نشـــریه بین المللـــی مهندسی صنـایع و مدیـــریت تولیـــد زمستان ۱۳۸۸- صفحـه ۲۱-۱۱

شمــــاره ۴، جلـــد ۲۰، زمستان ۱۳۸۸

نشریه بین المللی مهندسی صنایع و مدیریت تولید
دانشگاه علم و صنعت ایران

نشـــریه بین المللـــی مهنـــدسی صنایـــع و مدیـــریت تولیـــد

ISSN: 2008-4870

Journal Website: http://IJIEPM.iust.ac.ir/

Robust Optimization of Stochastic Revenue Management in Hotel Industry

Mohammad Modarres* & **Mehdi Najafi**

Mohammad Modarres *Sharif University of Technology,*
Mehdi Najafi, *Sharif University of Technology*

Keywords

Robust Optimization;
Revenue Management;
Robust Solution;
Robust Model,
Stochastic Problem,
Hotel Management

ABSTRACT

The successful application of "revenue management" in airline industry motivated hotel industry management as well as some researchers to apply the concept and techniques of revenue management to enhance the income of hotels. In this paper, we develop a multi objective model for hotel management in stochastic environments. Since demand for rooms, and in some cases the supply, is random we introduce a robust model, in order to manage its uncertain parameters. Therefore, the objectives of the model are robustness as well as income enhancement. Furthermore, some other new assumptions such as overbooking, early (or late) departure of a passenger and different prices are also included in the model

برنامه‌ریزی تصادفی بهینه‌سازی پایداردرآمد هتل

محمد مدرس و مهدی نجفی

کلمات کلیدی

مدیریت درآمد،
بهینه سازی پایدار،
برنامه‌ریزی تصادفی،
پایداری جواب،
پایداری مدل،
مدیریت هتل

چکیده:

گسترش روزافزون و کاربردهای موفقیت‌آمیز "مدیریت درآمد" در صنایع هواپیمایی و شباهت زیاد این صنعت با صنعت هتل‌داری، پژوهشگران و مدیران را برانگیخت تا جهت مدیریت بهتر و افزایش درآمد، مدلها و مفاهیم مدیریت درآمدرا برای صنعت هتل‌داری نیز مورد استفاده قرار دهند و با توجه به ویژگیهای این صنعت، مدلهای ریاضی مدیریت درآمد متناسب با این صنعت رانیز توسعه دهند. دراین مقاله، به ارائه مدلهای چند هدفه جهت بررسی مدیریت درآمد هتل در محیطهای تصادفی پرداخته می شود. ازطرفی، باتوجه به تصادفی بودن میزان تقاضا و درمواردی عرضه، در این مقاله بهینه سازی پایدار این مدلها توسعه می یابد. به این ترتیب، اهداف این مدل‌ها عبارتند از پایداری جواب و پایداری مدل به‌همراه حداکثر کردن در آمد حاصل. ضمنا، با در نظر گرفتن فرضیات جدید نظیر خروج زودهنگام–دیرهنگام؛ رزرو مضاعف و همچنین متفاوت بودن قیمت‌ها تحت شرایط مختلف، مدلهای ریاضی دیگری در چارچوب مدیریت درآمد توسعه می یابد.

تاریخ وصول: ۸۸/۶/۸
تاریخ تصویب: ۸۸/۱۱/۶

دکتر محمد مدرس، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی شریف، Modarres@sharif.edu
مهدی نجفی، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی شریف، M_Najafi@ie.sharif.edu

۱. مقدمه

مدیریت درآمد عبارت از فروش محصول یا خدمات مناسب به مشتری مناسب، در زمان مناسب از طریق کانال مناسب و با قیمت مناسب است. کاربرد این مقوله جهت حداکثر کردن درآمد در صنایعی است که کالا (یاخدمات) آن در هر دوره از بین‌رفتنی بوده و قابلیت ذخیره شدن برای دوره بعد را ندارند. مدیریت درآمد برای اولین بار پس از آزاد سازی قیمت‌ها در صنعت هواپیمایی مطرح شده و تا کنون بیش از ۴۰ سال در این صنعت مورد استفاده قرار گرفته [۴] و کاربردهای موفقیت‌آمیز آن موجب بهبودمیلیون دلاری در درآمد این صنعت شده است[۵، ۶].

اگرچه این مفاهیم ابتدا برای صنعت هواپیمایی مطرح شد ولی کاربردهای آن تنها به این صنعت محدود نگردید. صنایع مشابه دیگر نیز از این مفاهیم جهت بهبود درآمد خود استفاده نموده‌اند. یکی از صنایع با پتانسیل بسیار زیاد جهت بکارگیری مباحث مدیریت درآمد، صنعت هتل‌داری است. دلیل این امر در شباهت بسیار زیاد این صنعت با صنعت هواپیمایی نهفته است. به‌عنوان نمونه (الف) بهره برداری از اتاقهای هتل مانند صندلی‌های هواپیما ازنوع کالاهای از بین‌رفتنی بوده و قابل ذخیره برای دوره بعد نیست. (ب) ظرفیت هتل نیز مانند ظرفیت هواپیما درکوتاه مدت ثابت بوده و افزایش آن تنها در دراز مدت و با هزینه ثابت زیادی همراه است. (ج) امکان رزرو از پیش برای هر دو وجود دارد. د) تقاضا در هردو مورد تصادفی است.

بنابراین دور از انتظار نیست که بکارگیری ابزارهای موفق مدیریت درآمد نظیر رزرو مضاعف[۲] [۶] و تخصیص موجودی برای مدل‌های تودرتو[۳] و یا غیر تودرتو[۴] [۵] برای این صنعت نیز امکان‌پذیرباشد.

اگرچه تحقیقات انجام شده در حوزه مدیریت درآمد صنایع هواپیمایی بسیار گسترده است لیکن با توجه به ویژگیهای صنعت هتل‌داری وتمایز آن با صنعت هواپیمائی، تحقیقات بیشتری جهت توسعه مدلها مدیریت درآمد در صنعت هتل‌داری باید انجام شود [۱]. بعضی از تحقیقات انجام شده در این حوزه را می توان به طور خلاصه به شرح زیر بیان کرد. ویدرفورد[۷] و بیتران و مودسچین[۸] به استفاده از مدل‌های شبیه‌سازی جهت آزمایش روش‌های ابتکاری ارائه شده توسط خودشان برای تصمیم درمورد پذیرش یا رد تقاضاها پرداخته‌اند. بیکر [۹] به توسعه مطالعات انجام شده فوق پرداخته و به مقایسه این مدل‌ها با مدل‌های ابتکاری خود در مورد رزرو مضاعف پرداخته است. استید و گیو [۱۰] به مقایسه روش‌های مختلف قیمت‌گذاری در هتل پرداخته و نشان دادند که قیمت‌گذاری بر اساس مفاهیم مدیریت درآمد باید در شرایط بازار رقابتی صورت پذیرد. هوانگ [۱۱] نیز در مطالعه خود به بررسی اجزای اصلی مدیریت درآمد در هتل پرداخته و شش جزء اصلی آن را، سیاست‌گذاری، کنترل موجودی اتاق‌ها، سیسستم‌های مکانیزه مدیریت درآمد، بهینه‌سازی تصمیمات، تجزیه و تحلیل سهم درآمد قسمت‌های بازار و ارزیابی عملکرد براساس پیشرفت تحقیقات، کمبود و روند معرفی می‌کند. ژانگ [۱۲] به مرور و بررسی روشهای مختلف قیمت‌گذاری هتل از قبیل هزینه محور، بازار محور و یا ترکیبی پرداخته است. کینگ کونگ و ون‌لونگ [۱] به توسعه یک مدل برنامه‌ریزی تصادفی تک‌هدفه جهت مدیریت درآمد هتل در محیط تصادفی پرداخته‌اند.

اگرچه این تحقیق در راستای مقاله [۱] است لیکن ابعاد جدیدی در نظر گرفته شده است تا با واقعیات تطابق بیشتری داشته باشد. ازهمین رو، مدلهای پیشنهادی نیز متفاوت است. وجوه تمایز این تحقیق عبارتند از: (الف) چند هدفه بودن مدل‌های ارائه شده؛ (ب) علاوه بر تصادفی بودن تقاضاها (مشابه با [۱]) میزان ظرفیت هتل نیز بصورت نامطمئن و تحت سناریوهای مختلف درنظر گرفته می‌شود؛ (ج) درنظر گرفتن خروج زودهنگام-دیرهنگام و همچنین رزرو مضاعف؛ (د) امکان متفاوت بودن قیمت‌ها در سناریوهای مختلف و میزان فروش برای هر قیمت نیر در این تحقیق مورد بررسی قرار می گیرد. ساختار این مقاله به شرح زیراست. بخش ۲ به بیان فرضیات وقراردادهای مدلها می پردازد. در بخش ۳، مدل پایه برنامه‌ریزی تصادفی مدیریت درآمد هتل معرفی می گردد. بهینه سازی پایدار مدل برنامه‌ریزی تصادفی با دو هدف "پایداری جواب" و "پایداری مدل" در بخش ۴ توسعه می یابد. از آنجاییکه برخی از مسافرها مطابق برنامه اولیه خود عمل ننموده و زودتر یا دیرتر از زمان پیش‌بینی شده در هتل اقامت می‌نمایند، مباحث خروج زودهنگام-دیرهنگام مطرح می‌شود که متعاقبا رزرو مضاعف را در پی خواهد داشت. از اینرو در بخش ۵، به بررسی این مقوله و بکارگیری آن در مدل پرداخته می شود. علاوه‌بر مباحث فوق، در بسیاری از موارد سناریوهای مختلف تقاضا دارای قیمت‌های مختلف هستند که می‌توانند بصورت "تودرتو" و یا "غیرتودرتو" در نظر گرفته شوند. در بخش ۶ این مقاله مدل چند هدفه برنامه‌ریزی تصادفی با خروج زودهنگام-دیرهنگام و امکان رزرو مضاعف درحالتی که سناریوها دارای قیمت‌های متفاوت و بصورت تودرتو هستند توسعه می یابد. در بخش ۷ مثالی نمونه ارائه می شود و نهایتا در بخش ۸ جمع‌بندی و پیشنهاد تحقیقات آتی مطرح می گردد.

۲. مدل مدیریت درآمد هتل

قبل از ارائه مدلهای برنامه‌ریزی تصادفی، در این بخش فرضیات، شناساگرها، پارامترها و متغیرهای مدل معرفی می گردد.

۲-۱. فرضیات مدل

بطورکلی فرضیات انجام شده در این تحقیق را می‌توان به دو دسته تقسیم نمود. دسته اول مجموعه فرضیات عمومی هستند که

[2]. *Overbooking*
[3]. *Nested*
[4]. *Non-Nested*

کلیه مدلها راشامل می‌شوند. دسته دوم فرضیاتی هستند که مربوط به برخی از مدلهای ارائه شده در این تحقیق هستند.

فرضیات دسته اول عبارتند از:

- قبل از زمان صفر هیچ مسافر در هتل حضور نداشته و همچنین کلیه مسافران ورودی باید تا انتهای دوره از هتل خارج گردند به-عبارت دیگر در انتهای دوره نباید هیچ مسافر در هتل وجود داشته باشد.
- در روز (زمان) صفر تنها ورود مسافران امکان‌پذیر است و هیچ مسافر از هتل خارج نمی‌گردد.
- تابع توزیع تقاضا برای ورود و خروج در روزهای دوره برنامه ریزی (به‌عنوان مثال تعداد تقاضا برای ورود در روز پنجم و خروج در روز نهم) مشخص با توجه به داده‌های گذشته قابل پیش‌بینی است.
- سناریوهای مختلف تقاضا می‌توانند دارای قیمت‌های یکسان یا متفاوت باشند.

فرضیات دسته دوم مربوط به بخشهای ۴ تا ۶ عبارتند از:

- سناریوهای مختلفی برای تقاضا وجود دارد که در هر روز از دوره هر یک از آن‌ها با احتمال خاصی امکان وقوع دارد. البته لازم به ذکر است که وقوع یک سناریو در یک روز مشخص از دوره به معنی تکرار آن سناریو در روزهای بعد نیست. به‌عبارت دیگر ممکن است که در روز t سناریو sام رخ دهد ولی در روز t+۱ سناریوی s' به وقوع بپیوندد.
- با توجه به برنامه های ویژه پی‌ش‌بینی نشده که در زمان برنامه ریزی مشخص نیست، نظیر تعمیر اضطراری و یا به دلیل اختصاص اجباری برخی از اتاق‌های هتل به ارگان‌های دولتی، تعداد اتاق‌های قابل استفاده برای مسافران کاملا مشخص نیست. لیکن، سناریوهای مختلفی با احتمالات مشخص را می توان منظور نمود. وقوع یک سناریو در یک روز مشخص از دوره به‌معنی تکرار آن در روزهای دیگر نیست.

از دیگر فرضیات دسته دوم، فرضیات زیر هستند که در قسمت‌های پنجم و ششم مقاله به کار گرفته می شوند.

- امکان کوتاه‌تر یا طولانی کردن مدت اقامت حداکثر به مدت دو روز برای مساافرین وجود دارد که به ترتیب خروج زودهنگام و خروج دیرهنگام نامیده می‌شوند. به‌عنوان مثال مسافرهای ورودی در روز پنجم که قصد اقامت تا روز نهم (یعنی خروج در روز نهم) را دارند ممکن است تا روز هفتم یا هشتم حضور داشته باشند (خروج زودهنگام) و یامدت اقامت خود را طولانی‌تر کرده و تا روز دهم یا یازدهم خارج شوند (خروج دیرهنگام).
- احتمال تغییر در زمان اقامت به مدت یک روز برابر با ۰/۱ و به مدت دو روز برابر با ۰/۰۵ فرض می شود.
- از آنجاییکه تقاضاها بطور کامل مشخص نیست امکان رزرو مضاعف نیز برای مدیریت هتل وجود دارد که مقدار آن برای روز مشخص وابسته به تقاضای مسافران ورودی در آن روز است. بدیهی است که تابع مربوطه تابع غیرصعودی نسبت به مسافران ورودی در آن روز است.
- مسافران ورودی مازاد بر ظرفیت (در سیستم رزرو مضاعف) به هتل‌های دیگر فرستاده می‌شوند و هیچ جریمه‌ای به آن‌ها پرداخت نمی‌شود.

۲-۲. شناساگرهای مدل

با توجه به فرضیات مطرح شده، شناساگرهای مدل عبارتند از:

I: مجموعه روزهای ورودی در دوره مورد بررسی

J: مجموعه روزهای خروجی در دوره مورد بررسی

K: مجموعه روزها در دوره مورد بررسی

T: طول دوره مورد بررسی

S: مجموعه سناریوهای مختلف تقاضا

M: مجموعه سناریوهای مختلف ظرفیت هتل

i: شناساگر مربوط به روز ورود مسافران در دوره مورد بررسی

j: شناساگر مربوط به روز خروج مسافران در دوره مورد بررسی

k: شناساگر مربوط به روز مورد بررسی

s: شناساگر مربوط به سناریوی تقاضا

m: شناساگر مربوط به سناریوی ظرفیت

۲-۳. پارامترها

پارامترهای مدل عبارتند از:

R_{ij}: درآمد ناشی از ورود مسافر در روز iام و خروج در روز jام در حالت قیمت یکسان

R_{ij}^{s}: درآمد ناشی از ورود مسافر در روز iام و خروج در روز jام تحت سناریو s

C: ظرفیت اصلی هتل

C^{m}: ظرفیت هتل تحت سناریوی m ام

U_{ij}: میزان تقاضا برای ورود در روز i ام و خروج در روز j ام (حالت پایه)

U_{ij}^{s}: میزان تقاضا برای ورود در روز i ام و خروج در روز j ام تحت سناریو sام

۲-۴. متغیرهای تصمیم

با توجه به این که سناریوها دارای قیمت یکسان و یا متفاوت باشند متغیرهای تصمیم عبارتنداز:

x_{ij}: تعداد مسافران پذیرفته شده جهت ورود در روز i ام و خروج در روز jام در حالت قیمت یکسان

x_{ij}^{s}: تعداد مسافران پذیرفته شده جهت ورود در روز i ام و خروج در روز jام تحت سناریو در حالت قیمت متفاوت

از اینرو می‌توان گفت تعداد کل مسافرانی که در روز k ام وارد می‌شوند برابر است با

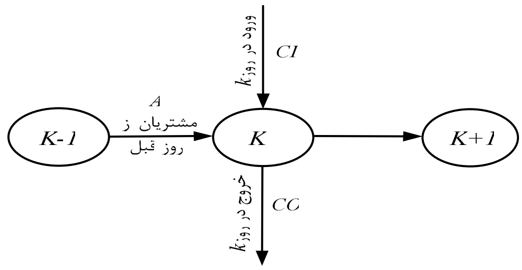
$$\sum_{j=k+1}^{T} x_{kj} \qquad (۱)$$

و تعداد کل مسافرانی که در روز k ام خارج می‌شوند برابر است با

$$\sum_{i=0}^{k-1} x_{ik} \qquad (۲)$$

۳. مدل برنامه‌ریزی تصادفی در حالت پایه

با توجه به متغیرهای تعریف شده ورود و خروج مسافران را می‌توان بصورت جریان ورودی و خروجی یک گره در شبکه در نظر گرفت، نمودار ۱. برای روز مشخص $k, k=1,\dots,k-1,$ تعداد مسافران حاضر در هتل بصورت زیر قابل محاسبه هستند.



نمودار ۱. جریان ورود و خروج در روز kام

(۳) =تعداد مسافران حاضر در هتل در روز K ام

$$\sum_{i=0}^{k-1}\sum_{j=k}^{T} x_{ij} + \sum_{j=k+1}^{T} x_{kj} - \sum_{i=0}^{k-1} x_{ik} = \sum_{i=0}^{k}\sum_{j=k+1}^{T} x_{ij}$$

از طرف دیگر، براساس فرضیات در روز صفر هیچ خروجی صورت نمی گیرد و تنها ورود مسافران امکان‌پذیراست. لذا، مسافرین وارد شده در این روز در یکی از روزهای ۱ تا T از هتل خارج می‌شوند. بنابراین تعداد مسافران ورودی در این روز برابر است با

$$\sum_{j=۱}^{T} x_{.j} \qquad (۴)$$

به این ترتیب، مدل برنامه‌ریزی تصادفی در حالت پایه به شرح زیراست (شبیه مدل ارائه شده در [۱]).

$$Max \quad \sum_{i=0}^{T-1}\sum_{j=i+1}^{T} R_{ij} x_{ij} \qquad (۵)$$

$$S.T: \qquad (۶)$$

$$\sum_{i=0}^{k}\sum_{j=k+1}^{T} x_{ij} \le C$$

$$\sum_{j=1}^{T} x_{0j} \le C \qquad (۷)$$

$$x_{ij} \le U_{ij} \qquad \forall i=0,\dots,T-1 \quad j=1,\dots,T \qquad (۸)$$

$$x_{ij} \ge 0 \qquad \forall i=0,\dots,T-1 \quad j=1,\dots,T \qquad (۹)$$

همانطور که مشاهده می‌شود تابع هدف (۵) به‌دنبال بیشینه کردن سود حاصله از سرویس‌دهی به مسافران است. محدودیت (۶) تضمین می‌کند که تعداد مسافران حاضر در هتل از حداکثر ظرفیت هتل تجاوز ننماید. محدودیت (۷) بیانگر عدم ورود مسافران بیش از ظرفیت هتل در روز صفر بوده و نهایتا محدودیت (۸) تضمین می‌کند که تعداد مسافران پذیرفته شده جهت ورود در روز i ام و خروج در روز j ام از تقاضای پیش‌بینی شده بیشتر نباشد. محدودیت (۹) نیز بیانگر متغیر مدل مربوطه است.

۴. مدل برنامه‌ریزی تصادفی و بهینه‌سازی پایدار

همانطور که مشاهده می‌شود مدل ریاضی (۹-۵) برنامه‌ریزی عدد صحیح و خطی است. باید توجه داشت که پارامتر C در محدودیت‌های (۶) و (۷) و همچنین U_{ij} در محدودیت (۸) غیرقطعی هستند و مقادیرآن بستگی به سناریوهای مختلف دارند. جهت حل این مشکل رویکردهای مختلفی را می‌توان بکار گرفت. یکی از این رویکردها، استفاده از امید ریاضی این پارامترها یعنی $E(C)$ و $E(U_{ij})$ است. این رویکرد اگرچه بسیار ساده به‌نظر می‌رسد اما ضعف عمده آن عدم تضمین تولید جواب‌های موجه است. ازاینرو، جهت مرتفع نمودن این ضعف در مواردی از آنالیز حساسیت برای انجام برخی اصلاحات استفاده می‌شود. اما چنین رویکردی، یک رویکرد انفعالی است [۲]. از دیگر رویکردها جهت برخورد با این عدم اطمینان، که جزء رویکردهای پیش‌گیرنده نیز است، پذیرفتن این عدم اطمینان، درک آن و بکارگیری آن در مدل است که برنامه‌ریزی تصادفی نیز بر این اساس بنا نهاده شده است.
به مطالب مطرح شده فوق دو نوع پایداری را می‌توان برای مدل برنامه‌ریزی تصادفی این تحقیق تعریف نمود.

پایداری نوع یک. پایداری پاسخ
جواب بهینه‌ای دارای پایداری پاسخ است که با توجه به شرایط بهینگی برای کلیه سناریوهای $s \in S$ و $m \in M$ نزدیک به بهینه باشد.

پایداری نوع دو. پایداری مدل
جواب بهینه‌ای دارای پایداری مدل است که با توجه به شرایط موجه‌بودن برای کلیه سناریوهای $s \in S$ و $m \in M$ تقریبا موجه باشد.
همانطور که قبلا نیز بیان شد جهت بیان عدم اطمینان برای تقاضا و ظرفیت فرض شده است که سناریوهای مختلفی برای تقاضا و

ظرفیت وجود دارد که هر یک از آن‌ها دارای احتمال وقوع مشخص هستند بطوریکه

$$\sum_{s=۱}^{S} P_s = ۱ \qquad (۱۰)$$

$$\sum_{m=۱}^{M} \pi_m = ۱ \qquad (۱۱)$$

از اینرو می‌توان گفت مدل برنامه‌ریزی تصادفی مدیریت درآمد هتل دو هدف را در پی دارد که عبارتند از پایداری پاسخ و پایداری مدل. حال با توجه به فرض تساوی قیمت‌ها برای سناریوهای مختلف تقاضا، مدل برنامه‌ریزی تصادفی مدیریت هتل بصورت معادلات (۱۲) تا (۱۷) است.

پارامترهای λ و w_{ij} پارامترهای وزنی غیرمنفی بوده که به‌ترتیب بیانگر میزان ریسک‌گریزی و جریمه انحراف از تقاضای مشخص است.

همانطور که مشاهده می‌شود تابع هدف اول (۱۲) دارای دو قسمت است. قسمت اول بیانگر سود حاصل از سرویس‌دهی به مسافران و قسمت دوم بیانگر متوسط قدرمطلق انحراف از متوسط درآمد برای سناریوهای مختلف است. بدیهی است که چنانچه اختلاف درآمد حاصله از سناریوهای مختلف زیاد باشد میزان جریمه (مقدار کاهش‌یافته از متوسط درآمد) افزایش می‌یابد. ازاینرو مدل به‌دنبال کمینه کردن این اختلاف است. ضریب λ نیز به‌عنوان ضریب ریسک‌گریزی است. هرچه میزان ریسک پذیری مدیریت بیشتر باشد مقدار λ کوچکتر انتخاب می شود. به این ترتیب، این تابع هدف به‌دنبال حداکثرکردن میزان پایداری پاسخ است. تابع هدف دوم (۱۳) نیز دارای دو قسمت است قسمت اول بیانگر میزان انحراف از تقاضای سناریوهای مختلف $s \in S$ بوده و قسمت دوم نیز بیانگر میزان انحراف از ظرفیت این سناریوها $m \in M$ است. از ضریب β نیز جهت یکسان کردن این دو انحراف استفاده می شود.

$$Max\ Z_1 = \sum_{s=1}^{S} P_s \sum_{i=0}^{T-1} \sum_{j=i+1}^{T} R_{ij}^s x_{ij} - \lambda \sum_{s=1}^{S} P_s \left| \sum_{i=0}^{T-1} \sum_{j=i+1}^{T} R_{ij}^s x_{ij} - \left(\sum_{s=1}^{S} P_s \sum_{i=0}^{T-1} \sum_{j=i+1}^{T} R_{ij}^s x_{ij} \right) \right| \qquad (۱۲)$$

$$Min\ Z_2 = \sum_{s=1}^{S} P_s \sum_{i=0}^{T-1} \sum_{j=i+1}^{T} w_{ij} \left| U_{ij}^s - x_{ij} \right| + \beta \left(\sum_{m=1}^{M} \pi_m \left| C^m - \left(\sum_{m=1}^{M} \pi_m C^m \right) \right| \right) \qquad (۱۳)$$

$$\sum_{i=0}^{k} \sum_{j=k+1}^{T} x_{ij} \le C^{\max} \qquad \forall k = 1,\dots,T \qquad (۱۴)$$

$$\sum_{j=1}^{T} x_{0j} \le C^{\max} \qquad (۱۵)$$

$$x_{ij} \le U_{ij}^{\max} \quad \forall i = 0,\dots,T-1\ \forall j = 1,\dots,T \qquad (۱۶)$$

$$x_{ij} \ge 0 \quad \forall i = 0,\dots,T-1\ \forall j = 1,\dots,T \qquad (۱۷)$$

بنابراین، تابع هدف دوم نیز در پی حداکثر کردن پایداری مدل است. سایر محدودیت‌های ارائه شده در این مدل مشابه مدل قبلی است با این تفاوت که به‌دلیل وجود سناریوهای مختلف حداکثر مقدار ممکن برای پارامترهای C و U_{ij} به‌ترتیب مقادیر $U_{ij}^{\max}$ و $C^{\max}$ منظور می گردد.

واضح است که مدل ارائه شده فوق مدلی غیرخطی است. جهت خطی کردن این مدل می‌توان از قضیه زیر که توسط یو و لی [۳] ارائه شده است استفاده نمود.

قضیه ۱. برنامه‌ریزی آرمانی

$$Min \quad Z = \left| f(x) - g \right| \qquad (۱۸)$$

$s.t.$

$$X \in F \qquad (۱۹)$$

که در آن F مجموعه جواب‌های موجه است را می توان به صورت زیرخطی کرد.

$$Min \quad Z' = f(x) - g + 2\theta \qquad (۲۰)$$

$S.T.$

$$g - f(x) - \theta \le 0 \qquad (۲۱)$$

$$\theta \ge 0 \qquad (۲۲)$$

$$X \in F \qquad (۲۳)$$

اثبات:

همانطور که در مدل دوم مشاهده می‌شود θ یک ضریب مثبت در تابع هدف است از طرفی تابع هدف بصورت مینیمم‌سازی است

بنابراین حالت مطلوب این است که θ کمترین مقدار مثبت (یعنی مقدار صفر) را بگیرد. از طرف دیگر با توجه به محدودیت (۲۱) باشد $f(x)-g\geq ۰$ است. حال چنانچه $\theta \geq g-f(x)$ محدودیت (۲۱) به ازای کلیه مقادیر θ برقرار است بنابراین θ کمترین مقدار ممکن یعنی مقدار صفر را می‌گیرد. ازاینرو در این حالت $Z' = f(x)-g+۲\times ۰ = Z$ خواهد بود. از طرف دیگر چنانچه $f(x)-g<۰$ باشد با توجه به محدودیت (۲۱) کمترین مقدار ممکن برای θ برابر است با $g-f(x)$. ازاینرو $Z' = f(x)-g+۲\times\left(g-f(x)\right) = Z$.

با استفاده از قضیه ۱ برنامه‌ریزی غیرخطی تصادفی (۲۳-۱۸) به مدل خطی تبدیل می‌گردد.

$$Max\ Z_1 = \sum_{s=1}^{S} P_s \sum_{i=0}^{T-1}\sum_{j=i+1}^{T} R_{ij}^s x_{ij} - \lambda \sum_{s=1}^{S} P_s \left[\sum_{i=0}^{T-1}\sum_{j=i+1}^{T} R_{ij}^s x_{ij} - \left(\sum_{s=1}^{S} P_s \sum_{i=0}^{T-1}\sum_{j=i+1}^{T} R_{ij}^s x_{ij} \right) + 2\gamma^s \right] \tag{۲۴}$$

$$Min\ Z_2 = \sum_{s=1}^{S} P_s \sum_{i=0}^{T-1}\sum_{j=i+1}^{T} w_{ij}\left[U_{ij}^s - x_{ij} + 2\delta_{ij}^s\right] + \beta\left(\sum_{m=1}^{M} \pi_m \left[C^m - \left(\sum_{m=1}^{M} \pi_m C^m \right) + 2\xi^m \right] \right) \tag{۲۵}$$

$St:$

$$\sum_{i=0}^{k}\sum_{j=k+1}^{T} x_{ij} \leq C^{\max} \qquad \forall k = 1,\dots,T-1 \tag{۲۶}$$

$$\sum_{j=1}^{T} x_{0j} \leq C^{\max} \tag{۲۷}$$

$$x_{ij} \leq U_{ij}^{\max} \qquad \forall i = 0,\dots,T-1\ \forall j = 1,\dots,T \tag{۲۸}$$

$$\sum_{s=1}^{S} P_s \sum_{i=0}^{T-1}\sum_{j=i+1}^{T} R_{ij}^s x_{ij} - \gamma^s \leq \sum_{i=0}^{T-1}\sum_{j=i+1}^{T} R_{ij}^s x_{ij} \qquad \forall s = 1,\dots,S \tag{۲۹}$$

$$x_{ij} - \delta_{ij}^s \leq U_{ij}^s \qquad \forall i = 0,\dots,T-1\ \forall j = 1,\dots,T\ \forall s = 1,\dots,S \tag{۳۰}$$

$$\sum_{m=1}^{M} \pi_m C^m - \xi^m \leq C^m \qquad \forall m = 1,\dots,M \tag{۳۱}$$

$$x_{ij} \geq 0 \qquad \forall i = 0,\dots,T-1\ \forall j = 1,\dots,T \tag{۳۲}$$

۵. مدل برنامه‌ریزی تصادفی با خروج زودهنگام- دیرهنگام و رزرو مضاعف

در مدل‌های ارائه شده قبلی فرض شده است که مسافران دقیقا مطابق برنامه اولیه در هتل حضور دارند و همچنین امکان رزرو مضاعف وجود ندارد درحالیکه در واقعیت اینگونه نیست. ازاینرو در این قسمت به بررسی حالت‌هایی پرداخته می‌شود که مسافران امکان کوتاه‌ترکردن و یا طولانی‌تر نمودن مدت اقامت خویش را دارا هستند و همچنین امکان رزرو مضاعف برای مدیریت هتل وجود دارد.

۵-۱. خروج زودهنگام-دیرهنگام

همانطور که در فرضیات نیز مطرح شد در بسیاری از موارد مسافران پذیرفته شده جهت اقامت در هتل دچار تغییر برنامه شده و ممکن است کمتر یا بیشتر از زمان برنامه‌ریزی شده اولیه در هتل حضور داشته باشند. طبیعتا آزاد سازی این محدودیت منجر به واقعی‌تر شدن مدل برنامه‌ریزی از یک جهت و پیچیده‌تر شدن آن از جهت دیگر می‌گردد. فرض می کنیم که هر مسافر حداکثر به میزان دو روز برنامه اقامت خود را تغییر (افزیش یا کاهش) می‌دهد. احتمال تغییر برنامه به مدت یک و دو روز به ترتیب برابر با ۰/۱ و ۰/۰۵ فرض می شود. در این حالت به تعریف متغیرهای زیر می‌پردازیم.

Y_{ij}: تعداد واقعی مسافرانی که در روز i ام وارد و در روز j ام از هتل خارج می‌گردند.

E_{iej}: تعداد مسافرانی که طبق برنامه اولیه قصد ورود در روز i و خروج در روز j را داشته‌اند ولی زودتر خارج شده‌اند.

V_{ijv}: تعداد مسافرانی که طبق برنامه اولیه قصد ورود در روز i و خروج در روز j را داشته‌اند ولی دیرتر خارج شده‌اند.

با توجه به فرضیات انجام شده مقادیر E_{iej} و V_{ijv} بصورت زیر قابل محاسبه هستند.

$$E_{iej}=\begin{cases} 0 & j=i+1 \\ 0/1\times x_{ij} & j=i+2 \quad e=j-1 \\ 0/1\times x_{ij} & j\geq i+3 \quad e=j-1 \\ 0/05\times x_{ij} & j\geq i+3 \quad e=j-2 \end{cases} \qquad (۳۳)$$

$$V_{ijv}=\begin{cases} 0 & j=T \\ 0/1\times x_{ij} & j=T-1 \quad v=j+1 \\ 0/1\times x_{ij} & j\leq T-2 \quad v=j+1 \\ 0/05\times x_{ij} & j\leq T-2 \quad v=j+2 \end{cases} \qquad (۳۴)$$

بنابراین تعداد واقعی مسافرانی که در روز i وارد و در روز j خارج می‌گردند بصورت زیر قابل محاسبه هستند.

$$Y_{ij}=X_{ij}-\sum_{e=i+1}^{j-1}E_{iej}+\sum_{k=i+1}^{j-1}V_{ikj} \qquad (۳۵)$$

۵-۲. رزرو مضاعف

در برخی از موارد مسافر رزرو خود را لغو می‌نماید ویا با وجود رزرو قبلی مراجعه نمی نمایدکه این امر منجر به کاهش سود بالقوه می‌گردد. منظور از رزرو مضاعف این است که تعداد رزروهای هتل بیش از ظرفیت آن است تا به این ترتیب بتوان با استفاده از این استراتژی خالی بودن اتاقهای رزرو شده را کاهش داد.

همانطور که در فرضیات مطرح شد میزان رزرو مضاعف برای یک روز مشخص k تابعی غیرصعودی از تعداد مسافران ورودی در آن روز است. به‌عبارت دیگر چنانچه O_k ظرفیت رزرو مضاعف برای برای روز k ام باشد داریم

$$O_k=h\left(\bar{I}_k\right) \qquad (۳۶)$$

که در آن $\bar{I}_k$ میزان متوسط ورود مسافران در روز k و h تابعی غیرصعودی از $\bar{I}_k$ است. یکی از توابعی که می‌توان برای h درنظرگرفت بصورت معادله (۳۷) است.

$$h\left(\bar{I}_k\right)=\alpha\left(C-\bar{I}_k\right) \qquad (۳۷)$$

که در آن α ضریبی وزنی است که در ظرفیت خالی قابل پیش‌بینی ضرب می‌شود.

با توجه به مطالب فوق، ظرفیت قابل رزرو برای هتل در یک روز مشخص k بصورت زیر قابل محاسبه است.

$$\begin{aligned} C+O_k &= C+\alpha\left(C-\sum_{s=1}^{S}\sum_{j=k+1}^{T}P_s.Y_{kj}^s\right) \\ &=\left(1+\alpha\right)C-\alpha\sum_{s=1}^{S}\sum_{j=k+1}^{T}P_s.Y_{kj}^s \end{aligned} \qquad (۳۸)$$

بنابراین مدل برنامه‌ریزی تصادفی با خروج زودهنگام-دیرهنگام و رزرو مضاعف در حالت خطی بصورت زیر است.

$$Max\ \ Z_1=\sum_{s=1}^{S}P_s\sum_{i=0}^{T-1}\sum_{j=i+1}^{T}R_{ij}^sY_{ij}-\lambda\sum_{s=1}^{S}P_s\left[\sum_{i=0}^{T-1}\sum_{j=i+1}^{T}R_{ij}^sY_{ij}-\left(\sum_{s=1}^{S}P_s\sum_{i=0}^{T-1}\sum_{j=i+1}^{T}R_{ij}^sY_{ij}\right)+2\gamma^s\right] \qquad (۳۹)$$

$$Min\ \ Z_2=\sum_{s=1}^{S}P_s\sum_{i=0}^{T-1}\sum_{j=i+1}^{T}w_{ij}\left[U_{ij}^s-Y_{ij}+2\delta_{ij}^s\right]+\beta\left(\sum_{m=1}^{M}\pi_m\left[C^m-\left(\sum_{m=1}^{M}\pi_mC^m\right)+2\xi^m\right]\right) \qquad (۴۰)$$

$S.T.$

$$\sum_{i=0}^{k}\sum_{j=k+1}^{T}Y_{ij}\leq\left(1+\alpha\right)C^{\max}-\alpha\sum_{s=1}^{S}\sum_{j=k+1}^{T}P_s.Y_{kj}^s \qquad \forall k=1,\ldots,T-1 \qquad (۴۱)$$

$$\sum_{j=1}^{T}Y_{0j}\leq\left(1+\alpha\right)C^{\max}-\alpha\sum_{s=1}^{S}\sum_{j=1}^{T}P_s.Y_{0j}^s \qquad (۴۲)$$

$$x_{ij}\leq U_{ij}^{\max} \qquad \forall i=0,\ldots,T-1 \qquad (۴۳)$$

$$\sum_{s=1}^{S}P_s\sum_{i=0}^{T-1}\sum_{j=i+1}^{T}R_{ij}^sY_{ij}-\gamma^s\leq\sum_{i=0}^{T-1}\sum_{j=i+1}^{T}R_{ij}^sY_{ij} \qquad \forall s=1,\ldots,S \qquad (۴۴)$$

$$Y_{ij}-\delta_{ij}^s\leq U_{ij}^s \qquad \forall i=0,\ldots,T-1\ \forall j=1,\ldots,T\ \forall s=1,\ldots,S \qquad (۴۵)$$

$$\sum_{m=1}^{M}\pi_mC^m-\xi^m\leq C^m \qquad \forall m=1,\ldots,M \qquad (۴۶)$$

$$Y_{ij} = x_{ij} - \sum_{e=i+1}^{j-1} E_{iej} + \sum_{k=i+1}^{j-1} V_{ikj} \qquad \forall i = 0,\ldots,T-1 \; \forall j = 1,\ldots,T \tag{۴۷}$$

$$x_{ij}, Y_{ij} \ge 0 \qquad \forall i = 0,\ldots,T-1 \quad \forall j = 1,\ldots,T \tag{۴۸}$$

۶. مدل برنامه ریزی تصادفی با خروج زودهنگام-دیرهنگام و رزرو مضاعف و قیمت‌های متفاوت

در کلیه مدل‌های قبلی فرض شده است که سناریوهای مختلف دارای قیمت فروش یکسان هستند (یعنی $R_{ij}^s = R_{ij}$). در این قسمت به بررسی حالتی پرداخته می‌شود که در آن سناریوها دارای قیمت متفاوت هستند (یعنی $R_{ij}^s \ne R_{ij}^{s'} \quad \forall i,j$) لذا، هدف تعیین میزان فروش از هر قیمت در حالت "تودرتو" علی‌رغم تصادفی بودن آن‌ها است.

متغیرهای مدل به شرح زیر تعریف می گردند.

x_{ij}^s: تعداد مسافرانی که مطابق برنامه اولیه در روز i وارد و در روز j خارج شده و فروش به آن‌ها مطابق قیمت سناریوی s است.

Y_{ij}^s: تعداد واقعی مسافرانی که در روز i وارد و در روز j خارج شده و فروش به آن‌ها مطابق قیمت سناریوی s است.

بنابراین کامل‌ترین مدل یعنی برنامه‌ریزی تصادفی با خروج زودهنگام-دیرهنگام و رزرو مضاعف تحت سناریوهای قیمت متفاوت در حالت خطی بصورت زیر است.

$$Max\ Z_1 = \sum_{s=1}^{S} P_s \sum_{i=0}^{T-1} \sum_{j=i+1}^{T} R_{ij}^s Y_{ij}^s - \lambda \sum_{s=1}^{S} P_s \left[\sum_{i=0}^{T-1} \sum_{j=i+1}^{T} R_{ij}^s Y_{ij}^s - \left(\sum_{s=1}^{S} P_s \sum_{i=0}^{T-1} \sum_{j=i+1}^{T} R_{ij}^s Y_{ij}^s \right) + 2\gamma^s \right] \tag{۴۹}$$

$$Min\ Z_2 = \sum_{s=1}^{S} P_s \sum_{i=0}^{T-1} \sum_{j=i+1}^{T} w_{ij} \left[U_{ij}^s - Y_{ij}^s + 2\delta_{ij}^s \right] + \beta \left(\sum_{m=1}^{M} \pi_m \left[C^m - \left(\sum_{m=1}^{M} \pi_m C^m \right) + 2\xi^m \right] \right) \tag{۵۰}$$

$S.T.$

$$\sum_{s=1}^{S} \sum_{i=0}^{k} \sum_{j=k+1}^{T} Y_{ij}^s \le (1+\alpha) C^{\max} - \alpha \sum_{s=1}^{S} \sum_{j=k+1}^{T} P_s . Y_{kj}^s \qquad \forall k = 1,\ldots,T-1 \tag{۵۱}$$

$$\sum_{s=1}^{S} \sum_{j=1}^{T} Y_{0j}^s \le (1+\alpha) C^{\max} - \alpha \sum_{s=1}^{S} \sum_{j=1}^{T} P_s . Y_{0j}^s \tag{۵۲}$$

$$x_{ij}^s \le U_{ij}^s \qquad \forall i = 0,\ldots,T-1 \; \forall j = 1,\ldots,T \; \forall s = 1,\ldots,S \tag{۵۳}$$

$$\sum_{s=1}^{S} P_s \sum_{i=0}^{T-1} \sum_{j=i+1}^{T} R_{ij}^s Y_{ij}^s - \gamma^s \le \sum_{i=0}^{T-1} \sum_{j=i+1}^{T} R_{ij}^s Y_{ij}^s \qquad \forall s = 1,\ldots,S \tag{۵۴}$$

$$Y_{ij}^s - \delta_{ij}^s \le U_{ij}^s \qquad \forall i = 0,\ldots,T-1 \; \forall j = 1,\ldots,T \; \forall s = 1,\ldots,S \tag{۵۵}$$

$$\sum_{m=1}^{M} \pi_m C^m - \xi^m \le C^m \qquad \forall m = 1,\ldots,M \tag{۵۶}$$

$$\sum_{s=1}^{S} Y_{ij}^s = \sum_{s=1}^{S} x_{ij}^s - \sum_{e=i+1}^{j-1} E_{iej} + \sum_{k=i+1}^{j-1} V_{ikj} \qquad \forall i = 0,\ldots,T-1 \; \forall j = 1,\ldots,T \tag{۵۷}$$

$$x_{ij}^s, Y_{ij}^s \ge 0 \qquad \forall i = 0,\ldots,T-1 \; \forall j = 1,\ldots,T \tag{۵۸}$$

۷. بکارگیری مدل در یک مثال

جهت بکارکیری مدل فوق به بررسی یک مثال می‌پردازیم. فرض کنید یک هتل دارای ۴ سناریوی مختلف تقاضا با قیمت‌های مختلف در هر روز است و به دنبال نحوه پذیرش مسافران به گونه‌ای است که درآمد حاصل از ارائه خدمت به مسافران را حداکثر نماید. سناریوهای مختلف تقاضا برای هتل در یک دوره ۱۰ روزه بصورت زیر است.

سناریو شماره ۱										سناریو شماره ۳									
۲۶	۴۶	۱۱۷	۱۵۶	۱۳۰	۲۶	۲۳	۱۳	۱۰	۱۰	۱۲	۱۸	۷۲	۹۶	۷۲	۷	۱۰	۴	۵	۴
۰	۲۶	۳۳	۱۵۶	۱۸۲	۲۶	۱۳	۱۳	۱۰	۷	۰	۱۰	۱۴	۸۴	۱۲۰	۱۱	۶	۶	۴	۴
۰	۰	۲۲	۳۹	۱۵۶	۱۳	۱۰	۲۶	۱۳	۱۳	۰	۰	۱۰	۱۴	۹۶	۱۰	۶	۱۴	۵	۵
۰	۰	۰	۶۵	۱۸۲	۲۰	۲۹	۳۳	۱۶	۱۴	۰	۰	۰	۳۰	۷۲	۸	۱۰	۱۸	۶	۶
۰	۰	۰	۰	۳۴	۱۶	۳۳	۱۳	۱۳	۱۰	۰	۰	۰	۰	۲۶	۱۰	۸	۷	۷	۱۰
۰	۰	۰	۰	۰	۱۰	۲۰	۲۰	۱۰	۱۰	۰	۰	۰	۰	۰	۷	۱۰	۱۲	۱۰	۶
۰	۰	۰	۰	۰	۰	۱۶	۲۶	۲۶	۱۳	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۷	۱۴	۱۸	۴
۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۲۰	۴۶	۵۲	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۱۰	۲۴	۳۰
۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۲۳	۳۶	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۱۲	۲۲
۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۵۲	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۲۴

سناریو شماره ۲										سناریو شماره ۴									
۱۹	۳۸	۹۴	۱۲۵	۱۰۰	۱۹	۱۹	۱۰	۶	۵	۶	۱۷	۴۶	۶۹	۴۶	۶	۶	۲	۲	۲
۰	۱۸	۲۰	۱۲۵	۱۵۰	۱۹	۱۳	۱۳	۶	۶	۰	۶	۱۴	۵۸	۶۹	۶	۳	۳	۲	۲
۰	۰	۱۶	۳۱	۱۲۵	۱۳	۱۰	۲۰	۱۰	۱۰	۰	۰	۶	۱۴	۵۸	۶	۶	۶	۲	۲
۰	۰	۰	۵۰	۱۵۰	۱۹	۲۵	۲۵	۱۳	۱۳	۰	۰	۰	۲۳	۴۶	۶	۶	۶	۳	۳
۰	۰	۰	۰	۳۱	۱۳	۲۵	۱۰	۱۰	۱۰	۰	۰	۰	۰	۲۳	۶	۶	۲	۳	۳
۰	۰	۰	۰	۰	۱۰	۱۵	۱۵	۱۰	۸	۰	۰	۰	۰	۰	۵	۶	۶	۲	۱
۰	۰	۰	۰	۰	۰	۱۳	۱۹	۱۹	۱۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۵	۶	۶	۰
۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۱۰	۳۸	۴۴	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۵	۶	۶
۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۱۵	۲۵	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۶	۱۷
۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۳۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۱۷

	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
۰	۰/۱	۰/۲	۰/۳	۰/۴	۰/۵	۰/۶	۰/۷	۰/۸	۰/۹	۱
۱	۰	۰/۱	۰/۲	۰/۳	۰/۴	۰/۵	۰/۶	۰/۷	۰/۸	۰/۹
۲	۰	۰	۰/۱	۰/۲	۰/۳	۰/۴	۰/۵	۰/۶	۰/۷	۰/۸
۳	۰	۰	۰	۰/۱	۰/۲	۰/۳	۰/۴	۰/۵	۰/۶	۰/۷
۴	۰	۰	۰	۰	۰/۱	۰/۲	۰/۳	۰/۴	۰/۵	۰/۶
۵	۰	۰	۰	۰	۰	۰/۱	۰/۲	۰/۳	۰/۴	۰/۵
۶	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰/۱	۰/۲	۰/۳	۰/۴
۷	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰/۱	۰/۲	۰/۳
۸	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰/۱	۰/۲
۹	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰/۱

احتمال رخداد سناریوهای فوق به‌ترتیب ۰/۲، ۰/۴، ۰/۲۵ و ۰/۱۵ و قیمت هر شب اقامت برای هر سناریو به ترتیب ۰/۶، ۰/۷۵، ۰/۸۵ و ۱ فرض می شود. علاوه‌براین، بنا به قراردادهای قبلی موظف است در صورت تقاضای برخی از ارگان‌های دولتی قسمتی از هتل را در صورت اعلام نیاز ارگان مربوطه در اختیار آنها قرار دهد از این رو پیش‌بینی می‌شود که ظرفیت هتل در هر روز با احتمال ۰/۲، ۰/۵ و ۰/۳ به ترتیب ۳۰۰، ۲۷۰ و ۲۲۰ است. از طرفی پذیرش بیش از ظرفیت مسافر (درصورت مراجعه) و یا کمتر از ظرفیت مسافر این هتل را متحمل هزینه‌هایی می‌نماید که بصورت W_{ij} نشان داده شده است. علاوه‌براین فرض می‌شود که امکان لغو رزرو و تغییر در برنامه مسافر حداکثر برای دو روز امکان پذیر است و هر مسافر ممکن است تا دو روز زودتر یا دیرتر از هتل خارج گردد که احتمالات مربوط به این تغییر برابر با ۰/۱ برای یک روز و ۰/۰۵ برای دو روز فرض می شود. . از اینرو داریم

$$E_{iej} = \begin{cases} ۰ & j = i + ۱ \\ ۰/۱ \times \sum_{s=۱}^{S} x_{ij}^{s} & j = i + ۲ \quad e = j - ۱ \\ ۰/۱ \times \sum_{s=۱}^{S} x_{ij}^{s} & j \geq i + ۳ \quad e = j - ۱ \\ ۰/۰۵ \times \sum_{s=۱}^{S} x_{ij}^{s} & j \geq i + ۳ \quad e = j - ۲ \end{cases} \qquad (۵۹)$$

$$V_{ijv}=\begin{cases}0 & j=T\\ 0/1\times\sum_{s=1}^{S}x_{ij}^{s} & j=T-1 \quad v=j+1\\ 0/1\times\sum_{s=1}^{S}x_{ij}^{s} & j\le T-2 \quad v=j+1\\ 0/05\times\sum_{s=1}^{S}x_{ij}^{s} & j\le T-2 \quad v=j+2\end{cases} \qquad (60)$$

مقادیر مربوط به λ,β,α نیز به ترتیب ۰/۱، ۱ و ۱ فرض می شود. با توجه به داده‌های فوق جواب‌های پارتو با ترکیب وزنی مختلف توابع هدف بصورت زیر بدست آمده است.

مقدار وزنی تابع هدف	مقدار تابع هدف ۲	مقدار تابع هدف ۱	وزن تابع هدف۲	وزن تابع هدف ۱
۵۶۵/۴۵۵۷	۵۶۵/۴۵۵۷	۶۰۴/۶۰۷۲	۱	۰
۵۶۹/۳۷۰۹	۵۶۵/۴۵۵۷	۶۰۴/۶۰۷۲	۰/۹	۰/۱
۵۷۳/۲۸۶	۵۶۵/۴۵۵۷	۶۰۴/۶۰۷۲	۰/۸	۰/۲
۶۹۰/۸۲۳۱	۶۴۳/۸۱۵۷	۸۰۰/۵۰۷۲	۰/۷	۰/۳
۷۸۹/۹۵۶۷	۷۰۵/۱۴۸	۹۱۷/۱۶۹۷	۰/۶	۰/۴
۸۵۷/۸۲۱۹	۷۴۵/۲۰۸۶	۹۷۰/۴۳۵۲	۰/۵	۰/۵
۸۹۳/۱۷۸۸	۷۵۹/۳۸۲۶	۹۸۲/۳۷۶۳	۰/۴	۰/۶
۹۱۸/۰۴۸۳	۷۶۳/۶۰۱۱	۹۸۴/۲۴	۰/۳	۰/۷
۹۴۲/۴۶۴۲	۷۶۸/۱۶۱۱	۹۸۶/۰۴	۰/۲	۰/۸
۹۶۴/۲۵۲۱	۷۶۸/۱۶۱۱	۹۸۶/۰۴	۰/۱	۰/۹
۹۸۶/۰۴	۷۶۸/۱۶۱۱	۹۸۶/۰۴	۰	۱

همانطور که مشاهده می‌شود شکل توابع (در این مثال) به گونه‌ای است که جواب‌های بدست آمده در ترکیب وزنی (۱، ۰) تا (۰/۸، ۰/۲) و همچنین (۰/۳، ۰/۷) تا (۰، ۱) ثابت باقی می‌ماند که این پاسخ‌ها برای حالت اول عبارتند از:

$$\begin{array}{llll}
x_{04}^{1}=156 & x_{15}^{1}=182 & x_{26}^{1}=13 & x_{37}^{1}=29\\
x_{48}^{1}=13 & x_{59}^{1}=10 & x_{610}^{1}=13 & x_{04}^{2}=125\\
x_{15}^{2}=150 & x_{26}^{2}=13 & x_{37}^{2}=25 & x_{48}^{2}=10\\
x_{59}^{2}=10 & x_{610}^{2}=10 & x_{04}^{3}=96 & x_{15}^{3}=120\\
x_{26}^{3}=10 & x_{37}^{3}=10 & x_{48}^{3}=7 & x_{59}^{3}=10\\
x_{610}^{2}=4 & x_{04}^{4}=69 & x_{15}^{4}=69 & x_{26}^{4}=6\\
x_{37}^{4}=6 & x_{48}^{4}=2 & x_{59}^{4}=2 &
\end{array}$$

همانطور که مشاهده می‌شود جهت حداکثر کردن درآمد حاصل با فرض امکان لغو رزرو و تغییر در برنامه در برخی از روزها مسافران پذیرفته شده جهت رزرو اولیه بیش از ظرفیت هتل است. البته باید توجه داشت با توجه به محدودیت‌های اول و دوم مقادیر Y_{ij} به گونه‌ای خواهد بود که مسافران واقعی موجود در هتل از ظرفیت هتل بیشتر نباشد.

۸. جمع‌بندی و پیشنهاد تحقیقات آتی

همانطور که گفته شد گسترش روزافزون مباحث مدیریت درآمد در صنعت هواپیمایی و شباهت زیاد صنعت هتل‌داری به آن، منجر به استفاده از مفاهیم مدیریت درآمد در صنعت هتل‌داری نیز گشت. به‌همین منظور، در این مقاله نیز به توسعه چند مدل چندهدفه برنامه‌ریزی تصادفی جهت مدیریت درآمد هتل پرداخته شده است. دراین مدلها، ضمن حداکثر کردن درآمد، حداکثر کردن پایداری پاسخ و پایداری مدل نیز منظور گردیده است. مدل‌های ارائه شده در این مقاله به‌ترتیب به بررسی مدیریت درآمد در محیط تصادفی، مدیریت درآمد در محیط تصادفی با خروج زودهنگام-دیرهنگام و امکان رزرو مضاعف در حالت یکسان بودن قیمت سناریوهای مختلف و نهایتا مدیریت درآمد در محیط تصادفی با خروج زودهنگام-دیرهنگام و امکان رزرو مضاعف در حالت متفاوت بودن قیمت سناریوهای مختلف پرداخته است.

ازجمله مواردی که می توان در تحقیقات آتی منظور نمود، در نظر گرفتن خسارت مسافرانی است که با وجود رزرو قبلی به دلیل اجرای رزرو مضاعف امکان پذیرششان وجود ندارد. درمدلهای این مقاله چنین خسارتی منظور نشده است. درصورتی که در واقعیت باید به مسافران مازاد بر ظرفیت جریمه‌ای پرداخت گردد که این خود منجر به کاهش درآمد هتل می‌گردد (علاوه بر زیان‌های غیر مادی که به همراه دارد).

دراین تحقیق، میزان ظرفیت رزرو مضاعف تابعی خطی از ظرفیت خالی قابل پیش‌بینی درنظر گرفته شده است. در عمل ممکن است که این تابع خطی نباشد. ازاین رو، بررسی جهت تعیین تابعی دقیق‌تر برای ظرفیت رزرو مضاعف نیز می‌تواند به‌عنوان پیشنهادی جهت تحقیقات آتی مطرح گردد. علاوه‌بر موارد فوق، بررسی میزان پیچیدگی مدل و ارائه رویکردی برای حل آن برای مسائل با اندازه

بزرگ، درصورت *NP-Hard* بودن، نیز می‌تواند به‌عنوان زمینه‌ای جهت تحقیقات آتی مطرح گردد.

منابع

[1] Kin-Keung Lai, Wan-Lung Ng, *"A Stochastic Approach to Hotel Revenue Optimization"*, Computers & Operations Research 32, 2005, pp. 1059–1072.

[2] Mulvey, J.M., Vanderbei, R.J., Zenios, S.A., Robust Optimization of Large Scale Systems. Operations Research1995;43(2): 264–81.

[3] Yu, C.S., Li, H.L., *A Robust Optimization Model for Stochastic Logistic Problems*. International Journal of Production Economics 2000; 64: 385–97.

[4] McGill, J., Van Ryzin, G., Revenue Management: Research Overview and Prospects. Transportation Sciences 1999; 33(2): 233–56.

[5] Belobaba PP. Application of a Probabilistic Decision Model to Airline set Inventory Control. Operations Research 1989; 37(2): 183–97.

[6] Chatwin, R.E., *Multiperiod Airline Overbooking With a Single Fare Class*. Operations Research 1998; 46(6): 805–19.

[7] Weatherford, L.R., Length of Stay Heuristics: Do They Really Make a Di0erence? Cornell Hotel and Restaurant Administration Quarterly 1995; 36(6): 70–9.

[8] Birtan, G.R., Modschin, S.V., *An Application of Yield Management to the Hotel Industry Considering Multiple Day Stays.* Operations Research 1995; 43(3): 427–43.

[9] Baker, T.K., New Approaches to Yield Management: Comprehensive Overbooking/Allocation Heuristics for the Hotel Industry. Unpublished Doctoral dissertation, Fisher College of Business, The Ohio State University, Columbus, Ohio, 1994.

[10] E. Steed., Z. Gu, "*An Examination of Hotel Room Pricing Methods: Practiced and Proposed*," Journal of Revenue and Pricing Management, Vol. 3, No.4, Jan. 2005, pp. 369-379.

[11] Huang, Y.H., "*The Latest Study and Analysis of Hotel Revenue Management*," Tourism Tribune, 2005 (5).

[12] Zhang, Y., "*The Theoretical Research Summary of Hotel Room Pricing Method,"* Tourism Tribune, 2007 (3).