International Journal of Industrial Engineering & Production Management (2015)
March 2016, Volume 26, Number 4
pp. 473-498

http://IJIEPM.iust.ac.ir/

TWO ECHELON SINGLE-MANUFACTURER MULTI-RETAILER NON-CONSIGNMENT VMI SUPPLY CHAIN ANALYSIS BY CONSIDERING TIME VALUE OF MONEY

Mostafa Parsa, Naser Mollaverdi-Esfahani*

Mostafa Parsa, *Department of Industrial and Systems Engineering, Isfahan University of Technology, Isfahan, Iran*
Naser Mollaverdi-Esfahani*, Department of Industrial and Systems Engineering, Isfahan University of Technology, Isfahan, Iran*

Keywords

Supply chain management
Inventory management by retailer
Time value of money
Sensitivity Analysis

ABSTRACT

Vendor managed inventory (VMI) is one of the strategies that is widely used in integration and simplification of supply chain. VMI is an integrated approach for retailer–vendor coordination, according to which the vendor (mostly manufacturer) decides on the appropriate retailers' inventory levels. Because the time value of money has not been considered in any analytical VMI model up to now, therefore, in this paper a new model for two-echelon single-manufacturer multi-retailer supply chain under non-consignment VMI program by considering time value of money is proposed. The present value of each inventory cost is evaluated in a single period and generalized to infinity horizon and then transformed to the equivalent annual cost in order to take the time value of money into consideration. It is also shown that under non-consignment VMI system, the retailers' total costs is very reduced but the manufacturer is faced with increased costs in relation to the traditional system. In this study, the reasons of manufacturer's cooperation with the VMI program in spite of his increased cost is clearly explained. Finally, the sensitivity analysis is performed to determine the effect of different parameters of the model on the optimal solution. The results validated the model's behavior and also showed that by considering high penalty cost per unit product, proposed model can be used for supply chain with limited storage capacity.

© 2015 IUST Publication, IJIEPM. Vol. 26, No. 4, All Rights Reserved

نشـــریه بین المللـــی مهنـــدسی صنـــایع و مدیـــریت تولیـــد
شمـــاره ۴، جلـــد ۲۶، زمستان ۱۳۹۴
صفحـــه ۴۹۸-۴۷۴
ISSN: 2008-4870
http://IJIEPM.iust.ac.ir/

تحلیل زنجیره‌ی تأمین VMI غیرامانتی دو سطحی شامل یک تولیدکننده و چند خرده‌فروش با در نظر گرفتن ارزش زمانی پول

مصطفی پارسا، ناصر ملاوردی اصفهانی*

کلمات کلیدی

مدیریت زنجیره‌ی تأمین،
مدیریت موجودی توسط فروشنده،
ارزش زمانی پول،
تحلیل حساسیت

چکیده:

مدیریت موجودی توسط فروشنده (VMI[1]) یکی از استراتژی‌هایی است که به‌طور گسترده در زمینه‌ی یکپارچه‌سازی و ساده‌سازی زنجیره‌ی تأمین استفاده می‌شود. VMI، مشارکتی بین تأمین‌کننده (اغلب تولیدکننده) و خرده‌فروشان است که به موجب آن تأمین‌کننده تصمیمات مربوط به بازپرسازی خرده‌فروشان را اتخاذ می‌کند. از آن‌جا که در مطالعات پیشین ارزش زمانی پول در مدل‌های تحلیلی VMI منعکس نشده است؛ در این پژوهش برای اولین بار مدل جدیدی برای زنجیره‌ی تأمین دو سطحی یک تولیدکننده و چند خرده‌فروش تحت برنامه‌ی VMI غیرامانتی (non-consignment VMI) با درنظر گرفتن ارزش زمانی پول ارائه می‌شود. به‌منظور وارد کردن ارزش زمانی پول ابتدا ارزش فعلی هزینه‌ها در طی یک دوره محاسبه و سپس به افق بی نهایت تعمیم و بعد به هزینه‌ی همسنگ سالیانه تبدیل می‌شود. همچنین نشان داده می‌شود که تحت سیستم VMI غیرامانتی هزینه‌ی خرده‌فروشان نسبت به سیستم سنتی (بدون VMI) از کاهش زیادی برخوردار ولی تولیدکننده با افزایش هزینه مواجه می‌شود. در این پژوهش دلایل همکاری تولیدکننده با برنامه‌ی VMI علی‌رغم افزایش هزینه‌هایش به‌روشنی تبیین می‌شود. درنهایت تحلیل حساسیت به‌منظور بررسی تأثیر پارامترهای مختلف مدل بر جواب بهینه انجام می‌شود. نتایج علاوه بر درستی رفتار مدل نشان می‌داد که با درنظرگرفتن هزینه‌ی جریمه‌ی بالا به ازای هر واحد کالا، مدل ارائه شده می‌تواند برای زنجیره‌ی تأمین با محدودیت ظرفیت نیز به‌کار گرفته شود.

۱. مقدمه

در دو دهه‌ی اخیر اهل علم و فن، توجه زیادی به مدیریت زنجیره تأمین (SCM[2]) داشته‌اند. مدیریت زنجیره‌ی تأمین، همه‌ی اجزای دخیل در ارائه‌ی خدمت یا محصول به مشتری را به صورت یک سیستم جامع می‌نگرد، از این‌رو در این حوزه به منظور کاهش هزینه‌ها و بهبود سطح خدمات ارائه شده به مشتریان، هماهنگی بین همه‌ی اعضای زنجیره مورد توجه ویژه قرار گرفته است. هر جزء از زنجیره‌ی تأمین با استفاده از رویکردهایی می‌تواند منافعی را از طریق همکاری نزدیک‌تر با سایر اجزاء و یکپارچه‌سازی و ساده‌سازی فرآیندهای گوناگون کسب کند [۱].

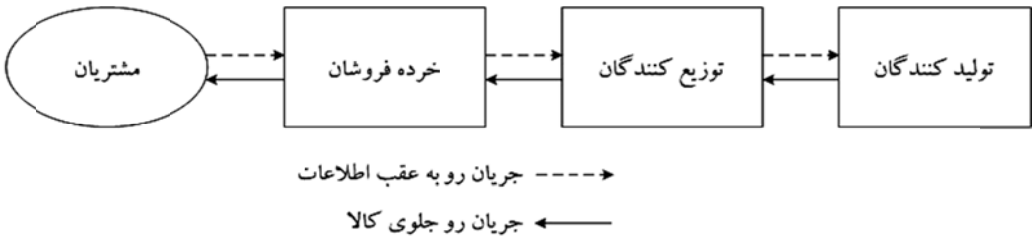
یکی از این رویکردها مدیریت موجودی توسط فروشنده (VMI) است که به عنوان یکی از موفق‌ترین روش‌ها در زمینه‌ی بهبود، یکپارچگی و ساده‌سازی زنجیره‌ی تأمین شناخته شده است [۵-۲]. ساختار مفهومی اولیه‌ی VMI توسط پروفسور مگی در سال ۱۹۵۸ به این صورت مطرح شد که [۶]: "چه‌کسی می‌بایست مسئولیت کنترل موجودی را برعهده داشته باشد؟" اگرچه این مفهوم در بیش از نیم قرن پیش شکل گرفت ولی علاقه‌ی واقعی به آن طی دهه‌ی ۹۰ توسعه یافت [۷]. شرکت‌ها در تلاش برای اجرای مدل‌های VMI برای بهبود زنجیره‌ی تأمین خودشان به‌عنوان یک مزیت رقابتی بودند. درحقیقت VMI بعد از شراکت موفقیت‌آمیز دو شرکت وال-مارت[3] و پرکتر و گمبل[4] در سال ۱۹۸۵ شناخته و سپس در شرکت‌هایی چون جی‌سی پنی[5]، شل، اچ پی و ... به‌کار گرفته شد [۱۰-۸].

در یک زنجیره‌ی تأمین سنتی، هر عضو به‌صورت اختصاصی بین دو عضو دیگر از طریق جریان رو به جلوی[6] محصولات فیزیکی و

تاریخ وصول: ۹۱/۰۵/۱۸
تاریخ تصویب: ۹۲/۱۲/۰۷

مصطفی پارسا، کارشناس ارشد مهندسی صنایع، دانشکده‌ی مهندسی صنایع و سیستم‌ها، دانشگاه صنعتی اصفهان، m.parsa@in.iut.ac.ir
*نویسنده مسئول مقاله: **دکتر ناصر ملاوردی اصفهانی**، استادیار دانشکده‌ی مهندسی صنایع و سیستم‌ها، دانشگاه صنعتی اصفهان، naserm@cc.iut.ac.ir

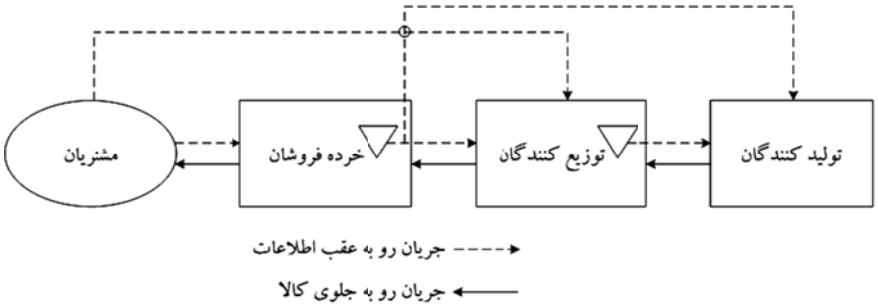
جریان رو به عقب[۷] اطلاعات در قالب سفارشات و پول به یکدیگر محدود می‌شوند [۱۱]. شمای کلی یک زنجیره‌ی تأمین سنتی سه سطحی شامل مشتریان، خرده‌فروشان، توزیع کنندگان و تولیدکنندگان درشکل ۱ نشان داده شده است [۷].



شکل ۱. ساختار زنجیره‌ی تأمین سنتی سه سطحی

در یک زنجیره‌ی تأمین سنتی هر عضو مسؤل کنترل موجودی و صدور سفارش خویش است. وقتی‌که سطحی بالاتر از زنجیره‌ی تأمین از سطح مجاور پایینی خود اطلاعات مربوط به صدور سفارشی را دریافت می‌کند؛ سطح بالاتر وضعیت موجودی خود را کنترل می‌کند و براساس مقدار تقاضای وارد شده از سطح مجاور پایینی، سطح موجودی خود و سفارشات فرستاده شده، دریافت شده و معوق به سطح مجاور بالاتر خود سفارش می‌دهد. درنتیجه سفارشات نه براساس تقاضای واقعی مشتریان که براساس سطح مطلوب موجودی هر جزء از زنجیره‌ی تأمین به تأمین‌کننده‌ی بالادستی صادر می‌شود [۱۱]. یک زنجیره‌ی تأمین سنتی دارای معایبی چون، زمان تحویل طولانی، نقاط تصمیم‌گیری چندگانه، اطلاعات غیر شفاف و حداقل هماهنگی است [۱۲]. پایین بودن قدرت دید بر تقاضای مشتریان نهائی یک سری مشکلات در پی دارد [۱۱]. از جمله به‌علت ساختار تصمیم سفارش‌دهی نامنظم به همراه مدت تحویل آن‌ها، اثر فوستر آشکار می‌شود. خرده‌فروش در نتیجه‌ی پیش‌بینی تقاضای مشتری، نوساناتی را به مدل تقاضا تحمیل می‌کند. توزیع‌کننده، یعنی کسی‌که پیش‌بینی او بر مبنای سفارشات خرده‌فروش است، این انحرافات را تشدید می‌کند. این اثر تا بالای زنجیره ادامه پیدا می‌کند و زمانی‌که تولیدکننده سفارشات را دریافت می‌کند، منجر به یک انحراف قابل‌توجه از تقاضای واقعی مشتری می‌شود [۱۳].

در یک زنجیره‌ی تأمین VMI هر عضو بالادستی با توجه به تأمین سطح خدمت از قبل تعیین شده‌ی مشتریان نهائی (تقاضای پیش‌بینی شده‌ی مشتریان نهائی)، موجودی عضو پائین‌دستی را کنترل می‌کند. در چنین رابطه‌ای عضو بالادستی مسؤل اتخاذ تصمیمات بازپرسازی عضو پایین‌دستی شامل زمان‌بندی و مقدار بازپرسازی است که می‌تواند ثابت یا متغیر باشد [۱۴]. بازپرسازی‌ها تنها زمانی اتفاق می‌افتد که سطح موجودی عضو پایین‌دستی براساس میانگین تقاضای واقعی مشتریان نهائی در طول مدت تحویل سفارش و ذخیره‌ی اطمینان موردنیاز به سطح مشخصی از موجودی برسد. بنابراین بایستی عضو پایین دستی اطلاعات مربوط به تقاضای واقعی مشتریان را جمع‌آوری و پایگاه داده‌اش را دراختیار تأمین‌کننده‌ی بالادستی قرار دهد. درواقع درک این مطلب دشوار نیست که پیش‌نیاز حیاتی اجرای موفق مدل‌های VMI، انتقال آزادانه و به‌موقع اطلاعات بین اعضای زنجیره‌ی تأمین است [۷]. شمایی از یک زنجیره‌ی تأمین VMI در شکل ۲ آمده است. مثلث‌ها اطلاعات مربوط به سطح موجودی هر جزء از زنجیره‌ی تأمین و تقاضای واقعی مشتریان را نشان می‌دهند [۷].



شکل ۲. ساختار زنجیره‌ی تأمین سه سطحی VMI

VMI مزایایی را برای اعضای شرکت‌کننده در زنجیره‌ی تأمین به ارمغان می‌آورد. اولاً، اثر تشدید انحراف تقاضا تعدیل می‌شود؛ چراکه در این شرایط تولیدکننده دیدی مستقیم از تقاضای مشتری نهائی دارد که می‌تواند از آن‌ها در پیش‌بینی استفاده کند. ثانیاً، بهبودهایی در سطح خدمت رسانی وجود خواهد داشت، چراکه در دسترس بودن محصول بیشتر می‌شود [۱۴]. سوم این‌که VMI

می‌تواند، در درازمدت، سودآوری اعضای زنجیره‌ی تأمین را افزایش دهد. اعضای پایین‌دستی از هزینه‌های موجودی کمتر برخوردار می‌شوند و لذا می‌توانند برای قیمت‌های پیشنهادی خود تخفیف قائل شوند. بنابراین حجم فروش افزایش می‌یابد که درنهایت همه‌ی اعضاء از جنبه‌ی سودآوری، وضعیت بهتری نسبت به زنجیره‌ی تأمین سنتی پیدا می‌کنند [۱۰]. چهارم این‌که تحت یک برنامه‌ی VMI، فروشنده از محاسن حاصل از تعیین زمان و مقدار سفارش بازپرسازی‌ها با دستیابی به داده‌های مربوط به تقاضا و سطح موجودی خرده‌فروشان بهره‌مند می‌شود؛ چراکه می‌تواند برنامه‌های بلندمدت خود را هماهنگ سازد و جریان روز به روز کالاها را کنترل کند [۱۵]. پنجم این‌که خرده‌فروشان با ساده‌سازی فرآیندهای سفارش‌دهی از هزینه‌های ناشی از آن مبرا می‌شوند؛ زیرا خود فروشنده در موعد مقرر سفارش را ارسال و خریدار نیازی به اقدام برای سفارش ندارد [۱۶].

دو رویه درمورد حق مالکیت بر موجودی خرده‌فروشان در سیستم VMI شناخته شده است. در رویه‌ی اول تا زمانی‌که خرده‌فروش کالاها را به فروش نرسانده است، فروشنده پولی را از او دریافت نمی‌کند. در واقع فروشنده مالک موجودی است که در اختیار خرده‌فروش است. در این حالت هزینه‌ی موجودی فروشنده برابر با کل هزینه‌های موجودی سیستم است. به این رویه "موجودی تحت مالکیت تأمین‌کننده[۸]" یا "VMI به‌صورت امانتی[۹]" گفته می‌شود[۲۰-۱۶]. در رویه‌ی دوم خرده‌فروش به محض دریافت محموله، پول آن‌را به تأمین‌کننده پرداخت می‌کند. در واقع خرده‌فروش بعد از دریافت سفارش مالک موجودی و متحمل هزینه‌های آتی آن مانند هزینه‌ی نگهداری است. در مطالعات پیشین رویه‌ی دوم به‌عنوان رویکرد رایج‌تر در VMI شناخته شده است. به این رویه "VMI به‌صورت غیرامانتی[۱۰]" گفته می‌شود [۲۵-۲۱].

اگرچه محاسن VMI (چه امانتی و چه غیرامانتی) در کاهش هزینه و بهبود کارایی و عملکرد کل زنجیره‌ی تأمین غیرقابل انکار است؛ ولی در اجرا با مشکلاتی نیز همراه است [۲۲]. به‌طور مثال در VMI غیرامانتی به سود تأمین‌کننده است که برای صرفه‌جویی در هزینه‌های نگهداری و ارسال خود، موجودی زیادی را در هر بازپرسازی به خرده‌فروشان منتقل کند. این امر سبب افزایش هزینه‌های خرده‌فروشان می‌شود. به‌منظور جلوگیری از این مشکل، موافقت‌نامه‌های قراردادی بین تأمین‌کننده و خرده‌فروشان منعقد می‌شود. معمولاً این قراردادها هزینه‌ی جریمه به ازای هر واحد کالا و حد بالای سطح موجودی هر یک از خرده‌فروشان را دربرمی‌گیرد و تأمین‌کننده با صادر کردن سفارش بیش از حدود مقرر شده در قرارداد جریمه می‌شود [۱۵،۲۷-۲۵].

موافقت‌نامه‌های مذکور به‌طور مستقیم در هیچ‌یک از مدل‌های ریاضی ارائه شده برای VMI به جز مقاله‌های فرای و همکاران [۲۵]، شاه و گه [۲۶] و چن و همکاران [۲۷] در حالت یک خریدار و یک فروشنده و درویش و اُده [۱۵] در حالت یک فروشنده و چند خریدار انعکاس داده نشده است. کمبود جدی تحقیقات علمی در این زمینه وجود دارد. علاوه بر این خلأ مطالعاتی بزرگتری نیز در حوزه‌ی VMI وجود دارد. در هیچ یک از پژوهش‌های پیشین ارزش زمانی پول در مدل‌های یکپارچه‌ی موجودی VMI در نظر گرفته نشده است. با توجه به اعمال هزینه‌های موجودی در زمان‌های مختلف لحاظ کردن ارزش زمانی پول در مدل‌های یکپارچه‌ی موجودی VMI ضروری است. از این رو در این مقاله به تحلیل زنجیره‌ی تأمین دو سطحی شامل یک تولیدکننده و چند خرده‌فروش تحت برنامه‌ی VMI غیرامانتی با درنظر گرفتن ارزش زمانی پول پرداخته می‌شود.

۲. ادبیات موضوع

با توجه به موضوع این مقاله به مرور پژوهش‌های پیشین انجام شده در دو بخش ۱) مدل‌های یکپارچه‌ی زنجیره تأمین دو سطحی خریدار و فروشنده و ۲) ارزش زمانی پول در مدل‌های کنترل موجودی پرداخته می‌شود.

۲-۱. مدل‌های یکپارچه‌ی زنجیره تأمین دو سطحی خریدار و فروشنده

مطالعاتی در زمینه‌ی یکپارچه‌سازی و هماهنگی مدل موجودی یک خریدار و یک فروشنده انجام شده است. برای مثال بنرجی [۲۸] مدلی را برای تعیین "مقدار اقتصادی انباشته‌ی توأم ($JELS^{11}$)" ارائه کرد. خریدار طبق مدل مقدار اقتصادی انباشته (ELS^{12}) یا همان مقدار سفارش اقتصادی (EOQ^{13})، موجودی را با نرخی ثابت و قطعی مصرف و در نقطه سفارش مجدد به اندازه‌ی Q به تولیدکننده سفارش می‌دهد. تولیدکننده نیز با دریافت سفارش، طبق مدل EOQ موجودی را با نرخی ثابت تولید و با رسیدن آن به سطح Q سفارش را به خریدار می‌فرستد. به این نوع سیستم‌ها Lot for Lot (مقدار تولید برابر با مقدار سفارش) گفته می‌شود. گُیال [۲۹] تحت توضیحی بر مقاله‌ی بنرجی فرض Lot for Lot را محدودکننده دانست. او با آزاد کردن فرض مذکور مقاله‌ی بنرجی را گسترش داد. یانگ و وی در سال ۲۰۰۰ [۳۰] یک سیاست سفارش اقتصادی یکپارچه بین یک خریدار و یک فروشنده برای کالاهای زوال‌پذیر را ارائه کردند. اویانگ و همکاران [۳۱] مدل یکپارچه‌ی موجودی بین یک فروشنده و یک خریدار تحت فرض تصادفی بودن مدت زمان تحویل را ارائه کردند. یولیانگ و همکاران [۱۶] مزایای حاصل از ارتباط بین یک تأمین‌کننده و یک خرده‌فروش تحت سیستم VMI را از طریق مقایسه‌ی هزینه‌ی سیستم VMI و سیستم بدون VMI (EOQ) تحت فرض قطعی بودن تقاضا بررسی کردند. آن‌ها اثبات کردند که در این حالت همواره سیستم VMI بهتر عمل می‌کند. پسندیده و همکاران [۳۲] مدل VMI برای یک فروشنده و یک خرده‌فروش در حالت

چند محصولی و کسری مجاز را ارائه دادند. آن‌ها مدل خود را براساس الگوریتم ژنتیک حل کردند. وریانی و فتاحی [۳۳] یک مدل موجودی تولید دوسطحی شامل یک تولیدکننده و یک انبار مرکزی تحت تقاضای احتمالی را ارائه کردند و جهت حل آن از دو روش شاخه و کران و گرادیان کاهشی تعمیم‌یافته استفاده کردند.

تعدادی از مؤلفان نیز مدل‌های یکپارچه‌ی موجودی برای یک فروشنده و چند خریدار را مطالعه کرده‌اند. یانگ و وی در سال ۲۰۰۲ [۳۴] مطالعه‌ی سال ۲۰۰۰ [۳۰] خود را با درنظر گرفتن یک فروشنده و چند خریدار توسعه دادند. آن‌ها در سال ۲۰۰۳ [۳۵] مقاله‌ی خود در سال ۲۰۰۲[۳۴] را با درنظر گرفتن موجودی مواد خام توسعه دادند. جالبار و همکاران [۳۶] سیستم توزیع موجودی چندمرحله‌ای به چندین خرده‌فروش با انبار مرکزی را مطالعه و یک راه‌حل ابتکاری برای تعیین سیاست نزدیک به بهینه با هدف کمینه کردن مجموع هزینه‌های سیستم را ارائه کردند. ژانگ و همکاران [۳۷] یک مدل ریاضی یکپارچه‌ی مدیریت موجودی توسط فروشنده برای زنجیره‌ی تأمین دو سطحی شامل یک تولیدکننده و چند خرده‌فروش با نرخ‌های تولید و تقاضای قطعی را توسعه دادند. در مدل آن‌ها تولیدکننده مواد اولیه را خریداری کرده، محصول نهائی را می‌سازد و برای خرده‌فروشان خود ارسال می‌کند. آن‌ها راه‌حل ارائه شده برای تعیین مقادیر بهینه را با چند مثال عددی تشریح کردند. غضنفری و سیدحسینی [۳۸] مدل بهینه‌ی توزیع لجستیک در شرایط وجود یک تولیدکننده و چند انبار توزیع با درنظر گرفتن مسیر، وسیله‌ی حمل و حجم آن و محدودیت‌های ظرفیت و تعداد انبار را ارائه کردند. تورس و همکاران [۳۹] با تحلیل حساسیت روی پارامترهای یک زنجیره‌ی تأمین با یک تولیدکننده و چند خریدار نشان دادند که با انتخاب ترکیبی مناسب از پارامترها تحت یک رابطه برد-برد می‌توان با اجرای برنامه‌ی VMI هم تولیدکننده و هم خریدار را به سود رساند.

۲-۲. ارزش زمانی پول در مدل‌های کنترل موجودی

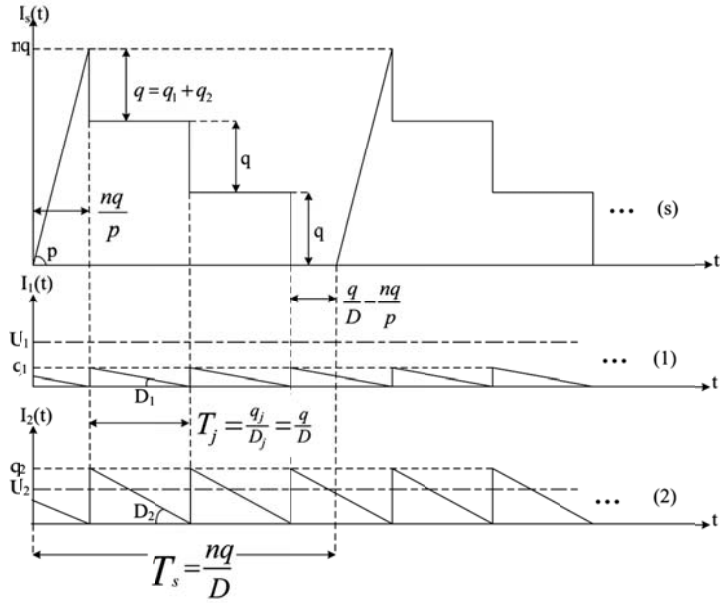
توجه به ارزش زمانی پول در سرمایه‌گذاری، پیش‌بینی و مدیریت منابع مالی بسیار اهمیت دارد. بازاکات [۴۰] برای اولین بار مفهوم تورم در مدل‌های موجودی را در نظر گرفت. وی مدل کمینه کردن هزینه برای موجودی یک قلم کالا با وجود تورم را توسعه داد. گرابستورم [۴۱] نشان داد که تحلیل نتایج اقتصادی مربوط به تصمیمات برنامه‌ریزی موجودی و تولید احتیاج به شناخت و بکارگیری ارزش زمانی پول دارد. دوهی و همکاران [۴۲] یک سیستم موجودی با کمبود و بدون کمبود را با درنظرگرفتن ارزش زمانی پول بررسی کردند. هاریگا [۴۳] تأثیر تورم و ارزش زمانی پول در تولید اقلام با تقاضای پویا در افق زمانی محدود را بررسی نمود. جن-مینگ چن [۴۴] تأثیر تورم و ارزش زمانی پول در یک مدل موجودی با مجاز بودن کسری به صورت سفارشات عقب افتاده را بررسی کرد. کان جین چانگ [۴۵] در مقاله‌ی خود یک مدل موجودی را با توجه به ارزش زمانی پول مورد توجه قرار داده است. مدل وی دارای تقاضای خطی بوده و کمبود در افق زمانی درنظر گرفته شده مجاز است. بن دایا و همکاران [۴۶] یک مدل یکپارچه‌ی موجودی و بازرسی را ارائه داده‌اند که در آن اقلام معیوب در دو حالت با جایگزینی و بدون جایگزینی بررسی می‌شدند. در این مدل با رسیدن سفارش، ممکن است خریدار محصولات رسیده را بازرسی نماید. این بازرسی می‌تواند ۱۰۰٪ یا نمونه‌گیری باشد. در این مقاله با توجه به نرخ تنزیل، توابع هزینه و مقدار اقتصادی سفارش بدست آمده است. کرباکُگلو و ون در لان [۴۷] با درنظر گرفتن ارزش زمانی پول ثابت کردند که در سیستم موجودی دو محصولی با تولید و بازسازی تعیین نرخ هزینه‌ی نگهداری یک واحد کالا از حاصلضرب نرخ بهره در قیمت آن کالا اشتباه است. میرزاده و همکاران [۴۸] مدل موجودی تک کالای زوال‌پذیر تحت شرایط تورمی تصادفی با تابع چگالی احتمال متغیر در طول افق برنامه‌ریزی و مجاز بودن کسری به‌صورت تقاضای عقب افتاده و نرخ تقاضای وابسته به تورم را با کمینه‌کردن مجموع ارزش فعلی هزینه‌های مورد انتظار در طول افق برنامه‌ریزی متناهی مورد بررسی قرار دادند. مصلحی و همکاران [۴۹] نشان دادند که عدم توجه به تورم و ارزش زمانی پول باعث خطای نسبتاً زیادی در هزینه‌ی مدل مقدار تولید اقتصادی با وجود دوباره‌کاری می‌شود.

اگرچه در پژوهش‌های پیشین ارزش زمانی پول در مدل‌های موجودی در نظر گرفته شده و روابط ریاضی مربوط به آن توسعه داده شده اما تا به حال در مدل‌های یکپارچه‌ی مدیریت موجودی توسط فروشنده لحاظ نشده است. از این‌رو در این مطالعه به این مهم پرداخته می‌شود.

۳. بیان مسئله

زنجیره‌ی تأمین دو سطحی تک محصولی شامل یک تولیدکننده و چند خرده‌فروش را درنظر بگیرید. تولیدکننده با نرخ ثابت p در سال محصول را تولید می‌کند. وقتی‌که مقدار موجودی تولیدی به اندازه‌ی مضربی طبیعی از مجموع مقدار بازپرسازی خرده‌فروشان (nq) می‌رسد، تولید متوقف می‌شود. در این لحظه موجودی به‌صورت آنی به اندازه‌ی مقدار مجموع بازپرسازی خرده‌فروشان (q) به آن‌ها فرستاده می‌شود. درنتیجه موجودی تولیدکننده به مقدار $(n-1)q$ کاهش و موجودی هر یک از خرده‌فروشان به مقدار q_j افزایش می‌یابد. فرض می‌شود که تحت سیستم VMI بازپرسازی خرده‌فروشان همزمان و با دوره‌های یکسان انجام می‌شود. این فرض در سیستم VMI منطقی است؛ چراکه فروشنده باید تصمیم بگیرد که چه زمانی و به چه مقدار بازپرسازی‌ها را انجام دهد. هر یک از خرده‌فروشان موجودی را با نرخ ثابت D_j مصرف می‌کنند. در لحظه‌ی به صفر رسیدن همزمان موجودی خرده‌فروشان (به‌علت فرض یکسان بودن دوره‌های بازپرسازی آن‌ها) دوباره مقدار

موجودی به اندازه‌ی مجموع مقدار بازپرسازی خرده‌فروشان (q) از تولیدکننده به خرده‌فروشان فرستاده می‌شود. این سیکل آن‌قدر ادامه می‌یابد تا موجودی تولیدکننده به صفر برسد. آنگاه از این لحظه به مدت ($\frac{q}{D}-\frac{nq}{p}$) موجودی تولیدکننده صفر باقی می‌ماند وسپس سیکل جدید از سر گرفته شده و تولید با نرخ p آغاز می‌شود (شکل ۳).



شکل ۳. نمودار موجودی برحسب زمان در سیستم یکپارچه‌ی مدیریت موجودی توسط فروشنده با یک تولیدکننده و دو خرده‌فروش: (s) تولیدکننده، (۱) خرده فروش اول، (۲) خرده فروش دوم

تحت فضای VMI غیرامانتی به سود تأمین‌کننده است که برای صرفه‌جویی در هزینه‌های نگهداری و ارسال خود، سطح موجودی خود را با انتقال مقادیر زیاد موجودی به خرده‌فروشان پائین نگه دارد. این کار باعث تحمیل هزینه‌های بالای نگهداری به خرده‌فروشان می‌شود. از این‌رو به‌منظور جلوگیری از این روند، برنامه‌ی VMI قراردادهایی بین فروشنده و خرده فروشان را شامل می‌شود. معمولاً این قراردادها هزینه‌ی جریمه به ازای هر واحد کالا (π_j) و حد بالای سطح موجودی (U_j) هر یک از خرده‌فروشان را دربرمی‌گیرد. تأمین‌کننده با صادر کردن سفارش بیش از حدود مقرر شده در قرارداد جریمه می‌شود. هدف از این مسئله بدست‌آوردن مقدار اقتصادی و برنامه‌ی زمان‌بندی بازپرسازی خرده‌فروشان با درنظرگرفتن ارزش زمانی پول است.

۴. حل مسئله

مدل ریاضی ارائه شده در این تحقیق، براساس فرض‌های زیر توسعه داده شده است:

۱) هزینه‌های موجودی سیستم در طول هر دوره با نرخ بهره‌ی پیوسته تنزیل می‌شود.
۲) افق برنامه‌ریزی بی‌نهایت فرض می‌شود.
۳) موجودی یک قلم کالای زوال‌ناپذیر برای زنجیره‌ی تأمین دو سطحی با یک تولیدکننده و چند خرده‌فروش برنامه‌ریزی می‌شود.
۴) تقاضای خرده‌فروشان قطعی (غیر احتمالی) و نرخ هریک ثابت است.
۵) میزان تولیدِ تولیدکننده قطعی (غیر احتمالی) و نرخ آن ثابت است.
۶) کمبود مجاز نیست.
۷) دریافت محموله توسط خرده فروشان آنی و مصرف آن‌ها، تدریجی با نرخ ثابت است.
۸) نرخ تولید متناهی و بزرگتر از مجموع نرخ‌های تقاضای همه‌ی خرده‌فروشان است.
۹) VMI به‌صورت غیرامانتی[۱۴] است.
۱۰) مدت زمان تحویل سفارش خرده‌فروشان[۱۵]؛ یعنی زمان بین صدور سفارش و دریافت محموله قابل چشم‌پوشی است.
۱۱) در سیستم VMI، بازپرسازی خرده‌فروشان همزمان اتفاق می‌افتد و زمان سیکل سفارش‌دهی خرده‌فروشان یکسان است.
۱۲) خرده‌فروشان در زمان سیکل تولیدکننده بیش از یک‌بار می‌توانند بازپرسازی را انجام دهند.

۱۳)تخفیف کلی یا افزایشی وجود ندارد و قیمت کالا در طول افق برنامه‌ریزی ثابت است.

۱۴)محدودیت سرمایه‌ی درگیر در موجودی، فضای انبار، تعداد سفارشات سالیانه و منبع تولیدی وجود ندارد.

۵. نمادگذاری

m: تعداد خریداران

p: نرخ تولید تولیدکننده در سال

D_j: مقدار تقاضای خرده‌فروش j ام در سال (نرخ تقاضای خرده‌فروش j ام)

$D = \sum_{j=1}^{m} D_j$: مجموع مقدار تقاضای همه‌ی خرده‌فروشان در سال

A_s: هزینه‌ی ثابت هر بار تولید

A_j: هزینه‌ی سفارش‌دهی خرده‌فروش j ام

h_s: هزینه‌ی نگهداری هر واحد محصول در سال توسط تولیدکننده

h_j: هزینه‌ی نگهداری هر واحد محصول در سال توسط خرده‌فروش j ام

π_j: هزینه‌ی جریمه‌ی تحمیلی به تولیدکننده در سال تحت سیستم VMI به ازای هر واحد موجودی اضافی خرده‌فروش j ام

q_j: مقدار بازپرسازی خرده‌فروش j ام در هر بازپرسازی

U_j: حد بالای سطح موجودی خرده‌فروش j ام تحت سیستم VMI

$q = \sum_{j=1}^{m} q_j$: مجموع مقدار بازپرسازی همه‌ی خرده‌فروشان در هر بازپرسازی

$Q = nq$: مقدار تولید در هرسیکل تولیدکننده

T_r: زمان سیکل خرده‌فروشان تحت سیستم VMI

T_s: زمان سیکل تولیدکننده تحت سیستم VMI

n: تعداد سفارش‌های ارسالی به هر خرده‌فروش در مدت زمان سیکل تولیدکننده تحت سیستم VMI

S: مجموعه‌ی خرده‌فروشانی که حد بالای سطح موجودی آن‌ها توسط تولیدکننده تحت سیستم VMI، رعایت نشده است.

$\bar{S}$: مجموعه‌ی خرده‌فروشانی که حد بالای سطح موجودی آن‌ها توسط تولیدکننده تحت سیستم VMI، رعایت شده است (متمم مجموعه‌ی S).

r: نرخ بهره‌ی اسمی سالیانه‌ی پیوسته (نرخ تنزیل)

$x \in \{\text{VMI, no VMI}\}$: سیستم‌های مورد بررسی (VMI و مستقل (no VMI))

OC_j^x: هزینه‌ی همسنگ سالیانه‌ی سفارش‌دهی خرده‌فروش j ام تحت سیستم x

OC_r^x: مجموع هزینه‌های سالیانه‌ی سفارش‌دهی خرده‌فروشان تحت سیستم x

HC_j^x: هزینه‌ی همسنگ سالیانه‌ی نگهداری خرده‌فروش j ام تحت سیستم x

HC_r^x: مجموع هزینه‌های همسنگ سالیانه‌ی نگهداری خرده‌فروشان تحت سیستم x

OC_s^x: هزینه‌ی همسنگ سالیانه‌ی ثابتِ تولید، تحت سیستم x

HC_s^x: هزینه‌ی همسنگ سالیانه‌ی نگهداری تولیدکننده تحت سیستم x

PC_j: هزینه‌ی همسنگ سالیانه‌ی جریمه‌ی تولیدکننده ناشی از تخطی از حد بالایی خرده‌فروش j ام تحت سیستم VMI

PC_r: مجموع هزینه‌ی همسنگ سالیانه‌ی جریمه‌ی تولیدکننده ناشی از تخطی از حد بالایی خرده‌فروشان تحت سیستم VMI

AC_s^x: هزینه‌ی همسنگ سالیانه‌ی تولیدکننده تحت سیستم x

AC_j^x: هزینه‌ی همسنگ سالیانه‌ی خرده‌فروش j ام تحت سیستم x

AC^x: هزینه‌ی همسنگ سالیانه‌ی کل زنجیره‌ی تأمین تحت سیستم x

M: یک عدد بسیار بزرگ

y_j: اگر خرده‌فروش j عضو مجموعه‌ی S باشد ۱ و اگر عضو مجموعه‌ی $\bar{S}$ باشد ۰ است.

۶. مدل‌سازی ریاضی سیستم مدیریت موجودی توسط فروشنده

با توجه به فرض بازپرسازی همزمان خرده‌فروشان می‌توان نوشت:

$$T_i = T_j = T_r = \frac{q_i}{D_i} = \frac{q_j}{D_j} = \frac{q}{D} \quad \forall i,j, \Rightarrow q_i = \frac{q}{D} D_i \; \forall i \qquad (۱)$$

همچنین زمان سیکل تأمین‌کننده با توجه به شکل ۳ از رابطه‌ی (۲) حاصل می‌شود.

$$T_s = \frac{nq}{D} \qquad (۲)$$

مطابق شکل ۳ معادله‌ی تابع موجودی برحسب زمان تولیدکننده در بازه‌ی $\left[0, \frac{nq}{p}\right]$ به‌صورت $p.t$ است. با توجه به هزینه‌ی نگهداری h_s برای هر واحد محصول در سال، هزینه‌ی نگهداری تولیدکننده در بازه‌ی زمانی بسیار کوچک dt از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود.

$$h_s . p . t . dt \qquad (۳)$$

ارزش زمانی این مقدار با توجه به نرخ تنزیل r در اول دوره‌ی تولیدکننده مطابق رابطه‌ی زیر بدست می‌آید.

$$h_s . p . t . e^{-rt} dt \qquad (۴)$$

با انتگرال‌گیری روی تمام مقادیر زمانی در بازه‌ی $\left[0, \frac{nq}{p}\right]$، ارزش فعلی هزینه‌ی نگهداری تولیدکننده در ابتدای دوره‌ی تولیدکننده در بازه‌ی زمانی مذکور مطابق رابطه‌ی زیر حاصل می‌شود.

$$\int_0^{\frac{nq}{p}} h_s pte^{-rt} d_t \qquad (۵)$$

در بازه‌ی $\left[\frac{nq}{p}, \frac{nq}{p}+\frac{q}{D}\right]$، معادله‌ی تابع موجودی تولیدکننده برحسب زمان ثابت و برابر $(n-1)q$ است؛ پس ارزش فعلی هزینه‌ی نگهداری تولیدکننده در ابتدای دوره‌ی تولیدکننده در بازه‌ی زمانی مذکور از رابطه‌ی زیر بدست می‌آید.

$$\int_{\frac{nq}{p}}^{\frac{nq}{p}+\frac{q}{D}} h_s(n-1)qe^{-rt}\, dt \qquad (۶)$$

از این رو در طول بازه‌ی $\left[0, \frac{nq}{D}\right]$، یعنی زمان سیکل تولیدکننده، ارزش فعلی هزینه‌ی نگهداری تولیدکننده برابر است با

$$\int_0^{\frac{nq}{p}} h_s pte^{-rt} d_t + \sum_{i=1}^{n-1} \int_{\frac{nq}{p}+(i-1)\frac{q}{D}}^{\frac{nq}{p}+i\frac{q}{D}} h_s(n-i)qe^{-rt}\, dt \qquad (۷)$$

و با درنظر گرفتن افق بی‌نهایت ارزش فعلی این هزینه برابر است با

$$\left(\int_0^{\frac{nq}{p}} h_s pte^{-rt} d_t + \sum_{i=1}^{n-1} \int_{\frac{nq}{p}+(i-1)\frac{q}{D}}^{\frac{nq}{p}+i\frac{q}{D}} h_s(n-i)qe^{-rt} d_t\right) \times (1 + e^{-rT_s} + e^{-2rT_s} + \cdots) = \left(\int_0^{\frac{nq}{p}} h_s pte^{-rt} d_t + \sum_{i=1}^{n-1} \int_{\frac{nq}{p}+(i-1)\frac{q}{D}}^{\frac{nq}{p}+i\frac{q}{D}} h_s(n-i)qe^{-rt} d_t\right) \times \sum_{i=0}^{\infty} e^{-irT_s} \qquad (۸)$$

با درنظر گرفتن افق بی‌نهایت رابطه‌ی زیر بین ارزش فعلی (PV[16]) و ارزش همسنگ سالیانه (EAV[17]) برقرار است [۴۴].

$$EAV = r \times PV \qquad (۹)$$

و لذا می‌توان ارزش همسنگ سالیانه‌ی هزینه‌ی نگهداری موجودی توسط تولیدکننده را با رابطه‌ی زیر بدست آورد.

$$HC_s^{VMI} = \left(\frac{h_s}{r^2}\left(p - pe^{\frac{-rnq}{p}} - rnqe^{\frac{-rnq}{p}}\right) + \frac{h_s qe^{\frac{-rnq}{p}}}{1-e^{-r\frac{q}{D}}}\left(e^{\frac{-rnq}{D}} + n - ne^{-r\frac{q}{D}} - 1\right)\right) \times \left(\frac{r}{1-e^{\frac{-rnq}{D}}}\right) \qquad (۱۰)$$

معادله‌ی تابع موجودی برحسب زمان خرده‌فروش j ام به‌صورت $(q_j - D_j t)$ است. برای هر یک از خرده‌فروشان عضو مجموعه‌ی S ارزش فعلی هزینه‌ی جریمه‌ی تحمیلی به تولیدکننده در مدت T_r برابر است با

$$\int_0^{\frac{q_j-U_j}{D_j}} \pi_j(q_j - D_j t - U_j)e^{-rt} d_t \qquad \forall j \in S \qquad (۱۱)$$

بنابراین در طول بازه‌ی $\left[0, \frac{nq}{D}\right]$، ارزش فعلی هزینه‌ی اخیر برابر است با

$$\left(\int_0^{\frac{q_j-U_j}{D_j}} \pi_j(q_j - D_j t)e^{-rt} d_t\right) \times \left(1 + e^{-r\frac{q_j}{D_j}} + e^{-2r\frac{q_j}{D_j}} + \cdots + e^{-(n-1)r\frac{q_j}{D_j}}\right) = \left(\int_0^{\frac{q_j-U_j}{D_j}} \pi_j(q_j - D_j t)e^{-rt} d_t\right) \times \sum_{i=0}^{n-1} e^{-ir\frac{q_j}{D_j}} \qquad \forall j \in S \qquad (۱۲)$$

و با رویکردی مشابه‌ی قبل هزینه‌ی همسنگ سالیانه‌ی جریمه‌ی تحمیلی به تولیدکننده به‌خاطر رعایت نکردن حد بالای موجودی هر یک از خرده‌فروشان عضو مجموعه‌ی S از رابطه‌ی زیر بدست می‌آید.

$$PC_j = \left(\int_0^{\frac{q_j-U_j}{D_j}} \pi_j(q_j - D_j t - U_j)e^{-rt}dt\right) \times \sum_{i=0}^{n-1} e^{-ir\frac{q_j}{D_j}} \times \sum_{i=0}^{\infty} e^{-irT_s} \times r$$
$$= \frac{\pi_j D_j}{r^2}\left(e^{-r\left(\frac{q}{D}-\frac{U_j}{D_j}\right)} + r\left(\frac{q}{D}-\frac{U_j}{D_j}\right) - 1\right) \times \left(\frac{1-e^{\frac{-rnq}{D}}}{1-e^{-r\frac{q}{D}}}\right) \times \left(\frac{r}{1-e^{\frac{-rnq}{D}}}\right) \quad \forall j \in S \qquad (۱۳)$$

و بادرنظرگرفتن هزینه‌ی ثابت تولید در ابتدای سیکل تولیدکننده، ارزش همسنگ سالیانه‌ی این هزینه نیز از رابطه‌ی زیر حاصل می‌شود.

$$OC_s^{VMI} = A_s \times \sum_{i=0}^{\infty} e^{-irT_s} \times r = A_s \times \left(\frac{r}{1-e^{\frac{-rnq}{D}}}\right) \qquad (۱۴)$$

با درنظرگرفتن هزینه‌ی سفارش‌دهی هریک از خرده‌فروشان در ابتدای شروع بازپرسازی، ارزش همسنگ سالیانه‌ی این هزینه برای خرده‌فروش j ام با رابطه‌ی زیر بدست می‌آید.

$$OC_j^{VMI} = A_j \times \sum_{i=0}^{n-1} e^{-ir\frac{q_j}{D_j}} \times \sum_{i=0}^{\infty} e^{-irT_s} \times r = A_j \times \left(\frac{1-e^{\frac{-rnq}{D}}}{1-e^{-r\frac{q}{D}}}\right) \times \left(\frac{r}{1-e^{\frac{-rnq}{D}}}\right) \qquad (۱۵)$$

در سیستم VMI –چه امانتی و چه غیرامانتی- هزینه‌ی سفارش‌دهی خرده‌فروشان بر عهده‌ی تأمین‌کننده است. هزینه‌ی همسنگ سالیانه‌ی تولیدکننده تحت سیستم VMI از روابط (۱۰) و (۱۵)-(۱۳) مطابق رابطه‌ی زیر حاصل می‌شود.

$$AC_s^{VMI} = HC_s^{VMI} + \sum_{\forall j \in S} PC_j^{VMI} + OC_s^{VMI} + \sum_{j=1}^{m} OC_j^{VMI}$$
$$= \left[A_s + \frac{h_s}{r^2}\left(p - pe^{\frac{-rnq}{p}} - rnqe^{\frac{-rnq}{p}}\right) + \frac{h_s q e^{\frac{-rnq}{p}}}{1-e^{-r\frac{q}{D}}}\left(e^{\frac{-rnq}{D}} + n - ne^{-r\frac{q}{D}} - 1\right)\right.$$
$$\left. + \sum_{\forall j \in S} \frac{\pi_j D_j}{r^2}\left(e^{-r\left(\frac{q}{D}-\frac{U_j}{D_j}\right)} + r\left(\frac{q}{D}-\frac{U_j}{D_j}\right) - 1\right) \times \left(\frac{1-e^{\frac{-rnq}{D}}}{1-e^{-r\frac{q}{D}}}\right) + \sum_{j=1}^{m} A_j \times \left(\frac{1-e^{\frac{-rnq}{D}}}{1-e^{-r\frac{q}{D}}}\right)\right] \times \left(\frac{r}{1-e^{\frac{-rnq}{D}}}\right) \qquad (۱۶)$$

برخلاف VMI امانتی، هزینه‌ی نگهداری موجودی خرده‌فروشان در VMI غیرامانتی برعهده‌ی خودشان است. ارزش فعلی هزینه‌ی نگهداری خرده‌فروش j اُم در مدت T_r برابر است با

$$\int_0^{\frac{q_j}{D_j}} h_j(q_j - D_j t)e^{-rt}dt \qquad (۱۷)$$

بنابراین ارزش همسنگ سالیانه‌ی این هزینه از رابطه‌ی زیر بدست می‌آید.

$$AC_j^{VMI} = HC_j^{VMI} = \left(\int_0^{\frac{q_j}{D_j}} h_j(q_j - D_j t)e^{-rt}dt\right) \times \sum_{i=0}^{n-1} e^{-ir\frac{q_j}{D_j}} \times \sum_{i=0}^{\infty} e^{-irT_s} \times r$$
$$= \left(\frac{h_j D_j}{r^2}\left(e^{-r\frac{q}{D}} + r\frac{q}{D} - 1\right)\right) \times \left(\frac{1-e^{\frac{-rnq}{D}}}{1-e^{-r\frac{q}{D}}}\right) \times \left(\frac{r}{1-e^{\frac{-rnq}{D}}}\right) \qquad (۱۸)$$

و در نهایت ارزشِ همسنگِ سالیانه‌ی هزینه‌ی کل موجودی سیستمِ VMI از مجموع هزینه‌های همه‌ی خرده‌فروشان (رابطه‌ی (۱۸)) و هزینه‌ی تولیدکننده (رابطه‌ی (۱۶)) مطابق با رابطه‌ی (۱۹) حاصل می‌شود.

$$AC^{VMI} = AC_s^{VMI} + \sum_{j=1}^{m} AC_j^{VMI} \qquad (۱۹)$$

اکنون برای مدل کردن مسئله‌ی مطرح شده باید مجموعه محدودیت‌های (۲۰) و (۲۱) را درنظر گرفت.

$$q_j \geq U_j \quad \forall j \in S \qquad (۲۰)$$
$$q_j \leq U_j \quad \forall j \in \bar{S} \qquad (۲۱)$$

رابطه‌ی (۲۰) تضمین می‌کند تولیدکننده از حد بالای تعیین شده‌ی هر یک از خرده‌فروشان عضو مجموعه‌ی S تخطی می‌کند. رابطه‌ی (۲۱) تضمین می‌کند تولیدکننده حدود تعیین شده برای اعضای مجموعه‌ی $\bar{S}$ را رعایت می‌کند. در راستای کم کردن تعداد متغیرهای مدل می‌توان مجموعه محدودیت‌های (۲۰) و (۲۱) را با استفاده از رابطه‌ی (۱) به‌ترتیب به‌صورت روابط (۲۲) و (۲۳) نوشت.

$$q \geq \frac{U_j}{D_j} D \qquad \forall j \in S \tag{۲۲}$$

$$q \leq \frac{U_j}{D_j} D \qquad \forall j \in \bar{S} \tag{۲۳}$$

اکنون مدل نهایی به‌صورت برنامه‌ریزی غیرخطی عددصحیح مختلط (MINLP[18]) زیر ارائه می‌شود. در این مدل n، q و y_j متغیرهای تصمیم هستند.

مدل VMI-I:

$$\begin{aligned}\min AC^{VMI}(y_j, q, n) = &\left[A_s + \frac{h_s}{r^2}\left(p - pe^{\frac{-rnq}{p}} - rnqe^{\frac{-rnq}{p}}\right) + \frac{h_s q e^{\frac{-rnq}{p}}}{1 - e^{-r\frac{q}{D}}}\left(e^{\frac{-rnq}{D}} + n - ne^{-r\frac{q}{D}} - 1\right)\right.\\ &+ \sum_{j=1}^{m} \frac{\pi_j D_j}{r^2}\left(e^{-r\left(\frac{q}{D} - \frac{U_j}{D_j}\right)} + r\left(\frac{q}{D} - \frac{U_j}{D_j}\right) - 1\right) \times \left(\frac{1 - e^{\frac{-rnq}{D}}}{1 - e^{-r\frac{q}{D}}}\right) \times y_j\\ &\left. + \sum_{j=1}^{m}\left(A_j + \frac{h_j D_j}{r^2}\left(e^{-r\frac{q}{D}} + r\frac{q}{D} - 1\right)\right) \times \left(\frac{1 - e^{\frac{-rnq}{D}}}{1 - e^{-r\frac{q}{D}}}\right)\right] \times \left(\frac{r}{1 - e^{\frac{-rnq}{D}}}\right)\end{aligned} \tag{۲۴}$$

s. t.

$$q \geq \frac{U_j}{D_j} D - M(1 - y_j) \qquad \forall j \in \{1,2,\dots,m\} \tag{۲۵}$$

$$q \leq \frac{U_j}{D_j} D + My_j \qquad \forall j \in \{1,2,\dots,m\} \tag{۲۶}$$

$$\sum_{j=1}^{m} y_j \leq m \tag{۲۷}$$

$$n \leq \frac{p}{D} \tag{۲۸}$$

$$q \geq 0, n \in \mathbb{N}, y_j \in \{0,1\} \ \forall j \in \{1,2,\dots,m\} \tag{۲۹}$$

تابع هدف (۲۴) هزینه‌ی همسنگِ سالیانه‌ی موجودی کل سیستمِ VMI را که از جایگذاری روابط ۱۶ و ۱۸ در رابطه‌ی ۱۹ حاصل می‌شود را کمینه می‌کند. محدودیت (۲۵) وقتی فعال می‌شود که y_j برابر ۱ باشد. در این‌صورت این محدودیت مطابق رابطه‌ی (۲۲) برای اعضای مجموعه‌ی S عمل می‌کند. محدودیت (۲۶) وقتی فعال می‌شود که y_j برابر ۰ باشد. در این‌صورت این محدودیت مطابق رابطه‌ی (۲۳) برای اعضای مجموعه‌ی $\bar{S}$ عمل می‌کند. محدودیت (۲۷) تضمین می‌کند که کل حالات مربوط به مجموعه‌ی S و $\bar{S}$ بررسی شود. محدودیت (۲۸) تضمین می‌کند که فرض مربوط به مجاز نبودن کسری (فرض ۶) همواره برقرار شود؛ چراکه در غیر این‌صورت با توجه به رابطه‌ی زیر مدت زمان تولید $\left(\frac{nq}{p}\right)$ از زمان سیکل خرده‌فروشان $\left(\frac{q}{D}\right)$ بیشتر شده و خرده‌فروشان با کسری مواجه می‌شوند.

$$n > \frac{p}{D} \ \left(\text{نقض محدودیت ۲۸}\right) \Rightarrow \frac{n}{p} > \frac{1}{D} \Rightarrow \frac{nq}{p} > \frac{q}{D} \tag{۳۰}$$

۷. مدل‌سازی ریاضی سیستم مستقل (بدون VMI)

در سیستم مستقلِ مورد بررسی فرض می‌شود که تولیدکننده و خرده‌فروشان از مدل کلاسیک EOQ برای تعیین تصمیمات بهینه‌ی خود استفاده می‌کنند. در ابتدا باید تأکید کنیم که مدل مستقل ممکن است به جواب‌های نشدنی بیانجامد، زیرا مقدار اقتصادی سفارش تولیدکننده ممکن است با مجموع مقادیر اقتصادی سفارش خرده‌فروشان متفاوت باشد. با این‌حال از آن به‌منظور مقایسه استفاده می‌شود؛ چراکه در صورتِ عملِ مستقلِ اجزای زنجیره‌ی تأمین بهترین هزینه را به ما می‌دهد. اکنون روابط مربوط به مدل مستقل با درنظرگرفتن ارزش زمانی پول توسعه داده می‌شود.

با درنظرگرفتن هزینه‌ی سفارش‌دهی هریک از خرده‌فروشان در ابتدای شروع بازپرسازی، ارزش همسنگ سالیانه‌ی این هزینه برای خرده‌فروش j ام از رابطه‌ی زیر بدست می‌آید.

$$OC_j^{\text{no VMI}} = A_j \times \sum_{j=0}^{\infty} e^{-ri\frac{q_j}{D_j}} \times r = \frac{A_j \times r}{1 - e^{-r\frac{q_j}{D_j}}} \tag{۳۱}$$

ارزش همسنگ سالیانه‌ی نگهداری خرده‌فروش j ام نیز برابر است با

$$\begin{aligned}HC_j^{\text{no VMI}} = &\left(\int_0^{\frac{q_j}{D_j}} h_j(q_j - D_j t)e^{-rt}dt\right) \times \sum_{i=0}^{\infty} e^{-ri\frac{q_j}{D_j}}\\ &\times r\\ &= \frac{h_j D_j}{r^2}\left(e^{-r\frac{q_j}{D_j}} + r\frac{q_j}{D_j} - 1\right)\\ &\times \frac{r}{1 - e^{-r\frac{q_j}{D_j}}}\end{aligned} \tag{۳۲}$$

و در نهایت هزینه‌ی همسنگ سالیانه‌ی خرده‌فروش j ام تحت سیستم مستقل از جمع دو رابطه‌ی (۳۱) و (۳۲) حاصل می‌شود. در سیستم مستقل هر یک از خرده‌فروشان با کمینه‌کردن هزینه‌ی همسنگ سالیانه‌ی خود با رابطه‌ی (۳۳) مقدار اقتصادی سفارش خود را تعیین می‌کنند.

$$\begin{aligned} AC_j^{\text{no VMI}}(q_j) &= OC_j^{\text{no VMI}} + HC_j^{\text{no VMI}} \\ &= \left(A_j + \frac{h_j D_j}{r^2}\left(e^{-r\frac{q_j}{D_j}} + r\frac{q_j}{D_j} - 1 \right) \right) \frac{r}{1 - e^{-r\frac{q_j}{D_j}}} \end{aligned} \quad (۳۳)$$

با درنظرگرفتن هزینه‌ی ثابت تولید در ابتدای سیکل تولید، ارزش همسنگ سالیانه‌ی این هزینه برای تولیدکننده از رابطه‌ی زیر بدست می‌آید.

$$OC_s^{\text{no VMI}} = A_s \times \sum_{j=0}^{\infty} e^{-ri\frac{Q}{p}} \times r = \frac{A_s \times r}{1 - e^{-r\frac{Q}{p}}} \quad (۳۴)$$

ارزش همسنگ سالیانه‌ی نگهداری تولیدکننده نیز برابر است با

$$\begin{aligned} HC_s^{\text{no VMI}} &= \left(\int_0^{\frac{Q}{p}} h_s(Q - D_j t) e^{-rt} dt \right) \times \sum_{i=0}^{\infty} e^{-ri\frac{Q}{p}} \times r \\ &= \frac{h_s p}{r^2}\left(e^{-r\frac{Q}{p}} + r\frac{Q}{p} - 1 \right) \times \frac{r}{1 - e^{-r\frac{Q}{p}}} \end{aligned} \quad (۳۵)$$

و درنهایت هزینه‌ی همسنگ سالیانه‌ی تولیدکننده تحت سیستم مستقل مطابق رابطه‌ی (۳۶) از جمع دو رابطه‌ی (۳۴) و (۳۵) بدست می‌آید. در سیستم مستقل تولیدکننده با کمینه‌کردن هزینه‌ی همسنگ سالیانه‌ی خود به رابطه‌ی (۳۶) مقدار اقتصادی تولید خود را تعیین می‌کند.

$$AC_s^{\text{no VMI}}(Q) = \left(A_s + \frac{h_s}{r^2}\left(p - pe^{-r\frac{Q}{p}} - rQe^{-r\frac{Q}{p}} \right) \right) \frac{r}{1 - e^{-r\frac{Q}{p}}} \quad (۳۶)$$

۸. مثال‌های عددی

در ادامه دو مثال عددی ارائه خواهد شد. در مثال اول عملکرد مدل VMI با عملکرد مدل مستقل (بدون VMI) مقایسه می‌شود. مثال دوم نیز پایه و اساس بخش آنالیز حساسیت خواهد بود.

۸-۱. مثال ۱

هدف از ارائه‌ی این بخش مقایسه‌ی سیستم‌های VMI غیرامانتی و مستقل با درنظرگرفتن ارزش زمانی پول است. یک تولیدکننده و چهل خرده‌فروش با پارامترهای مطابق جدول ۱ درنظر گرفته شدند. جهت بدست آوردن جواب بهینه از نرم‌افزار GAMS 22.1 الگوریتم بهینه‌ساز BARON استفاده شد. نتایج در جدول ۱ و ۲ گزارش شده است. همان‌طور که در جدول ۲ مشاهده می‌شود سیستم VMI، ۱۱/۱۷٪ از هزینه‌های سیستم مستقل را کاهش می‌دهد. این نتیجه نشان می‌دهد که اگرچه در سیستم مستقل هر جزء از زنجیره‌ی تأمین هزینه‌ی خود را کمینه می‌کند ولی این امر ضرورتاً هزینه‌ی کل سیستم را بهینه نمی‌کند. این مطلب به‌خوبی منافع کسب شده از یکپارچگی زنجیره‌ی تأمین تحت سیستم VMI را نشان می‌دهد.

جدول ۱. داده‌ها و جزئیات حل بهینه‌ی مدل‌های VMI و مستقل مربوط به مثال ۱

داده‌ها					سیستم VMI		سیستم مستقل (بدون VMI)			
j	D_j	A_j	h_j	π_j	U_j	q_j	AC_j^{VMI}	OC_j^{noVMI}	HC_j^{noVMI}	AC_j^{noVMI}
1	9300	295	9.3	5	440	1136.4	5305.75	766.01	3611.15	3571.71	7182.85
2	8400	150	3.2	1.75	400	1026.43	1648.96	884.3	1439.91	1419.84	2859.75
3	7750	250	3.5	2.25	650	947	1663.99	1047.47	1874.81	1841.33	3716.14
4	1750	100	4.1	2.75	150	213.84	440.15	290.56	612.35	598.94	1211.29
5	2600	390	7.9	4	240	317.7	1260.03	503.4	2053.58	2001.24	4054.82
6	1400	420	6.1	3	145	171.07	523.89	434.53	1395.61	1339.04	2734.65
7	3900	90	7	3.5	450	476.56	1674.72	315.82	1120.4	1108.37	2228.77
8	2600	120	5.4	3.5	340	317.7	861.29	338.46	933.88	917.81	1851.68
9	2900	220	5.9	3.8	480	354.36	1049.62	462.58	1401.35	1371.86	2773.2

ادامه جدول ۱

10	7000	310	7.9	4.1	1200	855.35	3392.39	738.59	2969.16	2927.68	5896.83
11	3400	150	7.8	3.6	650	415.46	1626.88	360.34	1430.37	1410.3	2840.67
12	2000	410	8.4	5	450	244.39	1030.6	438.63	1910.77	1855.7	3766.47
13	5000	140	9.2	4	1200	610.97	2821.88	389.08	1813.14	1794.42	3607.56
14	3900	160	6.7	2.2	960	476.56	1602.95	430	1467.21	1445.8	2913.02
15	4900	210	6.6	4.2	1300	598.75	1983.9	556.29	1870.82	1842.72	3713.54
16	5700	260	4.7	3.1	1700	696.5	1643.44	790.46	1900.99	1866.16	3767.15
17	9000	360	8.1	4	2700	1099.74	4472.07	891.47	3670.55	3622.39	7292.94
18	1050	430	10	4	340	128.3	644.13	297.66	1560.24	1502.36	3062.6
19	5920	150	9.5	1.75	1950	723.39	3450.06	431.32	2073.81	2053.77	4127.58
20	8450	165	3.8	2.5	2850	1032.54	1969.8	853.75	1649.65	1627.58	3277.23
21	8925	210	4.5	2.4	3095	1090.58	2463.78	909.59	2081.62	2053.53	4135.15
22	6950	220	8.7	4.3	2450	849.25	3709.24	591.19	2608.38	2578.96	5187.34
23	4350	190	5.2	3.25	1625	531.54	1387.63	561.39	1491.33	1465.89	2957.21
24	5400	155	8.6	3.25	2150	659.85	2848.87	440	1917.84	1897.12	3814.95
25	7690	375	6.4	4	3150	939.67	3019.17	945.41	3087.92	3037.71	6125.63
26	4840	325	7.5	4.5	2050	591.42	2226.83	644.79	2472.21	2428.69	4900.9
27	1550	280	6.1	3	700	189.4	580.02	374.19	1188.08	1150.45	2338.53
28	7350	400	3.9	2.15	3550	898.12	1758.46	1221.08	2447.92	2394.3	4842.22
29	5050	300	6.1	2.9	2450	617.08	1889.74	701.52	2189.73	2149.55	4339.28
30	6800	210	4.4	2.4	3450	830.92	1835.45	802.49	1800.54	1772.43	3572.97
31	900	190	5.6	3.5	460	109.97	309.18	244.89	717.46	691.9	1409.36
32	1250	450	7.7	4.9	660	152.74	590.45	378.38	1532.06	1471.46	3003.52
33	7350	500	7.6	2.1	3900	898.12	3426.74	979.05	3803.87	3736.9	7540.77
34	1800	380	7.3	3.8	975	219.95	806.08	429.45	1631.03	1579.96	3211
35	2450	295	8.1	5	1415	299.37	1217.4	420.03	1750.39	1710.83	3461.22
36	3950	155	5.5	1.75	2300	482.66	1332.73	469.97	1318.3	1297.55	2615.85
37	4450	265	6.9	3.75	2600	543.76	1883.61	582.1	2052.48	2016.99	4069.47
38	7650	335	7.8	2.85	4580	934.78	3660.47	807.77	3206.23	3161.4	6367.63
39	900	405	8.8	3.25	540	109.97	485.85	284.79	1320.84	1266.27	2587.11
40	2350	250	8.2	4.2	1550	287.16	1182.12	376.52	1585.48	1551.97	3137.45
تولید کننده	188875	5000	2	-	2	23079.29	138227.06	44155.92	44323.89	43987.99	88311.87

جدول ۲. نتایج کلی حلِ بهینه‌ی مدل‌های VMI و مستقل مربوط به مثال ۱

x	HC_s^{VMI}	PC_r	OC_r^x	OC_s^x	HC_r^x	AC_s^x	AC_r^x	AC^x
no VMI	43987.99	0	76963.46	44323.89	75532.85	88311.87	152496.28	481616.34
VMI	27280.93	1590.87	88391.88	20963.39	75680.27	138227.06	75680.27	427814.67
درصد بهبود (+) یا بدتر شدن (-) با VMI	+37.98	-	-14.85	+52.70	-0.20	-56.52	+50.37	+11.17

در سیستم VMI خرده‌فروشان از هزینه‌ی سفارش‌دهی مبرا می‌شوند. همچنین با حدود بالایی تعیین شده در موافقت‌نامه‌های قراردادی مذکور از سطح موجودیشان مراقبت و هزینه‌ی نگهداریشان کنترل می‌شود. به‌همین خاطر مطابق جدول ۱ هر یک از خرده‌فروشان هزینه‌های به مراتب پایین‌تری نسبت به سیستم مستقل دارند. در این مثال مطابق جدول ۲ مجموع هزینه‌ی خرده‌فروشان تحت سیستم VMI به میزان ۵۰/۳۷٪ کاهش یافته که بسیار قابل توجه و برای خرده‌فروشان برانگیزنده است.

مطابق جدول ۲ هزینه‌ی ثابت تولید و هزینه‌ی نگهداری تولیدکننده در سیستم VMI نسبت به سیستم مستقل به‌ترتیب به میزان ۵۲/۷۰٪ و ۳۷/۹۸٪ کاهش یافته است. یکپارچگی سیستم VMI باعث شده است تا با هماهنگی بین خرده‌فروشان و تولیدکننده، تعداد دفعات تولید و سطح موجودی تولیدکننده کاهش یابد و این بهبود میسر شود. اگرچه هزینه‌ی سفارش‌دهی خرده‌فروشان در سیستم VMI نسبت به سیستم سنتی مطابق جدول ۲ به میزان ۱۴/۸۵٪ بیشتر شده است ولی کاهش عمده‌ی هزینه‌ی ثابت و نگهداری موجودی تولیدکننده تحت سیستم VMI این افزایش را جبران می‌کند و مجموع هزینه‌های سیستم VMI را نسبت سیستم مستقل ۱۱/۱۷٪ بهبود می‌دهد. از آن‌جاکه در سیستم VMI تولیدکننده هزینه‌ی سفارش‌دهی خرده‌فروشان را متقبل و نیز هزینه‌های جریمه به او تحمیل می‌شود، مطابق جدول ۲ مجموع هزینه‌های تولیدکننده در سیستم VMI نسبت به سیستم مستقل به میزان ۵۶/۵۲٪ افزایش یافته است.

حال سؤالی که مطرح می‌شود این است که علی‌رغم افزایش قابل‌توجه هزینه‌های تولیدکننده، چه محرک‌ها و چه انگیزه‌هایی سبب همکاری تولیدکننده تحت سیستم VMI می‌شود؟ در پاسخ به این سؤال باید گفت که در سیستم VMI، دسترسی تولیدکننده به داده‌های واقعی مربوط به تقاضای مشتریان نهائیِ محصولش او را قادر می‌سازد تا تصمیمات استراتژیک خود را با ریسک بسیار کمی اتخاذ کند، برنامه‌های کوتاه‌مدت، میان‌مدت و بلندمدت خود را به خوبی با تقاضای واقعی موجود در بازار هماهنگ سازد و تصمیمات مربوط به تولید، خرید مواد اولیه، خرید تجهیزات، تولید انواع دیگر محصولات، سرمایه‌گذاری، وام‌گیری و ... را با شفافیت و اطمینان بیشتری اتخاذ کند. از این جهت از هزینه‌های هنگفتی مبرا می‌شود که می‌تواند در آینده در اثر شفاف نبودن اطلاعات و تصمیم‌سازی‌ها و سیاست‌گذاری‌های نادرست به او تحمیل و موجب برشکستگی و حذفش از بازار شود. بنابراین سیستم VMI تأثیر فراوانی بر بقا و سوددهی تولیدکننده در محیط رقابتی امروز دارد. چنین محرکی باعث چشم‌پوشی تولیدکننده از هزینه‌های تحمیلی ظاهری VMI به او جهت کسب منافع بلندمدت و استراتژیک در آینده می‌شود.

با وجود محاسن ذکر شده‌ی سیستم VMI برای تولیدکننده، او می‌تواند با مذاکرات ثانویه از طریق چانه‌زنی برسر دو پارامتر اصلی هزینه‌ی جریمه؛ یعنی U_j، π_j و نیز تغییر در سطح موجودی خرده‌فروشان از راه دستکاری در مقدار بازپرسازی آن‌ها (q_j) هزینه‌هایش را کاهش دهد. البته بدیهی است که چنین کاری با افزایش هزینه و کاهش منافع خرده‌فروشان همراه است؛ زیرا باعث بالاتر رفتن سطح موجودی و در نتیجه هزینه‌ی نگهداریشان می‌شود. این امر نیز برای تولیدکننده خطرناک است چراکه نارضایتی خرده‌فروشان می‌تواند به کاهش یا قطعِ سطح همکاری‌های آن‌ها با تولیدکننده به عنوان رابط با مشتریان نهائی محصولِ تولیدکننده منجر شود. حال اگر تحت سیستم VMI غیرامانتی تولیدکننده بخواهد از طریق مذاکرات ثانویه با تغییر مقدار بازپرسازی و حدود بالایی تعیین شده برای خرده‌فروشان، حداقل γ٪ از هزینه‌های خود را کاهش دهد، می‌تواند با پیاده‌سازی مدل زیر (VMI-R) کاهش منافع خرده‌فروشان را با توجه به اهمیت نسبی آن‌ها برای تولیدکننده کمینه کند.

علاوه بر n و q متغیرهای تصمیم مدل VMI-R عبارتنداز:

ε_j: میزان کاهش منافع خرده‌فروش j ام

U_j: حد بالایی خرده‌فروش j ام

پارامترهای جدید مدل VMI-R عبارتنداز:

E_j: میزان اهمیت نارضایتی و کاهش منافع خرده‌فروش j ام برای تولیدکننده. E_j می‌تواند از طریق تکنیک‌های ارزیابی اوزان برای شاخص‌ها در MADM؛ یعنی تهیه‌ی ماتریس مقایسات زوجی اهمیت خرده‌فروشان برای تولیدکننده و استفاده از تکنیک‌هایی چون روش کمترین مجذورات وزین شده یا بردار ویژه بدست آید.

a_j: حداقل میزان ε_j جهت چانه‌زنی بر سر کاهش منافع خرده‌فروش j ام

b_j: حداکثر میزان ε_j جهت چانه‌زنی بر سر کاهش منافع خرده‌فروش j ام

$AC_{j,pre}^{VMI}$: مقدار بهینه‌ی هزینه‌ی همسنگ سالیانه‌ی خرده‌فروش j ام از حل مدل VMI-I

$SC_{j,pre}$: مقدار بهینه‌ی هزینه‌ی جریمه‌ی همسنگ سالیانه‌ی خرده‌فروش j ام از حل مدل VMI-I

$AC_{s,pre}^{VMI}$: مقدار بهینه‌ی هزینه‌ی همسنگ سالیانه‌ی تولیدکننده از حل مدل VMI-I

مدل VMI-R

$$\min \sum_{j=1}^{m} E_j \varepsilon_j \qquad (۳۷)$$

S. t.

(۳۱)-(۲۹)، (۲۶) و (۲۵)

$$AC_s^{VMI} \le AC_{s,pre}^{VMI}(1 - \%\gamma) \qquad (۳۸)$$

$$AC_j^{VMI} - SC_j = AC_{j,pre}^{VMI} - SC_{j,pre} + \varepsilon_j \qquad (۳۹)$$

$$a_j \le \varepsilon_j \le b_j \qquad (۴۰)$$

$$\varepsilon_j, U_j \ge 0 \qquad (۴۱)$$

تابع هدف با رابطه‌ی (۳۷) میزان نارضایتی خرده فروشان را با توجه به اهمیت نسبی آن‌ها برای تولیدکننده کمینه می‌کند. محدودیت (۳۸) حداقل ۷٪ بهبود در هزینه‌ی تولیدکننده را تضمین می‌کند. محدودیت (۳۹) اجازه می‌دهد تا با کاهش منافع خرده‌فروشان، حداقل ۷٪ از هزینه‌های تولیدکننده جبران شود. محدودیت (۴۰) مربوط به حداقل و حداکثر میزان چانه‌زنی با خرده‌فروش j ام است.

۸-۲. مثال ۲

فرض می‌کنیم تولیدکننده‌ای محصولی را با نرخ ۶۰۰ واحد در سال تولید می‌کند. هزینه‌ی آماده‌سازی خط تولید ۱۳۰ واحد پول و هزینه‌ی نگهداری هر واحد محصول در سال برای تولیدکننده ۳ واحد پول است. محصولات این تولیدکننده توسط سه خرده‌فروش توزیع می‌شود. اطلاعات مربوط به تقاضای سالیانه، هزینه‌ی نگهداری هر واحد محصول در سال و هزینه‌ی سفارش‌دهی این خرده‌فروشان در جدول ۳ منعکس شده است.

جدول ۳. داده‌های مربوط به هریک از خرده فروشان

خرده‌فروش	D_j	h_j	A_j
A	60	7	15
B	140	5	12
C	50	6	13

در ضمن طی موافقت‌های صورت گرفته بین تولیدکننده و هریک از خرده‌فروشان، حد بالای سطح موجودی (U_j) و هزینه‌ی جریمه‌ی هر واحد موجودی در سال (π_j) برای هریک از خرده‌فروشان تحت سیستم VMI غیرامانتی مطابق جدول ۴ تعیین شده است.

جدول ۴. داده‌های مربوط به موافقت‌نامه‌های بین تولیدکننده و هریک از خرده‌فروشان

خرده‌فروش	U_j	π_j
A	15	2
B	14	3
C	20	4

با فرض نرخ تنزیل ۰/۲ نتایج مربوط به حل بهینه‌ی مدل VMI-I از طریق نرم‌افزار GAMS 22.1 با الگوریتم بهینه‌ساز BARON در ادامه آمده است.

$$S = \{A, B\}, \bar{S} = \{C\}, n = 2, q_A = 16.89, q_B = 39.41, q_C = 14.08, AC_s^{VMI} = 526.31, AC^{VMI} = 728.08$$

۹. آنالیز حساسیت

در این بخش آنالیز حساسیت برای مطالعه‌ی تأثیر پارامترهای مدل VMI بر جواب بهینه با درنظر گرفتن مثال عددی فوق الذکر انجام شد. جدول‌های ۱۱-۵ مربوط به آنالیز حساسیت در قسمت پیوست‌ها آمده است.

اثر A_s (هزینه‌ی ثابت هر بار تولید):

برای مطالعه‌ی اثر پارامترِ A_s، برای هر یک از مقادیرِ A_s در بازه‌ی ۵۰ تا ۶۵۰ با نمو ۱۰۰ تایی، جواب بهینه بدست آورده شد. نتایج در جدول ۵ آمده است. از دیدگاه جریان نقدی گسسته با افزایش A_s بهتر است، تولید با درنگ و فاصله‌ی زمانی بیشتری در آینده انجام شود؛ زیرا هزینه‌های اعمال شده در آینده‌ای دورتر با توجه به ارزش زمانی پول به نفع سیستم است. به همین خاطر زمان سیکل تولیدکننده (T_s) طبق جدول ۵ افزایش می‌یابد. با افزایش A_s انتظار می‌رود که میزان تولید در هر سیکل (Q) افزایش یابد؛ چراکه برای تولیدکننده مطلوب است که برای کاهش دفعات تولید به منظور مصون ماندن از افزایش هزینه‌های ثابت، مقادیر بیشتری محصول در هر سیکل تولید گردد. این انتظار مطابق جدول ۵ برآورده شده است.

با افزایشِ مقدار تولید، سطح موجودی تولیدکننده بالاتر رفته و هزینه‌ی نگهداری تولیدکننده (HC_s^{VMI}) افزایش می‌یابد، که در جدول ۵ نیز مشخص است. برای جلوگیری از روند افزایشی مفرطِ HC_s^{VMI}، مجموع مقدار بازپرسازی (q) افزایش می‌یابد؛ چراکه باعث کاهش سطح موجودی تولیدکننده می‌شود. همان‌طور که در جدول ۵ مشاهده می‌شود سهم HC_s^{VMI} از هزینه‌ی کل تقریباً ثابت است که نشان از مهار این هزینه دارد. البته با افزایش q هزینه‌ی جریمه‌ی تولیدکننده (PC_r^{VMI}) وهزینه‌ی نگهداری خرده‌فروشان (HC_r^{VMI}) نیز افزایش می‌یابد که با کاهش هزینه‌ی سفارش‌دهی خرده‌فروشان (OC_r^{VMI}) و کاهش در میزان افزایش هزینه‌ی نگهداری تولیدکننده (HC_s^{VMI}) جبران می‌شود.

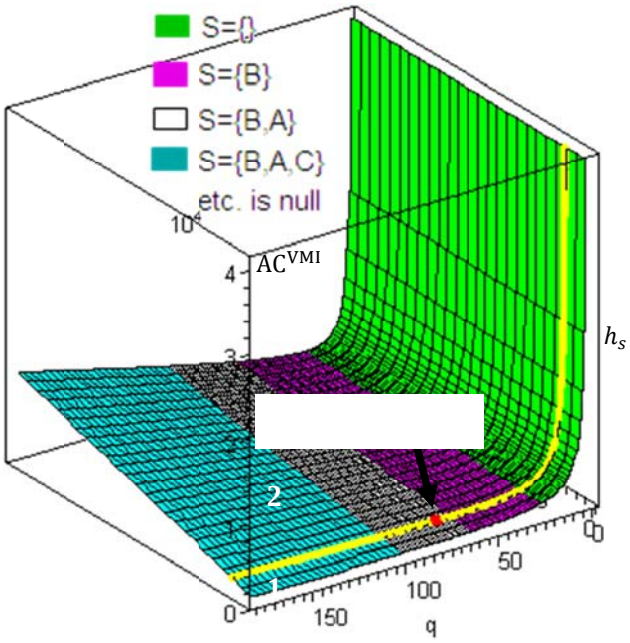
اثر h_s (نرخ هزینه‌ی نگهداری تأمین‌کننده):

برای مطالعه‌ی اثر پارامترِ h_s، برای هر یک از مقادیرِ h_s در بازه‌ی ۰ تا ۲۴ با نمو ۴ تایی، جواب بهینه بدست آورده شد. نتایج در جدول ۶ گزارش شده است. از منظر یک جریان نقدی پیوسته، هزینه‌ی نگهداری وابسته به سطح موجودی در هر لحظه از سیستم است. پس بهتر است که با افزایش h_s، سطح موجودی تولیدکننده کاهش یابد تا افزایش در هزینه‌های نگهداری او کنترل شود. از این رو مطابق جدول ۶ مقادیر Q در حال کاهش است.

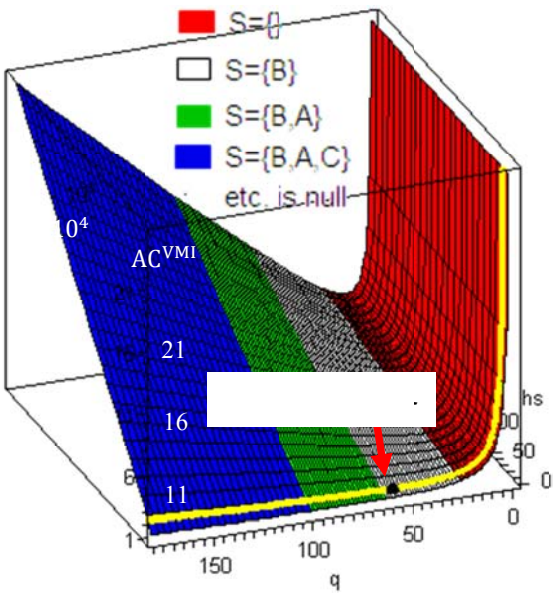
رویه‌ی AC^{VMI} برحسب h_s و q در شکل ۴ برای n=1 و در شکل ۵ برای n=2 رسم شده است. حل بهینه‌ی مدل VMI-Iدر $h_s = 22$ با نقطه‌ی قرمز رنگ (شکل ۴) و در $h_s = 8$ با نقطه‌ی سیاه رنگ (شکل ۵) مشخص شده است. با مقایسه‌ی این دو رویه به‌خوبی

لزوم کاهش n به‌دلیل افزایش h_s مشخص می‌شود؛ چراکه در h_sهای بالا، حالت n=1 (شکل ۴) دارای افزایش بسیار کمتری در مقدار تابع هدف نسبت به حالت n=2 (شکل ۵) است.

با کاهش n و Q دفعات تولید افزایش و درنتیجه هزینه‌های ثابت او (OC_s^{VMI}) افزایش می‌یابد. همچنین به نظر می‌رسد که بهتر است با افزایش h_s، مقدار بازپرسازی خرده‌فروشان (q) افزایش یابد تا هزینه‌ی نگهداری تولیدکننده را کاهش دهد. اما جدول ۶ چنین روندی را نشان نمی‌دهد. علت آن است که روند کاهشی q در nهای برابر باعث کاهش هزینه‌های جریمه‌ی تولیدکننده (PC_r^{VMI}) و نگهداری خرده‌فروشان (HC_r^{VMI}) می‌شود که در موازنه با افزایش هزینه‌های نگهداری تولیدکننده (HC_s^{VMI}) و سفارش‌دهی خرده‌فروشان (OC_r^{VMI}) به نفع سیستم است.



شکل ۴. رویه‌ی AC^{VMI} برحسب q و h_s در n=1



شکل ۵. رویه‌ی AC^{VMI} برحسب q و h_s در n=2

اثر U_j (حد بالایی موجودی خرده‌فروشان):

جدول ۷ اثر حد بالایی خرده‌فروش B (U_B) بر جواب بهینه‌ی مدل VMI-I را نشان می‌دهد. از آنجا که در جدول ۷ حساسیت جواب بهینه نسبت به پارامتر U_B سنجیده می‌شود مناسب‌تر آن است که این جدول، مقدار بازپرسازی خرده‌فروش B (q_B) را نیز دربرگیرد. با افزایش U_B، انتظار داریم که با آزادی عمل بیشتر تولیدکننده برای ارسال محصول بیشتر بدون اعمال هزینه جریمه، q_B افزایش یابد. با مشاهده‌ی جدول ۷ انتظار ما برآورده می‌شود. در نهایت در $U_B \geq 43$ تمامی مقادیر ثابت می‌شوند، به‌عبارتی نه تنها هیچگاه از حد بالایی خرده‌فروش B تخطی نمی‌شود بلکه جواب بهینه نیز هیچ تغییری نمی‌کند و پایدار می‌ماند. در واقع حد بالایی ۴۳ برای خرده‌فروش B مانند حد بالایی بی‌نهایت عمل می‌کند؛ چرا که جواب در حالت $U_B = 43$ با $U_B \to \infty$ هیچ تفاوتی نمی‌کند.

اثر π_j (هزینه‌ی جریمه هر واحد محصول)

برای بررسی پارامتر π_j، برای هر یک از مقادیر π_B در بازه‌ی ۰ تا ۲۸ با نمو ۴ تایی و نیز حالتی که π_B بسیار بزرگ باشد، جواب بهینه بدست آورده شد. نتایج در جدول ۸ گزارش داده شده است. وقتی که π_B بسیار بزرگ است، از حد بالایی خرده‌فروش B تجاوز نمی‌شود؛ چراکه در صورت تخطی از این حد، جریمه بسیار سنگینی به تولیدکننده و درنتیجه به سیستم تحمیل می‌شود. در این حالت پارامتر مذکور باعث می‌شود تا محدودیت مربوط به حد بالایی خرده‌فروش B مانند یک محدودیت ظرفیت برای این خرده‌فروش عمل کند.

وقتی که π_B بسیار کم است ($\pi_B \to 0$)، آنگاه از حد بالایی خرده‌فروش B با اعمال هزینه‌ی جریمه‌ی بسیار ناچیز تخطی می‌شود. در واقع مثل آن است که حد بالای خرده‌فروش B بالا تعیین شده باشد. در این‌صورت هم بدون هزینه‌ی جریمه‌ای، بازپرسازی این خرده‌فروش به هر میزانی انجام می‌شود. با مشاهده‌ی و مقایسه‌ی جواب‌های بهینه در حالت $\pi_B = 0$ در جدول ۸ و حالت $U_B \geq 43$ در جدول ۷، انتظار ما برای یکسان بودن جواب بهینه در حالت‌های $\pi_B \to 0$ و $U_B \to \infty$ برآورده می‌شود.

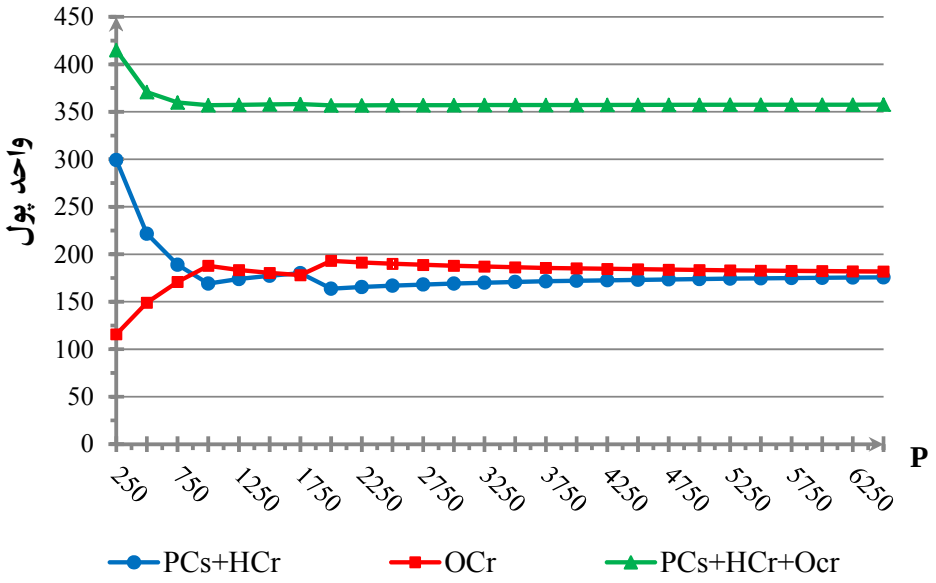
همچنین با افزایش π_B، برای جلوگیری از تخطی از حد بالای خرده‌فروش B به منظور مصون ماندن از افزایش مفرط هزینه‌ی جریمه، q_B کاهش می‌یابد. q که مقدار آن مطابق رابطه‌ی ۱ به‌طور مستقیم به q_B بستگی دارد نیز کاهش می‌یابد. این امر باعث کاهش هزینه‌ی نگهداری خرده‌فروشان (HC_r^{VMI})، افزایش هزینه

سفارش‌دهی آن‌ها (OC_r^{VMI}) و کاهش اعضای مجموعه‌ی S می‌شود. همچنین در nهای ثابت با کاهش q، مقدار تولید در هر سیکل (Q) نیز کاهش می‌یابد. در نتیجه هزینه‌ی نگهداری تولیدکننده (HC_s^{VMI}) کاهش و هزینه‌ی سفارش‌دهی او (OC_s^{VMI}) افزایش می‌یابد.

اثر p (نرخ تولید):

جدول ۹ و شکل ۶ اثر پارامتر نرخ تولید بر جواب بهینه‌ی مدل VMI-I را نشان می‌دهد. با افزایش نرخ تولید محصول، طبعاً باید سطح تولید بالاتر رود که این امر باعث افزایش n وQ در جدول ۹ شده است. افزایش Q، افزایش در هزینه‌های نگهداری تولیدکننده ($HC_s^{VMI,TV}$) را موجب نشده است. این روند درست است چراکه با افزایش p سطح زیر منحنی موجودی-زمان تولیدکننده در بازه‌ی زمانی که تولیدکننده به تولید مشغول است کاهش و به دنبال آن هزینه‌ی نگهداری تولیدکننده کاهش می‌یابد.

با افزایش p، مجموع مقدار بازپرسازی (q) روند نوسانی دارد. این روند به علت کنترل متقابل مجموع هزینه‌های نگهداری خرده‌فروشان و جریمه‌ی تولیدکننده در برابر هزینه‌ی سفارش‌دهی خرده‌فروشان رخ می‌دهد. با توجه به شکل ۶ روند تغییرات $PC_r^{VMI} + HC_r^{VMI}$ و OC_r^{VMI} همواره مخالف هم و مجموع این هزینه‌ها ثابت است. بنابراین جهت حفظ تعادل بین هزینه‌های مذکور، مقدار بازپرسازی روندهای متفاوتی به خود می‌بینند. وقتی مجموع HC_r^{VMI} و PC_r^{VMI} بیش از OC_r^{VMI} است، q کاهش می‌یابد تا مجموع HC_r^{VMI} و PC_r^{VMI} کاهش و OC_r^{VMI} افزایش یابد و نیز بالعکس.

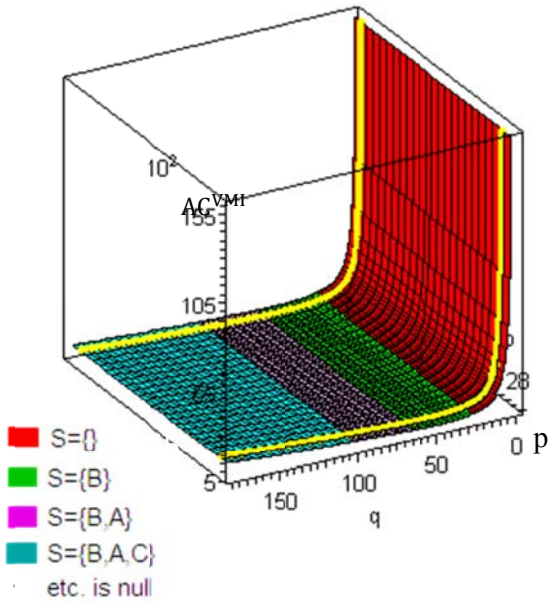


شکل ۶. ثبات مجموع HC_r^{VMI}، PC_r و OC_r^{VMI} به ازای pهای مختلف

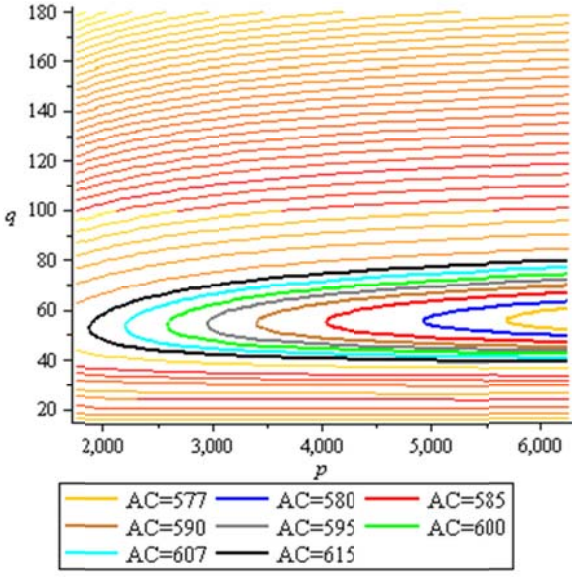
اما مشاهده‌ی جالب آن است که هر چه p افزایش پیدا کند، حساسیت جواب بهینه نسبت به p کمتر می‌شود. مطابق جدول ۹ این روند از $p \geq 2000$ به‌خوبی محسوس است. علت این روند را می‌توان این‌گونه بررسی کرد که با میل دادن p به سمت بی‌نهایت جملات حاوی p از تابع هدف حذف و تابع هدف به مقداری میل می‌کند که به p بستگی ندارد (روابط (۴۴) و (۴۵)).

$$HCs = \lim_{p\to\infty} \frac{h_s}{r^2}\left(p - pe^{\frac{-rnq}{p}} - rnqe^{\frac{-rnq}{p}}\right) + \frac{h_s q e^{\frac{-rnq}{p}}}{1-e^{-r\frac{q}{D}}}\left(e^{\frac{-rnq}{D}} + n - ne^{-r\frac{q}{D}} - 1\right)$$
$$= \frac{h_s}{r^2}(rnq - rnq) + \frac{h_s q}{1-e^{-r\frac{q}{D}}}\left(e^{\frac{-rnq}{D}} + n - ne^{-r\frac{q}{D}} - 1\right) = \frac{h_s q}{1-e^{-r\frac{q}{D}}}\left(e^{\frac{-rnq}{D}} + n - ne^{-r\frac{q}{D}} - 1\right) \quad (۴۴)$$

$$Ac = \left[A_s + \frac{h_s q}{1-e^{-r\frac{q}{D}}}\left(e^{\frac{-rnq}{D}} + n - ne^{-r\frac{q}{D}} - 1\right) + \sum_{\forall j\in S}\frac{\pi_j D_j}{r^2}\left(\left(1-\frac{rU_j}{D_j}\right)e^{\frac{-r\left(\frac{q}{D}D_j - U_j\right)}{D_j}} + r\frac{q}{D} - 1\right) \times \left(\frac{1-e^{\frac{-rnq}{D}}}{1-e^{-r\frac{q}{D}}}\right)\right.$$
$$\left. + \sum_{j=1}^{m}\left(A_j^{VMI} + \frac{h_j D_j}{r^2}\left(e^{-r\frac{q}{D}} + r\frac{q}{D} - 1\right)\right) \times \left(\frac{1-e^{\frac{-rnq}{D}}}{1-e^{-r\frac{q}{D}}}\right)\right] \times \left(\frac{r}{1-e^{\frac{-rnq}{D}}}\right) \quad (۴۵)$$



شکل ۷. رویه‌ی AC^{VMI} برحسب q وp در n=5



شکل ۸. نمودار نقاط هم‌ارزش به‌ازای pهای مختلف

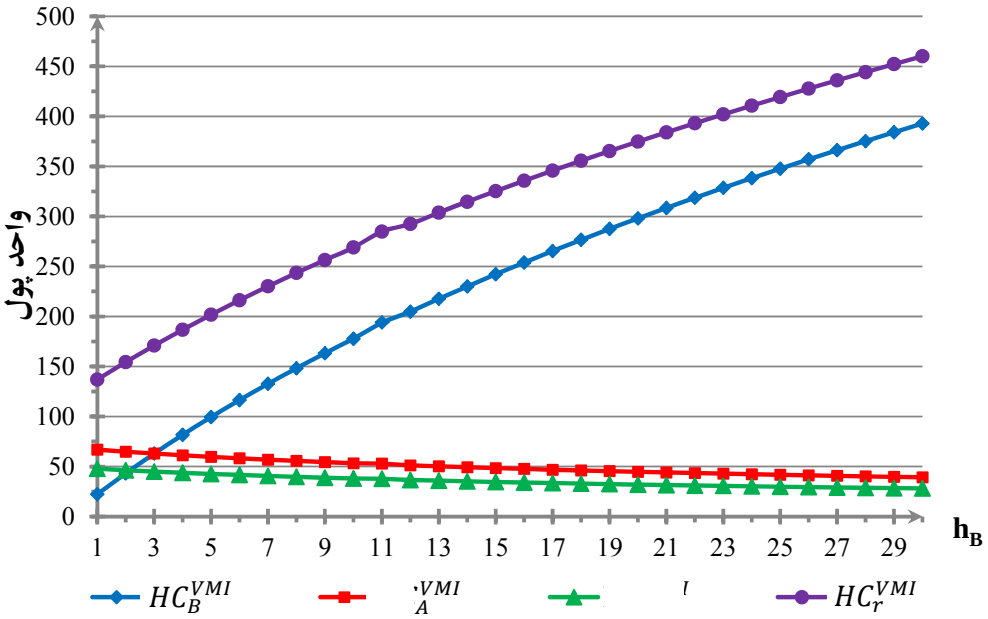
در شکل ۷ رویه‌ی AC^{VMI} برحسب q وp در n=5 برای رسم شده است. برش‌هایی از صفحات p=2000 و p=6250 با این رویه را می‌بینیم که به صورت منحنی‌های زرد رنگ مشخص شده است. این منحنی‌ها کاملاً شبیه هم‌اند؛ گویی این رویه از به‌هم چسبیده شدن منحنی‌های یکسان به ازای pهای مختلف تشکیل شده است. نمودار نقاط هم‌ارزش این رویه نیز در شکل ۸ رسم شده است. این نمودار از خطوط تقریباً موازی با محور pها تشکیل شده است و گویای این مطلب است که حساسیت تابع هدف نسبت به pهای بالا (در این مثال $p \geq 2000$) ناچیز است. حال از آنجاکه OC_r^{VMI}، HC_r^{VMI} و PC_r^{VMI} به p نیز بستگی ندارد، حساسیت مجموع این سه هزینه نسبت به افزایش p مطابق جدول ۹ و شکل ۶ بسیار کمتر از سایر هزینه‌هاست، به‌طوری‌که از $p \geq 1000$ این امر به روشنی مشخص است.

اثر A_j (هزینه‌ی سفارش‌دهی خرده‌فروشان):

جدول ۱۰ نتایج مربوط به حل بهینه‌ی مدل VMI برای مقادیر مختلف A_B از ۱ تا ۸۵ با نمو ۱۲ تایی را نشان می‌دهد. با افزایش A_B، سیستم برای محفوظ ماندن از هزینه‌های در حال افزایش سفارش‌دهی خرده‌فروش B (OC_B^{VMI}) مقدار بازپرسازی این خرده‌فروش B را افزایش می‌دهد تا دفعات بازپرسازیش کاهش یابد. لذا با افزایش A_B در جدول ۱۰، q_B و درنتیجه q همواره در حال افزایش‌اند. با بالارفتن سطح موجودی خرده‌فروشان، اعضای مجموعه‌ی S و مقدار PC_r^{VMI} و HC_r^{VMI} نیز افزایش می‌یابد. از دیدگاه جریان نقدی گسسته نیز بهتر است که با افزایش A_B بازپرسازی خرده‌فروش B با فاصله‌ی زمانی بیشتری در آینده انجام شود. این تأخیر زمانی در آینده برای بازپرسازی به معنای افزایش q_B و افزایش زمان سیکل خرده‌فروشان (T_r) است. همچنین مطابق جدول ۱۰ در nهای برابر، با افزایش A_B، مقدار تولید در هر سیکل (Q) افزایش پیدا می‌کند. علت این امر وابسته بودن مستقیم مقدار تولید (Q) به مقدار بازپرسازی خرده‌فروشان (q) است. افزایش Q، باعث بالاتر رفتن سطح موجودی تولیدکننده و در نتیجه افزایش HC_s^{VMI} و کاهش OC_s^{VMI} در جدول ۱۰ شده است.

اثر h_j (پارامتر نرخ هزینه‌ی نگهداری خرده‌فروشان):

جدول ۱۱ و شکل ۹ اثر پارامتر نرخ هزینه‌ی نگهداری خرده‌فروش B بر جواب بهینه را نشان می‌دهد. با افزایش h_B، هزینه‌ی نگهداری خرده‌فروش B و سهم آن در مجموع هزینه‌ی نگهداری خرده‌فروشان نیز افزایش می‌یابد. به همین دلیل مطابق شکل ۹ و جدول ۱۱ هزینه‌های مذکور با روندی مشابه در حال افزایش‌اند. جهت کنترل روند افزایشی هزینه‌ی نگهداری خرده‌فروشِ B، سطح موجودی و مقدار بازپرسازی این خرده‌فروش (q_B) کاهش می‌یابد. درنتیجه q و هزینه‌ی نگهداری سایر خرده‌فروشان (HC_A^{VMI} و HC_C^{VMI}) نیز کاهش می‌یابد. در nهای برابر، کاهش مقدار بازپرسازی خرده‌فروشان (q) باعث کاهش مقدار تولید (Q) می‌شود. این امر منتج به کاهش سطح موجودی تولیدکننده و درنتیجه افزایش OC_s^{VMI} و کاهش HC_s^{VMI} در جدول ۱۱ شده است.



شکل ۹. اثر پارامتر h_B بر هزینه‌ی نگهداری خرده‌فروشان

اثر r (نرخ تنزیل):

در این بخش جهت بررسی ضرورت لحاظ نمودن ارزش زمانی پول، تحلیل حساسیت روی پارامتر نرخ تنزیل (r) انجام شد. بدین منظور برای هر یک از مقادیرِ r در بازه‌ی ۰ تا ۱ با نمو ۰/۲ تایی، جواب بهینه بدست آورده شد. نتایج در جدول ۱۲ آمده است. نرخ تنزیلِ صفر به معنی درنظر نگرفتن ارزش زمانی پول در مدل است و بدین لحاظ مدل‌سازی جداگانه‌ای را می‌طلبد. جهت مدل‌سازی ریاضی سیستم VMI بدون درنظر گرفتن ارزش زمانی پول، ابتدا نمادهای زیر تعریف و سپس اجزای مختلف هزینه‌های موجودی مطابق روابط [۴۶]-[۴۲] بدست آمد.

$OC_j^{no\ TV,VMI}$: هزینه‌ی همسنگ سالیانه‌ی سفارش‌دهی خرده‌فروش j ام تحت سیستم VMI بدون درنظرگرفتن ارزش زمانی پول

$HC_j^{no\ TV,VMI}$: هزینه‌ی همسنگ سالیانه‌ی نگهداری خرده‌فروش jأم تحت سیستم VMI بدون درنظرگرفتن ارزش زمانی پول

$OC_s^{no\ TV,VMI}$: هزینه‌ی همسنگ سالیانه‌ی ثابتِ تولید تحت سیستم VMI بدون درنظرگرفتن ارزش زمانی پول

$HC_s^{no\ TV,VMI}$: هزینه‌ی همسنگ سالیانه‌ی نگهداری تولیدکننده تحت سیستم VMI بدون درنظرگرفتن ارزش زمانی پول

$PC_j^{no\ TV}$: هزینه‌ی همسنگ سالیانه‌ی جریمه‌ی تولیدکننده ناشی از تخطی از حد بالایی خرده‌فروش j ام تحت سیستم VMI بدون درنظرگرفتن ارزش زمانی پول

$AC^{no\ TV,VMI}$: هزینه‌ی همسنگ سالیانه‌ی کل زنجیره‌ی تأمین تحت سیستم VMI بدون درنظرگرفتن ارزش زمانی پول

$$HC_s^{no\ TV,VMI} = h_s \times \frac{\int_0^{T_s} I_s(t)dt}{T_s} = h_s \times \frac{nq \times \frac{nq}{p} + (n-1)q\frac{q}{D} + (n-2)q\frac{q}{D} + \ldots + q\frac{q}{D}}{\frac{nq}{D}} = h_s \times \frac{\frac{n^2q^2}{2p} + \frac{n(n-1)}{2} \times \frac{q^2}{D}}{\frac{nq}{D}} = h_s \times \left(\frac{nqD}{2p} + \frac{(n-1)}{2}q\right) \quad (۴۲)$$

$$PC_j^{no\ TV} = \pi_j \times \frac{\int_0^{\frac{q_i - U_i}{D_i}} \left(I_j(t) - U_i\right)dt}{T_r} = \pi_j \times \frac{\left(q_j - U_j\right) \times \left(\frac{q_j - U_j}{D_j}\right)}{\frac{q}{D}} = \pi_j \times \frac{D}{2q} \times \frac{\left(q_j - U_j\right)^2}{D_j} \quad \forall j \in S \quad (۴۳)$$

$$OC_j^{no\ TV,VMI} = A_j \times \frac{D}{q} \quad (۴۴)$$

$$OC_s^{no\,TV,VMI} = A_s \times \frac{D}{nq} \quad (۴۵)$$

$$HC_j^{no\,TV,VMI} = h_j \times \frac{\int_0^{T_r} I_j(t)dt}{T_r} = h_j \times \frac{\frac{q}{D} \times q_j}{\frac{q}{D}} = h_j \times \frac{q_j}{2} \quad (۴۶)$$

درنهایت مجموع هزینه‌ی سالیانه‌ی کل زنجیره‌ی تأمین بدون لحاظ کردن ارزش زمانی پول از رابطه‌ی زیر بدست می‌آید:

$$AC^{no\,TV,VMI} = HC_s^{no\,TV,VMI} + \sum_{\forall j \in S} PC_j^{no\,TV} + \sum_{j=1}^{m} OC_j^{no\,TV,VMI} + OC_s^{no\,TV,VMI} + \sum_{j=1}^{m} HC_j^{no\,TV,VMI}. \quad (۴۷)$$

مدل VMI بدون ارزش زمانی پول همانند مدل VMI-I شکل می‌گیرد تنها با این تفاوت که تابع هدفِ با رابطه‌ی (۲۴) طبق روابط (۴۷)-(۴۲) با رابطه‌ی (۴۸) جایگزین می‌شود. رابطه‌ی (۴۸) مجموع هزینه‌ی سالیانه‌ی کل زنجیره‌ی تأمین بدون لحاظ کردن ارزش زمانی پول را کمینه می‌کند.

$$\min AC^{no\,TV,VMI} = h_s \times \left(\frac{nqD}{2p} + \frac{(n-1)}{2} q \right) + \frac{D}{2q} \times \sum_{j=1}^{m} y_j \times \pi_j \times \frac{\left(\frac{D_j}{D} q - U_j \right)^2}{D_j} + \frac{D}{q} \times \sum_{j=1}^{m} A_j + A_s \times \frac{D}{nq} + \frac{q}{2D} \times \sum_{j=1}^{m} h_j \times D_j \quad (۴۸)$$

S.t. : روابط (۲۹)-(۲۵)

همانطور که از جدول ۱۲ مشخص است نتایج حاصل از حل بهینه‌ی حالت‌های موردنظر، کاملاً با هم متفاوت است و اختلاف قابل توجهی از هم دارند که این امر نشان‌دهنده‌ی اهمیت درنظرگرفتن ارزش زمانی پول در تعیین سیاست‌های بازپرسازی تحت سیستم VMI است.

جدول ۱۲. اثر پارامتر r

r	S	Q	n	q	کل هزینه سالیانه
0	B,A	128.496	2	64.248	714.812
0.2	B,A	140.76	2	70.38	736.214
0.4	B,A	161.024	2	80.512	800.345
0.6	B,A,C	190.46	2	95.23	871.93
0.8	B,A,C	240.258	2	120.129	973.709
1	B,A,C	280.692	2	140.346	1143.042

۱۰. ابعاد مسئله و زمان حل

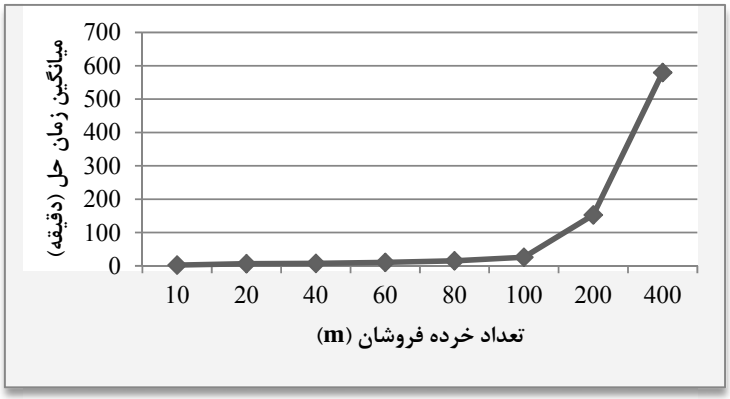
در مسئله‌ی مورد بررسی در این مقاله تعداد خرده‌فروشان تعیین‌کننده‌ی ابعاد، پیچیدگی و زمان حل مسئله است. برای بررسی تأثیر تعداد خرده‌فروشان در زمان حل توسط نرم‌افزار GAMS 22.1، هشت گروه که هر گروه شامل سه مسئله‌ی تصادفی است مطابق با تعداد مختلف خرده‌روشان ایجاد شد. نتایج حل که شامل زمان حل نیز می‌شود در جدول ۱۳ منعکس شده است. شکل ۱۰ تأثیر تعداد خرده‌فرشان در زمان حل توسط نرم‌افزار را نشان می‌دهد.

جدول ۱۳. زمان حل مسائل تصادفی با نرم‌افزار GAMS 22.1

گروه	m	مسئله	q	AC^{VMI}	n	زمان حل (دقیقه)	میانگین زمان حل (دقیقه)
1	10	1	66.41987	2712.597986	3	2.597	
		2	59.35078	2762.84678	3	2.517	2.544
		3	73.6506	3572.045672	2	2.517	
2	20	1	139.7698	5243.592522	2	11.872	6.612

ادامه جدول ۱۳

	3.058	2	5686.2556	134.8341	2		
	4.905	2	6063.615752	131.5667	3		
	13.414	1	10660.4229	267.1205	1		
7.635	4.818	1	10982.29663	269.8054	2	40	3
	4.673	1	11571.05468	262.8581	3		
	17.078	1	16273.83965	382.1749	1		
10.771	7.749	1	16462.83991	391.4592	2	60	4
	7.485	1	17230.31444	423.4155	3		
	21.152	1	20522.25708	498.213	1		
15.104	12.264	1	21327.6415	513.733	2	80	s
	11.895	1	21935.22122	533.3507	3		
	28.881	1	27019.10241	650.6886	1		
26.124	22.879	1	25519.37205	625.6956	2	100	6
	26.612	1	29416.20402	701.5512	3		
	123.759	1	51100.24304	1286.086	1		
152.903	151.655	1	53900.51929	1302.368	2	200	7
	183.295	1	54062.61834	1317.497	3		
	572.4	1	105583.6187	2614.85	1		
579.705	623.811	1	103940.2845	2493.061	2	400	8
	542.903	1	107799.1736	2543.585	3		



شکل ۱۰. تأثیر بزرگ شدن ابعاد مسئله در میانگین زمان حل با نرم‌افزار GAMS 22.1

همانطور که مشخص است زمان حل با افزایش تعداد خرده‌فروشان به‌صورت نمایی افزایش پیدا می‌کند به شکلی که برای تعداد خرده‌فروشان بالاتر از ۱۰۰ هرچند که حل توسط نرم‌افزار GAMS 22.1 امکانپذیر است ولی زمان حل قابل توجیه نیست. در راستای کاهش زمان حل می‌توان از الگوریتم‌های فراابتکاری (meta-heuristic)مانند روش بهینه‌سازی ازدحام ذرات (PSO[19])، الگوریتم ژنتیک (GA[20]) و الگوریتم رقابت استعماری (ICA[21]) برای بدست آوردن یک جواب اولیه‌ی خوب (نزدیک به بهینه) در زمان بسیار کوتاه استفاده کرد. سپس با استفاده از این جواب اولیه‌ی خوب و با اجرا کردن الگوریتم جستجوی محلی[۲۲] یا تبرید شبیه‌سازی شده (SA[23]) جواب موردنظر را بهبود داد و به جواب بهینه رسید. بررسی دقیق این ایده‌ها از حوصله بحث خارج و به تحقیقات آینده موکول می‌شود.

۱۱. نتیجه‌گیری

در این مطالعه با درنظر گرفتن ارزش زمانی پول مدل جدیدی به نام VMI-I برای سیستم یکپارچه‌ی مدیریت موجودی توسط فروشنده در حالت غیرامانتی شامل موافقت‌نامه‌های قراردادی در یک زنجیره‌ی تأمین با یک تولیدکننده و چند خرده‌فروش ارائه شد. به‌منظور وارد کردن ارزش زمانی پول ابتدا ارزش فعلی هزینه‌ها در طی یک دوره محاسبه و سپس به افق بی نهایت تعمیم و بعد به هزینه‌ی همسنگ سالیانه تبدیل شد.

در مثالی با مقایسه‌ی دو سیستم مستقل و VMI غیرامانتی نشان داده شد که تحت سیستم VMI هزینه‌های خرده‌فروشان نسبت به سیستم مستقل از کاهش قابل‌توجهی برخوردار می‌شود. این امر به‌علت کنترل هزینه‌ی نگهداری خرده‌فروشان از طریق حد بالای تعیین شده در قراردادهای مذکور برای سطح موجودی آن‌ها و مبرا شدن از هزینه‌های سفارش‌دهی رخ می‌دهد. بالعکس تولیدکننده تحت سیستم VMI نسبت به سیستم مستقل با افزایش هزینه مواجه می‌شود. علت این امر تحمیل هزینه‌های جریمه و سفارش‌دهی خرده‌فروشان به تولیدکننده است. نگاه تأمین‌کننده به منافع بلندمدت و استراتژیک VMI در آینده حاصل از دسترسی او به اطلاعات واقعی از بازار که از طریق خرده‌فروشان به اشتراک گذاشته می‌شود می‌تواند باعث چشم‌پوشی او از این هزینه‌ها شود.

مطابق با تحلیل حساسیت انجام شده برای مدل VMI با افزایش هزینه‌ی ثابت تولید، تعداد بازپرسازی‌ها افزایش می‌یابد. بعلاوه افزایش هزینه‌ی نگهداری تولیدکننده باعث کاهش تولید او می‌شود. تبدیل محدودیتِ مربوط به حد بالای موجودی خرده‌فروشان (۲۵ و ۲۶) به محدودیت ظرفیت برای خرده‌فروشانی که هزینه‌ی جریمه‌ی بالایی به‌ازای هر واحد کالا دارند نیز از نتایج جالب توجهی بود که می‌تواند کاربرد مدل را برای مسائلی گسترش دهد که خرده‌فروشان با محدودیت‌های فیزیکی مانند کمبود فضای انبار مواجه‌اند. همچنین مشخص شد که در سیستم VMI مجموع هزینه‌ی سفارش‌دهی خرده‌فروشان (بر عهده‌ی تولیدکننده است) و هزینه‌ی نگهداری آن‌ها و هزینه‌ی جریمه‌ی تولیدکننده به‌ازای نرخ‌های تولید متفاوت تقریباً ثابت است و با افزایش نرخ تولید حساسیت جواب بهینه نسبت به آن کاهش می‌یابد. در ادامه پیشنهادات زیر برای پژوهش‌های آتی ارائه می‌شود:

۱. آزاد کردن برخی فرض‌های ساده‌کننده چون تک کالایی بودن، مجاز نبودن کسری، زمان‌های تحویل صفر و قطعی بودن تقاضا
۲. درنظرگرفتن هزینه‌ی حمل‌ونقل به‌طور مجزا یا بخشی از هزینه‌ی سفارش‌دهی و بررسی تأثیر پارامترهای آن بر جواب بهینه
۳. درنظر گرفتن پارامتر هزینه‌ی جریمه‌ی هر واحد موجودی به عنوان متغیر تصمیم
۴. انجام آنالیز حساسیت جهت تعیین سیاست‌گذاری‌های بهتر در سیستم
۵. درنظر گرفتن برخی از پارامترهای مدل به‌صورت فازی و تحلیل مدل با استفاده از رویکردهای فازی
۶. توسعه‌ی مدل با درنظر گرفتن تخفیف نموی یا افزایشی
۷. درنظرگرفتن محدودیت‌های نظیر سقف سفارش، سرمایه درگیر در موجودی، فضای انبار در مسئله
۸. استفاده از روش‌های تلفیقی فراابتکاری جهت حل مسئله

سپاسگزاری

نویسندگان این مقاله از سردبیر محترم نشریه‌ی بین‌المللی مهندسی صنایع و مدیریت تولید دانشگاه علم و صنعت ایران و داوران محترم این مقاله بخاطر استفاده از نکات و توضیحات ارزشمند ارائه شده توسط آن‌ها در نسخه‌ی اخیر مقاله کمال سپاس و قدردانی را دارند.

پی‌نوشت

1. Vendor Manager Inventory
2. Supply Chain Management
3. Wal-Mart
4. Proctor and Gamble
5. JC Penney
6. Feed-forward Flow
7. Feedback Flow
8. Supplier-owned inventory (SOI)
9. Consignment vendor managed inventory
10. Non-Consignment vendor managed inventory
11. Joint Economic Lot Size
12. Economic Lot Size
13. Economic Order Quantity
14. Non-Consignment Vendor Managed Inventory
15. Lead time
16. Present Value
17. Equivalent Annual cost
18. Mixed Integer Nonlinear Programming
19. Particle Swarm Optimization
20. Genetic Algorithm
21. Imperialist Competitive Algorithm
22. Local search algorithm
23. Simulated Annealing Algorithm

پیوست‌ها

پیوست ۱: جدول‌های ۱۱-۵

جدول ۵. اثر پارامتر A_s

$\frac{OC_r^{VMI}}{AC^{VMI}}$	$\frac{HC_r^{VMI}}{AC^{VMI}}$	$\frac{PC_r}{AC^{VMI}}$	$\frac{OC_s^{VMI}}{AC^{VMI}}$	$\frac{HC_s^{VMI}}{AC^{VMI}}$	HC_r^{VMI}	OC_r^{VMI}	PC_r	OC_s^{VMI}	HC_s^{VMI}	T_s	T_r	AC^{VMI}	q	n	Q	S	A_s
0.324	0.286	0.026	0.207	0.157	160.574	182.219	14.701	116.443	88.123	0.449	0.224	562.06	56.12	2	112.241	B	50
0.183	0.275	0.036	0.354	0.151	210.636	140.189	27.689	270.575	115.788	0.588	0.294	764.878	73.448	2	146.897	B,A	150
0.128	0.269	0.043	0.413	0.148	250.284	118.836	39.602	384.296	137.759	0.697	0.348	930.777	87.116	2	174.233	B,A	250
0.098	0.264	0.047	0.445	0.146	284.403	105.227	50.561	478.559	156.707	0.791	0.395	1075.46	98.839	2	197.679	B,A	350
0.08	0.26	0.05	0.468	0.143	313.049	96.093	60.388	563.998	172.645	0.869	0.435	1206.17	108.655	2	217.31	B,A,C	450
0.067	0.256	0.053	0.484	0.141	339.059	89.136	70.054	641.605	187.139	0.94	0.47	1326.99	117.545	2	235.09	B,A,C	550
0.058	0.252	0.055	0.495	0.139	363.181	83.576	79.516	713.189	200.6	1.006	0.503	1440.06	125.772	2	251.544	B,A,C	650

جدول ۶. اثر پارامتر h_s

HC_r^{VMI}	OC_r^{VMI}	PC_r	OC_s^{VMI}	HC_s^{VMI}	T_s	T_r	AC^{VMI}	q	n	Q	S	h_s
238.765	124.309	36.033	208.718	0	0.665	0.333	607.822	83.15	2	166.3	B,A	0
192.803	152.658	22.755	254.744	141.232	0.538	0.269	764.192	67.285	2	134.57	B,A	4
165.733	176.714	15.936	293.811	242.588	0.463	0.232	894.783	57.909	2	115.819	B	8
147.363	198.074	11.632	328.504	323.352	0.412	0.206	1008.92	51.534	2	103.068	B	12
220.793	133.988	30.633	435.461	260.01	0.308	0.308	1080.89	76.955	1	76.955	B,A	16
209.089	141.186	27.249	458.856	307.732	0.292	0.292	1144.11	72.914	1	72.914	B,A	20
199.073	148.02	24.452	481.064	351.536	0.278	0.278	1204.14	69.453	1	69.453	B,A	24

جدول ۷. اثر پارامتر U_B

$\frac{PC_B}{PC_r}$	HC_r^{VMI}	OC_r^{VMI}	PC_B	PC_r	OC_s^{VMI}	HC_s^{VMI}	T_s	T_r	AC^{VMI}	q_B	q	n	Q	S	U_B
1	165.094	177.378	183.503	183.503	294.889	90.617	0.462	0.231	911.48	32.305	57.688	2	115.376	B	1
1	166.27	176.16	131.218	131.218	292.912	91.266	0.465	0.232	857.827	32.534	58.096	2	116.192	B	6
1	169.103	173.3	89.607	89.607	288.266	92.83	0.473	0.236	813.105	33.084	59.078	2	118.156	B	11
0.989	202.352	145.708	21.366	21.594	243.459	111.205	0.565	0.282	724.317	39.528	70.586	2	141.173	B,A	16
0.981	204.162	144.464	13.668	13.931	241.439	112.206	0.57	0.285	716.201	39.879	71.212	2	142.424	B,A	21
0.962	206.446	142.925	7.798	8.107	238.941	113.469	0.576	0.288	709.888	40.321	72.001	2	144.002	B,A	26
0.908	209.192	141.12	3.652	4.02	236.009	114.989	0.584	0.292	705.331	40.852	72.95	2	145.899	B,A	31
0.715	212.385	139.079	1.112	1.556	232.696	116.757	0.592	0.296	702.472	41.469	74.052	2	148.105	B,A	36
0.085	216.009	136.836	0.05	0.587	229.054	118.763	0.602	0.301	701.249	42.17	75.304	2	150.607	B,A	41
0.007	216.785	136.366	0.004	0.561	228.291	119.192	0.605	0.302	701.194	42.32	75.571	2	151.142	B,A	42
0	217.081	136.187	0	0.565	228	119.356	0.605	0.303	701.19	42.377	75.674	2	151.347	A	43
0	217.081	136.187	0	0.565	228	119.356	0.605	0.303	701.19	42.377	75.674	2	151.347	A	44
0	217.081	136.187	0	0.565	228	119.356	0.605	0.303	701.19	42.377	75.674	2	151.347	A	45
0	217.082	136.187	0	0.565	228	119.356	0.605	0.303	701.19	42.377	75.674	2	151.347	A	بی‌نهایت

جدول ۸. اثر پارامتر π_B

HC_r^{VMI}	OC_r^{VMI}	PC_B	PC_r	OC_s^{VMI}	HC_s^{VMI}	T_s	T_r	AC^{VMI}	q_B	q	n	Q	S	π_B
217.082	136.187	0	0.565	228	119.356	0.605	0.303	701.19	42.377	75.674	2	151.347	B,A	0
197.442	149.198	31.814	31.96	249.125	108.489	0.551	0.276	736.214	38.578	68.889	2	137.778	B,A	4
182.979	160.565	53.824	53.831	267.584	100.494	0.511	0.256	765.453	35.776	63.885	2	127.77	B,A	8
171.569	170.885	69.418	69.418	284.344	94.192	0.479	0.24	790.41	33.562	59.933	2	119.866	B	12
162.389	180.242	80.714	80.714	299.541	89.125	0.454	0.227	812.011	31.78	56.75	2	113.5	B	16
154.885	188.714	89.081	89.081	313.301	84.985	0.433	0.217	830.966	30.322	54.146	2	108.292	B	20
148.618	196.446	95.337	95.337	325.86	81.529	0.416	0.208	847.789	29.103	51.97	2	103.94	B	24
143.292	203.548	100.027	100.027	337.395	78.593	0.401	0.2	862.855	28.067	50.12	2	100.24	B	28
71.237	404.013	0	0	663.087	38.972	0.2	0.1	1177.31	14	25	2	50	تهی	بی‌نهایت

جدول ۹. اثر پارامتر p

$PC_r + HC_r^{VMI} + OC_r^{VMI}$	$PC_r + HC_r^{VMI}$	HC_r^{VMI}	OC_r^{VMI}	PC_r	OC_s^{VMI}	HC_s^{VMI}	T_s	T_r	AC^{VMI}	q	n	Q	S	p
414.999	299.327	257.463	115.672	41.864	375.935	132.772	0.358	0.358	923.706	89.586	1	89.586	B,A	250
370.739	221.665	197.612	149.074	24.053	248.924	125.409	0.552	0.276	745.072	68.948	2	137.896	B,A	500
359.82	188.972	171.608	170.848	17.364	194.029	128.889	0.719	0.24	682.738	59.946	3	179.839	B	750
357.003	169.166	155.63	187.837	13.536	162.721	134.955	0.87	0.218	654.679	54.405	4	217.619	B	1000
357.355	173.935	159.491	183.42	14.445	159.141	121.531	0.892	0.223	638.027	55.744	4	222.978	B	1250
357.748	177.396	162.286	180.353	15.109	156.655	112.172	0.907	0.227	626.575	56.714	4	226.857	B	1500
358.12	180.022	164.405	178.098	15.617	154.828	105.263	0.919	0.23	618.21	57.449	4	229.796	B	1750
356.89	163.833	151.301	193.057	12.532	136.327	118.506	1.058	0.212	611.723	52.902	5	264.51	B	2000
356.892	165.548	152.695	191.344	12.853	135.218	113.862	1.068	0.214	605.972	53.386	5	266.929	B	2250
356.919	166.969	153.848	189.95	13.121	134.315	110.081	1.076	0.215	601.315	53.786	5	268.931	B	2500
356.995	169.006	155.5	187.988	13.506	113.209	85.672	1.305	0.217	555.876	54.36	6	326.159	B	بی‌نهایت

جدول ۱۰. اثر پارامتر A_B

HC_r^{VMI}	OC_B^{VMI}	OC_r^{VMI}	PC_r	OC_s^{VMI}	HC_s^{VMI}	T_s	T_r	AC^{VMI}	q_B	q	n	Q	S	A_B
191.517	3.841	111.394	22.413	256.35	105.213	0.535	0.267	686.886	37.43	66.84	2	133.68	B,A	1
202.669	47.284	149.126	25.445	243.103	111.38	0.566	0.283	731.722	39.59	70.696	2	141.392	B,A	13
213.234	86.592	183.575	28.434	231.832	117.226	0.595	0.297	774.3	41.633	74.345	2	148.691	B,A	25
223.298	122.605	215.386	31.372	222.089	122.799	0.623	0.311	814.943	43.578	77.819	2	155.637	B,A	37
232.925	155.93	245.033	34.254	213.557	128.133	0.649	0.325	853.902	45.437	81.138	2	162.276	B,A	49
242.167	187.023	272.869	37.079	206.006	133.256	0.675	0.337	891.377	47.22	84.322	2	168.644	B,A	61
251.065	216.23	299.168	39.847	199.261	138.192	0.699	0.35	927.534	48.936	87.385	2	174.77	B,A	73
259.659	243.822	324.14	42.561	193.187	142.961	0.723	0.361	962.508	50.591	90.341	2	180.682	B,A	85

جدول ۱۱. اثر پارامتر h_B

HC_C^{VMI}	HC_A^{VMI}	$\frac{HC_B^{VMI}}{HC_r^{VMI}}$	HC_B^{VMI}	HC_r^{VMI}	OC_r^{VMI}	PC_r	OC_s^{VMI}	HC_s^{VMI}	T_s	T_r	AC^{VMI}	q_B	q	n	Q	S	h_B
47.759	66.863	0.163	22.288	136.91	130.991	32.192	219.565	124.33	0.63	0.315	643.989	44.112	78.772	2	157.543	B,A	1
43.753	61.255	0.438	81.673	186.681	142.491	26.685	238.236	113.831	0.578	0.289	707.925	40.447	72.227	2	144.453	B,A	4
40.61	56.854	0.576	132.659	230.123	153.104	22.6	255.469	105.601	0.537	0.268	766.897	37.567	67.083	2	134.166	B,A	7
38.059	53.282	0.66	177.607	268.948	163.007	19.475	271.55	98.928	0.503	0.252	821.908	35.226	62.904	2	125.807	B,A	10
35.873	50.222	0.717	217.627	303.722	172.613	16.922	287.15	93.213	0.475	0.237	873.619	33.218	59.319	2	118.637	B	13
34.018	47.625	0.757	254.001	335.644	181.731	14.807	301.959	88.368	0.45	0.225	922.508	31.514	56.274	2	112.549	B	16
32.424	45.393	0.787	287.492	365.309	190.401	13.034	316.041	84.205	0.429	0.215	968.991	30.047	53.656	2	107.312	B	19
31.035	43.448	0.811	318.622	393.105	198.684	11.526	329.495	80.579	0.411	0.205	1013.39	28.769	51.373	2	102.745	B	22
29.809	41.733	0.829	347.776	419.319	206.63	10.231	342.402	77.383	0.395	0.197	1055.96	27.64	49.358	2	98.715	B	25

مراجع

[1] Ben-Daya M, Darwish M, Ertogral K. The joint economic lot sizing problem: Review and extensions, European Journal of Operational Research, (2008), Vol. 185, Issue 2, pp. 726–742.

[2] Stapleton D, Hanna J, Ross R. Enhancing supply chain solutions with the application of chaos theory, Supply Chain Management: An international Journal, (2006), Vol. 11, Issue 2, pp. 108–114.

[3] Dorling K. Determinants of successful vendor managed inventory relationships in oligopoly industries, International Journal of Physical Distribution and Logistics Management, (2006), Vol. 36, Issue 3, pp. 176–191.

[4] Danese P. The extended VMI for coordinating the whole supply network, Journal of Manufacturing Technology Management, (2006), Vol. 17, Issue 7, pp. 888–907.

[5] Pohlen T, Goldspy T. VMI and SMI programs: How economic value added can help sell the change, International Journal of Physical Distribution and Logistics Management, (2003), Vol. 33, Issue 7, pp. 565-581.

[6] Magee JF. Production planning and inventory control", McGraw-Hill Book Company, New York, NY, (1958).

[7] Haisheng Yu, Amy Z Zeng, Lindu Zhao. Analyzing the evolutionary stability of the vendor-managed inventory supply chains, Computers & Industrial Engineering, (2009), Vol. 56, pp. 274–282.

[8] Tyan J, Wee H. Vendor managed inventory: A survey of the Taiwanese grocery industry, Journal of Purchasing and Supply Management, (2003), Vol. 9, Issue 1, pp. 11–18.

[9] Cetinkaya S, Lee CY. Stock replenishment and shipment scheduling for vendor-managed inventory systems, Management Science, (2000), Vol. 46, Issue 2, pp. 217–232.

[10] Dong Y, Xu K. A supply chain model of vendor managed inventory, Transportation Research Part E: Logistics and Transportation review, (2002), Vol. 38, pp. 75–95.

[11] Disney SM, Potter AT, Gardner BM. The impact of vendor managed inventory on transport operations, Transportation Research Part E, (2003), Vol. 39, Issue 5, pp. 363–380.

[12] Childerhouse P, Towill DR. Engineering supply chain to match customer requirements, Logistics Information Management, (2000), Vol. 13, Issue 6, pp. 337–345.

[13] Disney SM, Towill DR. The effect of Vendor Managed Inventory (VMI) dynamics on the Bullwhip Effect in supply chain, International Journal of Production Economics, (2003), Vol. 85, Issue 2, pp. 199-215.

[14] Waller M, Johnson ME, Davis T. Vendor managed inventory in the retail supply chain, Journal of Business Logistics, (1999), Vol. 20, Issue 1, pp. 183–203.

[15] Darwish MA, Odah OM. Vendor managed inventory model for single-vendor multi-retailer supply chains, European Journal of Operational Research, (2010), Vol. 204, pp. 473-484.

[16] Yuliang Y, Philip T. Evers, Martin E. Dresner. Supply Chain Integration in Vendor-Managed Inventory, Decision Support Systems, (2007), Vol. 43, Issue 1, pp. 663-674.

[17] Williams M. Making consignment- and vendor-managed inventory work for you, Hospital Material Management Quarterly, (2000), Vol. 21, Issue 4, pp. 59–63.

[18] Wang Y, Jiang L, Shen Z. Channel performance under consignment contract with revenue sharing, Management Science, 2004, Vol. 50, pp. 34–47.

[19] Kaipia R, Holmstrom J, Tanskanen K. VMI: What are you losing if you let your customer place orders? Production Planning and Control, (2002), Vol. 13, pp. 17–25.

[20] Lee HL, So KC, Tang CS. The value of information sharing in a two level supply chain, Management Science, (2000), Vol. 46, pp. 626–643.

[21] Lee C, Chu W. Who should control inventory in a supply chain?, European Journal of Operational Research, (2005), Vol. 164, pp. 158–172.

[22] Guan R, Zhao X. On contracts for VMI program with continuous review (r,Q) policy, European Journal of Operational Research, (2010), Vol. 207, pp. 656–667.

[23] Piplani R, Viswanathan S. A model for evaluating supplier-owned inventory strategy, International Journal of Production Economics, (2003), Vol. 81, pp. 565–571.

[24] Yao Y, Dong Y, Dresner M. Managing supply chain backorders under vendor managed inventory: An incentive approach and empirical analysis, European Journal of Operational Research, (2010), Vol. 203, pp. 350–359.

[25] Fry MJ, Kapuscinski R, Olsen TL. Coordinating production and delivery under a (z,Z)-type vendor-managed inventory contract, Manufacturing and Service Operations Management, (2001), Vol. 3, pp. 151–173.

[26] Shah J, Goh M. Setting operating policies for supply hubs, International Journal of Production Economics, (2006), Vol. 100, pp. 239–252.

[27] Chen H, Chen J, Chen Y. A coordination mechanism for a supply chain with demand information updating, International Journal of Production Economics, (2006), Vol. 103, pp. 347–361.

[28] Banerjee A. A joint economic lot size model for purchaser and vendor, Decision Sciences, (1986), Vol. 17, pp. 292–311.

[29] Goyal SK. A joint economic-lot-size model for purchaser and vendor: A comment, Decision Sciences, (1988), Vol. 19, pp. 236–241.

[30] Yang PC, Wee HM. Economic order policy of deteriorated item for vendor and buyer: An integrated approach, Production Planning and Control, (2000), Vol. 11, pp. 474-480.

[31] Ouyang LY, Wu KS, Ho CH. Integrated vendor–buyer cooperative models with stochastic demand in controllable lead time, International Journal Production Economics, (2004), Vol. 92, pp. 255–266.

[32] Pasandideh SHR, Akhavan Niaki ST, Roozbeh Nia A. A genetic algorithm for vendor managed inventory control system of multi-product multi-constraint economic order quantity model, Expert Systems with Applications, (2011), Vol. 38, pp. 2708–2716.

[۳۳] وریانی، آسیه؛ فتاحی، پرویز. تعیین مقدار بهینه تولید در یک سیستم تولید دو سطحی با تقاضای احتمالی، نشریه بین‌المللی مهندسی صنایع و مدیریت تولید دانشگاه علم و صنعت ایران، (۱۳۹۲)، جلد ۲۴، شماره ۱، صص. ۶۶-۵۶.

[34] Yang PC, Wee HM. A single-vendor and multiple-buyers production-inventory policy for a deteriorating item, European Journal of Operation Research, (2002), Vol. 14, pp. 570–581.

[35] Yang PC, Wee HM. An integrated multi-lot-size production inventory model for deteriorating item, Computer Operations Research, (2003), Vol. 30, pp. 671–682.

[36] Jalbar BA, Gutierrez J, Sicilia J. Integer-ratio policies for distribution/inventory systems, International Journal of Production Economics, (2005), Vol. 93, pp. 407–415.

[37] Zhanga T, Lianga L, Yua Y, Yu Y. An integrated vendor-managed inventory model for a two-echelon system with order cost reduction, International Journal of Production Economics, (2007), Vol. 109, pp. 241–253.

[۳۸] غضنفری، حسین؛ سیدحسینی، سیدمحمد. توسعه مدل بهینه هزینه کل توزیع لجستیک در شرایط یک تولیدکننده و چند انبار توزیع در مدیریت زنجیره تأمین (*SCM*)، نشریه بین‌المللی مهندسی صنایع و مدیریت تولید دانشگاه علم و صنعت ایران، (۱۳۸۴)، جلد ۱۹، شماره ۱، صص. ۱۲۲-۱۱۷.

[39] Torres F, Ballesteros F, Villa M. Modeling a Coordinated Manufacturer–Buyer Single-Item System under Vendor-Managed Inventory, Handbook of EOQ Inventory Problems, (2014), Vol. 197, pp. 247-278.

[40] Buzacott JA. Economic order quantities with inflation", Operational Research Quarterly, (1975), Vol. 26, pp. 553-558.

[41] Grubbström RW. A principle for determining the correct capital costs of work-in-progress and inventory, International Journal of Production Research, (1980), Vol. 18, pp. 259-271.

[42] Dohi T, Kaio N, Osaki S. A note on optimal inventory policies taking account of time value, AIRO-Operations Research, (1992), Vol. 26, pp. 1-14.

[43] Hariga MA. Economic analysis of dynamic inventory models with non-stationary costs and demand, International Journal of Production Economics, (1994), Vol. 36, pp. 255-66.

[44] Chen JM. An inventory model for deteriorating items with time-proportional demand and shortages under inflation and time discounting, International Journal of Production Economics, (1998), Vol 55, pp. 21-30.

[45] Chung KJ, Tsa SF. Inventory systems for deteriorating items with shortages and a linear trend in demand-taking account of time value, Computers & Operations Research, (2001), Vol. 28, pp. 915-934.

[46] Ben-Dayaa M, Nomana SM, Harigab M. Integrated inventory control and inspection policies with deterministic demand, Computers and Operation Research, (2006), Vol. 33, pp. 1625-1638.

[47] Corbacıoglu U, van der Laan EA. Setting the holding cost rates in a two-product system with remanufacturing, International Journal of Production Economics, (2007), Vol. 109, pp. 185–194.

[48] Mirzazadeh A, Seyyed Esfahani MM, Fatemi Ghomi SMT. An inventory model under uncertain inflationary conditions, finite

production rate and inflation-dependent demand rate for deteriorating items with shortages, International Journal of Systems Science, (2009), Vol. 40, pp. 21-31.

[۴۹] مصلحی، قاسم؛ راستی برزکی، مرتضی؛ فتح اله بیاتی، محسن. بررسی اثر تورم و ارزش زمانی پول بر روی اندازه‌ی دسته‌ی تولید با وجود دوباره‌کاری در یک مدل کنترل موجودی، نشریه بین‌المللی مهندسی صنایع و مدیریت تولید دانشگاه علم و صنعت ایران، (۱۳۹۰)، جلد ۲۲، شماره ۲، صص. ۱۹۲-۱۸۲.