

طراحی یک سیستم فازی بعنوان جایگزینی برای نمودار کنترل مشاهدات انفرادی

محمد حسین فاضل زرنندی و یاسر صمیمی

چکیده: نمودارهای کنترل شوهارت، از مهمترین ابزار کنترل فرایند آماری است که از طریق ترسیم مقادیر آماره نمونه‌ای مربوط به ویژگی کیفیتی مورد نظر در طول زمان بمنظور تشخیص انحرافات با دلیلی که کیفیت خروجی فرایند را تحت تاثیر قرار می‌دهد بکار گرفته می‌شوند. نمودارهای X و MR یکی از انواع نمودارهای کنترل تک متغیره برای پایش میانگین و پراکندگی مشخصه‌های کیفیتی متغیر محسوب می‌شوند که هرگاه نمونه تنها شامل یک محصول باشد مورد استفاده واقع می‌شوند. عملکرد ضعیف نمودار X هنگام مواجهه با مشاهدات غیر نرمال و وجود خود همبستگی در نمودار MR ، به عقیده بسیاری از محققین اثر بخشی این نمودارها را مورد تردید قرار داده است. از سوی دیگر با رواج بکارگیری متدولوژی بهبود کیفیت شش سیگما بویژه در صنایع تولیدی، ضرورت تشخیص کاهش در پراکندگی متغیر تحت بررسی بیش از پیش احساس می‌شود که متاسفانه نمودار MR از این قابلیت برخوردار نیست. این مقاله بر پایه استفاده از منطق فازی، یک روش ساده برای ارزیابی وضعیت میانگین و پراکندگی متغیر مورد بررسی ارائه می‌کند که ضمن مرتفع نمودن معایب فوق‌الذکر، می‌تواند الگوهای غیر عادی موجود در یک فرایند را نیز تشخیص دهد. رویکرد کنترل فرایند بر مبنای بکارگیری یک سیستم خبره فازی در مقایسه با روشهای سنتی، در ارزیابی وضعیت مقادیر انفرادی، برتری‌های قابل توجهی حاصل نموده است. عملکرد نمودار کنترل فازی برای شناسایی رفتارهای غیر عادی فرایند در قیاس با نمودار X و MR با استفاده از داده‌های حاصل از شبیه سازی مورد بررسی و مطالعه قرار گرفته و مزایای روش جدید تشریح گردیده است.

واژه‌های کلیدی: کنترل فرایند آماری، نمودارهای کنترل برای مشاهدات انفرادی، پایگاه قواعد فازی، روندهای غیر تصادفی

۱. مقدمه

در میان ابزار هفت گانه کنترل فرایند آماری، نمودار کنترل، ابزار قدرتمندی است که می‌تواند در ایجاد ثبات در فرایند و بهبود کارایی آن از طریق کاهش تغییرپذیری مفید واقع گردد. پیشرفت‌های صورت گرفته در فن‌آوری اندازه‌گیری و بازرسی خودکار، امکان بازرسی کلیه محصولات تولیدی یک فرایند را فراهم نموده است. همین امر سبب توسعه بکارگیری نمودارهای کنترل مقادیر انفرادی جهت پایش

عملکرد فرایندهای مختلف گردیده است. علاوه بر این هنگامیکه میزان تولید خیلی آهسته است و همچنین در مواردی که با فرایندهای تولید پیوسته همچون صنایع تولید کاغذ مواجه هستیم و یا با فرایندهای تولید شیمیایی همگن که تفاوت در اندازه‌گیریهای مجدد فقط در صورت بروز خطای آزمایشگاهی یا خطا در تجزیه و تحلیلها حاصل می‌شود سر و کار داشته باشیم بمنظور ارزیابی کیفیت فرایند، ناگزیر از نمودارهای کنترل برای مشاهدات انفرادی استفاده خواهیم نمود [۱].

تصمیم‌گیری در نمودارهای کنترل شوهارت به کمک حدود کنترل انجام می‌شود. متاسفانه نمودارهای کنترل شوهارت بدون بکارگیری قوانین حساس‌سازی، قادر به شناسایی انحرافات با دلیل بر مبنای تجزیه و تحلیل روند نقاط ترسیم شده بر روی نمودار نمی‌باشد. در سالهای اخیر با توسعه تکنیکهای هوش محاسباتی تحقیقات بسیاری

این مقاله در تاریخ ۸۳/۷/۱ دریافت و در تاریخ ۸۴/۶/۲۲ به تصویب نهایی رسیده است.

دکتر محمد حسین فاضل زرنندی، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی امیرکبیر zarandi@aut.ac.ir

یاسر صمیمی، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی امیرکبیر. samimi@mail.iust.ac.ir

مطالب بدین نحو است که در قسمت دوم، نقاط ضعف نمودارهای شوهارت برای مقادیر انفرادی بررسی خواهد شد. در قسمت سوم، درباره نحوه تشکیل پایگاه قواعد فازی برای پایش ویژگیهای آماری یک مشخصه کیفیتی بحث خواهد شد. قسمت چهارم به مقایسه عملکرد این روش جدید با نمودارهای کنترل در محیط قطعی اختصاص یافته است و نهایتاً در قسمت پنجم به نتیجه گیری و جمع‌بندی مطالب پرداخته شده است.

۲. نمودارهای کنترل برای مشاهدات انفرادی

گاهی اوقات به منظور کنترل فرایند، اندازه نمونه برابر با یک در نظر گرفته می‌شود و برای پایش میانگین مشاهدات انفرادی از نمودار X و برای پایش تغییر پذیری آنها از نمودار MR استفاده می‌شود. در اینصورت، تغییر پذیری فرایند توسط دامنه متحرک دو مشاهده متوالی تخمین زده می‌شود.

دامنه متحرک در پی‌رود زمانی t ، بصورت $MR_t = |x_t - x_{t-1}|$ تعریف می‌شود. برای ترسیم نمودار دامنه متحرک، روابط خط مرکز و حدود کنترل عبارتند از $CL_{MR} = \overline{MR}$ ، $UCL_{MR} = D_4 \times \overline{MR}$ و $LCL_{MR} = D_3 \times \overline{MR}$ ، بطوریکه $D_3 = 0$ و $D_4 = 3.267$ پارامترهای نمودار کنترل مشاهدات انفرادی عبارتند از $UCL_x = \bar{x} + 3(\overline{MR}/d_2)$ ، $LCL_x = \bar{x} - 3(\overline{MR}/d_2)$ و $d_2 = 1.128$ [۱].

مقدار آماره \overline{MR} در فاز اول از پیاده‌سازی نمودارهای کنترل، با استفاده از ۲۰ تا ۲۵ نمونه اولیه برآورد می‌شود. بر خلاف نمودار کنترل مشاهدات انفرادی، تفسیر نمودار دامنه متحرک نیاز به توجه خاصی دارد چرا که بین دامنه‌های متحرک همبستگی وجود دارد و این همبستگی غالباً باعث ایجاد دنباله یا روند دوره‌ای می‌گردد. توانایی نمودارهای کنترل نسبت به پی بردن به وجود تغییرات در فرایند بوسیله شاخص متوسط طول دنباله^۱ (ARL) مورد ارزیابی قرار می‌گیرد.

بطور کلی متوسط تعداد نقاطی که بر روی نمودار ترسیم می‌شود تا یک نقطه خارج از کنترل مشاهده شود متوسط طول دنباله نامیده می‌شود. چنانچه فرایند در حالت تحت کنترل به سر می‌برد باید اندازه ARL تا حد ممکن زیاد باشد. در سوی مقابل، برای کشف انحرافات با دلیل در سریعترین زمان ممکن، باید مقدار ARL حتی الامکان کم باشد. ARL برای نمودار کنترل مشاهدات انفرادی و دامنه متحرک توسط کراودر بررسی شده است [۱۴].

بطور کلی نتایج بیانگر آنست که اگر در هنگام استفاده از حدود کنترل سه انحراف معیار، فرایند تحت کنترل باشد آنگاه ARL نمودار ترکیبی ($X-MR$) کوچکتر از ARL یک نمودار کنترل X خواهد بود (در نمودار X با حدود سه انحراف معیار، برای وضعیت تحت کنترل، مقدار

در زمینه تشخیص و تفسیر روندهای غیر تصادفی موجود در یک نمودار کنترل صورت گرفته است. بویژه شبکه‌های عصبی مصنوعی از جمله تکنیکهای هوش محاسباتی است که با توجه به برخورداری از قابلیت یادگیری به شکلی موفقیت‌آمیز بمنظور کشف و تشخیص الگوهای غیر تصادفی همچون الگوی روند خطی یا الگوی سیکل در نمودارهای کنترل برای مشخصه‌های متغیر مورد استفاده واقع شده است. در این زمینه می‌توان به مقاله هوانگ و هابل اشاره نمود که با استفاده از قاعده یادگیری پس انتشار خطا، به شناسایی شش الگوی غیر تصادفی در مشاهدات ترسیم شده بر روی نمودار کنترل پرداخته‌اند [۲].

در کلیه مقالاتی که رویکرد شبکه عصبی را بکار برده‌اند زمان و تلاش قابل توجهی بمنظور تهیه داده‌های آموزشی مورد نیاز بویژه از طریق شبیه سازی اختصاص یافته است. در این زمینه می‌توان به تحقیقات اسمیث، حسن و همکاران و اساف نیز اشاره نمود. منطق فازی زمینه دیگری از محاسبات نرم به شمار می‌رود که با ارائه آن در دهه ۶۰ میلادی تحولی قابل توجه در سیستمهای کنترل پدید آمده است. کاربرد رویکرد فازی در کنترل فرایند آماری در دو بخش قابل بررسی است [۳، ۴ و ۵].

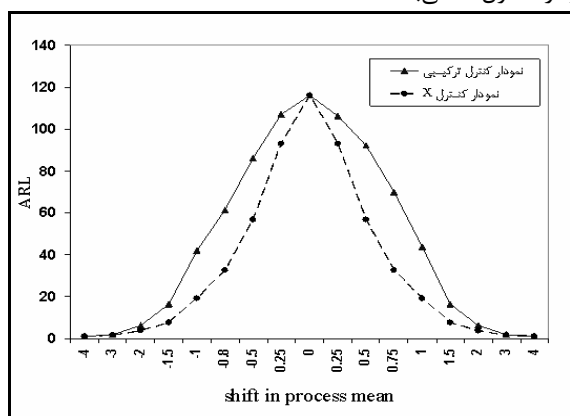
بخش اول مقالاتی را در بر می‌گیرد که صرفاً با استفاده از ریاضیات فازی و بر پایه موضوع احتمال پیشامدهای فازی توسعه یافته است و از قدمتی در حدود ۱۵ سال برخوردارست. در این زمینه می‌توان از کار راز و ونگ [۶]، کاناگاوا و همکاران [۷] و فرانچسجینی و رومانو [۸] نام برد. مطالعات مذکور بویژه بر پایه مفهوم متغیر زبانی توسعه یافته است [۸].

در زمینه توسعه مفهوم احتمال فازی، آمار فازی یا کیفیت فازی که به پیاده‌سازی مفاهیم و ابزارهای مرسوم آماری برای اعداد فازی می‌پردازد مطالعات ارزشمندی صورت گرفته است که از آن جمله باید به یانگ تینگ، صادقپور و طاهری اشاره نمود [۹، ۱۰ و ۱۱]. از سوی دیگر اخیراً بکارگیری منطق فازی در نمودارهای کنترل برای متغیرهای قطعی مورد توجه واقع شده است که کار تانوک از جمله موارد شاخص در این زمینه محسوب می‌شود [۱۲]. تانوک ضمن تشریح نقاط ضعف نمودارهای شوهارت برای کنترل میانگین و پراکندگی مشاهدات انفرادی در محیط قطعی، روشی مبتنی بر استفاده از پایگاه قواعد فازی ارائه کرده است. او با استفاده از چهار قاعده فازی، تغییر سطح در میانگین یک فرایند و وجود روندهای غیر تصادفی در فرایند را تحت کنترل قرار می‌دهد.

در واقع، روش تانوک جایگزینی برای نمودار کنترل میانگین مشاهدات انفرادی محسوب می‌شود که همزمان از قابلیت تشخیص روندهای غیر عادی نیز برخوردار می‌باشد در حالیکه نمودارهای شوهارت برای این منظور نیازمند استفاده از قوانین حساس سازی می‌باشند که این مسئله چیزی جز افزایش علائم هشدار اشتباه را در پی نخواهد داشت [۱۳]. در این مقاله به توسعه کار تانوک پرداخته شده است. نحوه ارائه

^۱ average run length

کوچکتر از نمودار کنترل ترکیبی می‌باشد و این به معنای برتری نمودار کنترل X می‌باشد.



شکل ۱. مقایسه متوسط طول دنباله برای نمودار کنترل X و نمودار کنترل ترکیبی ($X-MR$)

۳. طراحی پایگاه قواعد فازی

سیستم فازی مورد مطالعه در این مقاله متشکل از سه متغیر ورودی و دو متغیر خروجی است و شش قاعده اگر-آنگاه، عهده‌دار برقراری ارتباط مابین ورودی‌ها و خروجی‌های سیستم می‌باشند.

هدف از بکارگیری این سه متغیر ورودی، کنترل میانگین و پراکندگی فرایند تحت بررسی و بصورت همزمان ارزیابی روند مشاهدات حاصل از فرایند به لحاظ برخورداری از الگوهای غیر تصادفی است.

متغیر ورودی اول، مقدار مشاهده در زمان t است که آنرا با $x(t)$ نمایش می‌دهیم. بمنظور فازی سازی مقدار این متغیر قطعی، یک مجموعه فازی با نام مجموعه "مرکزیت" مورد استفاده واقع می‌شود. فرض می‌کنیم متغیر تصادفی در وضعیت پایدار از یک توزیع نرمال با میانگین ۱ و انحراف معیار ۰٫۱ برخوردار باشد. مجموعه فازی مرکزیت در دامنه ۰ تا ۲ تعریف شده است. تابع تعلق این مجموعه فازی در شکل ۲ نمایش داده شده است.

هرچه مقدار مشاهده حاصل از فرایند به مقدار میانگین اسمی فرایند نزدیکتر باشد مقدار درجه عضویت آن در مجموعه فازی مرکزیت بیشتر خواهد بود بطوریکه اگر مقدار مشاهده دقیقاً بر مقدار میانگین اسمی فرایند منطبق باشد درجه عضویت آن در این مجموعه فازی برابر با یک خواهد بود و هر چه مقدار مشاهده از میانگین اسمی فاصله بگیرد میزان تعلق آن در این مجموعه فازی به سمت صفر نزدیک می‌شود. با این توصیف و از آنجا که میزان تعلق به مجموعه فازی مذکور باید از نظر آماری درجه نزدیکی مشاهده حاصل از فرایند را به مقدار میانگین اسمی مدلسازی نماید؛ تابع مشخصه عملکرد^۱ مربوط به یک نمودار کنترل X با حدود سه انحراف معیار بعنوان تابع عضویت این مجموعه فازی بکار گرفته شده است.

ARL حدوداً برابر با ۳۷۰ است)، که این امر بویژه از عملکرد ضعیف نمودار MR ناشی می‌شود. برای این منظور، توجه خواننده به جدول ۱ جلب می‌شود.

جدول ۱. مقدار متوسط طول دنباله بر اساس مقدار شیفت در میانگین فرایند

| شیفت در میانگین بر حسب انحراف معیار فرایند | نمودار X با حدود سه انحراف معیار | نمودار کنترل ترکیبی $X-MR$ |
|--|------------------------------------|----------------------------|
| -4 | 1.1886 | 1.2033 |
| -3 | 2.0000 | 1.9167 |
| -2 | 6.3030 | 6.2567 |
| -1.5 | 14.9677 | 16.573 |
| -1 | 43.8948 | 42.017 |
| -0.75 | 81.2158 | 61.507 |
| -0.5 | 155.2228 | 86.315 |
| 0.25 | 281.1433 | 107.12 |
| 0 | 370.3794 | 116.12 |
| 0.25 | 281.1433 | 101.86 |
| 0.5 | 155.2228 | 92.336 |
| 0.75 | 81.2158 | 70.053 |
| 1 | 43.8948 | 43.907 |
| 1.5 | 14.9677 | 16.39 |
| 2 | 6.3030 | 6.2333 |
| 3 | 2.0000 | 2.01 |
| 4 | 1.1886 | 1.1267 |

مقدار متوسط طول دنباله برای نمودار کنترل ترکیبی بوسیله شبیه سازی بدست آمده است. همانطور که در سطر مربوط به مقدار صفر مشاهده می‌شود ARL برای نمودار کنترل ترکیبی بسیار کمتر از نمودار مشاهدات انفرادی است که این موضوع از خطای نوع اول زیاد نمودار دامنه متحرک حکایت می‌کند.

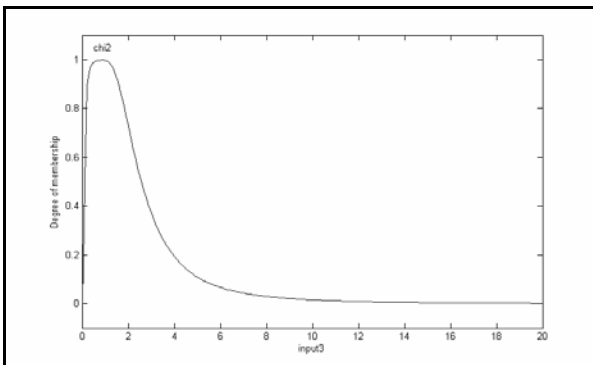
مقدار خطای نوع اول نمودار کنترل X برابر با ۰٫۰۰۲۷ است در حالیکه با توجه به مقدار ARL در حالت تحت کنترل، این خطا برای نمودار کنترل ترکیبی تقریباً برابر با ۰٫۰۰۸۶ است. جهت مقایسه دقیق‌تر لازمست با وجود مقدار خطای نوع اول یکسان، میزان متوسط طول دنباله برای حالت‌های خارج از کنترل را مورد ارزیابی قرار دهیم. در شکل ۱ متوسط طول دنباله در شرایطی که هر دو روش دارای خطای نوع اول مساوی هستند ترسیم شده است. (ARL در حالت تحت کنترل روی مقدار ۱۱۶٫۱۲ ثابت شده است). همانطور که ملاحظه می‌شود نمودار کنترل X در تمامی شیفت‌ها دارای ARL

¹operating characteristic

عضویت در مجموعه فازی عدم همبستگی، یک پنجره از مشاهدات شامل ۴۰ مشاهده از فرایند تا زمان t در نظر گرفته می‌شود و مقدار همبستگی آن با پنجره قبلی در زمان $t-1$ (یعنی مقدار خودهمبستگی با تاخیر یک) محاسبه می‌شود. مقدار مطلق همبستگی بدست آمده پس از کسر از عدد یک، مقدار درجه عضویت هر مشاهده را در مجموعه فازی عدم همبستگی مشخص می‌کند. عبارت دیگر انتظار داریم در صورت مواجهه با یک روند غیر تصادفی در مشاهدات، مقدار درجه عضویت مربوط به مجموعه عدم همبستگی مقداری نزدیک به صفر داشته باشد. متغیر ورودی سوم جهت ارزیابی وضعیت پراکندگی فرایند تحت بررسی بکار می‌رود. در واقع، هدف تعریف یک مجموعه فازی است که مقدار درجه عضویت آن برای مشاهداتی که مقدار انحراف معیار آنها از نظر آماری به مقدار اسمی نزدیک است تقریباً معادل یک باشد و چنانچه مقدار انحراف معیار از مقدار اسمی فاصله داشته باشد مقدار درجه عضویت از عدد یک به سمت صفر میل کند. برای این منظور از تابع مشخصه عملکرد برای متغیر انحراف معیار استفاده می‌کنیم. بدین صورت که هر بار یک پنجره از مشاهدات با اندازه ۴ تا زمان t (شامل $x(t)$ ، $x(t-1)$ ، $x(t-2)$ و $x(t-3)$) در نظر گرفته شده و پس از محاسبه مقدار انحراف معیار آن، مقدار تابع مشخصه عملکرد محاسبه می‌گردد. این مجموعه فازی را مجموعه "کای-دو" می‌نامیم. این مجموعه فازی در شکل ۳ نمایش داده شده است. در یک فرایند با توزیع نرمال، چنانچه مقدار واریانس نمونه‌ای را با S^2 نشان دهیم، آماره $(n-1)S^2/\sigma^2$ توزیع مربع کای با $n-1$ درجه آزادی دارد به شرط اینکه σ^2 واریانس مشاهداتی باشد که S^2 را می‌سازند [۱۶]. اگر مقدار خطای نوع اول در تصمیم‌گیری جهت پذیرش پراکندگی مشاهدات برابر با α در نظر گرفته شود آنگاه وقتی که $\sigma = \sigma_0$ باشد (یعنی مقدار انحراف معیار مشاهدات برابر با مقدار اسمی باشد) خواهیم داشت:

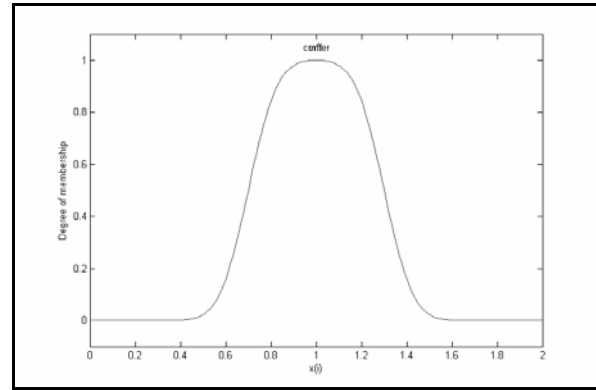
$$P\left\{\chi^2_{1-\alpha/2, n-1} \leq \frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} \leq \chi^2_{\alpha/2, n-1}\right\} = 1 - \alpha$$

در این رابطه، مقدار متناظر با احتمال تجمعی $(1-\alpha/2)$ از یک متغیر تصادفی با توزیع مربع کای و $n-1$ درجه آزادی است.



شکل ۳. تابع تعلق مجموعه فازی کای-دو، مربوط به متغیر

سوم ورودی سیستم فازی



شکل ۲. تابع تعلق مجموعه فازی مرکزیت، مربوط به متغیر اول ورودی سیستم فازی

منحنی OC یک نمودار کنترل X با انحراف معیار معلوم σ ، احتمال پذیرش فرض تحت کنترل بودن فرایند را در تصمیم‌گیری توسط نمودار کنترل نشان می‌دهد و با استفاده از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

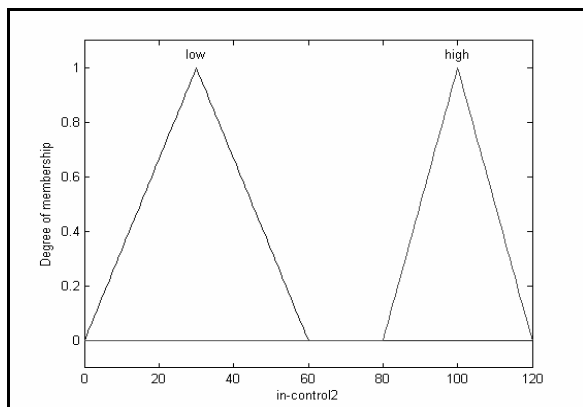
$$\begin{aligned} P_{in-control}(\mu_1 = \mu_0 + k\sigma) &= \\ \Phi\left[\frac{UCL_x - (\mu_0 + k\sigma)}{\sigma}\right] - \Phi\left[\frac{LCL_x - (\mu_0 + k\sigma)}{\sigma}\right] &= \\ = \Phi\left[\frac{\mu_0 + 3\sigma - (\mu_0 + k\sigma)}{\sigma}\right] - \Phi\left[\frac{\mu_0 - 3\sigma - (\mu_0 + k\sigma)}{\sigma}\right] &= \\ = \Phi(3-k) - \Phi(-3-k) \end{aligned}$$

در این رابطه فرض می‌شود متغیر تصادفی قطعی X در حالت تحت کنترل، از توزیع $N(\mu_0, \sigma^2)$ و در حالت خارج از کنترل از توزیع $N(\mu_1, \sigma^2)$ پیروی می‌کند. k میزان شیفت در میانگین را بر حسب انحراف معیار فرایند نشان می‌دهد. همچنین $\Phi(\bullet)$ بیانگر تابع توزیع تجمعی نرمال استاندارد است. همانطور که از شکل ۲ مشخص است مجموعه فازی مرکزیت در کشف تغییرات کوچک در میانگین فرایند چندان حساس نیست. متغیر ورودی دوم در سیستم فازی بمنظور شناسایی روندهای غیر تصادفی موجود در مشاهدات بکار گرفته شده است. این متغیر، جایگزینی مناسب برای انواع قوانین حساس‌سازی در نمودارهای کنترل شوهارت خواهد بود [۱۲].

مجموعه فازی مربوط به متغیر دوم را مجموعه "عدم همبستگی" می‌نامیم. درجه تعلق به این مجموعه فازی بر اساس میزان خودهمبستگی^۱ موجود در مشاهدات تعیین می‌شود. همانطور که باکس و جنکینز عنوان نموده‌اند میزان خودهمبستگی در یک مجموعه از مشاهدات، معیار مناسبی برای ارزیابی مقدار تصادفی بودن آنها می‌باشد [۱۵]. چنانچه یک مجموعه از مشاهدات تصادفی در اختیار باشد مقدار همبستگی به ازای کلیه تاخیرها، مقداری نزدیک به صفر خواهد بود. لذا مقدار خودهمبستگی موجود در مشاهدات فرایند می‌تواند بعنوان شاخصی مناسب جهت آزمون تصادفی بودن روند مشاهدات مورد استفاده واقع شود. بدین ترتیب بمنظور تعیین مقدار

^۱. autocorrelation

فازی (مجموعه‌های کم و زیاد) می‌باشد. این دو مجموعه در شکل ۵ نشان داده شده است.



شکل ۵. تابع تعلق متغیر خروجی دوم (in-control 2)

همانطور که اشاره شد سیستم فازی از شش قاعده /گر-آنگاه برخوردار است. این قواعد عبارتند از:

1. IF $(x(i) \text{ is center})$ and $(input2 \text{ is random})$ THEN $(in-control1 \text{ is high})$
2. IF $(x(i) \text{ is not center})$ and $(input2 \text{ is random})$ THEN $(in-control1 \text{ is medium})$
3. IF $(x(i) \text{ is center})$ and $(input2 \text{ is not random})$ THEN $(in-control1 \text{ is medium})$
4. IF $(x(i) \text{ is not center})$ and $(input2 \text{ is not random})$ THEN $(in-control1 \text{ is low})$
5. IF $(input3 \text{ is chi2})$ THEN $(in-control2 \text{ is high})$
6. IF $(input3 \text{ is not chi2})$ THEN $(in-control2 \text{ is low})$

ملاحظه می‌شود که قواعد ۵ و ۶ بطور مستقل از چهار قاعده اول به کنترل میزان پراکندگی مشاهدات اختصاص یافته است.

برای تعیین مقدار خروجی سیستم جهت تصمیم‌گیری درباره وضعیت فرایند، انجام عملیات غیر فازی سازی^۱ درمورد خروجی‌های سیستم ضروری است. عملیات استلزام^۲ در این سیستم فازی به کمک یک عملگر t-نرم انجام گرفته است و پس از تعیین درجه اجرا^۳ برای هر قاعده، مقدار خروجی بوسیله عملگر می‌نی‌مم تعیین می‌گردد. سپس عملیات ادغام^۴ بر روی خروجی قواعد شش‌گانه، بوسیله یک عملگر S-نرم انجام می‌شود که در این مقاله از عملگر ماکزیمم برای این منظور بهره گرفته شده است. پس از انجام عملیات ادغام، دو مجموعه فازی مربوط به هر یک از دو متغیر خروجی سیستم حاصل خواهد شد. عملیات غیر فازی سازی برای این دو مجموعه فازی بوسیله یکی از رایج‌ترین روش‌های غیر فازی سازی با عنوان روش مرکز ثقل^۵ انجام گرفته است.

حال فرض کنید که مقدار واقعی انحراف معیار مشاهدات برابر با σ_1 باشد. در این صورت $(n-1)S^2/\sigma_1^2$ توزیع مربع کای با $n-1$ درجه آزادی خواهد داشت و مقدار خطای نوع دوم از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$P \left\{ \chi_{1-\alpha/2, n-1}^2 \leq \frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} \leq \chi_{\alpha/2, n-1}^2 \right\} =$$

$$P \left\{ \frac{\chi_{1-\alpha/2, n-1}^2 \sigma_0^2}{n-1} \leq S^2 \leq \frac{\chi_{\alpha/2, n-1}^2 \sigma_0^2}{n-1} \right\} =$$

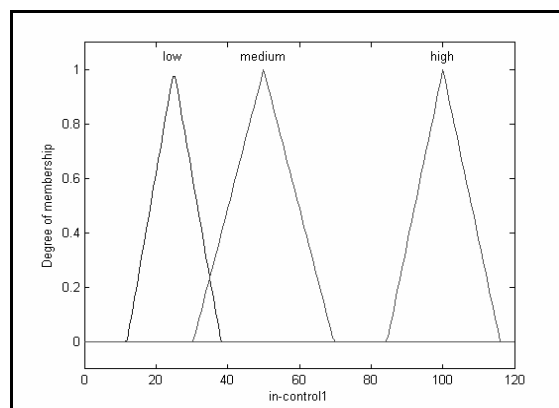
$$P \left\{ \chi_{1-\alpha/2, n-1}^2 \frac{\sigma_0^2}{\sigma_1^2} \leq \frac{(n-1)S^2}{\sigma_1^2} \leq \chi_{\alpha/2, n-1}^2 \frac{\sigma_0^2}{\sigma_1^2} \right\}$$

$$\lambda = \sigma_1 / \sigma_0 \quad P \left\{ \frac{\chi_{1-\alpha/2, n-1}^2}{\lambda^2} \leq \chi^2 \leq \frac{\chi_{\alpha/2, n-1}^2}{\lambda^2} \right\}$$

در رابطه فوق، نسبت σ_1/σ_0 ، با نماد λ نشان داده شده است. در این مقاله اندازه پنجره مشاهدات برابر با ۴ در نظر گرفته شده است و بنابراین مقدار درجه آزادی آماره مربع کای برابر با ۳ خواهد بود. هنگامیکه $\lambda = 1$ باشد مقدار درجه عضویت آن در مجموعه فازی کای-دو تقریباً برابر با یک (۰،۹۹۷۳) است.

سیستم فازی دارای دو متغیر خروجی است. متغیر خروجی اول، وضعیت مشاهدات را به لحاظ تحت کنترل بودن میانگین فرایند و برخورداری از روندهای غیر تصادفی مورد ارزیابی قرار می‌دهد و متغیر دوم بصورت مستقل برای کنترل پراکندگی فرایند مورد استفاده قرار می‌گیرد.

متغیر خروجی اول را تحت-کنترل ۱ و متغیر دوم را تحت-کنترل ۲ می‌نامیم. متغیر خروجی اول با اقتباس از مقاله تانوک در دامنه ۰ تا ۱۲۰ تعریف می‌گردد و از سه مجموعه فازی (مجموعه‌های کم، متوسط و زیاد) تشکیل شده است [۱۲]. شکل ۴ مجموعه‌های مذکور را نشان می‌دهد.



شکل ۴. تابع تعلق متغیر خروجی اول (in-control 1)

متغیر خروجی دوم که مقدار آن بیانگر وضعیت پراکندگی فرایند تحت بررسی است، در دامنه ۰ تا ۱۲۰ تعریف شده و متشکل از دو مجموعه

¹ defuzzification

² implication

³ degree of firing

⁴ aggregation

⁵ centroid method

جهت ارزیابی عملکرد سیستم فازی از شاخص ARL بهره‌گیری شد. بدین صورت که در پرپود شماره ۱۰۰، الگوی غیر عادی مورد نظر در یک فرایند تحت کنترل ایجاد گردیده است و متوسط تعداد نقاط لازم برای شناسایی وضعیت غیر عادی به کمک شبیه‌سازی محاسبه شده است. الگوهای غیر عادی مورد بررسی عبارتند از:

۱- شیفت در میانگین فرایند، ۲- شیفت در انحراف معیار فرایند، ۳- روند، ۴- سیکل، ۵- لایه بندی^۱، ۶- سیستماتیک و ۷- ترکیبی^۲ روابط ریاضی مربوط به این الگوها در پیوست مقاله موجود است. پیش از ارائه نتایج، لازم بذکر است که برای بررسی عملکرد سیستم فازی در هر مورد، متوسط طول دنباله پس از ۱۰۰ بار شبیه‌سازی بدست آمده است و در مورد نمودارهای کنترل $X-MR$ این میانگین پس از ۳۰۰ بار شبیه‌سازی محاسبه شده است.

۴-۱. شیفت در میانگین فرایند

شیفت در میانگین تنها موقعیت مشاهدات را در طول زمان جابجا می‌کند. بنابراین انتظار می‌رود متغیر ورودی اول در سیستم فازی در ارزیابی تغییر سطح در میانگین موثر واقع شود. بدلیل شباهت تابع عضویت این متغیر (در مجموعه فازی مرکزیت) با منحنی مشخصه عملکرد نمودار کنترل X ، از سیستم فازی انتظار داریم برای شناسایی تغییرات میانگین، مشابه نمودار X عمل نماید.

نتایج حاصل از شبیه‌سازی برای مقایسه عملکرد سیستم فازی و نمودارهای کنترل در جدول ۲ ارائه شده است.

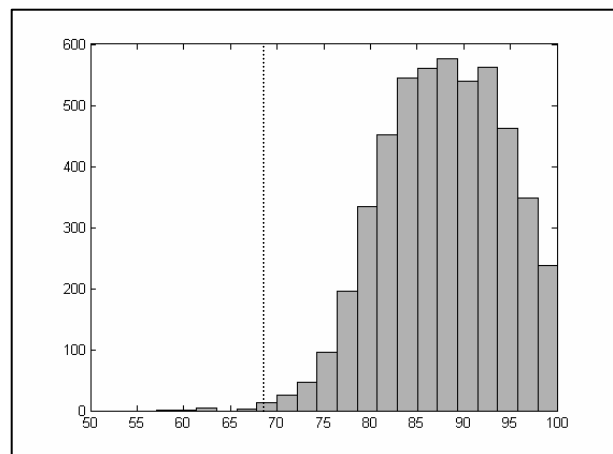
از آنجا که عملکرد روشهای مورد بررسی در مقابل تغییرات یکسان با علامت مثبت یا منفی، برابر است این جدول به ازای مقدار مطلق شیفت در میانگین تهیه شده است. در ستون دوم و سوم جدول ۲ مشاهده می‌شود هنگامیکه فرایند در شرایط تحت کنترل بسر می‌برد، سیستم فازی بطور متوسط پس از ۲۰۰ نقطه و نمودارهای $X-MR$ بطور متوسط پس از ۱۱۶ نقطه، به اشتباه وضعیت خارج از کنترل اعلام می‌کنند.

برای آنکه بتوانیم عملکرد این دو روش را دقیقاً مقایسه کنیم، لازمست ابتدا خطای نوع اول مربوط به هر دو روش مساوی باشند. به همین منظور ضریب حد بالای نمودار کنترل MR (ضریب D_4) را از مقدار ۲،۲۶۷ به مقدار ۳،۸۷ تغییر می‌دهیم. بدین ترتیب متوسط طول دنباله در حالت تحت کنترل از مقدار ۱۱۶ به ۲۰۲ افزایش می‌یابد. حال با مقایسه ستون دوم و ستون چهارم جدول می‌توان به این نتیجه رسید که قدرت روش فازی در تشخیص تغییرات کوچک از عملکرد نمودارهای ترکیبی برتر است و در تغییرات بزرگتر یا مساوی ۵،۱، قدرت هر دو روش تقریباً برابر می‌باشد. در ستون پنجم جدول مقادیر متوسط طول دنباله مربوط به نمودار X ثبت شده است.

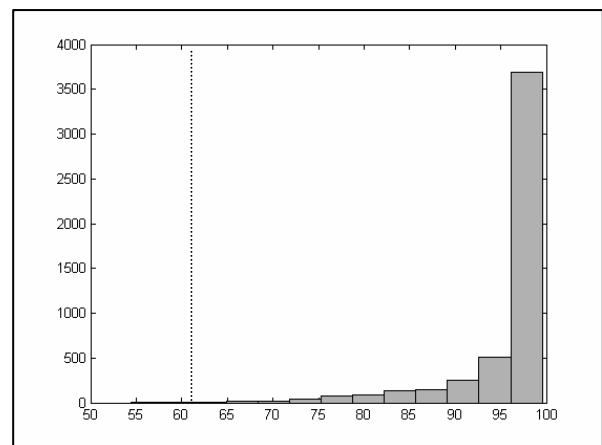
۴. ارزیابی عملکرد سیستم فازی

عملکرد سیستم فازی، از لحاظ توانایی در کشف وضعیت خارج از کنترل، ناشی از بروز شش الگوی غیر طبیعی به ترتیبی که توضیح خواهیم داد مورد ارزیابی واقع شد. البته بمنظور ارزیابی نتایج حاصل از سیستم فازی تعیین یک حد تصمیم‌گیری ضروری است.

برای تعیین این حد همانند نمودارهای شوهارت با در نظر گرفتن خطای نوع اول، حد تصمیم‌گیری را مشخص می‌کنیم. از سوی دیگر جهت مقایسه نتایج حاصل از سیستم فازی با نمودارهای کنترل مرسوم لازمست خطای نوع اول هر دو روش یکسان باشد. بدین ترتیب مقدار خطای نوع اول را مطابق معمول برابر با ۰،۰۰۲۷ که معادل حدود سه انحراف معیار برای نمودار X می‌باشد در نظر می‌گیریم. بدین ترتیب، با استفاده از شبیه‌سازی، حد تصمیم برای متغیر خروجی اول برابر با ۶۷،۱۱ بدست آمد و حد تصمیم متغیر خروجی دوم برابر با ۶۰،۱۱ شد. هرگاه هر دو مولفه بردار خروجی سیستم، مقداری بیش از این دو حد داشته باشند فرایند در وضعیت تحت کنترل به سر می‌برد. شکل مربوط به توزیع مقادیر متغیرهای خروجی در وضعیت تحت کنترل، در شکل ۶ و ۷ نمایش داده شده است. حدود تصمیم بصورت نقطه چین در شکل نمایش داده شده‌اند.



شکل ۶. توزیع فراوانی متغیر خروجی $in_control1$



شکل ۷. توزیع فراوانی متغیر خروجی $in_control2$

¹ stratification
² mixture

۴-۲. شیفت در پراکندگی فرایند

قادر به شناسایی کاهش در پراکندگی فرایند نیست در حالیکه سیستم فازی با عملکردی نسبتاً مناسب این کار را انجام می‌دهد.

نتایج حاصل از بررسی عملکرد روش فازی در مقابل نمودارهای کنترل در جدول ۳ ثبت شده است. همانطور که ملاحظه می‌شود نمودار MR

جدول ۲. مقایسه قدرت سیستم فازی با نمودارهای شوهارت برای تشخیص تغییر در میانگین فرایند بر اساس ARL

| نمودار X | X-MR (پس از اصلاح خطای نوع اول) | X-MR | سیستم فازی | تغییر میانگین بر حسب انحراف معیار فرایند |
|----------|---------------------------------|----------|------------|--|
| 1.1886 | 1.1734 | 1.1650 | 1.2224 | 4 |
| 2.0000 | 2.0733 | 1.9634 | 2.1577 | 3 |
| 6.3030 | 6.2133 | 6.2450 | 6.6190 | 2 |
| 14.9677 | 15.0600 | 16.4815 | 15.6635 | 1.5 |
| 43.8948 | 50.9835 | 42.9620 | 42.7635 | 1 |
| 81.2158 | 88.5375 | 65.7800 | 69.9335 | 0.75 |
| 155.2228 | 139.7100 | 89.3255 | 108.5445 | 0.5 |
| 370.3794 | 202.9300 | 116.1200 | 200.0000 | 0 |

جدول ۳. مقایسه قدرت سیستم فازی با نمودارهای شوهارت برای تشخیص تغییر در پراکندگی فرایند بر حسب ARL

| X-MR (پس از اصلاح خطای نوع اول) | X-MR | سیستم فازی | نسبت تغییر انحراف معیار فرایند |
|---------------------------------|----------|------------|--------------------------------|
| - | - | 1.0004 | 0.01 |
| - | - | 1.0020 | 0.05 |
| - | - | 1.3249 | 0.1 |
| - | - | 8.9127 | 0.25 |
| - | - | 66.6670 | 0.5 |
| 487.7200 | 349.2300 | 172.4100 | 0.75 |
| 188.7300 | 116.8700 | 200.5700 | 1 |
| 55.6630 | 28.2000 | 37.8790 | 1.25 |
| 18.9400 | 12.0370 | 12.3760 | 1.5 |
| 10.0000 | 7.7700 | 5.9032 | 1.75 |
| 6.7467 | 5.8400 | 3.6206 | 2 |
| 4.5033 | 3.9300 | 2.7012 | 2.25 |
| 3.7067 | 3.4000 | 2.0259 | 2.5 |

به الگوی روند با دو پارامتر "اغتشاش" و "شیب" مواجه هستیم. چنانچه شیب روند کم باشد، ARL برای نمودار کنترل شوهارت مقدار بزرگی خواهد بود. برای مثال یک الگوی روند با شیب ۰،۰۰۲ انحراف معیار را در نظر بگیرید که مقدار انحراف معیار عامل اغتشاش در آن برابر با انحراف معیار فرایند باشد. در شکل ۸ نمودارهای $X-MR$ مربوط به این الگو ارائه شده است. الگوی روند در پیرو ۱۰۰ در یک فرایند تحت کنترل ایجاد گردیده است. نمودار MR در پیرو ۱۸۰ موفق به تشخیص وضعیت غیر تصادفی شده است. حال نحوه عملکرد سیستم فازی را در مواجهه با این الگو بررسی می‌کنیم. در شکل ۹ ابتدا متغیرهای ورودی سیستم فازی شامل مقدار مشاهده $X(t)$ ، مقدار خودهمبستگی با تاخیر یک و مقدار انحراف معیار پنجره‌ای به طول چهار از آخرین مشاهدات ارائه گردیده است.

همانطور که مشاهده می‌شود تغییر در مقدار متغیر ورودی دوم، عامل شناسایی الگوی روند محسوب می‌شود. در شکل ۱۰ نمودار خروجی‌های سیستم فازی مشاهده می‌شود. متغیر خروجی اول در اثر وجود خودهمبستگی بین مشاهدات توانسته است وضعیت

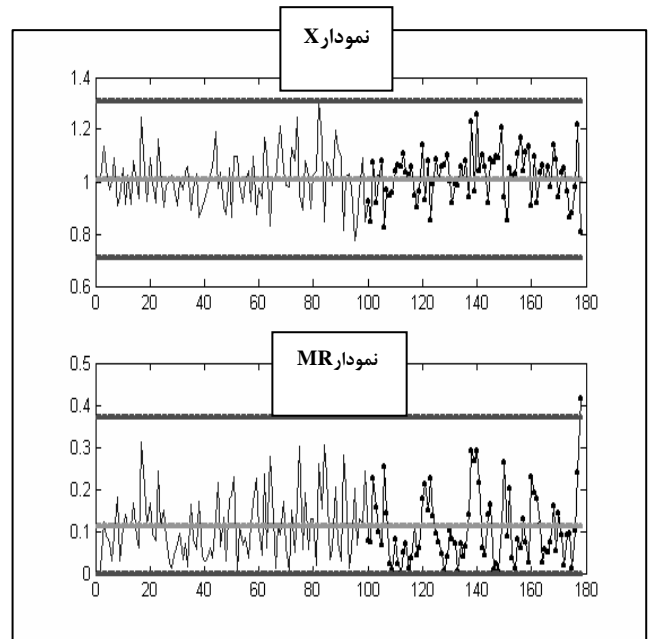
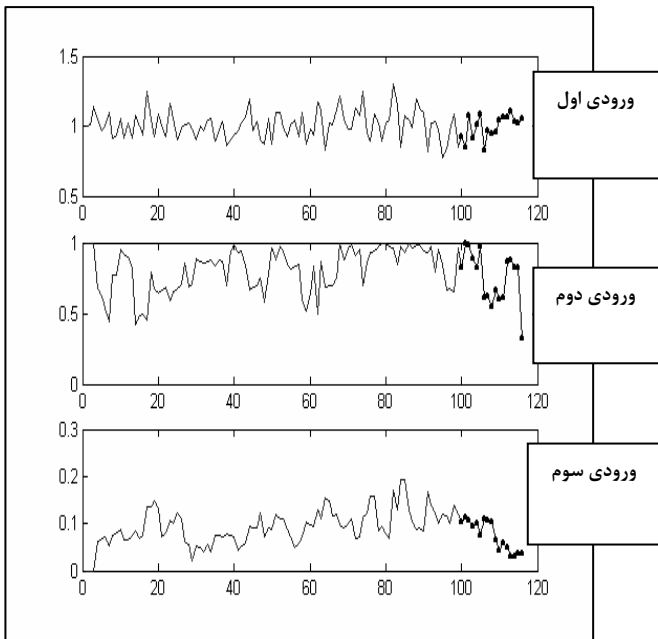
همانطور که در سطر مربوط به عدد ۱ ملاحظه می‌شود، ARL در حالت تحت کنترل برای سیستم فازی برابر با ۲۰۰ است. در مورد نمودارهای کنترل $X-MR$ مقدار ARL هنگامیکه مقدار ضریب حد بالای نمودار کنترل یعنی D_4 برابر با ۳،۲۶۷ می‌باشد تقریباً برابر با ۱۱۶ پیرو می‌باشد. پس از اصلاح ضریب مذکور، جهت یکسان سازی مقدار خطای نوع اول، که نتایج آن در ستون چهارم جدول قابل مشاهده است. برتری سیستم فازی در شناسایی تغییرات انحراف معیار در تمامی موارد مشهود است. در ستونهای سوم و چهارم در مواردیکه روش شوهارت قادر به تشخیص نیست خط کوچکی ترسیم شده است.

۴-۳. الگوی روند

وجود این الگو، بیانگر یک روند خطی در تغییر میانگین فرایند، در یک جهت معین است. روندها معمولاً در اثر سایش یا فرسودگی تدریجی یک ابزار یا یک مولفه بحرانی دیگر فرایند بوجود می‌آیند. در فرایندهای شیمیایی روندها اغلب در اثر ته نشین شدن یا جدا شدن اجزاء یک ترکیب بوجود می‌آیند [۱]. در رابطه ریاضی مربوط

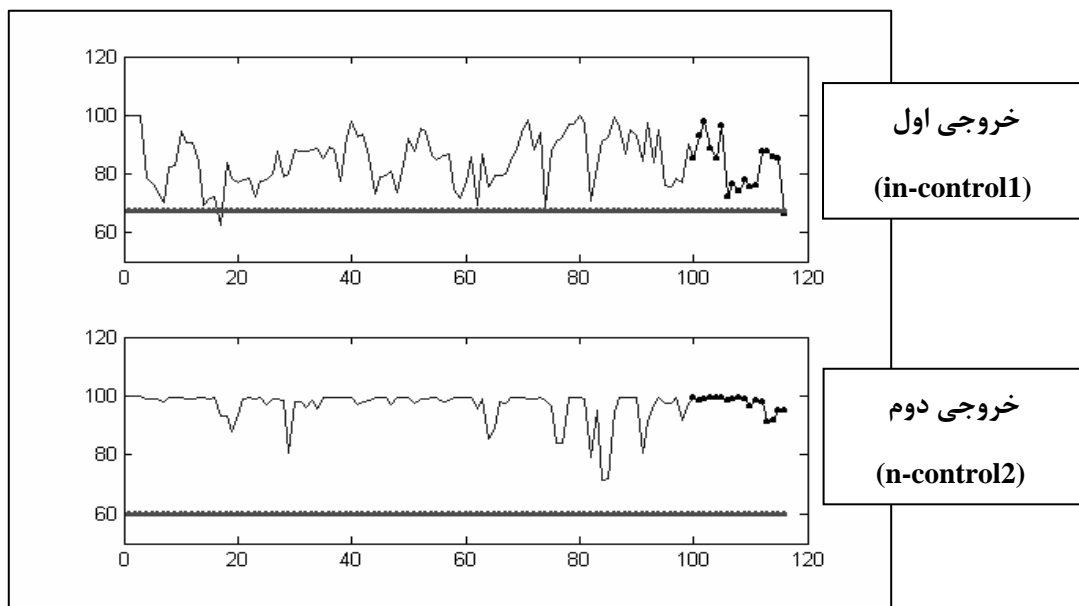
در این جدول الگوهایی مورد مطالعه واقع شده‌اند که توسط حدود کنترل نمودارهای شوهارت براحتی قابل تشخیص نیست و نیاز به استفاده از روشهای دیگر همچون قوانین حساس سازی وجود دارد. مطلب دیگری که باید خاطر نشان ساخت آنست که چون روش فازی نسبت به کاهش پراکندگی مشاهدات از حساسیت قابل توجهی برخوردارست بنابراین هر چقدر انحراف معیار اغتشاش کمتر باشد انتظار داریم متغیر خروجی دوم نیز در تشخیص الگوی غیر تصادفی موثر باشد.

غیرعادی را قبل از پیود ۱۲۰ شناسایی کند. در نمودارهای مربوطه حد تصمیم مرتبط با هر یک از متغیرهای خروجی نیز نشان داده شده است. در جدول ۴ به ازای مقادیر مختلف عامل اغتشاش و شیب روند خطی به مقایسه عملکرد سیستم فازی و نمودارهای شوهارت پرداخته شده است. ملاحظه می‌شود که در تمامی موارد، سیستم فازی نسبت به نمودارهای شوهارت دارای برتری است. می‌توان اینگونه نتیجه‌گیری نمود که هر چه مقدار عامل اغتشاش کمتر باشد قدرت روش فازی در شناسایی وضعیت غیر تصادفی بهبود می‌یابد.



شکل ۹. متغیرهای ورودی سیستم فازی در مواجهه با الگوی روند خطی

شکل ۸. وضعیت نمودارهای کنترل در مواجهه با الگوی روند خطی



شکل ۱۰. وضعیت متغیرهای خروجی سیستم فازی هنگامیکه یک روند خطی در فرایند رخ داده است.

جدول ۴. مقایسه توان روش فازی با نمودارهای شوهارت برای تشخیص الگوی روند

| روش فازی | | انحراف معیار اغتشاش | | | |
|---------------|------|---------------------|--------|--------|--------|
| | | 0.5 | 0.3 | 0.2 | 0.1 |
| شیب روند | 0.35 | 6.835 | 7.035 | 6.965 | 7.085 |
| | 0.25 | 8.965 | 8.915 | 8.96 | 9.36 |
| | 0.2 | 10.765 | 10.345 | 10.41 | 11.39 |
| | 0.1 | 17.175 | 14.76 | 10.745 | 5.44 |
| نمودار شوهارت | | انحراف معیار اغتشاش | | | |
| | | 0.5 | 0.3 | 0.2 | 0.1 |
| شیب روند | 0.35 | 8.38 | 8.795 | 8.725 | 8.745 |
| | 0.25 | 11.305 | 11.765 | 12.03 | 12.21 |
| | 0.2 | 13.7 | 14.505 | 15.015 | 15.275 |
| | 0.1 | 25.03 | 27.675 | 28.81 | 29.48 |

جدول ۵. ارزیابی نرخ تشخیص نمودارهای شوهارت

در کشف الگوی سیکل از ۳۰۰ بار تکرار

| الگوی سیکل با پریود ۱۰ | | انحراف معیار اغتشاش | | | |
|---------------------------|------|---------------------|-----|-----|-----|
| | | 0.5 | 0.3 | 0.2 | 0.1 |
| دامنه نوسان | 1 | 17 | 1 | 6 | 7 |
| | 1.25 | 47 | 2 | 4 | 4 |
| | 1.5 | 103 | 10 | 8 | 7 |
| | 1.75 | 198 | 27 | 4 | 6 |
| | 2 | 247 | 75 | 15 | 5 |

با توجه به جدول فوق براساس مقادیر مختلف انحراف معیار اغتشاش و دامنه نوسان الگوی سیکل، مقایسه‌ای بین سیستم فازی و نمودارهای شوهارت صورت گرفت که نتایج در جدول ۶ ثبت شده است. البته در این جدول در مواردی که نرخ تشخیص نمودارهای شوهارت کمتر از ۱۰ می‌باشد عددی ثبت نشده است چرا که اعتقاد داریم در این موارد حدود کنترل نمودارهای شوهارت از توانایی کشف وضعیت غیر عادی برخوردار نیستند. با توجه به مقادیر جدول اینگونه برداشت می‌شود که روش فازی در کشف وضعیت غیر عادی حاصل از وجود یک الگوی سیکل بسیار حساستر است.

۴-۵. الگوی سیستماتیک

گاهی اوقات مشاهدات بصورتی قابل پیش بینی بصورت متناوب به سمت بالا و پایین حرکت می‌کنند. وجود این الگو روی نمودار X ممکن است به علت تغییرات سیستماتیک محیطی نظیر درجه حرارت، خستگی اپراتور، جابجایی مستمر اپراتورها یا دستگاهها، نوسانات در ولتاژ یا فشار و یا متغیر دیگری که مربوط به ماشین آلات تولید می‌شود بوجود آید.

۴-۴. الگوی سیکل

گاهی اوقات روندهای سیکلی بر روی نمودارهای کنترل مشاهده می‌شود. الگوی سیکل یکسری از نقاط را نشان می‌دهد که یک روند سینوسی شکل را دنبال می‌کنند و به صورت متناوب، به سمت بالا و پایین حرکت می‌کنند.

در رابطه ریاضی الگوی سیکل، سه پارامتر "دامنه نوسان"، "دوره تناوب" و اغتشاش وجود دارد. برای مثال، شکل ۱۱ نمودارهای کنترل شوهارت را در مواجهه با یک الگوی سیکل که دوره تناوب آن برابر با ۱۰ و دامنه نوسان آن برابر با ۰.۱، انحراف معیار است نشان می‌دهد. این الگوی غیر عادی در پریود ۱۰۰ در یک فرایند تحت کنترل ایجاد گردیده است و توسط نمودار MR در پریود ۱۹۰ کشف شده است.

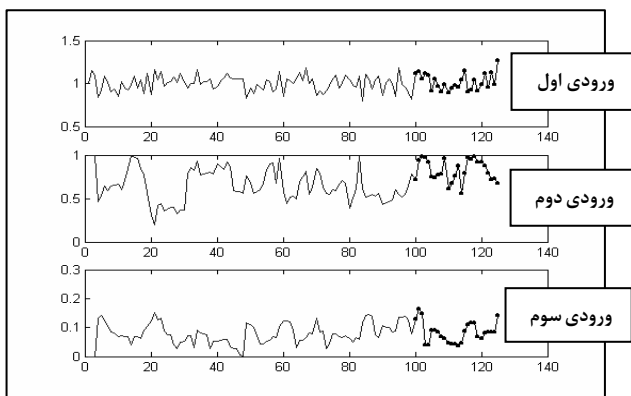
در شکل ۱۲ متغیرهای ورودی سیستم فازی هنگام مواجهه با این الگو نشان داده شده است. سیستم فازی این الگو را حدوداً پس از ۳۰ پریود شناسایی نموده است. متغیر ورودی دوم که همان تابع تعلق مجموعه فازی عدم همبستگی را نشان می‌دهد از یک روند نزولی برخوردار می‌باشد و همین موضوع عامل شناسایی وضعیت غیر تصادفی محسوب می‌شود.

نمودار متغیرهای خروجی سیستم فازی در شکل ۱۳ نمایش داده شده است. مطلب قابل توجه آنست که اگر دامنه نوسان کم باشد ممکن است نمودارهای شوهارت بوسیله حدود کنترل اصلاً قادر به شناسایی وضعیت غیرعادی نباشند. با توجه به این مطلب پس از ۳۰۰ بار شبیه‌سازی تعداد دفعاتی که نمودارهای شوهارت توانسته‌اند الگوی سیکل را شناسایی کنند تحت عنوان نرخ تشخیص در جدول ۵ ارایه می‌شود.

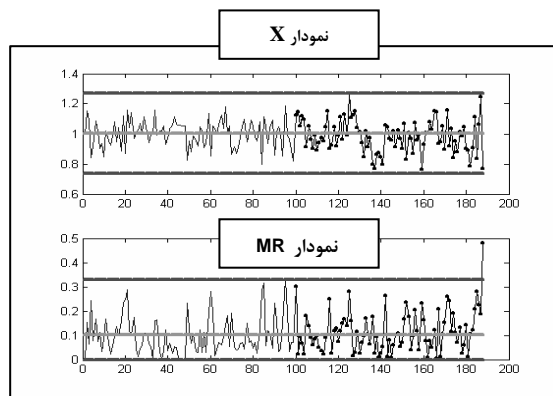
^۱ amplitude

جدول ۶. مقایسه قدرت سیستم فازی با نمودارهای شوهارت برای تشخیص الگوی سیکل

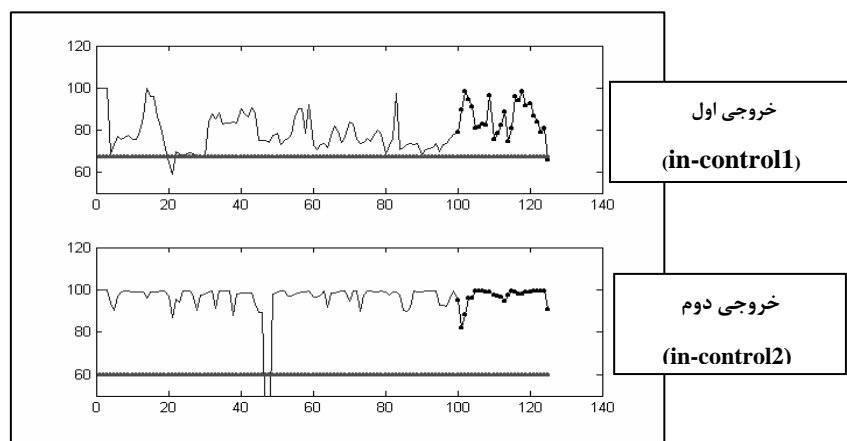
| روش فازی | | انحراف معیار اغتشاش | | | |
|---------------|------|---------------------|--------|--------|-------|
| | | 0.5 | 0.3 | 0.2 | 0.1 |
| دامنه نوسان | 1 | 59.12 | 31.55 | 27.52 | 31.94 |
| | 1.25 | 36.32 | 30.23 | 28.5 | 30.99 |
| | 1.5 | 27.34 | 25.53 | 27.62 | 28.95 |
| | 1.75 | 22.32 | 23.3 | 24.52 | 24.52 |
| | 2 | 15.28 | 16.99 | 18.91 | 20.59 |
| نمودار شوهارت | | انحراف معیار اغتشاش | | | |
| | | 0.5 | 0.3 | 0.2 | 0.1 |
| دامنه نوسان | 1 | 210.41 | - | - | - |
| | 1.25 | 212.53 | - | - | - |
| | 1.5 | 165.77 | 68.2 | - | - |
| | 1.75 | 136.64 | 157.26 | - | - |
| | 2 | 110.13 | 156.4 | 108.07 | - |



شکل ۱۲. متغیرهای ورودی سیستم فازی در مواجهه با الگوی سیکل



شکل ۱۱. وضعیت نمودارهای کنترل در مواجهه با الگوی سیکل



شکل ۱۳. وضعیت متغیرهای خروجی سیستم فازی هنگامیکه الگوی سیکل در فرایند رخ داده است.

در جدول ۷ تعداد دفعاتی که نمودارهای شوهارت توانسته‌اند از ۳۰۰ بار تکرار، وضعیت غیر عادی را کشف کنند آرایه می‌شود. در جدول ۸ نتایج مقایسه عملکرد سیستم فازی و نمودارهای شوهارت مشاهده می‌شود.

در رابطه ریاضی الگوی سیستماتیک با دو پارامتر اغتشاش و بزرگی الگوی سیستماتیک^۱ مواجه هستیم. با توجه به اینکه نرخ تشخیص نمودارهای شوهارت به بزرگی الگوی سیستماتیک بستگی دارد ابتدا

^۱ magnitude of systematic pattern

عیر تصادفی حاصل از الگوهای غیر عادی بهبود می‌بخشد و این مطلب را شاید بتوان مهمترین تفاوت این دو روش به شمار آورد.

۴-۶. الگوی لایه بندی

این الگو نشان‌دهنده متمرکز شدن نقاط بصورت مصنوعی در اطراف خط مرکز نمودار کنترل می‌باشد. وجود این الگو حاکی از فقدان تغییرپذیری طبیعی در روند مشاهده شده است.

این الگو بطور کلی در مورد نمودار کنترل میانگین بوقوع می‌پیوندد چرا که یکی از دلایل بالقوه پدید آمدن چنین الگویی آنست که محصولاتی که نمونه را تشکیل می‌دهند از چند توزیع مختلف تولید شده‌اند و بالطبع مقدار میانگین مشاهدات، از مقداری حول و حوش خط مرکز نمودار کنترل \bar{X} برخوردار خواهد بود. با این وجود صرفاً بمنظور ارزیابی عملکرد سیستم فازی در کشف وضعیت غیر عادی یک فرایند، این الگو را برای نمودار مشاهدات انفرادی نیز مورد بررسی قرار می‌دهیم.

ویژگی بارز این الگو کاهش پراکندگی نقاط ترسیم شده در اطراف خط مرکز نمودار می‌باشد و بهمین سبب انتظار داریم سیستم فازی با برخورداری از حساسیت نسبتاً بالا به کاهش پراکندگی براحتی قادر به کشف وضعیت غیر تصادفی باشد. در رابطه ریاضی الگوی لایه‌بندی با دو پارامتر اغتشاش و مقدار انحراف از میانگین مواجه می‌شویم. نرخ تشخیص نمودارهای شوهارت در ۳۰۰ بار تکرار در قالب جدول ۹ ارائه شده است. با توجه به توانایی اندک نمودارهای شوهارت در تشخیص این الگو، در جدول ۱۰ مقایسه‌ای بین توانایی سیستم فازی و روش شوهارت در کشف وضعیت غیر تصادفی به عمل آمده است.

جدول ۷. ارزیابی نرخ تشخیص نمودارهای شوهارت در کشف وضعیت غیر تصادفی در ۳۰۰ بار تکرار

| الگوی سیستماتیک | انحراف معیار اغتشاش | | | | |
|-----------------------|---------------------|-----|-----|-----|-----|
| | 0.5 | 0.3 | 0.2 | 0.1 | |
| بزرگی الگوی سیستماتیک | 0.5 | 44 | 5 | 4 | 6 |
| | 0.75 | 149 | 9 | 6 | 8 |
| | 1 | 275 | 44 | 8 | 3 |
| | 1.25 | 298 | 199 | 64 | 11 |
| | 1.5 | 300 | 286 | 221 | 91 |
| | 1.75 | 300 | 300 | 295 | 251 |
| | 2 | 300 | 300 | 300 | 294 |

در جدول فوق نتایج نمودارهای X و MR برای مواردی که نرخ تشخیص آنها بیشتر از ۱۰ می‌باشد نمایش داده شده است بدین معنا که در سایر موارد روش شوهارت بوسیله حدود کنترل از توانایی شناسایی وضعیت غیر تصادفی برخوردار نیست. با توجه به جدول متوجه می‌شویم که در اغلب موارد روش فازی عملکردی فراتر از نمودارهای شوهارت نشان می‌دهد. اما هنگامیکه بزرگی الگوی سیستماتیک مقداری بزرگتر یا مساوی ۱،۵ باشد در برخی موارد نمودار شوهارت دارای برتری می‌باشد. برای نمونه در سطر مربوط به عدد ۲ به ازای کلیه مقادیر عامل اغتشاش، نمودارهای شوهارت دارای متوسط طول دنباله کمتری هستند. نکته قابل توجهی که از مقایسه نتایج مربوط به سیستم فازی و نمودارهای شوهارت بطور کلی در زمینه کشف هر یک از الگوهای غیر تصادفی به نظر می‌رسد آنست که افزایش انحراف معیار اغتشاش سبب کاهش توانایی روش فازی جهت شناسایی وضعیت غیر عادی خواهد شد که این موضوع بدلیل مشکل بودن محاسبه میزان خود همبستگی برای داده‌های مغشوش^۱ ناشی می‌شود در حالیکه افزایش عامل اغتشاش توانایی نمودارهای شوهارت را برای شناسایی وضعیت

جدول ۸. مقایسه قدرت روش فازی با نمودارهای شوهارت برای تشخیص الگوی سیستماتیک

| روش فازی | | انحراف معیار اغتشاش | | | |
|-----------------------|------|---------------------|--------|--------|--------|
| | | 0.5 | 0.3 | 0.2 | 0.1 |
| بزرگی الگوی سیستماتیک | 0.5 | 74.18 | 37.63 | 34.38 | 33.62 |
| | 0.75 | 35.96 | 31.55 | 30.29 | 29.1 |
| | 1 | 25.75 | 26.05 | 24.55 | 24.49 |
| | 1.25 | 18.48 | 19.84 | 19.63 | 20.07 |
| | 1.5 | 13.18 | 14.71 | 15.16 | 16.22 |
| | 1.75 | 7.74 | 10.27 | 11.21 | 11.99 |
| | 2 | 4.67 | 5.75 | 6.56 | 8.4 |
| نمودار شوهارت | | انحراف معیار اغتشاش | | | |
| | | 0.5 | 0.3 | 0.2 | 0.1 |
| بزرگی الگوی سیستماتیک | 0.5 | 192.27 | - | - | - |
| | 0.75 | 173.52 | - | - | - |
| | 1 | 86.38 | 188.95 | - | - |
| | 1.25 | 39.67 | 129.11 | 132.11 | 186.64 |
| | 1.5 | 10.08 | 39.55 | 65.90 | 71.18 |
| | 1.75 | 4.09 | 7.38 | 16.89 | 25.37 |
| | 2 | 2.90 | 2.76 | 3.37 | 4.27 |

¹ noisy data

جدول ۱۱. ارزیابی نرخ تشخیص نمودارهای شوهارت در کشف وضعیت غیر تصادفی از ۳۰۰ بار تکرار

| الگوی ترکیبی | انحراف معیار اغتشاش | | | | |
|-------------------|---------------------|-----|-----|-----|-----|
| | 0.5 | 0.3 | 0.2 | 0.1 | |
| بزرگی روند ترکیبی | 0.5 | 22 | 3 | 3 | 5 |
| | 0.75 | 99 | 3 | 2 | 7 |
| | 1 | 245 | 36 | 10 | 2 |
| | 1.5 | 300 | 285 | 188 | 88 |
| | 2 | 300 | 300 | 300 | 299 |
| | 2.5 | 300 | 300 | 300 | 300 |

جدول ۱۲. مقایسه قدرت روش فازی با نمودارهای شوهارت برای تشخیص الگوی ترکیبی

| روش فازی | انحراف معیار اغتشاش | | | | |
|-------------------|---------------------|--------|--------|-------|-------|
| | 0.5 | 0.3 | 0.2 | 0.1 | |
| بزرگی روند ترکیبی | 0.5 | 204.46 | 86.08 | 39.26 | 13.36 |
| | 0.75 | 339.09 | 116.7 | 45.41 | 14.02 |
| | 1 | 345.69 | 118.1 | 52.59 | 13.65 |
| | 1.5 | 151.22 | 116.28 | 48.35 | 13.91 |
| | 2 | 9.5 | 15.41 | 14.89 | 12.76 |
| | 2.5 | 2.42 | 2.57 | 2.79 | 2.52 |
| نمودار شوهارت | انحراف معیار اغتشاش | | | | |
| | 0.5 | 0.3 | 0.2 | 0.1 | |
| بزرگی روند ترکیبی | 0.5 | 198.59 | - | - | - |
| | 0.75 | 171.26 | - | - | - |
| | 1 | 134.71 | 148.92 | - | - |
| | 1.5 | 19.14 | 52.84 | 68.64 | 61.81 |
| | 2 | 4.43 | 4.07 | 5.06 | 7.17 |
| | 2.5 | 2.31 | 2.48 | 2.62 | 2.80 |

روند ترکیبی جزء الگوهای پیچیده محسوب می‌شود که بر خلاف سایر الگوها، شناسایی آن با مشاهده روند نقاط بر روی نمودار براحتی امکان پذیر نمی‌باشد. نرخ تشخیص نمودارهای کنترل شوهارت در جدول ۱۱ آرایه شده است. بار دیگر بر این موضوع تاکید می‌شود که افزایش پراکندگی عامل اغتشاش سبب بهبود قدرت تشخیص نمودارهای کنترلی شوهارت می‌شود و در مقابل عملکرد سیستم فازی را مختل می‌سازد.

در جدول ۱۲ به مقایسه مابین دو روش مذکور پرداخته می‌شود. به غیر از مواردیکه در مورد نمودارهای شوهارت قادر به کشف وضعیت غیر تصادفی ناشی از روند ترکیبی نمی‌باشیم، شاید با نگاه اول نمودارهای کنترل بر سیستم فازی برتر بنظر برسد. بویژه با افزایش اغتشاش در روند، این برتری بطور محسوس جلب توجه می‌کند. از سوی دیگر بویژه در مواردی که بزرگی روند ترکیبی بزرگتر مساوی

جدول ۹. ارزیابی نرخ تشخیص نمودارهای شوهارت در کشف وضعیت غیر تصادفی از ۳۰۰ بار تکرار

| الگوی لایه بندی | انحراف معیار اغتشاش | | | |
|-------------------|---------------------|------|-----|----|
| | 0.2 | 0.15 | 0.1 | |
| بزرگی روند ترکیبی | -0.2 | 43 | 31 | 15 |
| | -0.1 | 4 | 3 | 6 |
| | 0.1 | 6 | 8 | 2 |
| | 0.2 | 50 | 35 | 19 |

جدول ۱۰. مقایسه قدرت روش فازی با نمودارهای شوهارت برای تشخیص الگوی لایه بندی

| روش فازی | انحراف معیار اغتشاش | | | |
|-------------------|---------------------|--------|-------|-------|
| | 0.2 | 0.15 | 0.1 | |
| بزرگی روند ترکیبی | -0.2 | 6.56 | 5.12 | 3.36 |
| | -0.1 | 9.36 | 5.59 | 3.16 |
| | 0.1 | 9.07 | 5.79 | 3.47 |
| | 0.2 | 6.76 | 5.45 | 3.53 |
| نمودار شوهارت | انحراف معیار اغتشاش | | | |
| | 0.2 | 0.15 | 0.1 | |
| بزرگی روند ترکیبی | -0.2 | 98.37 | 46.03 | 21.27 |
| | -0.1 | - | - | - |
| | 0.1 | - | - | - |
| | 0.2 | 101.54 | 66.20 | 23.47 |

البته در جدول فوق، همانند قبل تنها مواردی از نمودار شوهارت که نرخ تشخیص بیشتر از ۱۰ بار بوده است پر شده‌اند. برتری روش فازی که عمدتاً دلیل وجود متغیر ورودی انحراف معیار ناشی می‌شود واضح است.

۴-۷. الگوی ترکیبی

از نشانه‌های روند ترکیبی، رسم نقاط نزدیک به حدود کنترل و یا حتی کمی هم بالاتر از آنها و متمرکز شدن تعداد کمی از نقاط در نزدیکی خط مرکز است. یک روند ترکیبی معمولاً زمانی ایجاد می‌شود که خروجی فرایند بر اساس دو یا بیش از دو توزیع احتمال تولید شده باشد. شدت روند ترکیبی بستگی به میزان تداخل توزیعها دارد. در بعضی مواقع روندهای ترکیبی به علت کنترل بیش از حد اپراتورها و تنظیم های مکرر فرایند توسط آنها که نهایتاً منجر به عکس العمل نشان دادن آنها نسبت به تغییرات تصادفی بجای علل سیستماتیک می‌گردد در نمودارهای کنترل پدیدار می‌شوند [۱]. رابطه ریاضی برای تولید چنین روندی شامل پارامترهای متعددی می‌باشد که علاوه بر عامل اغتشاش دو پارامتر اصلی یکی بزرگی روند ترکیبی و دیگری احتمال از پیش تعیین شده برای تعویض ما بین توزیعها می‌باشد.

غیر مستقیم^۳ نیز موثر باشد. استفاده موفقیت آمیز شبکه‌های عصبی مصنوعی در این زمینه ما را برای بکارگیری یک رویکرد غیر مستقیم جهت استخراج قواعد مورد نیاز برای استنتاج فازی ترغیب می‌کند. همچنین بررسی نیرومندی سیستم فازی نسبت به تغییر فرضیات اولیه درباره شرایط فرایند، همچون فرض نرمال بودن توزیع آماری مشاهدات از دیگر زمینه‌های مورد علاقه نویسندگان مقاله است. مطالعه مراجعی همچون کوتز و جانسون، بارور و همکاران و ویلمان و رانگر برای این منظور راهگشا خواهد بود [۱۷، ۱۸ و ۱۹].

تقدیر و تشکر

نویسندگان مقاله لازم می‌دانند از نظرات و راهنمایی‌های ارزشمند داوران محترم که در راستای اصلاح محتوای مقاله بسیار موثر بوده‌اند صمیمانه تشکر نمایند.

مراجع

- [۱] نورالسنا، رسول، «مقدمه‌ای بر کنترل کیفیت آماری»، انتشارات دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ۱۳۸۳.
- [2] Hwang, H.B., & Hubele, N.F., "Back Propagation Pattern Recognizers For \bar{X} Control Chart: Methodology And Performance", Computers and Industrial Engineering, Vol. 24, 1993, PP. 219-235.
- [3] Smith, A.E., " \bar{X} And R Control Chart Interpretation Using Neural Computing", International Journal of Production Research, 1994.
- [4] Hassan, A., Baksh, M.S.N., Shaharoun, A.M., & Jamaluddin, H., "Improved SPC Chart Pattern Recognition Using Statistical Features", International Journal of Production Research, Vol. 41, No. 7, 2003, PP. 1587-1603.
- [5] Al-Assaf, Y., "Recognition of Control Chart Patterns Using Multi-Resolution Wavelets Analysis And Neural Networks", Computers and Industrial Engineering, Vol. 47, 2004, PP. 17-29.
- [6] Wang, J., & Raz, T., "On The Construction of Control Charts Using Linguistic Variables", International Journal of Production Research, Vol. 28, No. 3, 1990, PP. 477-487.
- [7] Kanagawa, A., Tamaki, F., & Ohta, H., "Control Charts For Process Average And Variability Based on Linguistic Data", International Journal of Production Research, Vol. 31, No. 4, 1993, PP. 913-922.
- [8] Franceschini, F., & Romano, D., "Control Chart For Linguistic Variables: a Method Based on The Use of linguistic quantifiers", International Journal of Production Research, Vol. 37, No. 16, 1999, PP. 3791-3801.

مقدار ۱،۵ می‌باشد در اغلب موارد، متوسط طول دنباله برای نمودارهای کنترل از مقدار متناظر در سیستم فازی کوچکتر است.

۵. نتیجه گیری

نمودارهای شوهارت برای کنترل میانگین و پراکندگی مشاهدات انفرادی که با عنوان نمودارهای X و MR معروف هستند، بعلت وجود مشکلات نمودار دامنه متحرک که عمدتاً بدلیل وجود خودهمبستگی مابین نقاط در این نمودار ناشی می‌شود در مقایسه با نمودار X عملکرد ضعیفی از خود بروز می‌دهند. خطای نوع اول، هنگام استفاده همزمان از این دو نمودار بطور قابل توجهی بالا بوده و ARL در حالت تحت کنترل حدوداً ثلث مقدار متناظر برای نمودار X می‌باشد. از سوی دیگر شناسایی کاهش در پراکندگی فرایند، بوسیله حدود کنترل از عهده نمودار MR خارج است. همچنین مجموعه‌ای از روندهای غیر تصادفی وجود دارد که به کمک حدود کنترل قابل تشخیص نمی‌باشد. بهمین منظور قوانین حساس سازی و قوانین منطقه‌ای به نمودارهای کنترل اضافه می‌شود که میزان خطای نوع اول این نمودارها را افزایش می‌دهند. در این مقاله با استفاده از منطق فازی، روشی جایگزین برای کنترل مشاهدات انفرادی ارائه شده است. سیستم فازی طراحی شده متشکل از ۳ متغیر ورودی، ۶ قاعده اگر-آنگاه و ۲ متغیر خروجی است و همزمان وضعیت میانگین، روندهای غیر تصادفی و پراکندگی فرایند را مورد پایش قرار می‌دهد.

دو ویژگی بارز این سیستم فازی نسبت به نمودارهای $X-MR$ آنست که اولاً به جای بکارگیری مجموعه زیادی از قوانین حساس سازی تنها با استفاده از یک مجموعه فازی با عنوان مجموعه عدم همبستگی، به کشف بسیاری از روندهای غیر تصادفی موجود در مشاهدات می‌پردازد و ثانیاً قادرست مقدار کاهش در پراکندگی فرایند را با حساسیت قابل توجهی شناسایی نماید. جهت ارزیابی قابلیت‌های مذکور، توانایی نمودار در مواجهه با چندین روند غیر تصادفی که با عنوان الگوهای غیرطبیعی در بسیاری از مقالات مورد بررسی قرار می‌گیرند، ارزیابی شده است. به غیر از الگوی ترکیبی در سایر موارد برتری‌های روش فازی مشهود می‌باشد.

عامل اغتشاش یکی از عوامل تاثیرگذار بر عملکرد سیستم فازی می‌باشد و همین امر به یکی از تفاوت‌های آن با نمودارهای کنترل مرسوم بدل شده است چرا که افزایش اغتشاش، عملکرد سیستم فازی را مختل می‌سازد اما قدرت نمودارهای کنترل را برای کشف وضعیت غیر تصادفی بهبود می‌بخشد. بهینه سازی پارامترهای سیستم فازی، گام بعدی در بهبود سیستم فازی خواهد بود. اگرچه در این مقاله رویکردی موسوم به رویکرد مستقیم^۱ مورد استفاده واقع شد اما بنظر می‌رسد برای شناسایی الگو^۲ استفاده از رویکرد

¹ direct approach

² pattern recognition

³ indirect approach

می‌دهد. نهایتاً Γ ، بیانگر اندازه اغتشاش تصادفی موجود در فرایند بر حسب σ است بطوری که $0 < \Gamma < 1$. بر این اساس، روابط الگوهای مختلف به شرح ذیل است.

$$1- \text{ الگوی روند: داریم } d(t) = (t - t_0) \alpha \sigma$$

بطوری که ضریب α مقدار شیب الگوی روند را بر حسب σ نشان می‌دهد و t_0 ، نقطه مرجع زمانی است.

$$2- \text{ الگوی سیکل: داریم } d(t) = \sin [2\pi (t - t_0) / \Omega] k \sigma$$

بطوری که ضریب k اندازه دامنه سیکل را بر حسب σ نشان می‌دهد و $k > 0$. همچنین Ω ، اندازه پریود الگوی سیکل را نشان می‌دهد.

$$3- \text{ الگوی سیستماتیک: داریم } d(t) = (-1)^t \phi \sigma$$

بطوری که ضریب ϕ ، بزرگی الگوی سیستماتیک را بر حسب σ یا عبارت مقدار دیگر نوسانات نقاط را در اطراف میانگین فرایند نشان می‌دهد و داریم $\phi > 0$.

$$4- \text{ الگوی طبقه بندی: داریم } d(t) = \mu + x(t) + d$$

بطوری که $x(t) \sim N(0, (\Gamma \sigma)^2)$ و $0 < \Gamma \leq 0.2$. همچنین پارامتر d ، مقدار فاصله از میانگین فرایند یا مرکز الگوی طبقه بندی را نشان می‌دهد و داریم $0 \leq d \leq 0.2$.

$$5- \text{ الگوی ترکیبی: داریم } d(t, p) = (-1)^w m \sigma$$

بطوریکه در رابطه بالا p یک عدد تصادفی بین صفر و یک است. ضریب m بزرگی الگوی ترکیبی را بر حسب σ نشان می‌دهد. w پارامتری است که مقدار آن بدین ترتیب مشخص می‌شود: چنانچه $p < p_0$ ، مقدار w برابر با صفر و اگر $p \geq p_0$ ، مقدار w برابر با یک است. همچنین p_0 یک مقدار احتمال از پیش تعیین شده است که شیفت مابین دو توزیع مختلف را تعیین می‌کند.

$$6- \text{ الگوی شیفت در میانگین: داریم } d(t, t_s) = (-1)^s u \sigma$$

بطوریکه t_s زمان وقوع شیفت را نشان می‌دهد. چنانچه $t \geq t_s$ و شیفت به سوی بالا باشد آنگاه $S = 0$ است و چنانچه $t < t_s$ و شیفت به سوی پایین باشد آنگاه مقدار S برابر با یک است. ضریب u بزرگی الگوی شیفت را بر حسب σ نشان می‌دهد. اگر $t < t_s$ آنگاه مقدار u برابر با صفر است و اگر $t \geq t_s$ آنگاه مقدار u بزرگتر از صفر می‌باشد.

$$7- \text{ وضعیت طبیعی فرایند: داریم } d(t) = \mu + x(t) \text{ و } \Gamma = 1$$

- [9] Yongting, C., "Fuzzy Quality And Analysis on Fuzzy Probability", Fuzzy Sets and Systems, Vol. 83, No. 2, 1996, PP. 283-290.
- [10] Sadeghpour-Gildeh, B., & Gien, D., "A Goodness of Fit Index to Reliability Analysis in Fuzzy Model", Advances in Intelligent Systems, Fuzzy Systems, Greece, 2002, PP. 78-83.
- [11] Taheri, S.M., "Trends in Fuzzy Statistics", Austrian Journal of Statistics, 2003, Vol.32, No.3, PP.239-257.
- [12] Tannock, J.D.T., "A Fuzzy Control Charting Method For Individuals", International Journal of Production Research, Vol. 41, No. 5, 2003, PP. 1017-1032.
- [13] Champ, C.W., & Woodall, W.H., "Exact Results For Shewhart Control Charts With Supplementary Runs Rules", Technometrics, Vol. 29, 1987, PP. 393-399.
- [14] Crowder, S.V., "Computation of ARL For Combined Individual Measurement And Moving Range Charts", Journal of Quality Technology, Vol. 19, No. 2, 1987, PP. 98-102.
- [15] Box, G.E.P., Jenkins, G.M., & Reinsel, C., Time Series Analysis, Forecasting And Control, 3rd edition, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J., 1994.
- [16] Freund, J.E., Mathematical Statistics, 5th edition, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J., 1992.
- [17] Kotz, S., & Johnson, N.L., "Process Capability Indices: A Review 1992-2000", Journal of Quality Technology, Vol. 34, No. 1, 2002, PP. 2-19.
- [18] Borrer, C.M., Montgomery, D.C., & Runger, G.C., "Robustness of The EWMA Control Chart to Nonnormality", Journal of Quality Technology, Vol. 31, No. 3, 1999, PP. 309-316.
- [19] Willemain, T.R., & Runger, G.C., "Designing Control Charts Based on An Empirical Reference Distribution", Journal of Quality Technology, Vol. 28, No. 1, 1996, PP. 31-38.

پیوست‌ها

در این قسمت روابط ریاضی الگوهای غیر تصادفی مختلف که در برنامه شبیه سازی مورد استفاده واقع شده است ذکر می‌شود. رابطه کلی زیر را در نظر بگیرید:

$$y(t) = \mu + x(t) + d(t)$$

در این رابطه $y(t)$ مقدار مشخصه کیفیتی در لحظه t را نشان می‌دهد. μ میانگین فرایند را در زمانی که فرایند تحت کنترل قرار دارد بیان می‌کند. به علاوه تغییرات موجود در فرایند به دو دسته تقسیم گردیده است. $x(t)$ نماینده تغییرات تصادفی و $d(t)$ اغتشاش ناشی از وجود یک علت غیر تصادفی را در لحظه t نشان می‌دهند. فرض می‌شود که $x(t)$ دارای توزیع نرمال است بطوری که در لحظه t $x(t) \sim N(0, (\Gamma \sigma)^2)$. همچنین σ انحراف معیار فرایند را در زمانی که فرایند تحت کنترل قرار دارد نشان