]. در این تحقیق هریک از مسائل، ۳۰ بار توسط روش RTA حل شده و متوسط جواب برای هر مسأله بدست آمده است. زمان اختصاص یافته به روش RTA برای تولید جواب‌های تصادفی، همان زمان مورد نیاز الگوریتم پیشنهادی می‌باشد. الگوریتم ژنتیک و روش RTA به زبان برنامه نویسی ++C ترجمه شده و از یک کامپیوتر PIII با سرعت ۸۵۰ MHZ و حافظه ۲۵۶ MB برای اجرای آن استفاده شده است. نتایج حاصل از محاسبات در جدول (۵) نشان داده شده است. اطلاعات موجود در

جدول ۵. نتایج حاصل از محاسبات و مقایسه روش‌ها

نام مساله	تعداد کارها	زمان سیکل	حد پایین	نرم‌افزار Lingo		الگوریتم ژنتیک			روش RTA		
				مقدار	زمان (ثانیه)	مقدار	زمان (ثانیه)	درصد افزایش نسبت به حد پایین	مقدار	زمان (ثانیه)	تخصیص زمان بیشتر
Bowman	۸	۱۷	۲۴۳۰	۲۸۶۴	۱۶۴	۲۸۶۴	۰.۰۸	٪۱۷.۹۰	۲۸۶۴	۰.۰۸	—
Bowman	۸	۲۵	۲۲۸۰	۳۲۷۳	۵۸	۳۱۱۰	۰.۰۸	٪۳۶.۴۰	۳۱۱۰	۰.۰۸	—
Bowman	۸	۳۴	۲۲۳۰	۳۰۷۵	۶۹	۳۰۷۶	۰.۰۸	٪۳۷.۹۰	۳۰۷۶	۰.۰۸	—
Jackson	۱۱	۴۵	۴۲۴۵	—	—	۵۴۲۳	۰.۱	٪۲۷.۷۰	۵۴۲۳	۰.۱	—
Jackson	۱۱	۷۰	۴۱۹۵	—	—	۴۵۶۳	۰.۱	٪۸.۸۰	۴۵۶۳	۰.۱	—

ادامه جدول ۵. نتایج حاصل از محاسبات و مقایسه روش‌ها

—	۰.۱	۶۰۱۶	%۴۶.۹۰	۰.۱	۶۰۱۶	۷۱۴	۵۳۳۳	۴۰۹۵	۹۰	۱۱	Jackson
۲.۳	۰.۱۵	۳۹۰۴	%۱۸.۶۰	۰.۱۵	۳۸۴۲	—	—	۳۲۴۰	۱۳	۲۱	Mitchell
۰.۴۳	۰.۱۵	۳۵۰۸	%۱۵.۲۰	۰.۱۵	۳۵۰۳	—	—	۳۰۴۰	۲۰	۲۱	Mitchell
۰.۷۶	۰.۱۵	۳۶۲۹	%۲۳.۳۰	۰.۱۵	۳۶۲۵	—	—	۲۹۴۰	۲۶	۲۱	Mitchell
(۵۰۵۵۶)	۴.۶	۵۱۴۳۸	%۱۸.۱۰	۴.۶	۴۹۳۶۳	—	—	۴۱۸۰۵	۵۳	۵۸	Warneck e
(۴۷۸۹۳)	۴.۶	۴۸۵۳۷	%۱۶.۲۰	۴.۶	۴۷۴۱۲	—	—	۴۰۸۰۵	۸۰	۵۸	Warneck e
۴۳	۴.۶	۴۶۳۱۱	%۱۴.۳۰	۴.۶	۴۵۹۵۷	—	—	۴۰۲۰۵	۱۰۶	۵۸	Warneck e
(۱۳۲۸۳۱)	۷.۱۳	۱۳۴۵۲۲	%۱۱.۳۰	۷.۱۳	۱۳۱۰۰۹	—	—	۱۱۷۷۳۵	۱۵۶	۷۰	Tonge
۸۵	۷.۱۳	۱۲۹۹۲۳	%۹.۴۰	۷.۱۳	۱۲۷۸۴۶	—	—	۱۱۶۸۸۵	۲۳۰	۷۰	Tonge
۳۵	۷.۱۳	۱۲۵۷۴۳	%۷.۶۰	۷.۱۳	۱۲۵۱۸۱	—	—	۱۱۶۳۸۵	۳۱۲	۷۰	Tonge
(۲۳۲۱۷۹)	۲۹	۲۳۴۷۶۰	%۹.۸۰	۲۹	۲۳۱۹۳۷	—	—	۲۱۱۲۳۵	۱۷۱	۹۴	Mukherje
(۲۲۷۹۵۳)	۲۹	۲۲۸۶۱۰	%۸.۲۰	۲۹	۲۲۷۶۶۸	—	—	۲۱۰۴۳۵	۲۵۰	۹۴	Mukherje
۲۴۵	۲۹	۲۲۵۶۱۵	%۷.۵۰	۲۹	۲۲۵۲۶۵	—	—	۲۰۹۵۸۵	۳۴۲	۹۴	Mukherje

### ۹. نتیجه‌گیری

در این مقاله یک مدل جدید هزینه‌گرا برای مسأله موازنه خط مونتاژ ارائه شده و یک روش ابتکاری مبتنی بر الگوریتم ژنتیک برای حل آن پیشنهاد گردید.

در مدل ارائه شده دو نوع هزینه مهم و عمده مربوط به خطوط مونتاژ شامل هزینه خرید تجهیزات و هزینه نیروی انسانی در نظر گرفته شده است. ایده اصلی بکارگیری این دو نوع هزینه مربوط به دو تحقیق دیگر است که توسط Amen و Bukchin صورت گرفته است. رویکرد این دو تحقیق نسبت به هزینه تجهیزات و نیروی انسانی مورد نقد قرار گرفته و اشکالات موجود در آنها تشریح شده و رویکرد جدیدی نسبت به هزینه تجهیزات و نیروی انسانی شکل گرفته است که حاصل آن، مدل ارائه شده در این مقاله می‌باشد. تابع هدف و محدودیت‌های این مدل در قالب روابط ریاضی درآمده و روابطی نیز برای محاسبه حدود بالا و پایین برای تابع هدف این مدل ارائه شده است. در قسمت بعدی این تحقیق، روش استفاده از الگوریتم ژنتیک برای حل مسائل مربوط به این مدل تشریح شده و پارامترهای این الگوریتم برای ابعاد مختلف مسائل تنظیم شده است. سپس از روش RTA برای مقایسه با الگوریتم ژنتیک استفاده شده است. بررسی نتایج حاصل از مقایسه جواب‌های الگوریتم ژنتیک و روش RTA، به خوبی مزیت و برتری الگوریتم ژنتیک پیشنهادی را هم از بعد زمان حل و هم از نظر کیفیت جواب نشان می‌دهد.

### مراجع

- [2] Hackman, S.T., Magazine, M.J., & Wee, T.S., "Fast, Effective Algorithms For Simple Assembly Line Balancing Problems", *Operations Research*, 37, 1989, PP. 916-924.
- [3] Anderson, E.J., & Ferris, M.C., "Genetic Algorithm For Combinatorial Optimization: The Assembly Line Balancing Problem", *ORSA Journal of Computing*, 6, 1994, PP. 161-173.
- [4] Sarin, S.C., & Erel, E., "Development of Cost Model For The Singel-Model Stochastic Assembly Line Balancing Problem", *International Journal of Production Research*, 28, 1990, PP. 1305\_1316.
- [5] Malakooti, B.B., "Assembly Line Balancing With Buffer by Multiple Criteria Optimization", *International Journal of Production Research*, 32, 1994, PP. 2159-2178.
- [6] Sarker, B.R., & Pan, H., "Designing a Mixed-Model Assembly Line to Minimize The Costs of Idle and Utility Times" *Computers and Industrial Engineering*, 34, 1998, PP. 609-628.
- [7] McMullen, P.R., & Frazier, G.V., "Using Simulated Annealing to Solve a Multi Objective Assembly Line Balancing Problem With Parallel Workstation", *International Journal of Production Research*, 36, 1998, PP. 2717-2741.
- [8] Bukchin, J., & Tzur, M., "Design of Flexible Assembly Line to Minimize Equipment Cost", *IIE Transactions*, 32, 2000, PP. 585-598.
- [9] Amen, M., "An Exact Method For Cost-Oriented Assembly Line Balancing", *International Journal of Production Economics*, 64, 2000, PP. 187-195.
- [10] Amen, M., "Heuristic Method For Cost-Oriented Assembly Line Balancing: A Survey", *International Journal of Production Economics*, 68, 2000, PP. 1-14.
- [1] Erel, E., & Sarin, S.C., "A Survey of the Assembly Line Balancing Procedures", *Production Planning & Control*, No. 9, 1998, PP. 414-434.

- [16] Kim, Y.K., Kim, Y.J., & Kim, Y., "Genetic Algorithms For Assembly Line Balancing With Various Objectives", Computers and Industrial Engineering, 30, 1996, PP. 397-409.
- [17] Scholl, A., & Klein, R., "Balancing Assembly Line Effectively – A Computational Comparison", European Journal of Operational Research, 114, 1999, PP. 50-58.
- [18] Talbot, F.B., Patterson, J.H., & Gehrlein, W.V., "A Comparative Evaluation of Heuristic Line Balancing Techniques", Management Science, 32,(430-454)
- [19] Arcus, A.L., "An Analysis of a Computer Method of Sequencing Assembly Line Operations", Ph.D. dissertation, University of California, Berkeley, 1963.
- [11] Amen, M., "Heuristic Method For Cost-Oriented Assembly Line Balancing: A Comparison on Solution Quality and Computing Time", International Journal of Production Economics, 69, 2001, PP. 255-264.
- [12] Scholl, A., & Becker, C., "A Note on An Exact Method For Cost-Oriented Assembly Line Balancing", International Journal of Production Economics, 97, 2005, PP. 343-352.
- [13] Baybars, I., "A Survey of Exact Algorithms For The Simple Assembly Line Balancing Problem", Management Science, 32, 1986, PP. 909-932.
- [14] Goldberg, D., "Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning", Addison Wesley, Reading, MA, 1989.
- [15] Rubinovitz, J., & Levitin, G., "Genetic Algorithm For Assembly Line Balancing", International Journal of Production Economics, 41, 1995, PP. 343-354.