International Journal of Industrial Engineering & Production Management (2012)

Februray 2012, Volume 22, Number 4
pp. 383-392

http://IJIEPM.iust.ac.ir/

Extension and Solution of the Competition Scheduling Model in Iranian Professional Football League

K. Shahanaghi*, M. Mohammadi Darani & M. Moshref Javadi

Kamran Shahanaghi, *Assistant professor of Industrial Eng-Iran University of Science and Technology*
Milad Mohammadi Darani, *Graduate student of Industrial Eng-Iran University of Science and Technology*
Mohammad Moshref Javadi, *Graduate student of Industrial Eng-Iran University of Science and Technology*

Keywords

Sport Scheduling,
Break Minimization,
Carry-over effect Minimization,
Simulated Annealing

ABSTRACT

Recently, due to growth in sport branches and increase in constraints and complications in sport competitions, mathematical models and operations research approaches have been significantly used for preparing sport schedules .Football leagues are also among such these competitions. In this paper, the scheduling problem of Iranian football league in which the goal is to minimize breaks and carry over effect is investigated. A new criterion, so-called "breaks for most popular teams" is introduced that has never been taken into account in literature. Final schedule will be obtained through three stages with different objective for each stage in which graph theory and simulated annealing algorithm have been used to solve the problem. Finally, comparing the results of the proposed algorithm with those in the literature shows effectiveness of the proposed algorithm.

© 2012 IUST Publication, IJIEPM. Vol. 22, No. 4, All Rights Reserved

* **Corresponding author. Kamran Shahanaghi**
Email: *shahanaghi@iust.ac.ir*

[Downloaded from ijiepm.iust.ac.ir on 2025-07-19]

نشـــریه بین المللـــی مهنـــدسی صنـــایع و مدیـــــریت تولیـــد

شمـــــاره ۴، جلـــد ۲۲، زمستـــان ۱۳۹۰
صفحـــــه ۳۸۴-۳۹۲

نشریه بین المللی مهندسی صنایع و مدیریت تولید
دانشگاه علم و صنعت ایران

ISSN: 2008-4870

http://IJIEPM.iust.ac.ir/

توسعه و حل مدل زمان‌بندی مسابقات در لیگ حرفه‌ای فوتبال ایران

کامران شهانقی*، میلاد محمدی دارانی و محمد مشرف جوادی و کیان نجف زاده

کلمات کلیدی

زمان‌بندی ورزشی،
حداقل کردن وقفه،
حداقل کردن اثر انتقال به جلو،
الگوریتم تبرید شبیه‌سازی شده

چکیده:

استفاده از مدل‌های ریاضی و رویکرد تحقیق در عملیات در برنامه‌ریزی و زمان‌بندی مسابقات ورزشی با توجه به گسترش رشته‌ها و افزایش محدودیت‌ها و پیچیدگی‌های مسابقات، افزایش چشم‌گیری یافته است. لیگ‌های حرفه‌ای فوتبال نیز از این قاعده مستثنی نیستند. در این مقاله مسئله زمان‌بندی لیگ برتر فوتبال ایران با توجه به معیارهای وقفه و اثر انتقال به جلو مورد بررسی قرار می‌گیرد. علاوه بر این، یک معیار جدید تحت عنوان «وقفه برای تیم‌های مطرح» معرفی شده - است که تا کنون در مسئله زمان‌بندی ورزشی در نظر گرفته نشده است. برنامه‌ی زمان‌بندی طی سه مرحله که در هر مرحله اهداف متفاوتی دنبال می‌شود، بدست می‌آید. در این مراحل سه‌گانه از روشی‌هایی مبتنی بر تئوری گراف و الگوریتم تبرید شبیه‌سازی شده استفاده شده است. در نهایت جواب‌های بدست آمده از الگوریتم با وضع موجود و همین‌طور با جواب‌های موجود در ادبیات موضوع مقایسه شده‌اند که کارایی خوب الگوریتم حل را نشان می‌دهد.

۱. مقدمه

امروزه ورزش به یک تجارت بزرگ تبدیل شده است و شاهد آن هستیم که همه ساله شهرها و کشورهای زیادی برای بدست آوردن میزبانی رقابت‌هایی مانند المپیک و جام جهانی فوتبال با هم مبارزه می‌کنند و بدین طریق فرصت‌های اقتصادی، مشاغل جدید و توسعه و نوسازی زیرساخت ها را برای خود به ارمغان می‌آورند. لیگ‌های حرفه‌ای ورزشی نیز با جذب میلیون‌ها هوادار، سرمایه‌گذاری های سنگینی به‌دنبال دارند. در نتیجه‌ی همین گستردگی و اهمیت، نیاز به وجود زمان‌بندی ورزشی[۲] برای مسابقات ورزشی همواره احساس می‌شده است. شاید در نگاه اول،مسئله‌ی زمان‌بندی،کاملاً ساده و کم اهمیت جلوه کند- روشهایی در ترکیبیات[۳] برای برنامه‌ریزی مسابقات ساده وجود دارد- اما هنگامی که پای محدودیت‌های مختلف از سوی ذینفعان و سازمان‌های متولی امر به مسئله باز می‌شود، با یک مسئله بسیار سخت بهینه‌سازی روبرو می‌شویم. این محدودیت‌ها حداقل‌هایی را در باره‌ی عادلانه بودن زمان‌بندی، جذابیت بازی‌ها، مسائل پشتیبانی و لجستیکی، پخش تلویزیونی، کیفیت برگزاری، حمایت از ورزش ملی و ... تضمین می‌کنند. خواننده به منظور مرور کاملی بر انواع محدودیت‌های قابل اعمال بر مسئله‌ی زمان‌بندی ورزشی به راسموسن و تریک[۴] [۱]و کندال و همکاران[۵] [۲] ارجاع داده می‌شود.

دورا[۶] [۳] در میان پیشتازان کارهای تئوری روی زمان‌بندی ورزشی بوده است. وی در مقاله‌ی خود به بررسی مسائل زمان-بندی ورزشی با استفاده از تئوری گراف پرداخته است. او به برنامه‌ی هر لیگ ورزشی یک گراف کامل نسبت می دهد که گره-ها نشان دهنده‌ی تیم‌ها و یال‌ها نشان دهنده‌ی بازی‌های بین تیم‌ها هستند. رسا و والیس[۷] [۴] نیز برخی روش‌های موجود را

تاریخ وصول: ۸۹/۵/۲۹
تاریخ تصویب: ۸۹/۱۲/۱۴

*نویسنده مسئول مقاله: دکتر کامران شهانقی، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران، shahanaghi@iust.ac.ir
میلاد محمدی دارانی، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران، milad_e_mohammadi@yahoo.com
محمد مشرف جوادی، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران، mohammad_moshref_j@ind.iust.ac.ir

[2] - Sport Scheduling
[3] - Combinatorial Mathematics
[4] -Rasmussen and Trick
[5] - Kendall et al.
[6] - De Werra.
[7] - Rosa and Wallis

[Downloaded from ijiepm.iust.ac.ir on 2025-07-19]

تحلیل کرده و از طریق ریاضی نشان داده اند که در الگوریتم‌هایی که بازی‌ها هفته به هفته برنامه‌ریزی می‌شوند، امکان شکست وجود دارد. دورا در [۵] برای اولین بارمحدودیت‌های مکانی را نیز به مسئله اضافه نموده و بازهم با استفاده از تئوری گراف، راه‌حلی را برای برنامه‌ریزی مسابقات ارائه کرده است.

این قبیل تحقیقات مقدماتی اما بسیار پر اهمیت، زمینه‌ای برای تحقیقات آتی محققان به منظور توسعه و حل مدلهای تئوری و عملی بوده است.

فوتبال نیز به عنوان یکی از ورزش‌های پرطرفدار، سهم عمده‌ای از تحلیل‌های عملی را به خود اختصاص داده است. مقالات متعددی به برنامه‌ریزی لیگ‌های فوتبال کشورهای مختلف پرداخته‌اند. از جمله بارش و همکاران[1] [۶] برنامه‌ای برای لیگ‌های آلمان و اتریش ارائه می‌دهند که در آن علاوه بر معیار مسابقات داخلی، بازی‌های اروپایی نیز در نظر گرفته شده‌است. در این مقاله از روش شاخه و کران برای حل مسئله استفاده شده است. دلاکورچه و الیوری[2] [۷] برنامه‌ی زمان‌بندی ورزشی فوتبال در لیگ ایتالیا را ارائه می‌دهند که در آن تمرکز بیشتر بر پوشش کامل بازی‌ها از شبکه‌های تلویزیونی بوده است و در آن از یک روش سه مرحله‌ای برای حل استفاده شده است. ریبیرو و اوروتیا[3][۸] نیز مساله‌ی زمان‌بندی مسابقات فوتبال در لیگ برزیل را با هدف بیشینه کردن سود شبکه‌های تلویزیونی و عادلانه بودن زمان‌بندی مد نظر قرار می‌دهند و یک روش سه مرحله‌ای را برای حل مدل به کار می‌گیرند.

لیگ شیلی با توجه به تفاوتهای ساختاری خاص آن در [۹] به صورت مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح درآمده است و به دلیل تعداد زیاد محدودیت‌ها، هدف تنها یافتن جوابی شدنی بوده است. راسموسن[4] [۱۰] نیز برنامه‌ی زمان‌بندی در لیگ سه دوره‌ای دانمارک را در نظر می‌گیرد و از روش تجزیه‌ی بندر[5] برای حل مدل استفاده می‌کند.

در این مقاله نیز قصد آنرا داریم تا مدلی برای برنامه‌ریزی لیگ برتر فوتبال ایران ارائه دهیم تا نقاط ضعفی که این لیگ در سال‌های اخیر با آن مواجه بوده است را حتی‌المقدور بهبود دهیم. برخی از فاکتورهای در نظر گرفته شده در این مقاله مخصوص به لیگ ایران هستند و تا کنون در مقالات مشابه مورد بررسی قرار نگرفته‌اند. در ادامه مروری بر واژگان فنی زمان‌بندی ورزشی خواهیم داشت. در بخش ۳ مدل ریاضی مسئله ارائه می‌شود و روش حل مسئله در بخش ۴ توضیح داده می‌شود. در بخش ۵ مدل مسئله برای لیگ فوتبال ایران پیاده‌سازی می‌شود و نتایج حاصل از آن بحث خواهد شد. در بخش پایانی نیز به نتیجه‌گیری و ارائه‌ی زمینه‌ی تحقیقات آتی بحث پرداخته می‌شود.

[1] - *Bartsch et al.*
[2] - *Della Corce and Oliveri*
[3] - *Ribeiro and Urrutia*
[4] - *Rasmussen*
[5] - *Bender Decomposition*

۲. تعریف مسئله

کلیه‌ی تعاریف مسئله شامل واژگان فنی و لغات و اصطلاحات کلیدی از کندال و دیگران [۲] آمده است.

۲-۱. واژگان فنی

زمان‌بندی در لیگ‌های ورزشی به دو کلاس اصلی تقسیم می‌شود.

۱- دارای محدودیت زمانی[6]: در این حالت تعداد هفته‌ها، حداقل میزان ممکن است. به منظور برگزاری مسابقات با محدودیت زمانی، همه‌ی تیم‌ها بایست در همه‌ی هفته‌ها (دور[7]) بازی کنند. به این حالت، حالت«فشرده[8]» نیز گفته می‌شود. در این مقاله، این حالت به عنوان پیش‌فرض در نظر گرفته می‌شود.

۲- بدون محدودیت زمانی[9]: تعداد هفته‌ها از می‌نی‌مم تعداد دوره‌های موردنیاز، بیشتر است و لازم نیست که همه‌ی تیم‌ها در همه‌ی هفته‌ها بازی کنند.

در این مسئله به تعداد n (عدد زوج) تیم وجود دارد که هر تیم باید در مقابل تیم‌های دیگر، ($l>=1$) بار بازی کند. در این حالت در کل باید به تعداد $((n*(n-1))/2)l$ بازی برگزار شود و تعداد هفته‌های موردنیاز برابر است با $(n-1)l$ هفته که هر تیم باید یک بازی در هر هفته انجام دهد.

حال باید تعیین کرد که کدام تیم‌های i و j از مجموعه‌ی تیم‌ها، در کدام هفته $t=1,\ldots,(n-1)l$ در ورزشگاه کدام تیم باید با هم بازی کنند. در اکثر اوقات $l=1$ (لیگ دوره‌ای یک‌مرحله‌ای[10]) و یا $l=2$ (لیگ دوره‌ای دو مرحله‌ای[11](رفت و برگشتی)) می‌باشد که عمدتاً ترتیب مسابقات در نیم‌فصل دوم مانند نیم‌فصل اول است و فقط تیم‌های میزبان عوض می‌شوند. به این حالت «برنامه‌ی معکوس شده[12]» می‌گویند.

معمولاً برنامه‌ی یک لیگ ورزشی با استفاده از «برنامه‌ی رقبا[13]» و «مجموعه‌ی الگوها[14]» مشخص می‌شود. به مجموعه‌ی الگوها «الگوی میزبان-مهمان[15]» نیز گفته می‌شود. جدول رقبا، یک جدول $n*(n-1)$ است با ورودی‌های $opp_{it} \in \{1,\ldots,n\} \setminus \{i\}$ که رقیب تیم i در هفته‌ی tام را مشخص می‌کند. جدول ۱ یک جدول رقبا برای ۶ تیم را نشان می‌دهد.

[6] - *Time-Constrained*
[7] - *round*
[8] - *Compact*
[9] - *Time-Relaxed*
[10] - *Single round-robin tournament (SRRT)*
[11] - *Double round-robin tournament (DRRT)*
[12] - *Mirrored Schedule*
[13] - *Opponent schedule*
[14] - *Pattern set*
[15] - *Home-Away pattern*

[Downloaded from ijiepm.iust.ac.ir on 2025-07-19]

جدول ۱. نمونه‌ای از جدول رقبا برای ۶ تیم

هفته‌ها	۱	۲	۳	۴	۵
تیم ۱	۶	۳	۵	۲	۴
تیم ۲	۵	۶	۴	۱	۳
تیم ۳	۴	۱	۶	۵	۲
تیم ۴	۳	۵	۲	۶	۱
تیم ۵	۲	۴	۱	۳	۶
تیم ۶	۱	۲	۳	۴	۵

یک مجموعه الگو نیز یک جدول $n*(n-1)$ با عناصر ۰ و ۱ است که به ترتیب حالت هایی که تیم i در هفته‌ی t میزبان یا مهمان است را نشان می‌دهد. اگر به ازای $t=2,\ldots,n-1$ دو ورودی متوالی سطر iام $(h_{i,t-1},h_{it})$ مساوی باشند، می‌گوییم تیم i در هفته‌ی t، یک «وقفه[1]» دارد. بنا به دلایلی-که بعداً بحث خواهد شد- اکثر برگزارکنندگان مسابقات تمایل دارند که روند یک در میان میزبان به مهمان برای همه‌ی تیم‌ها حفظ شود. برخی برگزارکنندگان مسابقات به دلیل مشکلاتی نظیر بعد جغرافیایی، معیارهایی مانند مسافت پیموده شده‌ی تیم‌ها را بر عامل ذکر شده ترجیح می‌دهند. در جدول ۲، یک مجموعه‌ی الگو برای مسابقاتی شامل ۶ تیم نشان داده شده است. به عنوان مثال در اینجا تیم ۳ در هفته ۳ یک وقفه دارد.

جدول ۲: یک مجموعه الگو برای ۶ تیم

هفته‌ها	۱	۲	۳	۴	۵
تیم ۱	۱	۰	۱	۰	۱
تیم ۲	۱	۰	۰	۱	۰
تیم ۳	۰	۱	۱	۰	۱
تیم ۴	۱	۰	۱	۰	۰
تیم ۵	۰	۱	۰	۱	۱
تیم ۶	۰	۱	۰	۱	۰

لازم به ذکر است که تیم‌هایی که ورزشگاه مشترک دارند باید درایه‌های برعکس هم داشته باشند. نکته‌ی حائز اهمیت دیگر این است که یک مجموعه‌ی الگوها باید شدنی باشد. بدین معنی که بتوان یک برنامه‌ی رقبا که با آن تطابق داشته باشد ارائه داد. در غیر این صورت مجموعه‌ی الگوها نشدنی است.

از ترکیب یک مجموعه‌ی الگو و یک برنامه‌ی رقبای منطبق با آن، یک برنامه‌ی زمان‌بندی برای لیگ بدست می‌آید. در جدول۳ یک نمونه از برنامه‌ی زمان‌بندی برای ۶ تیم نشان داده شده است. اعداد مثبت نشان‌دهنده میزبان بودن تیم و اعداد منفی نشان-دهنده مهمان بودن تیم در هفته مربوطه است.

[1] - *break*

جدول ۳. نمونه‌ای از یک برنامه‌ی زمان‌بندی برای لیگ ۶تیمی

هفته‌ها	۱	۲	۳	۴	۵
تیم ۱	+۶	−۳	+۵	−۲	+۴
تیم ۲	+۵	−۶	−۴	+۱	−۳
تیم ۳	−۴	+۱	+۶	−۵	+۲
تیم ۴	+۳	−۵	+۲	−۶	−۱
تیم ۵	−۲	+۴	−۱	+۳	+۶
تیم ۶	−۱	+۲	−۳	+۴	−۵

۲-۲. حداقل کردن وقفه‌ها

اولین هدف در برنامه‌ریزی لیگ‌های ورزشی(یا هر تحقیق دیگر در این زمینه) حداقل کردن وقفه‌هاست. دورا [۳] نشان داده است که برای یک لیگ n تیمی(دوره‌ای تک مرحله‌ای) (SRRT) حداقل تعداد وقفه‌ها برابر با $n-2$ است. همچنین برای لیگ دوره-ای رفت و برگشتی معکوس شده[2] تعداد وقفه‌ها برابر با $3n-6$ است. تعداد وقفه‌های کم تضمین می‌کند که لیگ عادلانه‌تر برگزار شود و علاوه بر این استقبال طرفداران از مسابقات افزایش می‌یابد.

۲-۳. حداقل کردن اثر انتقال به جلو[3]

برای یک برنامه‌ی SRRT با n تیم، کندال و همکاران[۲] بیان می‌کنند که تیم i اثر انتقال به جلو به تیم j می‌دهد، هرگاه تعدادی تیم‌ها با تیم i در هفته t و با تیم j در هفته $t+1$ برای بعضی از tها از nتا1 بازی داشته باشند. برای حالت ایده‌آل با در نظر گرفتن اثر انتقال به جلو، هیچ تیم x، y، i و j نباید وجود داشته باشند به طوری که تیم‌های x و y هر دو در مقابل تیم j و بلافاصله بعد از بازی در مقابل تیم i بازی کنند.

برای اندازه‌گیری این اثر، از ماتریس اثر انتقال به جلو (ماتریس $n*n$) استفاده می‌شود. هر درایه‌ی c_{ij}، اثرهای انتقال به جلویی که تیم i به تیم j می‌دهد را می‌شمارد. می‌توان نشان داد $c_{ii}=0$ و $\sum_{j=1}^{n} c_{ij} = \sum_{i=1}^{n} c_{ij} = n-1$ (به ازای تمامی سطرها و ستون‌ها و $i,j = 1,\ldots,n$). کیفیت زمان‌بندی با توجه به این عامل را با کمیتی به نام coe اندازه می‌گیرند که $coe = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} c^2_{ij}$. مقدار ایده‌آل و حداقل coe برابر با $n(n-1)$ است. به این معنی که تمامی عناصر غیر قطر اصلی ماتریس برابر با ۱ باشند.

علت در نظر گرفتن چنین معیاری این است که اگر تیم i تیم قدرتمندی باشد، رقیب این تیم در هفته‌ی t پس از یک بازی سنگین، همراه با مصدومیت و محرومیت برای بازیکنان و بی-روحیه از شکست احتمالی، باید در هفته‌ی $t+1$ به مصاف تیم j

[2] - *Mirrored double round-robin tournament*
[3] - *carry-over effect*

[Downloaded from ijiepm.iust.ac.ir on 2025-07-19]

برود که مسلماً تیم j از این شرایط منتفع خواهد شد. اگر تیم i تیم ضعیفی باشد، باز هم شرایط عادلانه‌ای برقرار نمی‌شود. این مشکل در لیگ حرفه‌ای ایران بارها مشاهده شده است. راسل[1] در[۱۱] برای اولین بار مفهوم اثر انتقال به جلو را مطرح نمود و نشان داد که برنامه‌های متوازنی برای nهایی که توانی از ۲ باشند وجود دارد و روشی را نیز برای بدست آوردن آن‌ها پیشنهاد کرد.

۲-۴. حداقل کردن هزینه‌ها

C_{ijt} هزینه‌ی آن است که تیم i در هفته‌ی t میزبان تیم j باشد. این هزینه‌ها می‌تواند شامل موارد مختلفی از جمله هزینه‌های عملیاتی، در اختیار نبودن استادیوم، انجام بازی‌های حساس و ... باشد. در چنین مسائلی هدف یافتن یک برنامه‌ی شدنی است، به طوری که هزینه‌های ذکر شده را حداقل کند.

۳. مدل ریاضی مسئله

۳-۱. مدل پایه‌ای مسئله

برای ساخت مدل، چون به دنبال برنامه‌هایی با حداقل وقفه هستیم-اکثر سازمانهای برگزارکننده‌ی لیگ‌ها، خود را به استفاده از برنامه‌های با حداقل وقفه مقید می‌کنند- بنابراین، معیار وقفه‌ها را به صورت محدودیت در مدل در نظر خواهیم گرفت. اگر مجموعه‌ی تیم‌ها را $N=\{1,...,n\}$ در نظر بگیریم و هفته‌ها را به صورت $t=1,...,T=n-1$ نشان دهیم، با معرفی دو متغیر:

x_{ijt} برابر با ۱ است اگر تیم i در هفته t میزبان تیم j باشد و در غیر اینصورت صفر.

br_{it} برابر با ۱ است اگر تیم i در هفته t وقفه داشته باشد و در غیر اینصورت صفر.

و پارامتر c_{ijt} به عنوان هزینه‌ی میزبانی تیم i در مقابل تیم j در هفته‌ی t

مدل پایه‌ای زمان‌بندی لیگ برای مسئله SRRT به صورت برنامه‌ریزی عدد صحیح به صورت زیر است[۱۲]:

$$\min \sum_{i\in N}\sum_{j\in N-\{i\}}\sum_{t=1}^{T} c_{ijt}x_{ijt} \qquad (۱)$$

Subject to:

$$\sum_{t=1}^{T}(x_{ijt}+x_{jit})=1, i,j\in N, i<j \qquad (۲)$$

$$\sum_{j\in N\setminus\{i\}}(x_{ijt}+x_{jit})=1, i\in N, t=1,...,T \qquad (۳)$$

$$\sum_{j\in N\setminus\{i\}}(x_{ijt-1}+x_{ijt})-br_{it}\le 1, i\in N, t=2,...,T \qquad (۴)$$

$$\sum_{j\in N\setminus\{i\}}(x_{jit-1}+x_{jit})-br_{it}\le 1, i\in N, t=2,...,T \qquad (۵)$$

$$\sum_{i\in N}\sum_{t=2}^{T} br_{it}\le n-2 \qquad (۶)$$

هدف مدل حداقل کردن هزینه‌های کل می‌باشد. محدودیت (۲) تضمین می‌کند که همه‌ی بازی‌ها یک بار برنامه‌ریزی شوند. معادله‌ی (۳) باعث می‌شود هر تیم در هر هفته دقیقاً یک بازی انجام دهد. محدودیت‌های (۴) تا (۶) متغیرهای x_{ijt} را با متغیرهای مربوط به وقفه br_{it} مرتبط می‌سازند و جستجو را به زمانبندی‌هایی شامل $n-2$ وقفه محدود می‌سازد.

۳-۲. مدل توسعه‌یافته

حال به منظور حداقل کردن اثر انتقال به جلو، می‌توانیم عبارتی را به عنوان تابع هدف در نظر بگیریم. فرض کنید هفته‌ها را به صورت سیکلی در نظر بگیریم، به طوری که بعد از هفته‌ی $(n-1)$ام –که هفته آخر است- هفته‌ی اول قرار بگیرد (در واقع در اینجا n هفته خواهیم داشت). با در نظر گرفتن $k=1,...,n$ به عنوان هفته‌ها، اثر انتقال به جلوی تیم i به تیم j به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$co_{ij}=\sum_{l\in N\setminus\{i,j\}}\sum_{k=1}^{n-1}(x_{ilk}+x_{lik})\times(x_{jl(k+1)}+x_{lj(k+1)}) \qquad (۷)$$

در نتیجه به عنوان یک هدف دیگر خواهیم داشت:

$$\min\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} co_{ij}^2 \qquad (۸)$$

در ادامه مشکل دیگری که در تعدادی از لیگ‌های فوتبال مشاهده می‌شود و تا کنون مورد توجه محققان قرار نگرفته است را بررسی می‌کنیم و آن وجود تعداد زیادی تیم از یک شهر بزرگ در مسابقات است. به خصوص اگر بعضی از آنها بسیار پرطرفدارتر از بقیه‌ی تیم‌ها باشند. به عنوان مثال در لیگ فوتبال ایران تیم‌های بزرگ و پرطرفدار استقلال و پیروزی تهران چنین خصوصیتی دارند. هنگامی که این دو تیم که متعلق به شهر تهران هستند با سایر تیم‌های تهرانی بازی دارند، فارق از از اینکه از دیدگاه برنامه-ریزی میزبان یا مهمان باشند، این بازی در ورزشگاه آزادی تهران و با حضور هواداران دو تیم-استقلال یا پیروزی- برگزار می‌شود و عملاً شرایط به گونه‌ای است که گویی در هر دو بازی رفت و برگشت این دو تیم میزبان هستند. در نهمین دوره‌ی لیگ برتر

[1] - *Russell*

[Downloaded from ijiepm.iust.ac.ir on 2025-07-19]

مجموعاً پنج تیم تهرانی در مسابقات حضور داشتند. در نتیجه هر یک از دو تیم ا.ستقلال و پیروزی ۲۲ بازی از ۳۴ بازی خود درا در لیگی ۱۸تیمی ایران در ورزشگاه آزادی برگزار می‌کنند. در اینجاست که مجدداً با مشکل وقفه‌ها روبرو می‌شویم و باید توالی مناسبی از بازی‌ها در ورزشگاه آزادی و شهرستانها برقرار شود. به عنوان مثال در دور برگشت لیگ نهم، تیم استقلال ۷ بازی متوالی در در ورزشگاه آزادی برگزار کرد که مسلماً چنین روندی بر کیفیت بازی‌ها تأثیر منفی قابل‌توجهی گذاشت.

تعداد این‌گونه وقفه‌ها را می‌توان به صورت زیر مدل کرد. اگر $t=2,...,2n-2$ باشد و i یکی از دو تیم استقلال و پیروزی ($i \in \{s, p\}$) باشد و $j \in N \setminus \{i\}$ باشد و با تعریف پارامتر T_k به صورت زیر:

T_k اگر تیم k تهرانی باشد برابر با ۱ و در غیر این صورت صفر ($k \in N$) خواهیم داشت:

$$br_i = \sum_{k=2}^{2n-2} \begin{bmatrix} (\sum_{k\in N\setminus\{i\}} x_{ik(t-1)})(\sum_{k\in N\setminus\{i\}} x_{kit} \times T_k) + \\ (\sum_{k\in N\setminus\{i\}} x_{ki(t-1)} \times T_k)(\sum_{k\in N\setminus\{i\}} x_{kit}) + \\ (\sum_{k\in N\setminus\{i\}} x_{ik(t-1)})(\sum_{k\in N\setminus\{i\}} x_{ikt}) \end{bmatrix} \qquad (۹)$$

در این رابطه br_i بیانگر تعداد وقفه‌های ایجاد شده ناشی از بازی‌های متوالی در ورزشگاه آزادی تهران است. جمله اول در داخل کروشه تعداد وقفه‌هایی را می‌شمارد که دو تیم مطرح- استقلال و پیروزی- در یک هفته میزبان باشند و در هفته‌ی بعد مهمان یک تیم تهرانی باشند.

به همین ترتیب جمله‌ی دوم بیانگر وقفه‌هایی است که دو تیم مطرح در یک هفته مهمان یک تیم تهرانی باشند و در هفته‌ی بعد میزبان باشند و جمله‌ی سوم وقفه‌هایی را می‌شمارد که دو تیم مطرح در دو بازی متوالی میزبان باشند. در نتیجه به عنوان یک تابع هدف خواهیم داشت:

$$\min \sum_{i\in\{s,p\}} br_i \qquad (۱۰)$$

۴. روش حل

همانطور که در بخش قبل مشاهده شد، مدل ارائه شده یک برنامه‌ریزی عدد صحیح غیرخطی است و به خاطر گستردگی مسئله و تعداد زیاد متغیرها یک مسئله *NP-hard* است ([۲] و [۱۲]).

در مقالات مختلف رویکردهای مختلفی برای حل این قبیل مسائل به کار رفته‌اند. این روش‌ها عمدتاً شامل روش‌های چندمرحله‌ای، برنامه‌ریزی عدد صحیح، برنامه‌ریزی محدود شده[1]، الگوریتم‌های ابتکاری و فراابتکاری می‌باشند. برای مرور بیشتر بر روری روشهای حل، به [۲] ارجاع داده می‌شود.

در بسیاری از موارد، نویسندگان مختلف از روشهای چندمرحله‌ای استفاده کرده‌اند.

به این صورت که مسئله به چند فاز جدا از هم امّا مرتبط به هم تقسیم می‌شود و این مراحل به صورت متوالی حل شده و جواب نهایی بدست می‌آید. در این مقاله نیز از روشی سه مرحله‌ای برای حل مسئله استفاده شده است. در زیر فرآیند حل تشریح شده است.

۱- در ابتدا به دنبال یک مجموعه الگوها با حداقل تعداد وقفه خواهیم بود که برای لیگ ۱۸ تیمی ایران برابر است با (۴۸=۶-۱۸×۳). در ضمن علاوه بر اینکه تعداد وقفه‌ها نباید از ۴۸ عدد بیشتر باشد، هیچ تیمی نیز نباید در هفته‌ی دوم یا آخر و یا در دو هفته‌ی متوالی وقفه داشته باشد. همین‌طور این مجموعه الگو باید از ردیف‌های دو به دو مکمل تشکیل شده باشد.

۲- در این مرحله برنامه‌ی رقابایی ایجاد می‌شود که اولاً با مجموعه‌ی الگوی مرحله‌ی ۱ تطابق داشته باشد و ثانیاً میزان اثرهای انتقال به جلوی آن نزدیک به بهینه باشد.

۳- تا این مرحله از حل به جای تیم‌های واقعی از جایگزین[2](نمادهای i و j) استفاده شده است. در این مرحله تیم‌های واقعی طوری به برنامه‌ی زمانبندی لیگ اختصاص داده می‌شوند تا وضعیت مطلوبی از نظر وقفه‌های ایجاد شده برای تیم‌های استقلال و پیروزی و همین‌طور کل هزینه‌ها ایجاد شود.

در ادامه هر یک از گامها را باجزئیات بیشتری بررسی خواهیم کرد.

مرحله۱: برای بدست‌آوردن مجموعه الگوی موردنظر از روشی استفاده می‌شود که در بسیاری از مقالات به کار رفته است. اما دلیل اصلی استفاده از این روش این است که بسیاری از لیگ‌های دنیا برنامه‌های خود را بر اساس مجموعه الگوی خروجی این روش بنا می‌کنند. در برنامه‌ی لیگ نهم ایران نیز از همین مجموعه الگو استفاده شده است. این روش توسط دورا[۳] ارائه شده و بر تئوری گراف استوار است. خروجی این روش به صورت زیر است.

F_i بیانگر برنامه‌ی هفته‌ی iام می‌باشد و هر زوج مرتب نشان دهنده‌ی یک بازی است(تیم‌ها از ۱تا n نام‌گذاری شده‌اند)

$$F_i = \{(n,i)\} \cup \{(a(i,k),b(i,k)) : k = 1,...,n/2-1\}, \quad i = 1,...,n-1$$

[1] - *Constraint Programming*
[2] - *Placeholder*

[Downloaded from ijiepm.iust.ac.ir on 2025-07-19]

$$a(i+k) = \begin{cases} i+k & \text{اگر } (i+k) < n \\ i+k+n-1 & \text{اگر } (i+k) \geq n \end{cases}$$

$$b(i+k) = \begin{cases} i-k & \text{اگر } (i-k) > 0 \\ i-k+n-1 & \text{اگر } (i-k) \leq 0 \end{cases}$$

برای *(n,i)*: n میزبان است اگر i عدد فرد باشد و i میزبان است اگر i زوج باشد.

برای *((a(i,k),b(i,k))*: *a(i,k)* میزبان است اگر k زوج باشد و *b(i,k)* میزبان است اگر k فرد باشد.

زمان‌بندی که در جدول ۳ ملاحظه شد، خروجی این روش برای ۶ تیم است. اما این برنامه برای استفاده در لیگ رفت و برگشتی مناسب نیست. چراکه تیم‌های *n-2* و *n-1* در هفته‌ی آخر دور رفت و هفته‌ی اول دور برگشت، دو وقفه‌ی متوالی خواهند داشت و همین دو تیم در هفته‌ی آخر بازی‌ها نیز وقفه خواهند داشت.

برای فائق آمدن بر این مشکل، در سه بازی آخر تیم n جای تیم‌های میزبان و مهمان را تعویض می‌کنند. جدول ۴ نمونه‌ای از این برنامه را برای ۶ تیم نشان می‌دهد. همانطور که مشاهده می‌شود، این مشکلات حل شده و همچنین برای هر ردیف ماتریس، یک ردیف مکمل (هنگامی که یک تیم میزبان است، تیم دیگر مهمان است و برعکس) وجود دارد.

جدول ۴. نمونه‌ای از خروجی مرحله اول برای لیگ ۶تیمی

هفته‌ها	۱	۲	۳	۴	۵
تیم ۱	+۶	−۳	+۵	−۲	+۴
تیم ۲	+۵	−۶	−۴	+۱	−۳
تیم ۳	−۴	+۱	−۶	−۵	+۲
تیم ۴	+۳	−۵	+۲	+۶	−۱
تیم ۵	−۲	+۴	−۱	+۳	−۶
تیم ۶	−۱	+۲	+۳	−۴	+۵

حسن دیگر این روش این است که یک جواب اولیه نیز برای مرحله‌ی ۲(جدول رقبا) ایجاد می‌کند. به دلیل آنکه بعد از مرحله‌ی اول یک الگوی میزبان مهمان ایجاد شده و مسئله‌ی وقفه‌ها حل شده است، بنابراین مدل پایه‌ای که در بخش قبل ارائه شد بنا بر شرایط جدید تغییر می‌کند. فرض کنید مجموعه الگوی ایجاد شده را ps بنامیم و C مجموعه‌ای از زوج مرتب‌های سطرهای ps باشد که مکمل یکدیگرند و همین‌طور مجموعه‌ی D، تیم‌هایی را نشان دهد که باید الگوی میزبان-مهمان مکمل داشته باشند(تیم‌هایی که از یک استادیوم مشترک استفاده می‌کنند). با در نظر گرفتن متغیرها و نمادهای قبلی و اضافه‌کردن متغیرهای زیر، مدل ریاضی مسئله ارائه خواهد شد. $F(x,z)$ یک تابع هدف دلخواه است.

z_{ir} برابر با ۱ است اگر سطر rام به تیم i اختصاص یابد و در غیر اینصورت صفر.

h_{rt} برابر با ۱ است اگر ردیف r در هفته‌ی t میزبان است و در غیر اینصورت صفر (h_{rt} درایه‌های ماتریس ps هستند).

بنابراین با توجه به روش حل در مرحله‌ی ۱ مدل ریاضی مسئله به صورت زیر تغییر می‌کند:

$$\min F(x,z) \qquad (۱۱)$$

Subject to:

$$\sum_{r\in N} z_{ir} = 1, i \in N \qquad (۱۲)$$

$$\sum_{i\in N} z_{ir} = 1, r \in N \qquad (۱۳)$$

$$\sum_{j\in N\setminus\{i\}} x_{ijt} - \sum_{r\in N} h_{rt} z_{ir} = 0, i \in N; t = 1,...,T \qquad (۱۴)$$

$$z_{il} = z_{im}, \forall (i,j) \in D, (l,m) \in C \qquad (۱۵)$$

محدودیت (۲) و (۳) قبلا توضیح داده شده‌اند. محدودیت (۱۲) و (۱۳) به ترتیب تضمین می‌کنند که به همه‌ی تیم‌ها یک سطر و هر سطرفقط به یک تیم اختصاص یابد.

محدودیت(۱۴) باعث تخصیص ردیف‌های مکمل به تیم‌هایی که دارای ورزشگاه مشترک هستند(مانند استقلال و پیروزی یا ذوب‌آهن و سپاهان) می‌شود.اکنون می‌توان در دو مرحله مسئله بالا را حل کرد.

مرحله ۲: برای بدست آوردن یک برنامه‌ی رقبای مناسب، جواب بدست‌آمده از مرحله‌ی قبل را به عنوان یک جواب اولیه در نظر می‌گیریم. سپس با استفاده از الگوریتم تبرید شبیه‌سازی شده[1]، به دنبال یک جواب خوب با توجه به اثر انتقال به جلو خواهیم بود. الگوریتم تبرید شبیه‌سازی شده اولین بار توسط کرکپاتریک و همکاران[2] [۱۳] ارائه شد و یکی از روشهای فراابتکاری برای حل مسائل با پیچیدگی محاسباتی بالا است. در این الگوریتم نه تنها جوابهای بهتر مورد قبول هستند، بلکه جوابهای همسایگی بدتر نیز احتمال پذیرش دارند. این استراتژی باعث فرار از جوابهای بهینه محلی می‌شود.

رایت[3] [۱۴] از جمله افرادی است که از الگوریتم SA برای حل مسئله زمانبندی لیگ بسکتبال نیوزیلند استفاده کرده است.

[1] - *Simulate Annealing (SA)*
[2] - *Kirkpatrick et al.*
[3] - *Wright*

[Downloaded from ijiepm.iust.ac.ir on 2025-07-19]

همچنین ویلیس و تریل[1] [۱۵] نیز برای لیگ کریکت استرالیا از این الگوریتم استفاده کرده‌اند. توجه کنید که در این مرحله، به الگوی میزبان-مهمان احتیاجی نیست، بلکه تنها هفته‌های هر بازی است که جابه‌جا می‌شوند.

امّا این جابجایی‌ها باید طوری صورت گیرند که شدنی‌بودن مجموعه‌ی الگوها حفظ شود. بنابراین به منظور تولید جوابهای همسایگی در الگوریتم SA، با حفظ شدنی بودن الگوی میزبان-مهمان در این دو هفته، بازی‌های این دو هفته با یکدیگر نعویض می‌شوند. دمای اولیه(T_0) در الگوریتم ۴۵۰۰ و تعداد تکرارها در هر دما(T) ۱۰۰ عدد می‌باشد. دما در هر تکرار ۰.۸۵ دما در تکرار قبل می‌باشد. شرط پایان در این این الگوریتم تعداد جوابهای تولید شده است.

مرحله‌ی ۳: پس از اجرای دو مرحله‌ی قبل برای یک لیگ مجازی و ایجاد یک برنامه‌ی زمان‌بندی مناسب ، نوبت به اختصاص تیم‌های واقعی به برنامه‌های ایجاد شده می‌باشد. این تخصیص باید به گونه‌ای باشد که میزان وقفه‌های مربوط به تیم-های استقلال و پیروزی حداقل شود. هزینه‌های مربوط به اختصاص هر بازی را نیز می‌توان در این مرحله مد نظر قرار داد. اما با توجه به اینکه اطلاعاتی درباره‌ی C_{ijt} ها در دست نیست و حالت پایه‌ای نیز برای مقایسه وجود ندارد، در این مرحله صرفاً معیار وقفه‌ها در نظر گرفته می‌شود. برای حل این مرحله نیز از الگوریتم تبرید شبیه‌سازی شده استفاده شد و پارامترهای آن نیز شبیه به الگوریتم SA استفاده شده در مرحله ۲ می‌باشد.. به این ترتیب که ابتدا جواب اولیه‌ای برای تخصیص با در نظر گرفتن تیم‌های مکمل ایجاد شد.

سپس جواب‌های همسایگی با تعویض سطرهای تخصیص داده شده به دو تیم که به صورت تصادفی انتخاب می‌شوند، تولید می-شوند. با این فرض که اگر سطر تیمی مانند سپاهان تغییر کرد، سطر تیم هم‌شهری آن یعنی ذوب‌آهن نیز باید طوری تغییر کند که مکمل تیم سپاهان شود. بدین ترتیب جستجو برای یافتن جواب نهایی انجام می‌شود.

۵. حل مثال عددی

به منظور مقایسه‌ی نتایج بدست آمده با وضع موجود، برنامه‌ی سه دوره‌ی اخیر لیگ برتر ایران (لیگ‌های ۱۸تیمی) جمع‌آوری شده و بر اساس سه معیار وقفه‌ها، اثر انتقال به جلو و وقفه‌ها برای تیم-های استقلال و پیروزی مورد بررسی قرار گرفته‌اند که نتایج آن در زیر آمده است.

وقفه‌ها: در جدول۵ تعداد وقفه‌های ایجاد شده در لیگ‌ها هفتم، هشتم و نهم فوتبال ایران با نتایج بدست آمده از الگوریتم پیشنهادی برای لیگ ۱۸ تیمی فوتبال ایران مقایسه شده است.

همانطور که مشاهده می‌شود، در لیگ‌های هفتم و نهم تعداد وقفه‌ها حداقل است، اما در لیگ هشتم اینطور نیست.

جدول۵. مقایسه‌ی تعداد وقفه‌های لیگهای هفتم، هشتم و نهم با جواب بدست آمده از الگوریتم پیشنهادی

جواب حاصل از الگوریتم پیشنهادی	لیگ نهم	لیگ هشتم	لیگ هفتم	زمانبندی‌ها
۴۰۸	۳۸۷۸	۶۳۴	۳۸۷۶	اثر انتقال به جلو

اثر انتقال به جلو: با بررسی دقیق‌تر بر روی تعداد اثرهای انتقال به جلو در لیگ‌های ایران وضعیت بحرانی موجود مشخص می-شود. به عنوان مثال در لیگ هفتم تیم‌ها ابتدا به مصاف تیم صباباتری می‌رفتند، سپس در هفته‌ی بعد رو در روی تیم سپاهان قرار می‌گرفتند و در هفته‌ی بعد از آن با تیم پیروزی بازی می-کردند.

هر سه تیم از جمله تیم‌های قدرتمند لیگ بودند و تیم‌های دیگر، بازی‌های سنگینی را در مقابل آنان انجام می‌دادند. مسلماً روند بازی‌ها در درجه اول به نفع پیروزی و در درجه‌ی بعد به نفع سپاهان بود. در آخر فصل نیز نتایج به گونه‌ای بود که تیم پیروزی مقام اول، سپاهان مقام دوم و صباباتری مقام سوم را کسب کردند. البته ادعا نمی‌شود که عامل قهرمانی پیروزی اثر انتقال به جلو بوده است، امّا به هر حال بی‌تأثیر نبوده است و بهتر است این نقاط ضعف از لیگ برطرف شوند. در جدول ۶ میزان اثر انتقال به جلو را برای لیگ‌های هفتم، هشتم و نهم در مقابل جواب بدست-آمده نشان داده شده است. همان طور که مشاهده می‌شود جواب بدست آمده از الگوریتم پیشنهادی به مراتب بهتر از وضع موجود است.

جدول ۶. اثر انتقال به جلو برای لیگ‌های هفتم، هشتم و نهم و جواب بدست‌آمده از الگوریتم پیشنهادی.

جواب حاصل از الگوریتم پیشنهادی	لیگ نهم	لیگ هشتم	لیگ هفتم	زمانبندی‌ها
۴۸	۴۸	۶۴	۴۸	**تعداد وقفه**

با مقایسه‌ی تعداد وقفه‌ها و میزان اثر انتقال به جلو در لیگ‌های مختلف مشاهده می‌شود که در لیگ‌های هفتم و نهم که در آنها از روش ارائه شده در گام اول حل برای بدست آوردن زمانبندی استفاده شده است، تعداد وقفه‌ها حداقل شده است در حالی که اثر انتقال به جلو بسیار زیاد است- میاشیرو و ماتسوی[2][۱۶] حدس می‌زنند که جواب تولید شده با این روش، اثر انتقال به جلو را بیشینه می‌کند- و به نظر می‌رسد که در لیگ هشتم مسئولان

[1] - *Willis and Terrill*

[2] - *Miyashiro and Matsui*

[Downloaded from ijiepm.iust.ac.ir on 2025-07-19]

برگزاری مسابقات به منظور کم کردن اثر انتقال به جلو تغییراتی را در برنامه اعمال کرده‌اند که تعداد وقفه‌ها را از حالت حداقل خارج کرده است.

میاشیرو و ماتسوی [۱۶] الگوریتمی برای حداقل کردن اثر انتقال به جلو ارائه کرده‌اند که ادعا می‌شود بهترین جواب‌های موجود برای ($n=18,20$) است. درمقاله ذکر شده دو جواب برای $n=18$ بدست آمده است که یکی از آنها به سرعت تولید شده و حاصل آن ۴۱۲ است و دیگری جوابی است که بعد از دو روز اجرای برنامه حاصل شده و برابر با ۴۰۰ می‌باشد. در صورتی که زمان اجرای الگوریتم تبرید شبیه‌سازی شده در این مقاله حدود ۱ دقیقه بوده است و در ضمن جستجو به جواب‌هایی محدود شده است که تطابق بین مجموعه‌ی الگو و جدول رقبا را از بین نبرد اما در [۱۶] تنها برنامه‌ریزی بازی‌ها بدون ذکر میزبان یا مهمان مطرح بوده است.

وقفه‌ها برای تیم‌های استقلال و پیروزی: چون این معیار به تعداد تیم‌های تهرانی حاضر در لیگ وابسته است، در نتیجه نمی‌توان آن را برای لیگ‌های مختلف با هم مقایسه کرد. به دلیل اینکه برای تخصیص تیم‌ها در این مقاله از تیم‌های حاضر در لیگ نهم استفاده شده است، بنابراین نتایج تنها با لیگ نهم قابل مقایسه است. جدول ۷ نشان می‌دهد که تعداد وقفه‌ها برای تیم‌های استقلال و پیروزی در جواب حاصل از الگوریتم پیشنهادی از این تعداد در لیگ نهم کمتر است. لازم به ذکر است که تعداد تیم‌های تهرانی حاضر در لیگ نهم ۵ تیم است.

جدول ۷. تعداد وقفه برای تیم‌های استقلال و پیروزی در لیگ نهم و جواب بدست آمده.

زمانبندی	لیگ نهم	جواب حاصل از الگوریتم پیشنهادی
استقلال	۸	۷
پیروزی	۸	۷

۶. نتیجه‌گیری

در این مقاله مدلی برای برنامه‌ریزی و زمانبدی مسابقات لیگ فوتبال ایران ارائه شد که هدف آن کاهش میزان وقفه‌ها، اثرهای انتقال به جلو و علاوه بر این کاهش میزان وقفه‌ها برای تیم‌های پرطرفدار و موردتوجه استقلال و پیروزی بود که معیار آخر برای اولین بار است که در ادبیات این موضوع در نظر گرفته می‌شود. به منظور حل مدل و رسیدن به یک جواب خوب از یک روش سه مرحله‌ای استفاده شد که در گام اول هدف حداقل کردن تعداد وقفه‌ها می‌باشد.

این مرحله با استفاده از یک روش شناخته شده بر مبنای تئوری گراف حل شد. در مرحله دوم با استفاده از الگوریتم فراابتکاری SA، جدول رقبایی ارائه شد که میزان اثر انتقال به جلو را تا حد قابل‌توجهی کاهش دهد. در مرحله‌ی سوم نیز الگوریتم SA به کار گرفته شد تا تیم‌های واقعی طوری به برنامه اختصاص یابند که وقفه‌های استقلال و پیروزی کمتر شوند. نتایج حاصله از الگوریتم نشان‌دهنده نتایج بهتر نسبت به مدلهای مشابه است.

به منظور تحقیقات آتی در زمینه‌ی برنامه‌ریزی لیگ حرفه‌ای فوتبال ایران، مطالعات عمیق‌تر بر روی ضرایب هزینه‌ی بازی‌ها (C_{ijt}) می‌تواند بسیار مفید و مؤثر واقع شود. با استفاده از این ضرایب می‌توان پارامترهای متعددی از جمله در دسترس بودن استادیوم‌ها، در نظر گرفتن شرایط آب و هوایی، لحاظ کردن مسائل امنیتی و ... را در مدل وارد کرد. بدست آوردن این ضرایب احتیاج به همکاری نهادهای مسئول از جمله سازمان لیگ فوتبال ایران، باشگاه‌ها و کارشناسان ورزشی و فنی دارد.

مراجع

[1] Rasmussen, R.V., Trick, M.A., *"Round Robin Scheduling-a Survey*", European Journal of Operational Research, Vol. 188, pp. 617-636, 2006.

[2] Kendall, G., Knust, S., Ribeiro, C.C., Urrutia, S., "*Scheduling in Sports: an Annotated Bibliography*", Computers & Operations Research, Vol. 37, 2010, pp. 1-19.

[3] de Werra, D., *"Scheduling in Sports*". In: Hansen, P. (Ed.), Studies on graphs and discrete programming, North-Holland, Amsterdam, The Netherlands. 1997, pp. 381-395.

[4] Rosa, A., Wallis, W.D., "*Premature Sets of 1-Factors or How not to Schedule Round-Robin Tournaments*". Discrete Applied Mathematics, 4: 1982, 291-297.

[5] de Werra, D.,*" Some Models of Graphs for Scheduling Sports Competitions*". Discrete Applied Mathematics, 21: 1988, 47-65.

[6] Bartsch, T., Drexl, A., Kroger, S., *"Scheduling the professional. soccer leagues of Austria and Germany*", Computers & Operations Research, Vol. 33, No. 7, 2006, pp. 1907-1937.

[7] Della Croce, F., Oliveri, D.,"*Scheduling the Italian football League: an ILP-based Approach* ", Computers & Operations Research, Vol. 33, No. 7, 2006, pp. 1963-1974.

[8] Ribeiro, C.C., Urrutia, S., "*Scheduling the Brazilian Soccer Tournament with Fairness and Broadcast Objectives"*, Lecture notes in computer science, Vol. 3867, 2007, pp. 149-159.

[9] Durán, G., Guajardo, M., Miranda, J., Sauré, D., Souyris, S., Weintraub, A., Wolf, R., "*Scheduling the Chilean Soccer League by Integer Programming* ", Interfaces, Vol. 37, No. 6, 2007, pp. 539-552.

[10] Rasmussen, R.V., *"Scheduing a Triple Round Robin Trournament for the Best Danish Soccer League*", European Journal of Operational Research, Vol. 185, 2008, pp. 795-810.

[Downloaded from ijiepm.iust.ac.ir on 2025-07-19]

[11] Russell, K., "*Balancing Carry-Over Effects in Round Robin Tournaments*". Biometrika;67: 1980, 127–31.

[12] Knust, S., Lucking, D., "*Minimizing Costs in Round Robin Tournaments with Place Constraints*", Computers & Operations Research, Vol. 36, No. 11, 2009, pp. 2937-2943.

[13] Kirkpatrick, S., Gelatt, C.D., Vecchi, M.P., "*Optimization by Simulated Annealing*", Science, Vol. 220, 1983, pp. 671-680.

[14] Wright, M.B., *"Scheduling fixtures for basketball New Zealand*", Computers and Operations Research, Vol. 33, No. 7, 2006, pp. 1875-1893.

[15] Willis, R.J., Terrill, B.J., "*Scheduling the Australian State Cricket Season using Simulated Annealing*", Journal of the Operational Research Society, Vol. 45, 1994, pp. 276-280.

[16] Miyashiro, R., Matsui, T., "*Minimizing the Carry-Over Effects Value in a Round Robin Tournament*", in: E. Burke, H. Rudova, (Eds.), Proceedings of the 6th International Conference on the Practice and Theory of Automated Timetabling, 2006,pp. 402-405.

[Downloaded from ijiepm.iust.ac.ir on 2025-07-19]