

## Soft Computing of the Borda Count by Fuzzy Linguistic Quantifiers

Mahdi Zarghami \*

Mahdi Zarghami, Faculty of Civil Eng., University of Tabriz

### Keywords

Group decision making;  
Borda count;  
ordered weighted averaging;  
fuzzy linguistic quantifiers;  
optimism/pessimism;  
natural resources management

### ABSTRACT

Borda count is a well-known social choice method, and is frequently used for group decision making problems. However it does not consider the optimism/pessimism view of the director, which has a great effect on the group decisions. Therefore in the present study, we extend the Borda method by using the Ordered Weighted Averaging (OWA) operator to consider the risk attitudinal characteristics. The new approach, entitled Borda-OWA, solves the group decision making problem in an intelligent procedure. It is then applied on two real case studies of forest management and projects ranking. The outcomes show that the Borda-OWA operator makes more soft and sensitive results by using the director's risk attitudes, guided by the fuzzy linguistic quantifiers. The new results are also examined by sensitivity analysis, which shows the importance of selecting the suitable quantifier. It is shown that the original Borda is a special case of the Borda-OWA approach, indicating only the neutral view of the director.

Because of the uncertainty in selecting the quantifier, we define a new measure which considers both the expected value and the variance of the combined goodness measure for each alternative. By using this measure the Borda-OWA model will give more robust decisions to the stakeholders whose optimism degrees are different than that of the group director.

© (نشریه بین‌المللی مهندسی صنایع و مدیریت تولید) شماره ۳، جلد ۲۰، ۱۳۸۸

## بهبود روش تصمیم‌گیری گروهی بوردا با کمک محاسبات نرم

مهدی ضرغامی

### چکیده:

میزان عرضه و تقاضای منابع طبیعی نه تنها وابسته به چرخه‌های طبیعت‌اند بلکه متأثر از مؤلفه‌های اقتصادی-اجتماعی نیز هستند. بنابراین با توجه به کمبود این منابع و رشد سریع تقاضا در سالهای اخیر، مدیریت بهینه و صحیح این منابع امری اجتناب‌ناپذیر است. برای موفقیت این مدیریت، مشارکت بیشتر ذینفعان در تهیه مدل‌های تصمیم‌گیری گروهی و پذیرش نتایج مدل‌ها لازم است. در این مقاله با لحاظ این دیدگاه، یکی از روش‌های انتخاب اجتماعی به نام بوردا توسعه داده

### کلمات کلیدی

تصمیم‌گیری گروهی، انتخاب اجتماعی، روش بوردا، عملگر میانگین وزنی مرتب، محاسبات نرم، مدیریت حوزه آبریز

تاریخ وصول: ۸۸/۵/۲۲

تاریخ تصویب: ۸۸/۱۰/۳۰

دکتر مهدی ضرغامی، استادیار دانشکده مهندسی عمران دانشگاه تبریز [zarghaami@gmail.com](mailto:zarghaami@gmail.com)

می‌شود. این روش تصمیم‌گیری گروهی مبتنی بر رای‌گیری بوده که در آن نظرات اعضای گروه ذینفع به صورت رتبه‌نسی آنها، و نه به صورت صریح و مستقیم، در تصمیم‌گیری اعمال شده و در نهایت اولویت‌بندی گزینه‌ها ارایه می‌گردد. ایراد روش بوردا متداول آن است که به مولفه ذهنی مدیر گروه تصمیم‌گیری از جهت ریسک‌پذیری توجهی نمی‌نماید. لذا به عنوان نوآوری این مقاله، مدل اولیه روش بوردا به کمک عملگر تجميع میانگین وزنی مرتب توسعه داده شده تا بتواند محاسبات نرم‌تری (Soft Computation) را در مواجهه با عدم قطعیت‌ها از جمله لحاظ درجه ریسک‌پذیری مدیر گروه تصمیم‌گیری داشته باشد. سپس به کمک کاربست یک مطالعه موردی واقعی، ضرورت این توسعه ریاضی نشان داده شده و سنجه مناسبی برای محاسبه امتیاز یک گزینه به روش بوردا اصلاح شده تحت شرایط عدم قطعیت تصادفی ارایه گردیده است.

## ۱. مقدمه

از آنجا که هدف از سرمایه‌گذاری مالی در طرح‌های توسعه‌ای، تأمین نیازها و خواسته‌های متنوع ذینفعان می‌باشد، مدیریت صحیح عرضه و تقاضای منابع طبیعی ایجاب می‌کند که انتخاب طرح‌ها، بخصوص در شرایط وجود محدودیت، براساس مشارکت ذینفعان و لحاظ معیارهای چندگانه انجام شود. به عنوان نمونه در کشور ایران اجرای صدها طرح عمرانی در بخش آب مطرح می‌باشد که به دلایل زیر ضرورت مدیریت بهتر در طراحی، ساخت و بهره‌برداری این طرح‌ها مشخص می‌شود [۱]:

- لزوم تصمیم‌گیری بر اساس معیارهای اجتماعی و زیست محیطی نسبت به تصمیم‌گیری تک معیاره مالی (روش سنتی)؛
- لحاظ محدودیت منابع مالی در تخصیص آن به طرح‌های مختلف؛
- پرهیز از اتلاف فرصت‌های سرمایه‌گذاری به خاطر طولانی شدن فرایند حل اختلاف‌ها؛
- جوابگویی به درخواست‌های سازمان‌های منطقه‌ای،
- لزوم مشارکت ذینفعان در تصمیم‌گیری‌ها.

موفقیت لازم در مدیریت چنین سیستم‌هایی منوط به توسعه مدل‌های ریاضی تصمیم‌گیری است. این مدل‌ها از زمان جنگ جهانی دوم مورد توجه جدی ریاضیدانان و مدیران قرار گرفت. تاکید اصلی مدل‌های کلاسیک بهینه‌سازی، داشتن یک معیار سنجش (یا یک تابع هدف) می‌باشد. اما توجه محققین در دهه‌های اخیر به توسعه مدل‌های تصمیم‌گیری گروهی در حل مسایل مدیریت مشارکتی معطوف گردیده است. در این تصمیم‌گیری‌ها به جای استفاده از یک تابع هدف به تعداد ذینفعان دارای تابع هدف و مطلوبیت هستیم. یکی از مهمترین چالش‌های مطرح در استفاده از مدل‌های تصمیم‌گیری گروهی، داشتن اطلاعات دقیق در مورد ارزیابی طرح‌ها از دید معیارهای مختلف می‌باشد. ولی در اغلب مسایل واقعی این اطلاعات وجود نداشته و یا تهیه آنها بسیار مشکل و حساس است. در واقع در تصمیم‌گیری گروهی ذینفعان متعدد به حالت بازی با یکدیگر وارد شده و از ابراز نظرات دقیق خود اجتناب می‌نمایند. یکی از دیدگاه‌های موفق برای جبران این عدم قطعیت استفاده از

روش تصمیم‌گیری مبتنی بر انتخاب اجتماعی<sup>۱</sup> (یا رای‌گیری) است که فقط نیازمند رتبه هر طرح از دید هر ذینفع می‌باشد. این روش در نهایت رتبه نسبی طرح را به صورت کلی ارایه می‌نماید.

روش‌های انتخاب اجتماعی در بسیاری از مسایل تصمیم‌گیری گروهی برای مدیریت منابع طبیعی و محیط زیست به کار رفته‌اند؛ هرچند که تمام شرایط و فرضیات مطرح شده توسط Arrow [۳] را ارضا نمی‌کنند. d'Angelo و همکاران [۴] روش‌های مختلف انتخاب اجتماعی را برای انتخاب گزینه برتر در مدیریت جنگل‌های شمال ایالت آریزونا به صورت موفق بکار بسته‌اند. در این مطالعه برای انتخاب بین چهار روش کنترل جنگل نظرات ۶ گروه ذینفع در نظر گرفته شده است. شیخ‌محمدی و همکاران [۵] روش‌های انتخاب اجتماعی را برای ارایه یک راه حل قابل قبول برای تقسیم منافع دریای خزر بین پنج کشور ذینفع به کار بسته‌اند. در این مطالعه میزان درآمد یا هزینه جبران خسارت هر کشور در قبال تقسیم ذخایر نفتی بستر دریا محاسبه شده است. Srdjevic [۶] مدل جدیدی برای تلفیق روش تحلیل سلسه مراتبی<sup>۲</sup> با روش‌های انتخاب اجتماعی ارایه کرده که برای تلفیق نظرات افراد در زیرگروه‌ها از روش AHP و برای تلفیق نظر گروه‌ها با یکدیگر از روش‌های انتخاب اجتماعی بهره برده است. ایشان مدل جدید را برای مدیریت رودخانه سان‌فرانسیسکو در برزیل به کار برده است. Cranor [۷] مقایسه جامعی بین روش‌های مختلف انتخاب اجتماعی از دید معیارهای مختلف انجام داده است. ولی انتخاب یک روش موثر وابسته به خصوصیات مطالعه موردی است و نمی‌توان برای همه مسایل یک روش خاصی را به عنوان بهترین روش پیشنهاد کرد [۷].

در این مقاله ابتدا در بخش ۲ یک روش مطرح در انتخاب اجتماعی به نام بوردا<sup>۳</sup> معرفی می‌گردد [۹]. هرچند بوردا روش مشهور و ساده‌ای برای تصمیم‌گیری گروهی است ولی از دید مدیر گروه تصمیم‌گیری نظرات ذینفعان را از دید ریسک تصمیم‌گیری به صورت یکسان تلفیق می‌نماید. در واقع Yager [۱۰] با ارایه عملگر

<sup>1</sup> Social Choice methods

<sup>2</sup> Analytic Hierarchy Process

<sup>3</sup> Borda Count

نظر گرفت. اگر  $a_{ij}$  یک عنصر ماتریس رتبه‌بندی (جدول ۱) باشد آنگاه:

$$g(a_{ij}) = n - a_{ij} \quad (۱)$$

$$B_j = \sum_{i=1}^m g(a_{ij}) \quad (۲)$$

و گزینه  $j^*$  با بزرگترین مقدار  $B_j$ ، انتخاب برتر است.

$$B_{j^*} = \max\{B_j\} \quad (۳)$$

توجه داشته باشید که برای هر گزینه داریم:

$$B_j = \sum_{i=1}^m g(a_{ij}) = \sum_{i=1}^m (n - a_{ij}) = nm - \sum_{i=1}^m a_{ij} \quad (۴)$$

بنابراین یک رویه دیگر این است که برای هر گزینه، مقادیر  $a_{ij}$  را از دید تمام معیارها با هم جمع کنیم و گزینه ای که کمترین مجموع را دارد انتخاب کنیم. طبق مطالعات ضرغامی و افشاری فرد [۱] روش بوردا یک روش قابل قبول در مطالعات انتخاب اجتماعی نسبت به سایر روشهای مطرح است. هرچند بوردا یک روش ساده است ولی نمی‌تواند خصوصیات ذهنی مدیر گروه تصمیم‌گیری را مدل نماید لذا به عنوان نوآوری این مقاله در قسمت بعدی این اصلاح صورت گرفته و مدل جدیدی ارائه می‌شود.

### ۳. ارائه مدل جدید Borda-OWA برای محاسبات نرم

با توجه به آنچه که در بخشهای قبلی گذشت و نیز مبتنی بر نتایج سایر مطالعات [از جمله ۴] روش بوردا به عنوان یک روش ساده در تصمیم‌گیری گروهی معرفی شده است. در عین حال تعدادی از محققین اعلام کرده‌اند که این روش نیازمند اصلاحات و توسعه بیشتر است. به عنوان نمونه García-Lapresta و همکاران [۱۱] روش بوردا را برای قابلیت درک و پذیرش متغیرهای ورودی بیانی توسعه داده‌اند. ایراد روش سنتی بوردا این است که در تلفیق نظرات تصمیم‌گیران دیدگاهی خنثی نسبت به ریسک تصمیم‌گیری اعمال می‌کند، در حالی که در اغلب مسایل صنعتی وجود ریسک در تصمیم‌گیری بسیار بارز بوده و لحاظ آن ضروری است. در این تحقیق یک روش جدید تحت نام Borda-OWA ارائه شده که از مزایای عملگر میانگین وزنی مرتب (OWA) در لحاظ درجه ریسک‌پذیری تصمیم‌گیر برای بهبود محاسبات روش بوردا بهره می‌برد. در مدل Borda-OWA محاسبات مربوط به روش بوردا به

OWA<sup>۱</sup> نشان داد که مقادیر مختلف در ذهن فرد حسب اندازه خود ارزش خطی نداشته و بسته به درجه خوشبینی ارزش آن متفاوت است. از این دیدگاه مبتنی بر هوش محاسباتی در بخش ۳ مقاله استفاده کرده و روش تصمیم‌گیری گروهی بوردا بهبود و توسعه داده می‌شود. همچنین به کمک عملگر OWA اصلاح شده مدل ساده‌سازی شده و الگوریتم مناسبی برای تهیه سامانه پشتیبانی تصمیم‌گیری بر اساس مدل جدید تهیه شده است. برای نمایش موفقیت این روش جدید، در بخش ۴ مدل بهبودیافته روی یک مطالعه موردی واقعی مربوط به مدیریت یک حوضه آبریز بکار بسته خواهد شد و بخش آخر نیز نتیجه‌گیری تحقیق است.

## ۲. روش‌های انتخاب اجتماعی: بوردا

مساله مورد بررسی در این مطالعه، اولویت‌بندی  $n$  گزینه مستقل از هم است که از دید  $m$  تصمیم‌گیر ارزیابی شده‌اند. در اغلب مسائل واقعی به دست آوردن مقدار واقعی این ارزیابی‌ها خیلی مشکل بوده و یا عدم قطعیت زیادی در آنها وجود دارد. لذا یک راه‌حل موفق این است که به جای مقادیر دقیق ارزیابی‌ها، تنها رتبه مقایسه‌ای آنها نسبت به همدیگر از دید معیارها یا تصمیم‌گیرها سوال شود که روش‌های انتخاب اجتماعی برای حل این‌گونه مسائل توسعه پیدا کرده‌اند. در ماتریس تصمیم‌گیری این مسائل، مولفه  $a_{ij}$  رتبه گزینه  $j$  ام از دید معیار  $i$  ام، می‌باشد. اگر  $a_{ij} = 1$  باشد یعنی بهترین گزینه از دید ذینفع  $i$  ام، گزینه  $j$  است و اگر این مقدار ۲ باشد یعنی بعد از گزینه برتر گزینه  $j$  ام بهترین گزینه است. در جدول ۱ این ماتریس تصمیم‌گیری نمایش داده شده است:

جدول ۱. ماتریس تصمیم‌گیری گروهی

| قدرت نسبی       |             | گزینه‌ها         |                  |     |                  |
|-----------------|-------------|------------------|------------------|-----|------------------|
| تصمیم‌گیران     | تصمیم‌گیران | Alt <sub>1</sub> | Alt <sub>2</sub> | ... | Alt <sub>n</sub> |
| DM <sub>1</sub> | $p_1$       | $a_{11}$         | $a_{12}$         | ... | $a_{1n}$         |
| DM <sub>2</sub> | $p_2$       | $a_{21}$         |                  |     |                  |
| ⋮               | ⋮           | ⋮                |                  |     | ⋮                |
| DM <sub>m</sub> | $p_m$       | $a_{m1}$         |                  |     | $a_{mn}$         |

در این بخش برای حل مساله تصمیم‌گیری گروهی، مدل ریاضی یک روش مطرح انتخاب اجتماعی به نام شمارش بوردا ارائه می‌شود:

### ۲-۱. شمارش بوردا

این روش بر حسب مجموع رتبه‌های هر گزینه تصمیم‌گیری می‌کند [۲و۱]. اگر فرض کنیم بدترین گزینه امتیاز صفر و بهترین گزینه امتیاز  $n-1$  را بگیرد، با جمع امتیازهای هر گزینه می‌توان گزینه‌ای را که بیشترین امتیاز را دارد به عنوان انتخاب اجتماعی در

<sup>1</sup> Ordered Weighted Averaging: OWA

Orness معرفی کرده که به صورت زیر تعریف می‌شود [۱۰]. در این مطالعه این سنج درجه خوشبینی نامیده می‌شود.

$$\theta = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (n-i)w_i \quad (7)$$

برای درجه خوشبینی می‌توان سه حالت را تعریف کرد. اگر مقدار آن بیشتر از ۰/۵ باشد دیدگاه تصمیم‌گیر خوشبینانه است. در این حالت اعداد با مقدار بیشتری در ابتدای بردار وزن رتبه‌ها قرار دارد. اگر این مقدار از ۰/۵ کمتر باشد، دیدگاه وی بدبینانه است که در این حالت مقادیر بزرگتر در انتهای بردار وزن رتبه‌ها قرار می‌گیرند. حالت میانه، یعنی ۰/۵ دیدگاه خنثی<sup>۱۰</sup> را منعکس می‌نماید که در آن همه اعداد بردار مزبور با هم برابر می‌باشند.

روشهای مختلفی برای استخراج وزن رتبه‌های عملگر OWA معرفی شده [۱۲ و ۱۳] که یکی از موفق‌ترین آنها استفاده از کمیت‌سنج‌های فازی است. در بخش بعدی این مقاله مبنای ریاضی استخراج وزن رتبه‌های عملگر به کمک این روش معرفی خواهد شد و در بخش ۳-۴ یک راه حل ساده‌تر و دقیق‌تر نیز مورد استفاده قرار خواهد گرفت.

### ۳-۲. استخراج پارامترهای عملگر OWA با استفاده از

#### کمیت‌سنج‌های فازی

در بسیاری از مسایل به جای تأمین و ارضای نظر "همه" یا "حداقل یکی" از ذینفعان توسط یک گزینه، ممکن است تمایل مدیر به تأمین نظر "بیشتر" یا "نیمی" از آنها باشد. در حقیقت برای پر کردن شکاف بین سیستمهای کلاسیک (صفر یا یک) و گفتار طبیعی، یک ابزار منعطف‌تری لازم است که برای بیان این مفاهیم از کمیت‌سنج‌های بیانی نسبی استفاده می‌کنیم.

کمیت‌سنج نسبی مانند "اکثراً" یا "حداقل نیمی" می‌تواند توسط توابع عضویت فازی  $Q(r)$  در طیف  $[0, 1]$  نشان داده شود [۱۴]. بازای مقدار  $r$  ورودی،  $Q(r)$  درجه‌ای را نشان می‌دهد که مفهوم مورد نظر را تأمین و ارضاء می‌کند. سه حالت عمده برای شکل کمیت‌سنج‌ها وجود دارد که در این مطالعه تنها کمیت‌سنج صعودی یکنوا مورد بررسی قرار می‌گیرد. این کمیت‌سنج‌ها از رابطه زیر تبعیت می‌کنند:

$$R(Q_{RIM}) = [0, 1], \quad Q_{RIM}(0) = 0, \quad Q_{RIM}(1) = 1$$

$$Q_{RIM}(r_1) \geq Q_{RIM}(r_2) \quad \text{if} \quad r_1 \geq r_2. \quad (8)$$

Yager رابطه زیر را برای استخراج وزن رتبه‌ها در عملگر OWA برای کمیت‌سنج‌های یکنوا صعودی معرفی کرد [۱۰]:

اصطلاح نرم شده<sup>۱</sup> و توانایی بیشتری در ارتباط با تصمیم‌گیران خواهد داشت. در ادامه ابتدا به معرفی عملگر OWA و نحوه استخراج پارامترهای آن می‌پردازیم سپس در بخش ۳-۳ و ۳-۴ مدل جدید معرفی خواهد شد.

### ۳-۱. معرفی مختصر عملگر OWA

عملگر OWA در واقع یک میانگین وزنی است، با این تفاوت که مقادیر عملکردها قبل از ضرب در یک بردار وزن خاصی مرتب‌سازی می‌شوند. این مرتب‌سازی خصوصیت ویژه این روش بوده و باعث غیرخطی شدن مدل می‌گردد. عملگر OWA یک نگاشتی از فضای  $m$  بعدی به فضای یک بعدی  $R^m \rightarrow R$  است که در آن یک بردار وابسته وزنی  $w_i$  داریم [۱۰]:

$$F_{OWA}(a_1, a_2, \dots, a_m) = \sum_{i=1}^m w_i b_i = w_1 b_1 + w_2 b_2 + \dots + w_m b_m, \quad (5)$$

$b_i$  عبارت است از  $i$  امین مقدار بزرگ در مجموعه داده‌های ورودی  $\{a_i\}$ . در واقع بردار  $b$  مقادیر مرتب شده نزولی مقادیر بردار  $a$  می‌باشد. بردار  $w$  پارامترهای مدل OWA (وزن رتبه‌ها)<sup>۲</sup> می‌باشد که شرایط زیر را دارد:

$$\sum_{i=1}^m w_i = 1 \quad \text{و} \quad w_i \geq 0 \quad (6)$$

این ضرایب، وزن نسبی تصمیم‌گیران ۱ تا  $m$  نیستند بلکه خصوصیت آنها تعیین میزان تأثیر مقادیر بزرگتر یا کوچکتر  $b$  در مقدار تجمیع است. عملگر OWA دارای خصوصیات مختلفی از جمله یکنوایی<sup>۳</sup>، پایداری<sup>۴</sup>، شرکت‌پذیری<sup>۵</sup>، خودتوانی<sup>۶</sup>، همانی<sup>۷</sup> و بیطرفی<sup>۸</sup> می‌باشد. با تغییر وزن رتبه‌ها ویژگیهای رفتاری آن در تصمیم‌گیری گروهی عوض می‌شوند. خصوصیت دوم تغییر وزن رتبه‌ها در عملگر OWA، انعکاس درجه خوشبینی<sup>۹</sup> تصمیم‌گیر است. منظور از خوشبینی تصمیم‌گیر میزان و درجه پذیرش ریسک در تصمیم‌گیری است. برای این منظور هرچه بردار وزن رتبه‌ها عددهای بزرگتری را در ابتدای خود داشته باشد میزان خوشبینی بیشتر است و بالعکس. در واقع با این کار عملگر به حالت تجمیع عطفی (Or) روی ورودیها نزدیک شده و از حالت فصلی (And) دور می‌شود. Yager برای سنجش این خصوصیت سنج‌های را به نام

<sup>1</sup> Soft Computing

<sup>2</sup> Order Weights

<sup>3</sup> Monotonicity

<sup>4</sup> Stability

<sup>5</sup> Associativity

<sup>6</sup> Idempotency

<sup>7</sup> Identity

<sup>8</sup> Neutrality

<sup>9</sup> Optimism degree

<sup>10</sup> Risk Neutrality

گام ۲- مقدار عددی رتبه هر گزینه  $a_{ij}$ ، از عدد  $n$  یعنی تعداد گزینه‌ها کم شود تا عدد رتبه به امتیاز تبدیل شود.

گام ۳- از آنجا که ورودیهای عملگر OWA بایستی در بازه صفر تا یک باشند لذا مقادیر حاصله از گام ۲ را به کمک فرمول زیر نرمال می‌کنیم:

$$a^* = (n - a_{ij}) / n \quad (11)$$

گام ۴- مقادیر نرمال شده برای هر تصمیم‌گیر را در اهمیت و وزن هر تصمیم‌گیر ضرب می‌نماییم:

$$g_{ij} = p_i \cdot (n - a_{ij}) / n \quad (12)$$

لازم به ذکر است که این اعمال قدرت هر تصمیم‌گیر در روش بوردا در این تحقیق مطرح شده و در مطالعات قبلی دیده نشده است.

گام ۵- در این مرحله مقادیر حاصله از گام قبلی،  $g_{ij}$ ، را به طور نزولی مرتب می‌نماییم که در نتیجه بردار  $\{h_{1j}, h_{2j}, \dots, h_{mj}\}$  بجای بردار اولیه  $\{g_{1j}, g_{2j}, \dots, g_{mj}\}$  حاصل می‌شود.

گام ۶- حال از مدیر گروه تصمیم‌گیر نوع کمیت سنج فازی انتخابی را سوال می‌نماییم. برای راحتی این پرسش مطابق جدول ۲ تعداد افرادی از ذینفعان که بهتر است در تصمیم لحاظ شود را می‌پرسیم. در حالتی که دسترسی به مدیر نداریم یا ایشان تمایل به ارایه نظر خود ندارند، از تحلیل حساسیت نتایج نسبت به تغییر مقادیر کمیت‌سنج‌ها استفاده می‌نماییم. سپس از روی نوع کمیت‌سنج فازی مقادیر وزن رتبه‌ها  $w_i$  را از رابطه (۹) بدست می‌آوریم.

گام ۷- حال بردار مقادیر مرتب شده حاصل در گام ۵ را در بردار وزن رتبه‌های گام ۶ ضرب می‌نماییم.

گام ۸- برای استخراج امتیاز نهایی هر گزینه مقادیر حاصل از گام ۷ را مطابق فرمول زیر با هم جمع می‌نماییم.

$$C_j^{Borda-OWA} = \sum_{i=1}^m w_i h_{ij} \quad (13)$$

گام ۹- حال رتبه‌بندی نهایی گزینه‌ها به مدیر گروه تصمیم‌گیری ارایه می‌گردد. ایشان بر اساس نتایج احتمالاً وزن و اهمیت هر یک از ذینفعان و یا نوع کمیت سنج فازی را تغییر دهد که در این صورت محاسبات بالا تکرار می‌گردد تا نتیجه نهایی مورد قبول مدیر باشد.

مشابه سایر روشهای تصمیم‌گیری در انتخاب اجتماعی می‌توان نشان داد که این روش جدید دارای خصوصیت سازگاری، یکنوایی و بهینگی پارتو است.

$$w_i = Q_{RIM}\left(\frac{i}{m}\right) - Q_{RIM}\left(\frac{i-1}{m}\right), \quad i = 1, 2, \dots, m. \quad (9)$$

البته بعضی از کمیت‌سنج‌های صعودی هستند که با تغییر پارامترهای خود می‌توانند هم نقش کمیت‌سنج‌های صعودی و هم نزولی را به عهده بگیرند. به عنوان نمونه رابطه اکیداً یکنوای زیر از آن جمله است که دارای کاربرد زیادی در مطالعات مختلف بوده است [۱۵]:

$$Q(r) = r^\alpha \quad (10)$$

Malczewski هفت کمیت‌سنج خاص را برای آن تعریف کرده [۱۶] که در جدول ۲ به صورت اصلاح شده ارایه شده‌اند.

جدول ۲. مقادیر معادل درجه خوشبینی برای برخی از کمیت‌سنج‌های یکنوای صعودی

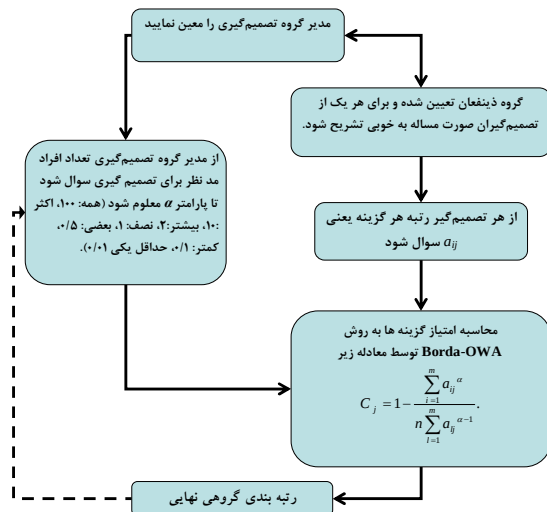
| $i$ | کمیت‌سنج  | $\alpha$                    | درجه خوشبینی $\theta$ | دیدگاه مدیر تصمیم‌گیری |
|-----|-----------|-----------------------------|-----------------------|------------------------|
| ۱   | همه       | $\alpha \rightarrow \infty$ | 0.001                 |                        |
| ۲   | اکثر      | 10.0                        | 0.091                 | بدبینی                 |
| ۳   | بیشتر     | 2.0                         | 0.333                 |                        |
| ۴   | نصف       | 1.0                         | 0.500                 | خنثی                   |
| ۵   | بعضی      | 0.5                         | 0.667                 |                        |
| ۶   | کمتر      | 0.1                         | 0.909                 | خوشبینی                |
| ۷   | حداقل یکی | $\alpha \rightarrow 0.0$    | 0.999                 |                        |

بنابراین با توجه به خصوصیت اصلی عملگر OWA در لحاظ خصوصیات ریسک‌پذیری مدیر گروه تصمیم‌گیری، این روش کاربرد زیادی در تجمیع اطلاعات در شرایط تحت عدم قطعیت می‌تواند داشته باشد. به همین علت در زمینه مدیریت منابع طبیعی (شامل آب، خاک، محیط زیست و ...)، مطالعات متعددی [از جمله ۱۷ الی ۲۱] این روش را در استخراج دانش از اطلاعات خام به کار بسته‌اند.

### ۳-۳. الگوریتم محاسبات در روش Borda-OWA

عملیات جمع ساده مورد استفاده در رابطه (۴) روش بوردا حساسیت نرم و غیرخطی به بزرگی و یا کوچکی داده‌ها نداشته و در واقع نمایانگر حالت خنثی نسبت به ریسک تصمیم‌گیری است. برای دخالت دادن عملگر OWA در این جمع، فرآیند کلی محاسبات جدید به صورت گامهای زیر می‌باشد:

گام ۱- مساله مورد نظر بایستی با دقت و حوصله به ذینفعان حاضر در مساله تصمیم‌گیری شرح داده شود. سپس هر ذینفع رتبه‌بندی کامل خود را روی گزینه‌های مدنظر ارایه می‌دهد تا ماتریس تصمیم بوردا برای مراحل بعدی آماده شود.



شکل ۱- الگوریتم تصمیم‌گیری به روش Borda-OWA

#### ۴. مطالعه موردی: مدیریت بهینه جنگل برای آبخیزداری

برای نمایش توانایی مدل جدید توسعه داده شده در این تحقیق، از یک مطالعه موردی مطرح استفاده می‌نماییم. در این مساله مهم هدف انتخاب گزینه برتر برای مدیریت یک جنگل در شمال ایالت آریزونا آمریکا می‌باشد [۴]. در این مطالعه شش ذینفع روی گزینه‌های چهارگانه برای مدیریت جنگل نظر داده‌اند. لازم به ذکر است که کاربری اراضی تاثیر بسیار زیادی در هیدرولوژی و در نتیجه منابع آب در دسترس دارد. از طرف دیگر مناطق جنگلی محل زندگی گونه‌های مختلف جانوری بوده و نیز برای کارخانه‌های چوب‌بری و صنایع دامداری نیز مهم است. در جدول ۳ اسامی ذینفعان و عناوین گزینه‌ها ارائه شده است. در این مطالعه موردی اهمیت ذینفعان مختلف یکسان فرض شده است.

##### ۴-۱. نتایج حاصل از کاربرد روش Borda-OWA

با کمک روش بوردا ی ساده امتیاز گزینه‌های چهارگانه به صورت زیر حاصل می‌شود:

$$S_1=7, S_2=9, S_3=10 \text{ and } S_4=10$$

بنابراین یک گره در انتخاب گزینه برتر وجود دارد زیرا گزینه‌های ۳ و ۴ هر دو امتیاز برابر دارند. حال با توجه به اهمیت لحاظ درجه ریسک‌پذیری از روش جدید Borda-OWA استفاده می‌نماییم. از آنجا که تحقیق d'Angelo و همکاران [۴] روی این مطالعه موردی اطلاعی در مورد انتخاب کمیت‌سنج فازی توسط مدیر مزبور نداده لازم است که حساسیت تصمیم نسبت به تغییر کمیت‌سنج‌ها تحلیل شود. در شکل ۲ امتیاز نهایی هر گزینه از دید تمام تصمیم‌گیران با لحاظ خصوصیت ریسک‌پذیری مدیر ارائه شده است. در جدول ۴ نیز رتبه هر گزینه با استفاده از روش Borda-OWA ارائه شده است.

#### ۳-۴. کاهش محاسبات و ارائه راه حل ساده‌تر

مراحل الگوریتم معرفی شده در بند ۳-۳ طولانی بوده و نیازمند محاسبات متعددی است که در عمل جذابیت روش را نسبت به روش بوردا معمولی می‌کاهد. لذا در این بخش سعی شده تا ضمن حفظ توانایی مدلسازی عدم قطعیت، چند مرحله از محاسبات کاسته شود. ابتدا از روش عملگر اصلاح شده OWA که در آن وزن رتبه‌ها از رابطه (۱۴) بدست می‌آید [۱۳] وزنها استخراج می‌شوند:

$$w_{ij} = \frac{(1-h_{ij})^{\alpha-1}}{\sum_{l=1}^m (1-h_{lj})^{\alpha-1}}. \quad (14)$$

اگر این رابطه استخراج وزن را در رابطه (۱۳) جاگذاری نمائیم رابطه زیر برای محاسبه امتیاز کلی یک گزینه بدست می‌آید که خوشبختانه در آن نیازمند مرتب‌سازی نبوده و لذا تا اینجا یک گام از محاسبات کم می‌شود:

$$C_j = \frac{\sum_{i=1}^m h_{ij} (1-h_{ij})^{\alpha-1}}{\sum_{l=1}^m (1-h_{lj})^{\alpha-1}} = \frac{\sum_{i=1}^m g_{ij} (1-g_{ij})^{\alpha-1}}{\sum_{l=1}^m (1-g_{lj})^{\alpha-1}}. \quad (15)$$

حال عبارت  $g_{ij} = (n-a_{ij})/n$  را در رابطه (۱۵) جاگذاری می‌کنیم. در حالت عدم برابری قدرت تصمیم‌گیران مقدار وزن نسبی آنها را هم می‌توان دخالت داد. حال پس از ساده‌سازی مقدار امتیاز کلی یک گزینه داریم:

$$C_j = 1 - \frac{\sum_{i=1}^m a_{ij}^{\alpha}}{n \sum_{l=1}^m a_{lj}^{\alpha-1}}. \quad (16)$$

همان طوری که قبلاً هم ذکر گردید  $a_{ij}$  رتبه گزینه  $j$  است که توسط تصمیم‌گیر  $i$  ارائه شده،  $n$  تعداد گزینه‌ها،  $m$  تعداد تصمیم‌گیران و  $\alpha$  پارامتر کمیت‌سنج فازی است که از جدول ۲ توسط تصمیم‌گیر انتخاب می‌شود،  $C_j$  هم امتیاز کلی گزینه است. بنابراین نوآوری روش جدید در موارد زیر خلاصه می‌شود:

- این روش تصمیم‌گیری گروهی مانند روش بوردا تنها نیازمند رتبه نسبی گزینه‌ها از دید تصمیم‌گیران است و احتیاجی به مقدار دقیق امتیاز عملکرد آنها ندارد.
  - این روش مقدار ریسک تصمیم‌گیری را توسط کمیت سنج‌های فازی مدل کرده و آن را لحاظ می‌نماید.
  - محاسبات این روش ساده بوده و در مقایسه با روش بوردا معمولی تنها نیاز به انتخاب پارامتر  $\alpha$  از جدول ۲ دارد.
- در شکل ۱ گردش کار لازم برای مساله تصمیم‌گیری به روش Borda-OWA ارائه شده است.

جدول ۳. رتبه هر گزینه (ماتریس بوردا) برای مساله مدیریت جنگل در شمال آریزونا (اصلاح شده از [۴])

| گزینه ۱- برش کامل | گزینه ۲- برش درخت‌ها | گزینه ۳- هرس | گزینه ۴- کنترل درخت‌ها | دینفعان               | تصمیم‌گیر |
|-------------------|----------------------|--------------|------------------------|-----------------------|-----------|
| درخت‌ها           | در نوارهای موازی     | درخت‌ها      |                        | آب بران               | ۱         |
| ۱                 | ۲                    | ۳            | ۴                      | طرفداران حیات وحش     | ۲         |
| ۴                 | ۲                    | ۱            | ۳                      | دامداران              | ۳         |
| ۱                 | ۴                    | ۲            | ۱                      | کارخانه‌های تولید چوب | ۴         |
| ۳                 | ۳                    | ۲            | ۱                      | طرفداران محیط زیست    | ۵         |
| ۴                 | ۲                    | ۳            | ۱                      | مدیران منطقه          | ۶         |

جدول ۴. رتبه هر گزینه با استفاده از روش بوردا اولیه و نیز Borda-OWA

| گزینه‌ها | روش بوردا اولیه | همه آنها | اکثر آنها | بیشتر آنها | نصف آنها | بعضی از آنها | تعداد کمی از آنها هر کدام از آنها | دید خوش بینانه | دید خنثی | دید بدبینانه |
|----------|-----------------|----------|-----------|------------|----------|--------------|-----------------------------------|----------------|----------|--------------|
| گزینه ۱  | ۴               | ۲        | ۴         | ۴          | ۴        | ۳            | ۳                                 | ۳              | ۳        | ۳            |
| گزینه ۲  | ۳               | ۲        | ۲         | ۲          | ۳        | ۴            | ۴                                 | ۴              | ۴        | ۴            |
| گزینه ۳  | ۱               | ۱        | ۱         | ۱          | ۱        | ۲            | ۲                                 | ۲              | ۲        | ۲            |
| گزینه ۴  | ۱               | ۲        | ۳         | ۳          | ۳        | ۱            | ۱                                 | ۱              | ۱        | ۱            |

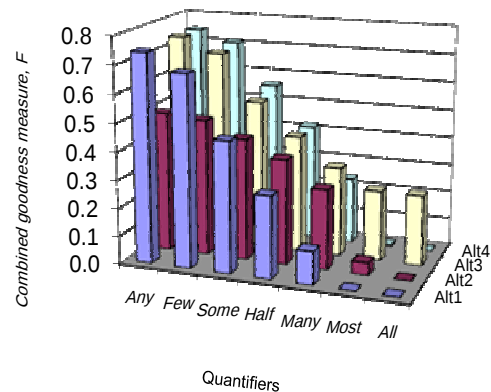
روحیه ریسک‌گریز گزینه ۴ ترجیح دارد. خلاصه اینکه درجه خوشبینی مدیر زیادی روی نتایج نهایی تصمیم‌گیری دارد و برای نمایش ریاضی این تاثیر مطالعات بعدی تحلیل حساسیت ارایه می‌شود.

#### ۴-۲. تحلیل حساسیت نتایج

هدف این بخش تحلیل حساسیت نتایج حاصل از روش عملکرد Borda-OWA نسبت به تغییر کمیت‌سنج‌های فازی است. در واقع بایستی تغییر اولویت‌بندی گزینه‌ها، به خاطر تغییر یک کمیت‌سنج فازی از یک فرم به فرم دیگر (به صورت گسسته) محاسبه شود. برای این منظور از مدل ارایه شده توسط Ben-Arieh [۲۲] مطابق معادله (۱۷) استفاده می‌نماییم:

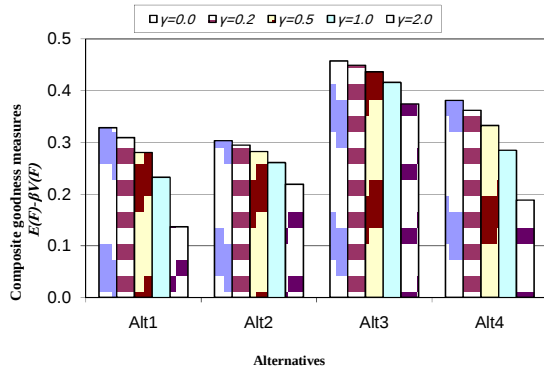
$$S_k = \frac{\sum_{j=1}^n |Rank_j^k - Rank_j^{base}|}{n}, \quad k = 1, 2, \dots, K \quad (17)$$

که در آن  $S_k$  درجه حساسیت تغییر رتبه گزینه‌ها در صورت تغییر از کمیت‌سنج پایه به کمیت‌سنج  $k$  (جدول ۲)،  $Rank_j^k$  رتبه گزینه  $j$  در حالت استفاده از کمیت‌سنج  $k$ ،  $Rank_j^{base}$  رتبه گزینه  $j$  در حالت استفاده از کمیت‌سنج پایه است.  $n$  نیز تعداد گزینه‌ها برای اولویت‌بندی و  $K$  تعداد کمیت‌سنج‌هاست. مقدار کم  $S_i$



شکل ۲. امتیاز نهایی هر گزینه با کمک روش Borda-OWA

با مقایسه نتایج ستون دوم از راست جدول ۴ (بوردا اولیه) و ستون ششم (Borda-OWA با کمیت سنج نصف آنها) که نتیجه برابری دارند معلوم می‌گردد که روش بوردا متداول تنها منعکس کننده دیدگاه خنثی از دید ریسک‌پذیری است. این دریافت را به صورت ریاضی هم می‌توان نشان داد. کافی است در معادله (۱۶) مقدار پارامتر  $\alpha$  عدد ۱۰۰ انتخاب گردد تا این معادله به رابطه ساده (۴) تبدیل گردد. از طرف دیگر بوردا اولیه بین انتخاب گزینه ۳ و ۴ دچار یک ابهام است. در حالی که مطابق نتایج جدول ۴ یک مدیر دارای روحیه ریسک‌پذیری گزینه ۳ را ترجیح می‌دهد و برای یک



شکل ۳. امتیاز نهایی هر گزینه بر اساس مقادیر مختلف اهمیت واریانس

بر اساس شکل ۳ گزینه ۳ انتخابی بسیار مطمئن و صلب نسبت به سایر گزینه‌ها در شرایط عدم قطعیت می‌باشد. در حالت  $\gamma=1.0$  رتبه‌بندی نهایی گزینه‌ها به شرح زیر خواهد بود:

$$Alt_3 > Alt_4 > Alt_2 > Alt_1$$

طبق آنچه که در محاسبات توسط مدل جدید Borda-OWA و نیز مراحل تحلیل حساسیت و بررسی واریانس امتیاز گزینه‌ها ملاحظه شد این فرآیند کمی پیچیده بوده و برای تصمیم‌گیران در شرایط واقعی وقت‌گیر می‌باشد. یک نقطه ضعف محتمل دیگر در کاربرد عملی این روش آن است که مدیران بخشهای مختلف در صنعت با مفاهیم ریاضی مورد استفاده ناآشنا باشند. برای رفع این مشکل تهیه یک سامانه پشتیبانی تصمیم‌گیری لازم است تا وقت کمتری برای دریافت نظرات و انجام محاسبات به خود اختصاص دهد. در این سیستم حساسیت نتایج به راحتی قابل تحلیل بوده لذا تهیه آن می‌تواند موضوع تحقیقات آتی است.

### ۵. نتیجه‌گیری

از آنجا که در مسائل واقعی مدیریت منابع طبیعی ذینفعان متعددی وجود دارد، عدم توجه به نظرات گروه تصمیم‌گیری مشکلات زیادی در اجرا و بهره‌برداری طرح‌ها ایجاد خواهد کرد. در این مطالعه، روش انتخاب اجتماعی بوردا برای اولویت‌بندی گروهی طرح‌های عمرانی مورد بررسی قرار گرفت. به عنوان نوآوری اصلی این تحقیق، روش بوردا با کمک یک عملگر تجمیع ارتقا داده شد تا محاسبات آن نرم شده و بتواند خصوصیات ذهنی تصمیم‌گیر از جهت ریسک‌پذیری/گریزی را بهتر مدل نماید. این مدل جدید توانایی لحاظ قدرت تاثیر متفاوت برای تصمیم‌گیران در مقایسه با روش بوردا ساده را دارد. برای آزمون توانایی این مدل یک مساله مطرح در اقتصاد منابع استفاده شده و تحلیل حساسیت نشان داد که لحاظ درجه خوشبینی در روش بوردا لازم بوده لذا روش جدید موفق‌تر می‌تواند مساله را مدل نماید. در ادامه یک سنجه جدید با

نشانگر این است که استفاده از کمیت‌سنج  $k$  بجای کمیت‌سنج پایه، تغییر قابل توجهی را در رتبه گزینه‌ها ایجاد نمی‌کند. در جدول ۵ مقادیر حساسیت نتایج به تغییر کمیت‌سنج (نسبت به کمیت‌سنج پایه "نصف آنها") ارائه شده است.

جدول ۵. حساسیت رتبه گزینه‌ها به تغییر کمیت‌سنج

| $i$ | کمیت‌سنج   | درجه حساسیت % |
|-----|------------|---------------|
| ۱   | همه        | ۱۰۰           |
| ۲   | اکثر       | ۷۵            |
| ۳   | بیشتر      | ۷۵            |
| ۴   | نصف (پایه) | ۰             |
| ۵   | بعضی       | ۷۵            |
| ۶   | کمتر       | ۷۵            |
| ۷   | حداقل یکی  | ۷۵            |

بر اساس نتایج جدول ۵ تغییر کمیت‌سنج تاثیر زیادی (بیش از ۷۵٪) روی نتایج رتبه‌بندی در این مطالعه موردی دارد لذا لحاظ درجه ریسک‌پذیری مدیر بسیار مهم بوده و امری ضروری است. به همین جهت استفاده از روش Borda-OWA توسعه یافته نسبت به بوردا ساده توصیه می‌شود.

### ۴-۳. ارائه یک سنجه جدید برای استخراج امتیاز هر گزینه در شرایط عدم قطعیت

در بخش قبلی میزان حساسیت نتایج به تغییر کمیت‌سنج را مشاهده کردیم. در عین حال ذکر شد که اغلب به سهولت به مدیر گروه تصمیم‌گیری دسترسی نداریم یا اینکه وی بخاطر ملاحظات، برای ابراز ترجیحات خود روی ذینفعان تمایل ندارد. در چنین شرایط غیر قطعی، امتیاز یک گزینه هم به میزان انتظاری امتیاز آن،  $E(C_j)$  و هم به واریانس آن،  $\text{var}(C_j)$  وابسته است. ایده اولیه این مطلب توسط Markowitz مطرح [۲۳] و اثبات ریاضی آن توسط Milgrom & Roberts ارائه شده است [۲۴]. بنابراین یک سنجه برای امتیاز ترکیبی گزینه  $j$ ،  $C_j^*$ ، مبتنی بر مدل Borda-OWA ارائه می‌شود:

$$C_j^* = E(C_j) - \gamma \text{var}(C_j). \quad (18)$$

$\gamma$  یک پارامتر مثبتی است که میزان اهمیت واریانس را می‌رساند. هر چه مقدار این پارامتر بیشتر باشد نشانگر حساسیت تصمیم‌گیر نسبت به ریسک است. مقدار مناسب برای  $\gamma$  می‌تواند بر اساس مذاکره با مدیر به دست آید. گزینه  $j$  گزینه غالب در تصمیم‌گیری خواهد بود اگر به ازای هر گزینه دیگر  $k$  داشته باشیم  $C_j^* \geq C_k^*$  که  $j \neq k$ . در این مطالعه بر حسب مقادیر مختلف  $\gamma$  امتیاز ترکیبی هر گزینه به دست آمده و در شکل ۳ نمایش داده شده است.

*Making Context*, Information Sciences, 179(14), 2009, pp. 2309-2316.

- [12] Xu, Z., *An Overview of Methods for Determining OWA Weights*. International Journal of Intelligent Systems, 20 2005, pp. 843-865.
- [13] Zarghami, M., Szidarovszky, F., *Revising the OWA Operator for Multi Criteria Decision Making Problems Under Uncertainty*, European Journal of Operational Research, 198(1), 2009, pp. 259-265.
- [14] Yager, R.R., *Quantifier Guided Aggregation Using OWA Operators*. International Journal of Intelligent Systems, 11, 1996, pp. 49-73.
- [15] Yager, R.R., *Families of OWA Operators*, Fuzzy Sets and Systems, 59, 1993, pp. 125-148.
- [16] Malczewski, J., *Ordered Weighted Averaging with Fuzzy Quantifiers: GIS-Based Multicriteria Evaluation for Land-Use Suitability Analysis*, International Journal of Applied Earth Observation and Geoinformation, 8(4) 2006, pp. 270-277.
- [17] Makropoulos, C.K., Natsis, K., Liu, S., Mittas, K., Butler, D., *Decision Support for Sustainable Option Selection in Integrated Urban Water Management*, Environmental Modelling & Software, 23(12), 2008, pp. 1448-1460.
- [18] McPhee, J., Yeh, W.W.G., *Multiobjective Optimization for Sustainable Groundwater Management in Semiarid Regions*, Journal of Water Resources Planning and Management, 130(6), 2004, pp. 490-497.
- [19] Mysiak, J., Giupponi, C., Rosato, P., *Towards the Development of a Decision Support System for Water Resource Management*. Environmental Modelling & Software, 20, 2005, pp. 203-214.
- [20] Stroppiana, D., Boschetti, M., Brivio, P.A., Carrara, P., Bordogna, G., *A Fuzzy Anomaly Indicator for Environmental Monitoring at Continental Scale*, Ecological Indicators, 9(1), 2009, pp. 92-106.
- [21] Zarghami, M., Ardakanian, R., Memariani, A., Szidarovszky, F., *Extended OWA Operator for Group Decision Making on Water Resources Projects*, Journal of Water Resources Planning and Management, 134(3) 2008, pp. 266-275.
- [22] Ben-Arieh, D., *Sensitivity of Multi-Criteria Decision Making to Linguistic Quantifiers and Aggregation Means*. Computers & Industrial Engineering, 48, 2005, pp. 289-309.
- [23] Markowitz, H., *Portfolio Selection*. Wiley, New York, 1959.
- [24] Milgrom, J., Roberts, P., *Economics, Organization and Management*, Prentice Hall: Englewood cliffs, New Jersey, 1992.

کمک تلفیق مقدار انتظاری و واریانس امتیاز یک گزینه ارایه گردید تا در شرایط عدم قطعیت نتایج تصمیم‌گیری از صلبیت و پایداری بیشتری برخوردار باشند.

### تقدیر و تشکر

این مقاله مستخرج از قرارداد پژوهشی شماره ۶۵۹ مورخ ۱۳۸۸/۵/۱۲ با معاونت پژوهشی دانشگاه تبریز می‌باشد که بدین وسیله تقدیر و تشکر بعمل می‌آید.

### مراجع

- [۱] ضرغامی، م.، افشاری فرد، آ.، روش‌های انتخاب اجتماعی برای تصمیم‌گیری گروهی در مدیریت منابع آب، ششمین کنفرانس بین‌المللی مهندسی صنایع، ۳۰ بهمن ۱۳۸۷، برگزار کنندگان: انجمن مهندسی صنایع ایران و دانشگاه صنعتی شریف.
- [۲] اصغریور، م.ج.، «تصمیم‌گیری گروهی و نظریه بازی‌ها»، انتشارات دانشگاه تهران، تهران، ۱۳۸۲.
- [3] Arrow, K., *Social Choice and Individual Values*, Wiley, New York, 1951.
- [4] d'Angelo, A., Eskandari, A., Szidarovszky, F., *Social Choice Procedures in Water Resource Management*, Journal of Environmental Management, 52, 1998, pp. 203-210.
- [5] Sheikhmohammady, M., Kilgour, D.M., Hipel, K.W., *Modeling the Caspian Sea negotiations*, Group Decision and Negotiation, online first (doi: 10.1007/s10726-008-9121-2), 2008.
- [6] Srdjevic, B., *Linking Analytic Hierarchy Process and Social Choice Methods to Support Group Decision-Making in Water Management*, Decision Support Systems, 42, 2007, pp. 2261-2273.
- [7] Cranor, L.F., *Declared-Strategy Voting: an Instrument for Group Secision Making*. Academic PhD dissertation, 1996: <http://lorrie.cranor.org/pubs/diss/>.
- [8] Kangas, A., Laukkanen, S., Kangas, J., *Social Choice Theory and its Applications in Sustainable Forest Management—a Review*, Forest Policy and Economics, 9, 2006, pp. 77- 92.
- [9] de Borda, J.C., *A Paper on Elections by Ballot. (English translation)*, In Fiona Hewitt and Ian McLean, editors, Condorcet: Foundations of Social Choice and Political Theory, pp. 114-119. Edward Elgar, Brookfield, 1994.
- [10] Yager, R.R., *On Ordered weighted Averaging Aggregation Operators in Multi-Criteria Decision Making*, IEEE Trans. Systems, Man Cybernet. 18, 1988, pp. 183-190.
- [11] García-Lapresta, J.L., Martínez-Panero, M., Meneses, L.C., *Defining the Borda Count in a Linguistic Decision*