International Journal of Industrial Engineering & Production Management (2012)

November 2012, Volume 23, Number 3
pp. 317-331

http://IJIEPM.iust.ac.ir/

A Metaheuristic Approach to Multiobjective Portfolio Selection in Tehran Stock Exchange (TSE)

M. Derakhshan, H.R. Golmakani* & P. Hanafizadeh

Mojtaba Derakhshan, *Ms.c student of Industrial Engineering, University of Science and Culture, Tehran, Iran*
Hamid Reza Golmakani, *Associate professor of Industrial Engineering, Tafresh University, Tafresh, Iran*
Payam Hanafizadeh, *Assistant professor of Manaemgent, Allame Tabatabaee University, Tehran, Iran*

Keywords

Stock Portfolio Selection,
Markowitz Model,
Pareto Ant Colony Optimization (P-ACO),
Pareto Simulated Annealing (PSA),
Fast Elitist Non-Dominated Sorting Genetic Algorithm (NSGA-II)

ABSTRACT

This paper presents a novel metaheuristic method for solving an extended Markowitz portfolio selection model. In the extended model, the objective function has been modified to include realistic objectives and four additional sets of constraints, i.e., bounds on holdings, cardinality, minimum transaction lots, and liquidity constraints have been also included. The first set of constraints guarantee that the amount invested (if any) in each asset is between its predetermined upper and lower bounds. The cardinality constraint ensures that the total number of assets selected in the portfolio is equal to a predefined number. The liquidity constraints reflect the investors' tendency to invest on those stocks that are more quickly tradeable.

The extended model is classified as a multi-objective mixed-integer programming model necessitating the use of efficient heuristics to find the solution. In this paper, we propose a heuristic based on pareto combined ant colony optimization and simulated annealing approaches. The performance of the proposed approach is compared to some other approaches using Tehran Stock Exchange data. The computational results show that the proposed approach effectively outperforms other approaches subject to the computation time needed and the quality of the obtained solutions especially in large-scale problems.

© 2012 IUST Publication, IJIEPM. Vol. 23, No. 3, All Rights Reserved

* **Corresponding author. Hamid Reza Golmakani**
Email: *Golmakni@mie.utoronto.ca*

[Downloaded from ijiepm.iust.ac.ir on 2024-07-27]

نشـــریه بین المللـــی مهنـــدسی صنـــایع و مدیـــریت تولیـــد

شمـــاره ۳، جلـــد ۲۳، آذر ۱۳۹۱
صفحـــه ۳۳۱-۳۱۷

نشریه بین المللی مهندسی صنایع و مدیریت تولید
دانشگاه علم و صنعت ایران

ISSN: 2008-4870

http://IJIEPM.iust.ac.ir/

رویکردی فراابتکاری برای انتخاب سبد سهام با اهداف چندگانه در بورس اوراق بهادار تهران

مجتبی درخشان، حمیدرضا گل‌مکانی* و پیام حنفی‌زاده

کلمات کلیدی

انتخاب سبد سهام، مدل مارکویتز، بهینه‌یابی اجتماع مورچگان پارتو، شبیه‌سازی تبرید- تدریجیِ پارتو، الگوریتم ژنتیکِ نخبه‌پرور سریع طبقه‌بندی‌ساز جواب‌ها از منظر تسلط

چکیده:

انتخاب بهترین مجموعه از سهام، با لحاظ اهداف چندگانه و با توجه به تعدد گزینه‌ها، تصمیم مدیریتی دشواری است. لذا تصمیم‌گیرها می‌توانند توسط روش دومرحله‌ای زیر، شانسِ یافتن سبد سهام بهینه را افزایش دهند. براساس این روش، ابتدا فضای جواب تمام سبدهای کارا تعیین می‌گردد، و سپس به تصمیم‌گیرها این امکان داده می‌شود که بطور تعاملی، این فضای جواب را جستجو نمایند. بهر حال، کار تعیین فضای جواب، بصورت سعی و خطا انجام نمی‌گیرد. روش شمارش کاملِ برات- فورس که یک روش جستجو برای تعیین فضای جواب است؛ تنها زمانی عملکرد مطلوبی دارد که تعداد سهام اندک باشد. اما زمانیکه تعداد سهام، زیاد (بالغ بر ۳۲۳ سهم) گردد؛ مسئله انتخاب سبد سهام، به یک مسئله سخت تبدیل می‌شود و دیگر نمی‌توان از آن، برای تعیین فضای جواب استفاده کرد (و سپس کلیه سبدهای کارا را تعیین نمود). از آنجاکه روش‌های فراابتکاری می‌توانند توازنی را بین مدت زمان مورد نیاز برای انجام محاسبات و کیفیتِ فضای جواب تقریب زده شده فراهم آورند؛ در این مقاله پس از توسعه مدل انتخاب سبد سهام مارکویتز، روشی مبنی بر ترکیب دو روش بهینه‌یابیِ اجتماع مورچگان و شبیه‌سازی تبرید-تدریجیِ پارتو پیشنهاد گردیده است. به منظور اعتبارسنجی این روش، عملکرد آن در بورس اوراق بهادار تهران، با عملکرد چند روش فراابتکاریِ دیگر مقایسه شده است. نتایج بدست آمده حاکی از برتری روش پیشنهادی نسبت به روشهای مذکور(از نقطه نظر معیارهای قابل طرح در این حوزه) می‌باشد.

۱. مقدمه

یکی از مهمترین مسائلی که در حوزه مدیریت سرمایه‌گذاری در بورس اوراق بهادار مطرح می‌شود، تعیین بهترین زیرمجموعه از انواع سهام براساس اهدافِ متعددِ مدنظر سرمایه‌گذار (یا به عبارت دیگر، انتخاب سبد سهام چندهدفه) است. این مسئله، از جمله مسائل پیچیده بهینه‌یابی بشمار می‌آید.

مدل انتخاب سبد سهامِ چندهدفه را می‌توان به دو روش حل نمود. اولین روش این است که ابتدا تابع هدفی که مشخصه‌های مختلف توابع هدف گوناگون را در خود جمع می‌سازد تعریف می‌شود. این تابع هدف، مطلوبیت هر سبد سهام را برای تصمیم‌گیر مشخص سازد. اشکال اصلی در این روش این است که نیازمند اطلاعات اولویت‌بندی بسیاری نظیر، وزن‌ها، حدود آستانه و خط مشی‌های مختلف جانشینی توابع هدف گوناگون در مسئله انتخاب سبد سهام چندهدفه می‌باشد [۲] و لزوماً نتایج بدست آمده مطلوب نیست [۳]. روش دیگر، بر این اساس است که چندین هدف، در مدل لحاظ می‌گردند و (بطور مقطعی) سبدهای

تاریخ وصول: ۸۹/۸/۸
تاریخ تصویب: ۹۰/۳/۲

مجتبی درخشان، کارشناسی ارشد مهندسی صنایع (گرایش مهندسی مالی)، دانشگاه علم و فرهنگ (جهاد دانشگاهی). M.Derakhshan@usc.ac.ir
***نویسنده مسئول مقاله: دکتر حمیدرضا گل‌مکانی**، دانشیار دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه تفرش، Golmakni@mie.utoronto.ca
پیام حنفی‌زاده، استادیار دانشکده مدیریت (گرایش مدیریت صنعتی)، دانشگاه علامه طباطبائی. Hanafizadeh@gmail.com

[Downloaded from ijiepm.iust.ac.ir on 2024-07-27]

کارا که نامزد انتخاب هستند تعیین می‌شوند. بعد از این مرحله، تصمیم‌گیر، فضای جواب را براساس دستورالعملی که توسط یک روش تعاملی تهیه می‌گردد و بوسیله مجموعه‌هایی که بطور متناوب پیشنهاد می‌شوند جستجو می‌نماید. این مرحله تا بدست آوردن سبد سرمایه‌گذاری کارای مرجّح ادامه می‌یابد [۲].

بهرحال، فرآیند یافتن مجموعه سبدهای کارا بصورت سعی و خطا انجام نمی‌گیرد. روش شمارش کاملِ برات- فورس می‌تواند آنها (سبدهای کارا) را در یک زمان قابل قبول، برای مسائل با تعداد سهام اندک تعیین نماید، ولی زمانیکه ابعاد مسئله (تعداد سهامِ دردسترس) افزایش می‌یابد عملکرد مطلوبی از خود برجای نمی‌گذارد.

برای مثال، در بورس اوراق بهادار تهران بمنظور انتخاب یک سبد ۳۰ سهمی از بین ۳۲۳ نوع سهمِ دردسترس، بایستی بالغ بر $۱/۸\times۱۰^{۴۳}$ سبد سهام مختلف، مورد ارزیابی قرار گیرد که انجام چنین کاری امکان‌پذیر نمی‌باشد (لازم به ذکر است که عدد مذکور، فارغ از تنوع مقداری هر نوع- سهمِ موجود در سبد می‌باشد. چراکه اگر بخواهیم تنوع مقداری را نیز لحاظ کنیم، تعداد حالت‌های ممکن، به مراتب، بیشتر خواهد بود). این درحالیست که روش‌های فراابتکاری می‌توانند توازنی را بین کیفیت فضای جواب تقریب زده شده و محاسبات مورد نیاز برای حصول به آن فضای جواب را فراهم نمایند.

تاکنون چندین روش فراابتکاری پیشنهاد شده است که رایج‌ترین آنها الگوریتم ژنتیک[۱] می‌باشد. از زمان روش ابداعی VEGA[۲] در سال ۱۹۸۵ [۴]، شیوه‌های متعددی پیشنهاد گردیده‌اند (برای مثال، به روش MOGA[۳] در [۵] که مرز پارتو را تخمین می‌زند، روش NPGA[۴] در [۶]، روش RWGA[۵] در [۷]، روش NSGA[۶] در [۸] و روش SPEA[۷] در [۹] مراجعه و بمنظور بررسی‌های دقیق‌تر به [۱۰] که بیش از ۲۰۰۰ مرجع را درخصوص بهینه‌یابی چندهدفه تکاملی[۸] معرفی کرده است رجوع نمایید). روش NSGA-II نیز که بهبودیافته روش NSGA می‌باشد، در سال ۲۰۰۲ [۱۱] مطرح شده است.

دومین دسته از روش‌های فراابتکاری، شبیه‌سازی تبرید- تدریجی[۹] می‌باشد که در سال ۱۹۹۴ [۱۲] مطرح گردیده و متعاقباً توسط [۱۳] در قالب شبیه‌سازی تبرید- تدریجیِ پارتو[۱۰] تصحیح شده است. الگوریتم‌های مورچگان[۱۱] سومین دسته از روش‌های فراابتکاری هستند که (بعنوان مثال، توسط [۱۴] تا [۱۷]) برای بهینه‌یابی ترکیبیاتی مسائل چندهدفه (MOCO) بکار رفته‌اند. الگوریتم بهینه‌یابی اجتماع مورچگان در سال ۱۹۹۹ ([۱۶]) ارائه شده و در ادامه، توسط [۱۷] بصورت الگوریتم بهینه‌یابی اجتماع- مورچگانِ پارتو تصحیح گردیده است.

در این مقاله، یک روش فراابتکاری، که آن را "الگوریتم ترکیب‌یافته بهینه‌یابی اجتماع مورچگان با شبیه‌سازی تبرید- تدریجیِ پارتو[۱۲]" نامیده‌ایم و از این پس در این مقاله با PACO-SA از آن نام خواهیم برد، جهت انتخاب چندهدفه سبد سهام پیشنهاد شده است.

نتایج حاصل از استفاده از روش پیشنهادی PACO-SA در انتخاب سبد سهام در بورس اوراق بهادار تهران با نتایج حاصل از بکارگیری روش‌های ۱- بهینه‌یابی اجتماع- مورچگان پارتو[۱۳]، ۲- الگوریتم شبیه‌سازی تبرید- تدریجیِ پارتو[۱۴] و ۳- الگوریتم ژنتیک نخبه‌پرور سریع طبقه‌بندی‌ساز جواب‌ها از منظر تسلط[۱۵] مقایسه شده است.

با توجه به اینکه از نظر محاسباتی، مدیریت جواب‌های کارا در مسائل چندمعیاره به راحتی قابل انجام نیست و پیچیدگیِ بسیاری در ساختار مسئله انتخاب سبدسهام نیز وجود دارد، نیازمند روشی موثر برای مدیریت سبدهای سهام بالقوه- کارا (که تعداد آنها در مسئله تحت بررسی می‌تواند به بیش از چندین هزار عدد برسد) در یک مدت زمان منطقی، خواهیم بود. برای رسیدن به این هدف، یک درخت دوشاخه[۱۶] تعمیم‌یافته نیز برای پیاده سازی الگوریتم‌ها طراحی شده است.

در ادامه مطالب، در قسمت ۲، مدل اولیه انتخاب سبد سهام مارکویتز با لحاظ اهداف و محدودیتهای واقعیِ موجود در بورس اوراق بهادار توسعه داده خواهد شد. در قسمت ۳، الگوریتم پیشنهادی به تفصیل و دیگر روشهای مورد استفاده بصورت مجمل آورده شده است. در قسمت ۴، نتایج حاصل از بکارگیری روش پیشنهادی PACO-SA در انتخاب سبد چندهدفه‌ی سهام

---

1) *Genetic Algorithm (GA)*
2) *Vector Evaluated Genetic Algorithm (VEGA)*
3) *Multi-Objective Genetic Algorithm (MOGA)*
4) *Niched Pareto Genetic Algorithm (NPGA)*
5) *Random Weighted Genetic Algorithm (RWGA)*
6) *Nondominated Sorting Genetic Algorithm (NSGA)*
7) *Strength Pareto Evolutionary Algorithm (SPEA)*
8) *Evolutionary Multi-objective Optimization*
9) *Simulated Annealing (SA)*
10) *Pareto Simulated Annealing (PSA)*
11) *Ant Colony Optimization (ACO)*
12) *Combined Pareto Ant Colony Optimization with Simulated Annealing (PACO-SA)*
13) *Pareto Ant Colony Optimization (P-ACO)*
14) *Pareto Simulated Annealing (PSA)*
15) *Fast Elitist Non-Dominated Sorting Genetic Algorithm (NSGA-II)*
۱۶) **درخت دوشاخه (Binary Tree)**: یک ساختار داده‌ای درختی است که در آن، هر گره داخلی به دوشاخه تقسیم می‌شود.

[Downloaded from ijiepm.iust.ac.ir on 2024-07-27]

در بورس اوراق بهادار تهران و مقایسه آن با نتایج حاصل از بکارگیری دیگر روش‌ها ارائه گردیده و در قسمت ۵ نیز نتیجه‌گیری آورده شده است.

۲. توسعه مدل مارکویتز

مارکویتز در سال ۱۹۵۲ مدل مشهورِ خود (که براساس مخاطره و بازده، مبادرت به تشکیل سبد می‌نمود) را عرضه کرد ([۱۸]). از آنجاکه این مدل بعدها سرلوحه کار بسیاری از محققها قرار گرفته است و تحقیق حاضر نیز در راستای توسعه و حل آن گام برمی‌دارد، لازم است که این مدل را شرح دهیم. ولی قبل از آن به ما اجازه دهید که علائم اختصاری بکار رفته در آنرا تعریف نماییم.

N_1: تعداد کل انواع سهام در دسترس، w_i: وزن سهم i در سبد ($i \in \{1,2,3,...,N_1\}$)، T: تعداد سال موجود در داده‌های تاریخی، r_{it}: نرخ بازده سهم i در دوره زمانی t ($t \in \{1,2,3,...,T\}$)، r_i: نرخ بازده انتظاری سهم i (درصد)، r_p: نرخ بازده سبد سهام که بصورت زیر محاسبه می‌شود:

$$r_p = \sum_{i=1}^{N_1} w_i r_i \;\; ; \;\; r_i = \frac{\sum_{t=1}^{T} r_{it}}{T} \qquad (۱)$$

R: حداقل نرخ بازده مطلوب سرمایه‌گذار، $\sigma^2_{r_p}$: واریانس نرخ بازده سبد سهام و σ_{ij}:کواریانس بین سهم i و j. براین اساس، مدل مارکویتز بصورت زیر می‌باشد:

$$Min\ \sigma^2_{r_p} = \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}\sigma_{ij} w_i w_j \qquad (۲)$$

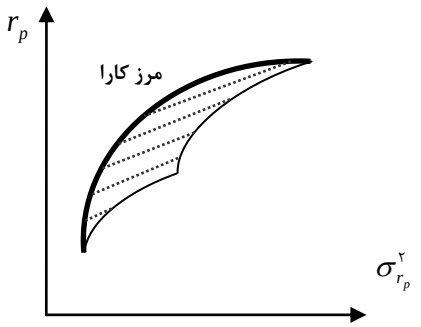
$$s.t:$$

$$r_p \geq R \qquad (۳)$$

$$\sum_{i=1}^{n} w_i = 1 \qquad (۴)$$

$$w_i \geq 0 \;\; ; \;\; i = 1,2,3,..., N_1 \qquad (۵)$$

بطوریکه اگر R، حداقل نرخ بازده مطلوب سرمایه‌گذار باشد و مدل فوق به ازای R های مختلف حل گردد و جواب بدست آمده از تابع هدف (که درحقیقت، مخاطره می‌باشد) در نموداری به همراه R های معادل ترسیم شود (شکل ۱)؛ آنگاه منحنی حاصل، مرز کارای مارکویتز نامیده می‌شود [۱].



شکل ۱. مرز کارای مارکویتز

همانگونه که گفته شد، مدل مارکویتز براساس مخاطره و بازده سبد پایه‌ریزی شده است. در این مدل، مخاطره بصورت واریانس نرخ بازدهیِ سبد تعریف گردیده و سرمایه‌گذار فردی سیری‌ناپذیر و خطرگریز فرض شده است. بدین معنی که سرمایه‌گذارها از بین دو سبد سهامی که واریانس نرخ بازدهی مورد نظر آنها مساوی است؛ سبدی را انتخاب می‌کنند که نرخ بازده بیشتری دارد و از بین دو سبد سهامی که نرخ بازدهی مورد نظر آنها برابر است؛ سبدی را برمی‌گزینند که دارای واریانس نرخ بازدهی کمتری می‌باشد.

مهمترین ایرادی که به مدل مارکویتز وارد است اینست که مخاطره را بصورت واریانس نرخ بازدهی سبد، در مدل خود لحاظ نموده است. چراکه با این عمل، انحراف‌های بیشتر از میانگینِ نرخ بازده سبد بمانند انحراف‌های کمتر از میانگینِ نرخ بازده سبد، مضر تشخیص داده شده است؛ حال آنکه ما می‌دانیم سرمایه‌گذار همواره از نرخ بازدهی بیشتر از میانگینِ سبد سود می‌برد و از نرخ بازدهی کمتر از میانگینِ سبد ضرر می‌نماید.

لذا بمنظور توسعه در مدل مارکویتز، تغییرها به دو صورت در آن اعمال شده است: ۱- تغییرهای در تابع هدف (براساس تعریفی که از مخاطره می‌توان داشت) و ۲- تغییرهای در محدودیت‌ها. براساس محدودیت‌هایی که در عالم واقع وجود دارد، چهار نوع محدودیت مهم شامل: محدودیت‌های ۱- حداقل تعداد خرید[1]، ۲- کاردینالیتی[2]، ۳- نقدشوندگی[3] و ۴- هزینه معامله[4]، بطور گام به گام به مدل اضافه گردیده و مدل کامل پیشنهادی را تشکیل داده است.

مطابق تحقیق [۱۹]، کمینه‌سازی مخاطره را می‌توان از طریق کمینه‌سازی میانگین انحراف‌های نامطلوب نرخ بازدهِ سبد سهام

---

1) *Minimum Transaction Lots*
2) *Cardinality Constraints*
3) *Liquidity Constraints*
4) *Transaction Cost*

[Downloaded from ijiepm.iust.ac.ir on 2024-07-27]

در دوره‌های زمانی مختلف درنظر گرفت که با اعمال حداقل تعداد خرید از هر نوع- سهم (حداقل تعدادی که از هر نوع- سهم می‌توان از بورس اوراق بهادار خریداری نمود) در آن، رابطه ۶ بدست آمده است. لازم به ذکر است که در نگارش مدل توسعه‌یافته پیشنهادی، از علائم اختصاری زیر استفاده شده است.

N_2: تعداد کل صنایع در دسترس، z_i: تعداد بسته‌های سهم i موجود در سبد (یا تعداد بسته‌های خریداری شده از سهم i)، x_i: متغیری صفر و یک و بیانگر حضور یا عدم حضور سهم i در سبد، v_j: متغیری صفر و یک و بیانگر حضور یا عدم حضور صنعت j در سبد، $v_{i,j}(i,j)$: متغیری صفر و یک و بیانگر تعلق سهم i به صنعت j، LB_1: حد پایین تعداد انواع سهام مورد نیاز، UB_1: حد بالای تعداد انواع سهام مورد نیاز، LB_2: حد پایین تعداد انواع صنایع مورد نیاز، UB_2: حد بالای تعداد انواع صنایع مورد نیاز، m_j: حد پایین تعداد سهام مورد نیاز از هر صنعت، n_j: حد بالای تعداد سهام مورد نیاز از هر صنعت، M: عددی بزرگ، b: حداکثر بودجه در دسترس، c_i: حاصلضرب قیمت سهم i (در تاریخ ۱۳۸۸/۰۶/۳۱) در حداقل تعداد خرید، d_i: نرخ هزینه تناسبی معامله یک واحد از سهم i (درصد)، f_i: هزینه ثابت معامله سهم i (واحد پول)، b_{Lower_i}: حداقل بودجه مصروفه برای خرید سهم i، b_{Upper_i}: حداکثر بودجه مصروفه برای خرید سهم i، l_o: حداقل نرخ نقدشوندگی سبد سهام در هر دوره زمانی t، l_{it}: نرخ نقدشوندگی سهم i در هر دوره زمانی t و l_{Pt}: نرخ نقدشوندگی سبد سهام در هر دوره زمانی t می‌باشد.

$$\min u(z)=\frac{\sum_{t=1}^{T}\left|\min\left\{o,\sum_{i=1}^{N_1}(r_{it}-r_i)z_ic_i\right\}\right|}{T} \qquad (۶)$$

در ادامه، محدودیت حداکثر بودجه دردسترس (رابطه ۷) و محدودیت حداقل بازده انتظاری (رابطه ۸)، با اعمال حداقل تعدادی از هر نوع- سهم که می‌توان از بورس اوراق بهادار خریداری نمود بصورت زیر در مدل توسعه‌یافته لحاظ گردیده است:

$$s.t:$$

$$\sum_{i=1}^{N_1} z_ic_i \le b \qquad (۷)$$

$$\sum_{i=1}^{N_1} r_iz_ic_i > Rb \qquad (۸)$$

محدودیت‌های کاردینالیتی، مرتبط با تعداد انواع سهام و صنایع موجود در سبد و نیز محدودیت وزنی بر روی هر نوع از سهامِ موجود در سبد می‌باشند. این محدودیت‌ها به شرح زیر هستند و به مدل توسعه‌یافته افزوده می‌شوند:

$$LB_1 \le \sum_{i=1}^{N_1} x_i \le UB_1 \qquad (۹)$$

$$LB_2 \le \sum_{j=1}^{N_2} v_j \le UB_2 \qquad (۱۰)$$

$$m_j \le \sum_{i=1}^{N_1} x_i.v_{i,j}(i,j) \le n_j \;\; ; \;\; j=1,2,3,...,N_2 \qquad (۱۱)$$

$$b_{Lower_i}-M(1-x_i)\le z_ic_i \le b_{Upper_i}+M(1-x_i)\;; \quad i=1,2,3,...,N_1 \qquad (۱۲)$$

$$\frac{z_i}{M}\le x_i \le z_i \;\; ; \;\; i=1,2,3,...,N_1 \qquad (۱۳)$$

محدودیت‌های (۹) و (۱۰) با استفاده از تعریف متغیرهای x_i و v_j، مدل را ملزم می‌کنند که تعداد انواع سهام و صنایع موجود در سبد، به ترتیب، در بازه $[LB_1...UB_1]$ و $[LB_2...UB_2]$ قرار گیرند. این پارامترها (LB_1، UB_1، LB_2 و UB_2) نیز جزو ورودی‌های مدل هستند. لازم به ذکر است که محدودیت (۱۰) تعمیم یافته محدودیت تعداد انواع دارایی‌ها در [20] می‌باشد. دسته محدودیت (۱۱) سبب می‌شود که مدل، از هر صنعت، تنها به تعداد- انواعی سهم انتخاب نماید که در بازه $[m_j...n_j]$ بگنجد. دسته محدودیت (۱۲) میزان خرید از هر سهم را محدود می‌کند؛ بطوریکه روی یک سهم نمی‌توان هر مقداری سرمایه‌گذاری نمود. البته لازم به ذکر است که اگر مدل بخواهد روی سهمی سرمایه‌گذاری نکند؛ z_i مربوطه صفر شده و M عمل نموده و محدودیت، در چنین حالتی، تبدیل می‌شود به نامساوی $-\infty < o < +\infty$ که همواره برقرار است. ولی اگر میزان خرید از سهمی صفر نباشد (یعنی z_i مربوطه صفر نباشد)، x_i متناظر ۱ شده و M را از محدودیت خارج کرده و درنهایت میزان سرمایه‌گذاری در آن سهم، در محدوده بودجه‌ی آن نوع- سهم قرار خواهد گرفت.

[Downloaded from ijiepm.iust.ac.ir on 2024-07-27]

در دسته محدودیت (۱۳) وابستگی x_i به z_i تعیین شده است. بطوریکه اگر از یک سهم خریداری نشود؛ z_i مربوطه صفر است و درنتیجه، دسته محدودیت (۱۳) باعث صفر شدن x_i متناظر می‌گردد. اما اگر از سهم مذکور خریداری شود (با توجه به اینکه z_i مربوطه حداقل یک است)؛ آنگاه x_i متناظر (که یک متغیر صفر و یک می‌باشد)، مجبور است بزرگتر از $\frac{z_i}{M}$ (که همان $\varepsilon > 0$ است) باشد. لذا x_iی مذکور به ناچار، تنها می‌تواند مقدار ۱ را بخود بگیرد. در ادامه باید توجه داشت که تعیین هر مقداری برای x_i، بر روی محدودیت‌های (۹)، (۱۰)، (۱۱) و (۱۲) تأثیر خواهد گذاشت. خاطر نشان می‌سازیم که ارائه محدودیت‌های (۱۰) و (۱۱) در تحقیق حاضر، برای اولین‌بار در مسئله انتخاب سبد لحاظ گردیده‌اند و از این منظر، توسعه‌ای بر محدودیت‌های کاردینالیتی نیز محسوب می‌شوند.

طبق تعریفی که [۲۱] از نقدشوندگی سهام ارائه داده است؛ نقدشوندگی سهام عبارتست از: توانایی معامله سریع حجم بالایی از سهام با هزینه پایین و تأثیر قیمتی کم. تأثیر قیمتی کم، به این معنی است که قیمت دارایی در فاصله میان سفارش تا خرید، تغییر چندانی نداشته باشد. ما براساس تحقیق [۲۲] از معیار نرخ گردش معامله بعنوان متغیر معرف نقدشوندگی استفاده کرده‌ایم.

$$TOR_i = \frac{TV_i}{S_i} \;\; ; \;\; i = ۱,۲,۳,..., N_۱ \qquad (۱۴)$$

که در آن، TV_i: حجم معامله روی سهم i (تعداد سهم)، S_i: تعداد سهام منتشره سهم i و TOR_i: نرخ گردش معامله سهم i می‌باشد.

برای تعیین معیار نقدشوندگی، نسبت گردش معامله‌ی روزانه هر سهم را محاسبه کرده و سپس این معیارهای روزانه را برای بدست آوردن معیار سالانه، با هم جمع نموده‌ایم. میانگین نسبت گردش معامله‌ی روزانه‌ی یک سهم در آن سالِ مشخص (نرخ نقدشوندگی یک سهم در آن سال معین)، بصورت میانگین نسبت گردش معامله‌ی روزانه‌ی آن سهم برای همه روزهای کاری سالِ موردنظر تعریف می‌گردد. در مرحله بعد، میانگین نرخ نقدشوندگی سالانه‌ی هر سهم محاسبه شده است و بعنوان نرخ نقدشوندگی آن سهم، در فرآیند بهینه‌سازی سبد سهام مورد استفاده قرار گرفته است. بر این اساس، چنانچه در بورس اوراق بهادار، فروش استقراضی نداشته باشیم؛ محدودیت نقدشوندگی سبد سهام، بصورت زیر به مدل پیشنهادی اضافه گردیده است:

$$l_P > l_o \;\; ; \;\; l_P = \sum_{i=۱}^{N_۱} w_i l_i \;\; , \;\; l_i = \frac{\sum_{t=۱}^{T} l_{it}}{T} \;\; , \;\; l_{it} = \frac{\sum_{t_o \in t} TOR_{it_o}}{\text{(تعداد روزهای کاریِ دوره زمانی } t\text{)}} \qquad (۱۵)$$

که در آن، l_{it}: نرخ نقدشوندگی سهم i در هر دوره زمانی t و t_o: شمارشگر روزهای کاری موجود در دوره زمانی t می‌باشد. محدودیت (۱۵) سبب می‌گردد که سطح نقدشوندگی سبد سهام، بالاتر از حداقل سطح نقدشوندگی (l_o) باشد.

درخصوص هزینه‌های معامله نیز باید گفت که درکل، به دو دسته‌ی هزینه‌های تناسبی[1] و هزینه‌های ثابت[2] تقسیم می‌شوند. هزینه‌های تناسبی معامله، هزینه‌هایی معاملاتی‌ای هستند که متناسب با تعداد یا مبلغ سهام خریداری شده پرداخت می‌گردند نظیر: هزینه خرید، مالیات بر ارزش افزوده، هزینه کارگزاری و ... . هزینه‌های ثابت معامله نیز هزینه‌هایی هستند که یک سرمایه‌گذار بدون توجه به تعداد سهام خریداری شده، با آنها روبه‌رو می‌شود مانند: هزینه ایاب و ذهاب، تماس‌های تلفنی یا اینترنتی و هزینه‌های جانبی). محدودیت‌های هزینه معامله، برای اولین‌بار، در تحقیق حاضر و با الهام گرفتن از تحقیق [23] و انطباق آنها با شرایط معاملاتی موجود در بورس اوراق بهادار تهران تهیه و ارائه شده‌اند که به قرار روابط (۱۶) و (۱۷) می‌باشند. لازم به ذکر است که در این روابط، از علائم اختصاری زیر استفاده شده است.

d_i: نرخ هزینه تناسبی معامله یک واحد از سهم i (درصد) و f_i : هزینه ثابت معامله سهم i (واحد پول) می‌باشند.

$$\sum_{i=۱}^{N_۱} \left((۱ + d_i) z_i c_i + f_i x_i \right) \le b \qquad (۱۶)$$

$$\sum_{i=۱}^{N_۱} r_i z_i c_i > R \sum_{i=۱}^{N_۱} \left((۱ + d_i) z_i c_i + f_i x_i \right) \qquad (۱۷)$$

محدودیت (۱۶) در رابطه با بودجه مصروفه جهت تشکیل سبد، با اعمال هزینه‌های خرید و معامله (اعم از تناسبی و ثابت) روی سهم‌های مختلف می‌باشد. این محدودیت سبب می‌گردد که حداکثر هزینه‌ای که جهت تهیه سبد سهام صرف می‌شود کوچکتر از بودجه در دسترس گردد. محدودیت (۱۷) نیز همان محدودیت بازده در مدل مارکویتز با اعمال هزینه‌های خرید و

1) *Proportional Transaction Costs*
2) *Fixed Transaction costs*

[Downloaded from ijiepm.iust.ac.ir on 2024-07-27]

معامله (اعم از تناسبی و ثابت) روی هر سهم می‌باشد. این محدودیت موجب می‌شود که بازده مورد انتظار حاصل از سبد، بیشتر از حداقل بازده مورد انتظار سرمایه‌گذار گردد.

علیرغم آنکه مدل توسعه‌یافته، یک مدل تک هدفه است، ولی بدنبال یافتن مرز کارا حاصل از بهینه‌سازی چند تابع هدف (اعم از: کمینه‌سازی مخاطره و هزینه‌های معامله و بیشینه‌سازی بازده و نقدشوندگی) می‌باشد.

لذا توابع هدف آنرا می‌توان بصورت زیر درنظر گرفت. فرآیند بهینه‌یابی این مدل نسبت به مدل تک هدفه‌ی مذکور، دارای این مزیت است که با یکبار حل آن، می‌توان به جواب‌های کارا دسترسی یافت.

درحالیکه مدل تک هدفه‌ی مطروحه را باید به دفعات، با مقداردهی سایر توابع هدفِ موجود در محدودیت‌ها حل نمود تا بتوان مرز کارا را بدست آورد. بنابراین توابع هدف مدل چندهدفه‌ی کامل پیشنهادی (با اعمال یک تغییر متغیر ساده در تابع هدف کمینه‌سازی مخاطره و تبدیل آن به بیشینه‌سازی) بصورت زیر می‌باشد.

$$\max u_1(z) = \frac{\sum_{t=1}^{T} \min\left\{o, \sum_{i=1}^{N_1}(r_{it} - r_i)z_i c_i\right\}}{T} \quad (۱۸)$$

$$\max u_2(z) = b - \sum_{i=1}^{N_1}\left((1+d_i)z_i c_i + f_i x_i\right) \quad (۱۹)$$

$$\max u_3(z) = \frac{\sum_{i=1}^{N_1} r_i z_i c_i}{\sum_{i=1}^{N_1}\left((1+d_i)z_i c_i + f_i x_i\right)} \quad (۲۰)$$

$$\max u_4(z) = l_P \quad (۲۱)$$

و از آنجاکه برخی از محدودیت‌های مدل، نسبت به برخی دیگر، ابعاد/ متغیرهای بیشتری از مسئله را در خود جای داده‌اند و هردوی آنها به یک جنبه از سبد سهام توجه دارند؛ لذا صرفاً محدودیت‌هایی که ابعاد/ متغیرهای بیشتری از مسئله را بازگو می‌کنند؛ در مدل کامل پیشنهادی باقی نگه داشته می‌شوند (نظیر: محدودیت (۱۶) نسبت به محدودیت (۷)، محدودیت (۱۷) نسبت به محدودیت (۸)). بدین ترتیب، محدودیت‌های مدل چندهدفه‌ی کامل پیشنهادی بصورت زیر می‌باشد.

$$\sum_{i=1}^{N_1}\left((1+d_i)z_i c_i + f_i x_i\right) \le b \quad (۲۲)$$

$$\frac{\sum_{i=1}^{N_1} r_i z_i c_i}{\sum_{i=1}^{N_1}\left((1+d_i)z_i c_i + f_i x_i\right)} > R \quad (۲۳)$$

$$LB_1 \le \sum_{i=1}^{N_1} x_i \le UB_1 \quad (۲۴)$$

$$LB_2 \le \sum_{j=1}^{N_2} v_j \le UB_2 \quad (۲۵)$$

$$m_j \le \sum_{i=1}^{N_1} x_i . v_{i,j}(i,j) \le n_j \;\; ; \;\; j = 1,2,3,..., N_2 \quad (۲۶)$$

$$b_{Lower_i} - M(1 - x_i) \le z_i c_i \le b_{Upper_i} + M(1 - x_i) \;\; ; \;\; i = 1,2,3,..., N_1 \quad (۲۷)$$

$$\frac{z_i}{M} \le x_i \le z_i \;\; ; \;\; i = 1,2,3,..., N_1 \quad (۲۸)$$

$$w_i = \frac{z_i c_i}{\sum_{i=1}^{N_1} z_i c_i} \;\; ; \;\; i = 1,2,3,..., N_1 \quad (۲۹)$$

$$l_P > l_o \quad (۳۰)$$

$$l_P = \sum_{i=1}^{N_1} w_i l_i \quad (۳۱)$$

$$l_i = \frac{\sum_{t=1}^{T} l_{it}}{T} \quad (۳۲)$$

$$l_{it} = \frac{\sum_{t_o \in t} TOR_{it_o}}{} \;\; ; \;\; t = 1,2,3,..., T \quad (۳۳)$$

$$x_i, v_j \in \{o,1\}; \; i = 1,2,3,..., N_1, \;\; j = 1,2,3,..., N_2 \quad (۳۴)$$

$$z_i \in \mathbb{Z}^+ \cup \{o\} \;\; ; \;\; i = 1,2,3,..., N_1 \quad (۳۵)$$

بنابراین، در مدل توسعه‌یافته، سبد سهام بعنوان زیرمجموعه‌هایی از مجموعه‌ی حاوی N_1 نوع سهم از N_2 صنعت گوناگون که

[Downloaded from ijiepm.iust.ac.ir on 2024-07-27]

نامزد انتخاب می‌باشند تعریف گردیده است. این زیرمجموعه‌ها (سبدهای سهام)، با بردارهایی بصورت $z=(z_1,...,z_i,...,z_{N_1})$، $x=(x_1,...,x_i,...,x_{N_1})$ و $v=(v_1,...,v_j,...,v_{N_2})$ مدلسازی شده‌اند. در بردارهای x و v درآیه‌ها/ متغیرهای x_i و v_j (به ازای $i=1,...,N_1$, $j=1,...,N_2$)، متغیرهای دودویی/ در مبنای دو[1] می‌باشند. بدین معنی که اگر از بین N_1 نوع سهام و N_2 صنعتِ موجود در بورس اوراق بهادار تهران، از سهام نوع i که متعلق به صنعت j است، به تعداد $a>0$ عدد در سبد سهام وجود داشته باشد؛ آنگاه $z_i=a$ و $x_i=1$ و $v_j=1$ می‌گردند؛ و در غیرِ اینصورت، $z_i=0$، $x_i=0$ و $v_j=0$ می‌باشند. طبق تعریف فوق، متغیر z یک متغیر مستقل بوده و متغیرهای x و v بدان وابسته می‌باشد. بنابراین، z متغیر تصمیم مسئله انتخاب بهینه سبد سهام چندهدفه محسوب گریده است و جستجوی فضای جواب مسئله (تشکیل سبدهای سهام)، متأثر از آن می‌باشد.

۳. روش‌های حل

ما در این تحقیق، روشی با نام PACO-SA که ترکیب‌یافته‌ی روش‌های بهینه‌یابی اجتماع- مورچگان پارتو (P-ACO) و شبیه‌سازی تبرید- تدریجیِ پارتو (PSA) است را بمنظور حل مسئله انتخاب سبد چندهدفه‌ی سهام ارائه داده‌ایم. سپس جواب‌های حاصل از آنرا با جواب‌های حاصل از سایر روش‌ها ازجمله: ۱- الگوریتم بهینه‌یابی اجتماع- مورچگانِ پارتو (P-ACO)، ۲- شبیه‌سازی تبرید- تدریجیِ پارتو (PSA) و ۳- الگوریتم ژنتیکِ نخبه‌پرور سریع طبقه‌بندی‌ساز جواب‌ها از منظر تسلط (NSGA-II) مقایسه نموده‌ایم.

درخصوص بکارگیری الگوریتم‌های بهینه‌یابی اجتماع- مورچگان پارتو (P-ACO)، شبیه‌سازی تبرید- تدریجیِ پارتو (PSA) و الگوریتم ژنتیکِ نخبه‌پرور سریع طبقه‌بندی‌ساز جواب‌ها از منظر تسلط (NSGA-II) در مسائلی مشابه با انتخاب سبد سهام، باید گفت که این روش‌ها در تحقیق [۲] در مسئله‌ای با عنوان "انتخاب سبد سرمایه‌گذاری‌ها"صورت پذیرفته است. با این تفاوت که در تحقیق حاضر، به انتخاب سبدی از سهام (براساس مدل توسعه‌یافته مارکویتز) و نه به انتخاب سبدی از پروژه‌های سرمایه‌گذاری در بخش تحقیق و توسعه[2] (بر اساس مدل منابع و مصارف) پرداخته شده است و ابعاد (یا تعداد گزینه‌های قابل انتخاب در) مسئله تحت بررسی، بیش از ۱۰ برابرِ ابعاد (یا تعداد گزینه‌های قابل انتخاب در) تحقیق مذکور می‌باشد.

همانگونه که گفته شد، مسئله انتخاب سبد چندهدفه سهام توسط محدودیت‌های متعدد، به همراه چهار تابع هدف تعریف گردیده است. لذا در فرآیند حل این مسئله (بواسطه تعدد محدودیت‌های آن)، درصد بالایی از سبدهای تولید شده، غیر موجه می‌باشند.

این امر، بعلاوه تعدد توابع هدفِ مسئله مذکور سبب می‌گردد که تلاش محاسباتی بسیاری انجام پذیرد تا یک سبد سهام موجه تولید شود (به عبارت دیگر، ارزیابی اینکه آیا یک سبد تولید شده، موجه است یا خیر، کار هزینه‌بری است). علاوه بر این، بررسی این مطلب که آیا سبد موجه حاصله، سبدی کارا است یا خیر، نیز کار نسبتاً زمان‌بری می‌باشد. بر این اساس، ما از یک ساختار داده‌ای درختی دوشاخه که خودمان آنرا طراحی کرده‌ایم؛ برای شناسایی، ذخیره‌سازی و بازیابی سبدهای سهام کارا در هر یک از روش‌های حل استفاده نموده‌ایم.

۳-۱. الگوریتم بهینه‌یابی اجتماع-مورچگانِ پارتو (P-ACO)

ایده اصلی الگوریتم‌های مورچگان، برجاماندن ماده فرمون[3] بعنوان ردپا در دنیای مورچه‌های واقعی است. مورچه‌ها از ماده فرمون بعنوان یک وسیله ارتباطی استفاده می‌نمایند. درواقع، الگوریتم‌های بهینه‌یابی مورچگان بر مبنای ارتباط غیرمستقیم مجموعه‌ای از مورچگان مصنوعی بوسیله فرمون مصنوعی بنا نهاده شده‌اند که در این میان، ماده فرمون وظیفه انتقال تجربه مورچه‌ها به یکدیگر (بدون ارتباط مستقیم مورچه‌ها با هم) را برعهده دارد.

این الگوریتم، یک الگوریتم فراابتکاری ساخت‌گرا[4] می‌باشد. بدین معنی که حل مسئله را از یک مجموعه جواب اولیه تهی شروع کرده و طی تکرارهای متوالی، بخش‌های مناسب هر جواب را به آن جواب اولیه اضافه می‌نماید. این الگوریتم تا زمانیکه به یک مجموعه جواب اولیه کامل نرسند از رویکرد برگشت به عقب[5] (رویکرد برای ایجاد جواب‌های بهتر) استفاده نمی‌نمایند.

در مرحله نخست این الگوریتم، هر مورچه سعی می‌کند که یک سبد سهام موجه z را براساس یک قاعده‌ی تغییر وضعیت مدون[6]، بطور تصادفی و متناسب با اطلاعات ابتکاری هر سهم (η_i) و اطلاعات فرمون هر سهم (τ_i) ایجاد نماید. سپس موجه بودن و کارا بودن آن سبد تعیین می‌گردد. اگر سبد سهام ساخته

1) *Binary*
2) *Research and Development (R&D)*
3) *Pheromone*
4) *Construction*
5) *Back Tracking*
6) *Pseudo-Random-Proportional Rule*

[Downloaded from ijiepm.iust.ac.ir on 2024-07-27]

شده، موجه و کارا بود؛ آن سبد سهام ذخیره می‌شود. به‌روزآوری محلی فرمون‌ها با استفاده از هر سبد سهام (هر مورچه) انجام می‌پذیرد و به‌روزآوری کلی فرمون‌ها تنها با استفاده از سبد سهام بهینه (مورچه بهینه) و دومین سبد سهام از نظر بهینگی (دومین مورچه بهینه) که در تکرار جاری از الگوریتم بدست آمده‌اند؛ برای هر هدف k انجام می‌گیرد.

۳-۲. الگوریتم شبیه‌سازی تبرید- تدریجیِ پارتو (PSA)

ایده اصلی الگوریتم‌های شبیه‌سازی تبرید- تدریجی، برگرفته از فرآیند فیزیکی تبرید تدریجی فلزها می‌باشد. در این فرآیند فیزیکی، به فلز حرارت داده می‌شود و سپس به آرامی سرد می‌گردد تا کریستال فلز به عادی‌ترین ترکیب‌بندی ممکن شبکه برسد.

درصورتیکه برنامه تبرید، به اندازه کافی به آهستگی انجام شود؛ انرژی شبکه به حداقل مقدار خود خواهد رسید و این امر سبب خواهد شد که کریستال حاصله، بی‌نقص گردد. شبیه‌سازی تبرید تدریجی ارتباطی بین این نوع از رفتار ترمودینامیکی و جستجو برای یافتن بهینه کلی در مسائل بهینه‌یابی برقرار می‌کند.

این الگوریتم، یک الگوریتم فراابتکاری بهبودگرا[1] یا جستجوی محلی[2] است. بدین ترتیب که از یک مجموعه جواب اولیه‌ی کامل (که بطور تصادفی ایجاد می‌گردند) شروع کرده و سعی می‌کند تا با استفاده از اطلاعات مسئله، هر جواب فعلی را به بهترین وضعیت ممکن ارتقا دهد. این الگوریتم، توانایی فرار از بهینه محلی[3] و یافتن بهینه کلی[4] را دارد.

در مرحله نخست این الگوریتم، مجموعه جواب‌های اولیه شدنی تولید می‌شود. سپس کارا بودن هر یک از این جواب‌های اولیه (z) تعیین می‌گردد. . اگر جواب/ سبد مذکور، کارا بود؛ آن سبد سهام ذخیره می‌شود.

در ادامه، جواب‌های موجه تصادفی (y) در مجاورت هر یک از جواب‌های اولیه (z) تولید می‌گردند. اگر این جواب‌ها (y ها)، کارا بودند ذخیره می‌شوند. سپس اگر z بر y تسلط نداشته باشد؛ آنگاه y با احتمالی، جایگزین آن جواب اولیه (z) می‌گردد. عمل یافتن جواب‌های موجه تصادفی (y ها) و جایگزینی آنها با جواب‌های اولیه‌ی متناظرشان (z ها) با کاهش دما ادامه می‌یابد.

۳-۳. الگوریتم ژنتیکِ نخبه‌پرور سریع طبقه‌بندی‌ساز جواب‌ها از منظر تسلط (NSGA-II)

الگوریتم ژنتیک از شیوه‌های جستجوی تصادفی می‌باشد که بر پایه سازوکار ژنتیک و انتخاب طبیعی بنا شده است [۲۴]. درحقیقت، این الگوریتم براساس قانون بقاء اصلح[5] عمل می‌کند [۲۵]. به عبارت دیگر، این روش، برپایه‌ی نحوه‌ی تکامل موجودات زنده عمل می‌نماید. الگوریتم ژنتیکِ نخبه‌پرور سریع طبقه‌بندی‌ساز جواب‌ها از منظر تسلط (NSGA-II) نیز یک الگوریتم فراابتکاری بهبودگرا یا جستجوی محلی می‌باشد.

در الگوریتم ژنتیکِ نخبه‌پرور سریع طبقه‌بندی‌ساز جواب‌ها از منظر تسلط (NSGA-II)، در هر تولید نسل، ابتدا جمعیتی مرکب از جمعیت والدها و جمعیت فرزندها ساخته می‌شود. به این ترتیب که تمام جواب‌های جمعیت‌های والدها و فرزندها، با هم یک جمعیت ترکیب یافته را تشکیل می‌دهند. سپس هر جواب، براساس تعداد- جواب‌هایی که بر آن غلبه دارند؛ مقدار برازشی را به خود اختصاص می‌دهد. بر این اساس، جواب‌های تحت تسلط واقع شده (ناکارا) مقدار برازش بیشتر و بدتری را نسبت به بیشترین و بدترین برازشِ هر جواب کارا خواهند داشت. تخصیص برازش به هر جواب از جمعیت ترکیب یافته، این اطمینان را می‌دهد که جستجو، در جهت یافتن مجموعه جواب‌های غیرمسلط[6] پیش رود.

۳-۴. الگوریتم ترکیب‌یافته بهینه‌یابی اجتماع مورچگان با شبیه‌سازی تبرید- تدریجیِ پارتو (PACO-SA)

ما در این تحقیق، روش PACO-SA (که ترکیب‌یافته‌ی روش‌های بهینه‌یابی اجتماع- مورچگانِ پارتو و شبیه‌سازی تبرید- تدریجیِ پارتو است) را بعنوان روشی کارآمدتر برای حل مدل توسعه‌یافته‌ی مارکویتز پیشنهاد می‌دهیم. این الگوریتم، یک الگوریتم فراابتکاری بهبودگرا یا جستجوی محلی است با این تفاوت که مجموعه جواب اولیه‌ی کاملِ آن، نه بطور تصادفی بلکه از طریق یک الگوریتم فراابتکاریِ ساخت‌گرا (الگوریتم PACO) ایجاد می‌شود و (با تأسی از الگوریتم SA) سعی می‌کند تا با استفاده از اطلاعات مسئله، هر جواب فعلی را به بهترین وضعیت ممکن ارتقا دهد. این الگوریتم نیز، توانایی فرار از بهینه محلی و یافتن بهینه کلی را دارد.

در مرحله نخست این الگوریتم، مجموعه جواب‌های اولیه شدنی تولید می‌گردند. سپس هر یک از این جواب‌های اولیه (z) بمانند

1) *Improvement*
2) *Local Search*
3) *Local Optimum*
4) *Global Optimum*
5) *Survival of the Fittest*
6) *Non-dominated Front*

[Downloaded from ijiepm.iust.ac.ir on 2024-07-27]

یک مورچه درنظر گرفته می‌شوند و جواب موجه تصادفی مجاورِ آن (y) تولید می‌گردد. در ادامه، فرمون سهام موجود در جواب موجه تصادفیِ مجاور (y) به‌روزآوری محلی می‌شود. در آخر نیز، فرمون سهام موجود در بهترین و یکی مانده به بهترین جوابِ موجود در مجموعه اولیه، به‌روزآوری کلی می‌گردد. ما اساس پیاده‌سازی الگوریتم پیشنهادی (PACO-SA) را برای مسئله تحت بررسی، بصورت شبه‌کُد زیر تشریح می‌نماییم. ولی قبل از آن، به ما اجازه دهید که علائم اختصاری مورد نیاز را به بصورت زیر تعریف کنیم:

Ξ_n: دوره عمر مورچه nام، η_i: اطلاعات ابتکاری سهم i، τ_i: اطلاعات فرمون سهم i، S: مجموعه فضای نمونه متشکل از جواب‌های موجه کنونی، s: تعداد اعضای مجموعه S، M: مجموعه جواب‌ها/ سبدهای بالقوه کارای پیشنهادی در تکرار کنونی، k: شمارشگر توابع هدف ($k = ۱,۲,۳,۴$)، OW_{ik}: وزن تابع هدف kامِ iامین عضو از مجموعه S (قبل از اصلاح)، OW'_{ik}: وزن تابع هدف kامِ iامین عضو از مجموعه S (بعد از اصلاح)، $u_k(z)$: مقدار تابع هدف (بیشینه‌سازی) kامِ جواب/ سبد سهام z، a: ضریب تصحیح وزن‌ها (پارامتر ثابت بزرگتر از ۱ و نزدیک به ۱)، T': پارامتر دمای شبیه‌سازی تبرید- تدریجی (پارامتر ثابت بین o و ۱)، L: تعداد تکرارها در هر سطح دمایی از الگوریتم شبیه‌سازی تبرید- تدریجی (پارامتر ثابت، صحیح و مثبت) و B: ضریب کاهش دمای تبرید- تدریجی (پارامتر ثابت بین o و ۱ ولی نزدیک به ۱) می‌باشد.

شبه‌کُد الگوریتم PACO-SA:

- $S = \varnothing$ قرار دهید.
- تا زمانیکه مجموعه S شامل s جواب شود؛ گام‌های زیر را تکرار کنید:
  - بطور تصادفی یک جواب/ سبد سهام (z) ایجاد نمایید.
  - اگر z یک جواب/ سبد سهامِ موجه بود؛ آنگاه آنرا به مجموعه S اضافه کنید.
- $M = \varnothing$ قرار دهید.
- برای i از ۱ تا s:
  - z را برابر با iامین جواب/ مورچه مجموعه S قرار دهید.
  - اگر سبد سهام (z) مربوط به آن مورچه، کارا بود؛ آنگاه z را به مجموعه M اضافه کنید و اعضایی از مجموعه M را که z بر آنها تسلط دارد از مجموعه M حذف نمایید.
  - بردارهای فرمون اولیه‌ی مربوط به آن مورچه را تعیین نمایید.
- برای هر هدف از K هدف موجود:
  - بهترین و یکی مانده به بهترین جواب/ سبد سهام را براساس مقدار تابع هدف kام (u_k)ِ آنها، از بین کلیه سبدهای سهامی که توسط مورچه‌ها در مجموعه S ایجاد شده است تعیین نمایید.
  - قاعده به‌روزآوری کلی فرمون را برای بهترین و یکی مانده به بهترین جواب/ سبد سهام انجام دهید.
- پارامتر دمای اولیه شبیه‌سازی تبرید- تدریجی (مقدار اولیه T') را تعیین کنید.
- تا زمانیکه الگوریتم به ملاک موردنظر جهت اتمام نرسیده است؛ گام‌های زیر را تکرار کنید:
  - برای l از ۱ تا L:
- برای i از ۱ تا s:
  - z را برابر با iامین جواب مجموعه S قرار دهید.
  - اگر در اولین تکرار[1] و اولین دور ($l = ۱$) با z می‌باشید؛ آنگاه اقدام‌های زیر را انجام دهید:
    - ✓برای k از ۱ تا K:
    - ✓وزن OW_{ik} را بطور تصادفی تعیین کنید.
    - ✓وزن‌های OW_{ik} را نرمالیزه نمایید (بطوریکه $\sum_{k=۱}^{K} OW_{ik} = ۱$ شود).
- جواب y را بعنوان یک جواب موجه تصادفی مجاور z تولید نمایید. بدین ترتیب که بطور مکرر و حداکثر به تعداد درآیه‌های معین، مولفه/ درآیه‌های بردار z را وارونه کنید و موجه بودن جواب حاصله را چک نمایید. اگر جواب حاصله، موجه بود آنرا بعنوان جواب y درنظر بگیرید.
- اگر سبد سهام y، کارا بود؛ آنگاه y را به مجموعه M اضافه کنید و اعضایی از مجموعه M را که y بر آنها تسلط دارد از مجموعه M حذف نمایید.
- z' را برابر با عضوی از مجموعه S قرار دهید که z بر آن تسلط ندارد و کمترین فاصله علامتی را با z دارا می‌باشد.

[1] *Iteration*

[Downloaded from ijiepm.iust.ac.ir on 2024-07-27]

- اگر هیچ z'ای یافت نکردید؛ آنگاه اقدام‌های زیر را انجام دهید:
  - ✓برای k از ۱ تا K:
  - ✓وزن OW_{ik} را بطور تصادفی تعیین کنید.
  - ✓وزن‌های OW_{ik} را نرمالیزه نمایید (بطوریکه $\sum_{k=1}^{K} OW_{ik} = 1$ شود).

  در غیرِ اینصورت این اقدام‌ها را انجام دهید:
  - ✓ برای k از ۱ تا K:
    - ♦ اگر براساس تابع هدف k ام، z بهتر از z' بود؛ آنگاه $OW'_{ik} = a.OW_{ik}$ قرار بدهید. در غیرِ اینصورت $OW'_{ik} = \frac{OW_{ik}}{a}$ بگذارید.
  - ✓ وزن‌های OW'_{ik} را نرمالیزه کنید (بطوریکه $\sum_{k=1}^{K} OW'_{ik} = 1$ شود).
    - ○ اگر z بر y تسلط نداشته باشد؛ y را با احتمال زیر، جایگزین iامین جواب مجموعه S (که آنرا z نام نهادیم) کنید:

$$Min\left(1, \exp\left(\sum_{k=1}^{K} OW_{ik}.(u_k(y) - u_k(z))/T'\right)\right)$$

- برای هر هدف از K هدف موجود:
  - ✓بهترین و یکی مانده به بهترین جواب/ سبد سهام را براساس مقدار تابع هدف k ام (u_k)ِ آنها، از بین کلیه سبدهای سهامی که توسط مورچه‌ها در مجموعه S ایجاد شده است تعیین نمایید.
  - ✓قاعده به‌روزآوری کلی فرمون را برای بهترین و یکی مانده به بهترین جواب/ سبد سهام انجام دهید.
    - ○ $T' = B.T'$ قرار دهید.

۴. تحلیل عددی

بدون شک هر الگوریتم فراابتکاری (بخصوص اگر برای مسائل بزرگ و پیچیده‌ای همچون مدل توسعه یافته در این تحقیق ارائه شده باشد)، نیازمند اعتبارسنجی است. این بدان معنا است که کاربر می‌بایست از درستی و "دقت کافی" جواب‌های الگوریتم پیشنهادی مطمئن باشد. از اینرو در این تحقیق نیز این اعتبارسنجی، در قالب تحلیل عددی (در بورس اوراق بهادار تهران) صورت پذیرفته است.

۴-۱. نمونه مسائل با داده‌های واقعی[1]

از آنجاکه تحقیق حاضر، به انتخاب سبد چندهدفه از میان ۳۲۳ نوع- سهمِ دردسترس در شرکت بورس اوراق بهادار تهران می‌پردازد؛ ما سبد سهام بورسی شرکت‌های فعال در آن (شامل ۳۵ سبد) را در ۲۰ دسته مختلف به شرح دستورالعمل زیر، طبقه‌بندی نموده و هر یک از آنها را بعنوان یک نمونه مسئله درنظر گرفته‌ایم.

سپس بمنظور تولید نمونه مسائل واقعی، نمونه مسائل تعریف شده را با داده‌های مربوط به سهام موجود در بورس اوراق بهادار تهران (در تاریخ ۱۳۸۸/۰۶/۳۱) اجرا نموده‌ایم. این داده‌ها عبارتند از: تعداد صنایعِ قابل انتخاب، تعداد سهامِ قابل انتخاب در هر صنعت و داده‌های مربوط به هر سهم (اعم از آخرین سرمایه، آخرین قیمت، بازده و نقدشوندگی آن سهم در هر دوره زمانی t). دستورالعمل تولید نمونه مسئله بدین قرار است:

الف: اندازه سبد را تعیین می‌کنیم. ما نمونه مسائلی را با چهار اندازه سبد مختلف تولید نموده‌ایم. چهار نمونه مسئله شامل سبدهای کوچک، شش نمونه مسئله شامل سبدهای متوسط، هفت نمونه مسئله شامل سبدهای بزرگ و سه نمونه مسئله شامل سبدهای بسیار بزرگ می‌باشند.

ب: تنوع سبد را تعیین می‌کنیم. بدین ترتیب که برای سبدهای با اندازه مختلف، دو گونه سبد کم- تنوع و متنوع را تولید کرده‌ایم. بطوریکه در مجموع، سه نمونه مسئله شامل سبدهای کوچکِ کم- تنوع، یک نمونه مسئله شامل سبدهای کوچکِ متنوع، سه نمونه مسئله شامل سبدهای متوسطِ کم- تنوع، سه نمونه مسئله شامل سبدهای متوسطِ متنوع، چهار نمونه مسئله شامل سبدهای بزرگِ کم- تنوع، سه نمونه مسئله شامل سبدهای بزرگِ متنوع، دو نمونه مسئله شامل سبدهای بسیار بزرگِ کم- تنوع و یک نمونه مسئله شامل سبدهای بسیار بزرگِ متنوع ایجاد نموده‌ایم.

پ: نوع شرکت سرمایه‌گذار (یا نوع سبد) را برحسب ۱- غیرسرمایه‌گذاری، ۲- سرمایه‌گذاری، ۳- مادر- تخصصی و ۴- چندرشته‌ای- صنعتی تعیین می‌نماییم. بدین ترتیب، ما تا بدین جا ۲۰ نمونه سبد گوناگون و ناهمگون را تولید نموده‌ایم که عبارتند از: سبد کوچکِ کم- تنوعِ غیرسرمایه‌گذاری، سبد کوچکِ کم- تنوعِ سرمایه‌گذاری،

1) *Real World Data*

[Downloaded from ijiepm.iust.ac.ir on 2024-07-27]

سبد کوچکِ کم- تنوعِ مادر- تخصصی، ... و درآخر، سبد بسیار بزرگِ متنوعِ چندرشته‌ای- صنعتی.

ت: پارامترهای مدل را برای هر یک از ۲۰ نمونه مسئله/ سبد تعیین می‌کنیم. به همین دلیل، ما ارزش بازار هر نمونه سبدِ واقعی را بعنوان حداکثر بودجه در دسترس برای آن نمونه سبد درنظر گرفتیم. در همین راستا حدود بالا و پایین تعداد انواع سهام و تعداد انواع صنایع موردنظر در هر یک از ۲۰ نمونه سبد (UB_1، LB_1، UB_2 و LB_2) را به ترتیب، برابر با میانگین تعداد انواع سهام و میانگین تعداد انواع صنایعِ آن سبدِ واقعی قرار دادیم. حد بالا و پایین تعداد سهام موردنظر در هر صنعت (n_j و m_j) را در هر یک از ۲۰ نمونه سبد، در محدوده‌هایی امکان‌پذیر تعیین نمودیم. سایر پارامترهای مدل (R و l_o) را نیز برابر با میانگین داده‌های مربوطه تعیین کردیم.

۴-۲. تنظیم پارامترهای الگوریتم‌ها

پارامترهای الگوریتم بهینه‌یابی اجتماع- مورچگانِ پارتو (P-ACO) بدین صورت تنظیم شده‌اند: $Rate = ۳۰\%$، $\Gamma = ۱۰$، $\alpha = \varepsilon$، $\beta = ۱$، $U_o = ۱ - \varepsilon$، $\tau_o = ۱$ و $\rho = ۰/۱$.

پارامترهای الگوریتم شبیه‌سازی تبرید- تدریجیِ پارتو (PSA) بدین صورت تعیین گردیده‌اند: $a = ۱/۰۱$، $T = ۱$، $L = ۳۰$، $B = ۰/۹۹$ و $s = ۶۰۰$.

پارامترهای الگوریتم ژنتیک نخبه‌پرور سریع طبقه‌بندی‌ساز جواب‌ها از منظر تسلط (NSGA-II) نیز بدین صورت تنظیم گردیده‌اند: $e = c = ۶۰۰$، $P_c = ۰/۶$ و $P_m = ۰/۰۰۱$.

پارامترهای الگوریتم پیشنهادی (PACO-SA) بدین صورت تعیین شده‌اند: $a = ۱/۰۱$، $T = ۱$، $L = ۳۰$، $s = ۶۰۰$، $B = ۰/۹۹$، $\alpha = \varepsilon$، $\beta = ۱$، $U_o = ۱ - \varepsilon$، $\tau_o = ۱$ و $\rho = ۰/۱$.

۴-۳. روش و ملاک‌های مقایسه

از آنجاکه در تحقیق حاضر، تعداد انواع سهام قابل انتخابِ در سبد زیاد می‌باشد (بالغ بر ۳۲۳ نوع- سهم است)؛ استفاده از روش "شمارش کامل" برای دسترسی به جواب‌های کارای واقعی، امر بعیدی بنظر می‌رسد. لذا ما در این تحقیق، از روشی که [۲۶] ارائه نموده است، استفاده می‌نماییم. در این روش، جواب‌های کارای پیشنهادی[1] حاصل از هر یک از الگوریتم‌ها، به یک مجموعه جدید منتقل می‌شود و آنها به رقابت با یکدیگر برانگیخته می‌گردند و در آخر نیز، جواب‌های کارای مجموعه مطروحه تعیین می‌شود. ما این جواب‌های کارا را اصطلاحاً "جواب‌های کارای واقعی[2]" می‌نامیم؛ هرچند که می‌دانیم این جواب‌ها نیز بمانند جواب‌های کارای پیشنهادیِ حاصل از هر یک از الگوریتم‌ها الزاماً جواب‌های واقعاً کارا نمی‌باشند ولی با احتمال بیشتری نسبت به آنها کارا هستند.

طبق تعریف، $EP_{Algorithm}$: تعداد جواب‌های کارای پیشنهادی یک الگوریتم موردنظر، E_{Total}: تعداد کل جواب‌های کارای واقعی موجود در مجموعه جدید و $E_{Algorithm}$: تعداد جواب‌های کارای واقعی موجود در مجموعه جدید که متعلق به یک الگوریتمِ موردنظر می‌باشد.

مطابق روش قربانی و ربانی (۲۰۰۸)، ملاک کارایی هر یک از الگوریتم‌ها عبارتست از: جواب‌های کارای واقعی موجود در مجموعه جدید که متعلق به آن الگوریتم می‌باشند به کل جواب‌های کارای واقعی مجموعه جدید ($\frac{E_{Algorithm}}{E_{Total}}$). ملاک دوم سنجش عملکرد الگوریتم‌ها که خودمان آنرا در تحقیق حاضر ارائه می‌دهیم؛ عبارتست از: نسبت جواب‌های کارای واقعی موجود در مجموعه جدید که متعلق به آن الگوریتم می‌باشند، به کل جواب‌های کارای پیشنهادی آن الگوریتم ($\frac{E_{Algorithm}}{EP_{Algorithm}}$).

به عبارت دیگر، ملاک اول (که توسط [۲۶] ارائه شده است) مبین درصدی از جواب‌های کارای واقعی مجموعه جدید است که هر یک از الگوریتم‌ها آنرا می‌سازند و ملاک دوم (که توسط خودمان ارائه گردیده است) بیانگر احتمالی است که هر یک از جواب‌های کارای پیشنهادی (حاصل از هر یک از الگوریتم‌ها) می‌تواند جواب کارای واقعی باشد.

۴-۴. نتایج عددی حاصل از بورس اوراق بهادار تهران

ما تمام اجراها را در رایانه‌های شخصی با مشخصه‌های Pentium 4، CPU 3 GHz، RAM 512 MB و سیستم عامل Windows XP در زبان برنامه‌نویسی MATLAB 7 انجام داده‌ایم. نتایج حاصل از نمونه مسائل واقعی (بورس اوراق بهادار تهران) به شرح زیر است.

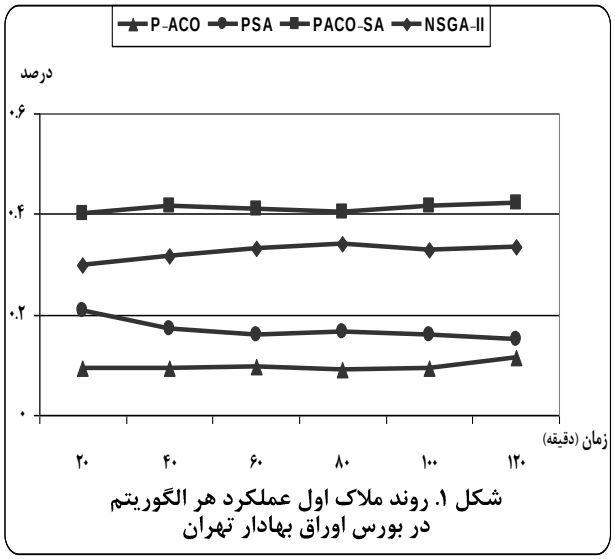
نتایج حاصل از میانگین نسبت $\frac{E_{Algorithm}}{E_{Total}}$ در نمونه مسائل واقعیِ بیست‌گانه (موجود در بورس اوراق بهادار تهران) به ازای

1) *Proposed Efficient Portfolios (PE Portfolios)*

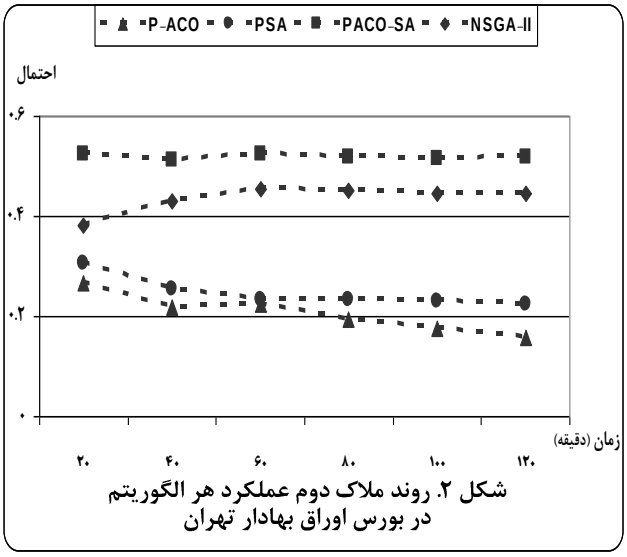
2) *Efficient Portfolios (E Portfolios)*

[Downloaded from ijiepm.iust.ac.ir on 2024-07-27]

هریک از چهار الگوریتم، در نمودار (۱) به تصویر کشیده شده است. براساس این نمودار، کلیه الگوریتم‌ها از حالت پایداری برخوردارند؛ با این تفاوت که عملکرد الگوریتم ترکیب‌یافته بهینه‌یابی اجتماع مورچگان با شبیه‌سازی تبرید- تدریجیِ پارتو (PACO-SA) حدود ۱۰ درصد نسبت به الگوریتم ژنتیک نخبه‌پرور سریع طبقه‌بندی‌ساز جواب‌ها از منظر تسلط (NSGA-II) و بالغ بر ۲۰ تا ۳۰ درصد به ترتیب، نسبت به الگوریتم شبیه‌سازی تبرید- تدریجیِ پارتو (PSA) و الگوریتم بهینه‌یابی اجتماع- مورچگانِ پارتو (P-ACO) بهتر می‌باشد.



شکل ۱. روند ملاک اول عملکرد هر الگوریتم در بورس اوراق بهادار تهران



شکل ۲. روند ملاک دوم عملکرد هر الگوریتم در بورس اوراق بهادار تهران

نتایج حاصل از میانگین نسبت $\frac{E_{Algorithm}}{EP_{Algorithm}}$ در نمونه مسائل واقعیِ بیست‌گانه (موجود در بورس اوراق بهادار تهران) به ازای هریک از چهار الگوریتم، در نمودار (۲) نمایش داده شده است. همانگونه که مشاهده می‌شود؛ احتمال واقعی بودن جواب‌های کارای پیشنهادی الگوریتم ترکیب‌یافته بهینه‌یابی اجتماع مورچگان با شبیه‌سازی تبرید- تدریجیِ پارتو (PACO-SA) از حالت پایداری برخوردار است و بالغ بر ۵۰ درصد می‌باشد؛ حال آنکه این نسبت درخصوص الگوریتم ژنتیک نخبه‌پرور سریع طبقه‌بندی‌ساز جواب‌ها از منظر تسلط (NSGA-II) درابتدا بالغ بر ۱۰ درصد کمتر از الگوریتم پیشنهادی است و با گذشت زمان، این نسبت به حدود ۵ درصد کمتر از آن می‌رسد. سایر الگوریتم‌ها نیز از عملکرد مطلوبی برخوردار نیستند.

۵. نتیجه‌گیری

نتایج حاصل از ملاک‌های موردنظر در ارزیابی عملکرد چهار الگوریتمِ تحت بررسی در نمونه مسائل واقعی (بورس اوراق بهادار تهران) نشان می‌دهد که علاوه‌بر اینکه احتمال واقعی بودن جواب‌های پیشنهادی الگوریتم ترکیب‌یافته بهینه‌یابی اجتماع مورچگان با شبیه‌سازی تبرید- تدریجیِ پارتو (PACO-SA) نسبت به سایر روش‌های ابتکاری مطروحه بیشتر است؛ تعداد جواب‌های واقعی آن نیز نسبت به سایر الگوریتم‌ها بیشتر می‌باشد و با گذشت زمان، روند هر دو ملاکِ تحت بررسی، از وضعیت پایداری برخوردار است.

با توجه به نتایج نمونه مسائل واقعی می‌توان دریافت که ما توانسته‌ایم از ترکیب دو الگوریتمی که در هر دو ملاکِ تحت بررسی، عملکرد مطلوبی ندارند؛ الگوریتمی را ارائه دهیم که نه تنها نسبت به آنها بلکه نسبت به الگوریتم ژنتیک نخبه‌پرور سریع طبقه‌بندی‌ساز جواب‌ها از منظر تسلط (NSGA-II) نیز از عملکرد بهتر و بالاتری برخوردار است. تحقیق‌های آتی می‌توانند بر روی اضافه نمودن محدودیت‌های دیگر نظیر فروش استقراضی[۱] و سپس حل آن با استفاده از الگوریتم‌های مطروحه، تبدیل مدل مذکور به مدلی چندمرحله‌ای (ایجاد امکان فروش) و حل آن با استفاده از الگوریتم‌های فوق‌الذکر و بکارگیری الگوریتم پیشنهادی، در سایر موضوع‌های مالی و غیرمالی تمرکز یابد.

---

۱) *Short Sale*

[Downloaded from ijiepm.iust.ac.ir on 2024-07-27]

مراجع

[۱] گل‌مکانی، حمیدرضا، *دارائی‌های مالی: مدل‌سازی و بهینه‌سازی*، انتشارات دانشگاه صنعتی امیرکبیر (واحد تفرش)، ۱۳۸۵.

[2] Doerner, K., Gutjahr, W.J., Hartl, R.F., Strauss, C., Stummer, C., "*Pareto Ant Colony Optimization: A Metaheuristic Approach to Multiobjective Portfolio Selection*", Annals of Operations Research, Vol. 131, 2004, pp. 79-99.

[3] Corner, J., Buchanan, J., "*Experimental Consideration of Preference in Decision Making Under Certainty*", Journal of Multi-Criteria Decision Analysis, Vol. 4, 1995, pp. 107-121.

[4] Schaffer, J., "*Multiple Objective Optimization with Vector Evaluated Genetic Algorithms*", In J. Grefenstette (ed.), Proceedings of the Third International Conference on Genetic Algorithms, Hillsdale: Lawrence Erlbaum, 1985, pp. 93-100.

[5] Fonseca C., & Fleming P., "*Genetic Algorithms for Multiobjective Optimization: Formulation, Discussion and Generalization*", In S. Forrest (ed.), Proceedings of the Fifth International Conference on Genetic Algorithms, San Francisco: Morgan Kauffman, 1993, pp. 416-423.

[6] Horn, J., Nafpliotis, N., Goldberg, D., "*A Niched Pareto Genetic Algorithm for Multiobjective Optimization*", In Proceedings of the First IEEE Conference on Evolutionary Computing, Piscataway, 1994, pp. 82-87.

[7] Murata, T., Ishibuchi, H., "*MOGA: Multi-Objective Genetic Algorithms*", In Proceedings of the Second IEEE International Conference on Evolutionary Computing, Perth, 1995, pp. 289-294.

[8] Srinivas, N., Deb K., "*Multiobjective Optimization Using Non-Dominated Sorting in Genetic Algorithms*", Evolutionary Computation, Vol. 2, 1994, pp. 221-248.

[9] Zitzler, E., Thiele, L., *"Multiobjective Evolutionary Algorithms: A Comparative Case Study and the Strength Pareto Approach*", IEEE Transactions on Evolutionary Computation, Vol. 3, 1999, pp. 257-271.

[10] Coello C., http://www.lania.mx/_ccoello/EMOO/EMOObib.html, 2005.

[11] Deb, K., Pratap, A., Agarwal, S., Meyarivan, T., "*A Fast and Elitist Multiobjective Genetic Algorithm: NSGA-II*", IEEE Transactions on Evolutionary Computation, Vol. 6, 2002, pp. 182-197.

[12] Serafini, P., "*Simulated Annealing for Multi Objective Optimization Problems*", In G. Tzeng, H. Wang, V. Wen, & P. Yu (eds.), Multiple Criteria Decision Making: Expand and Enrich the Domains of Thinking and Application, New York: Springer, 1994, pp. 283-292.

[13] Czyzak, P., Jaszkiewicz, A., "*Pareto Simulated Annealing: A Metaheuristic Technique for Multiple-Objective Combinatorial Optimization*", Journal of Multi-Criteria Decision Analysis, Vol. 7, 1998, pp. 34-47.

[14] Dorigo, M., *Optimisation, Learning and Natural Algorithm*, Ph.D. Thesis, Politecnico diMilano, 1992.

[15] Dorigo, M., Maniezzo, V., Colorni, A., "*The Ant System: Optimization by a Colony of Cooperating Agents*", IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, Vol. 26, 1996, pp. 29-41.

[16] Dorigo, M., Di Caro, G., "*The Ant Colony Optimization Meta-Heuristic*", In D. Corne, M. Dorigo, & F. Glover (eds.), New Ideas in Optimization, London: McGraw-Hill, 1999, pp. 11-32.

[17] Doerner, K., Gutjahr, W.J., Hartl, R.F., Strauss, C., Stummer, C., "*Ant Colony Optimization in Multiobjective Portfolio Selection*", In Proceedings of the 4th Metaheuristics International Conference, Porto, 2001, pp. 243-248.

[18] Markowitz, H., "*Portfolio Selection*", Journal of Finance, Vol. 7, 1952, pp. 77 91.

[19] Mansini, R., Speranza, M.G., *On Selection a Portfolio with Fixed Costs and Minimum Transaction Lots*, Report no. 134, Dip. Metodi Quantitativi, University of Brescia, Italy, 1997.

[20] Golmakani, H.R., Jalilipour Alishah, E., "*Portfolio Selection using an Artificial Immune System*", IEEE International Conference on Information Reuse and Integration, Las Vegas, 2008, pp. 28 - 33.

[21] Liu, W., "*A Liquidity-Augmented Capital Asset Pricing Model*", Journal of Financial Economic, Vol. 1, 2005, pp. 1-41.

[22] Andrew, W., Constantin, P., Wierzbicki, M., "*IT IS 11 PM- DO YOU KNOW YOUR LIQUIDITY IS? THE MEAN-VARIANCE LIQUIDITY FRONTIER*", Journal of investment management, Vol. 1, 2003, pp. 55-93.

[23] Speranza M.G., "*A Heuristic Algorithm for a Portfolio Optimization Model Applied to the Milan Stock Market*", Journal of Computers and Operations Research, Vol. 23, 1996, pp. 433-441.

[24] Lin, C.C., Liu, T.Y., "*Genetic Algorithms for Portfolio Selection Problems with Minimum*

[Downloaded from ijiepm.iust.ac.ir on 2024-07-27]

Transaction Lots", European Journal of Operational Research, Vol. 185, 2008, pp. 393-404.

[25] Oh, K.J., Kim, T.Y., Min, S.H., Lee, H.Y., "*Portfolio Algorithm Based on Portfolio Beta using Genetic Algorithm*", Expert Systems with Applications, Vol. 30, 2006, pp. 527-534.

[26] Ghorbani, S., Rabbani, M., "*A New Multi-Objective Algorithm for a Project Selection Problem*", Advances in Engineering Software, Vol. 40, 2008, pp. 9-14.

[Downloaded from ijiepm.iust.ac.ir on 2024-07-27]

[Downloaded from ijiepm.iust.ac.ir on 2024-07-27]