International Journal of Industrial Engineering & Production Management (2012)

March 2012, Volume 22, Number 4
pp. 359-368

http://IJIEPM.iust.ac.ir/

Proposed Fuzzy Revised Theory of Constraints Algorithm for Product Mix Problems with Fuzzy Capacity, Profit and Processing Times

N. Hamidi*, P. Samouei & M. Eghbali

***N.Hamidi**, Department of management, Qazvin Branch, Islamic Azad University, Qazvin ,Iran*
***P.Samouei**, Department of Industrial Engineering, Bu-Ali Sina University, Hamedan, Iran*
***M. Eghbali**, Young Researchers Club, Qazvin Branch, Islamic Azad University, Qazvin ,Iran*

Keywords

Product mix,
Theory of constraints,
Fuzzy linear programming,
Fuzzy processing time,
Fuzzy capacity,
Fuzzy profit

ABSTRACT

One of methods that used in product mix problems is theory of constraints (TOC). However, unfortunately it is not efficient in some situations. So many researchers have tried to solve these inefficiencies. In this way, Revised Theory of Constraints is proposed to use the advantage of this method for certainty conditions.
Nevertheless, in the real world situations many parameters such as processing time, capacity and profit are not completely certain. Furthermore, Fuzzy set theory has been used to model systems that are hard to define precisely and represents an attractive tool to aid research in production management when the dynamics of the production environment limit the specification of model objectives, constraints and the precise measurement of model parameter. So In this paper, an algorithm based on RTOC and fuzzy logic is proposed. The results have shown this algorithm is an effective and flexible algorithm.

* **Corresponding author. Naser Hamidi**
Email: *nhamidi1344@gmail.com*

نشـــریه بین المللـــی مهنـدسی صنـایع و مدیـــریت تولیـد

شمـــاره ۴، جلـــد ۲۲، زمستـــان ۱۳۹۰
صفحـــه ۳۶۰-۳۶۸

نشریه بین المللی مهندسی صنایع و مدیریت تولید
دانشگاه علم و صنعت ایران

ISSN: 2008-4870

http://IJIEPM.iust.ac.ir/

ارائه‌ی الگوریتم تئوری محدودیت‌های اصلاح شده‌ی فازی برای مسائل ترکیب تولید با ظرفیت، سود و زمان پردازش فازی

ناصر حمیدی*، پروانه سموئی و مهدی اقبالی

کلمات کلیدی

تئوری محدودیت‌های اصلاح شده (RTOC)،
ترکیب تولید،
زمان پردازش فازی،
ظرفیت فازی،
سود فازی

چکیده:

یکی از روش‌هایی که به کمک آن می‌توان مسائل ترکیب تولید را به راحتی حل نمود، روش تئوری محدودیت‌ها می‌باشد. ولی این روش در برخی از مسائل و شرایط دارای نقایصی می‌باشد که محققین را بر آن داشته است که این تئوری را تغییر داده و تحت عنوان تئوری محدودیت‌های اصلاح شده ارائه دهند تا علاوه بر مزایای این تئوری، معایب آن را نیز پوشش دهند. اما این تئوری برای شرایطی که تمام پارامترها قطعی می‌باشند، مطرح شده است. ولی در دنیای واقعی تولید، معمولاً پارامترهایی نظیر ظرفیت، سود و زمان پردازش غیر قطعی می‌باشند. از سوی دیگر تئوری مجموعه‌های فازی نیز مانند یک ابزار مناسب برای مدیریت تولید در زمانی که پویایی محیط تولید مانع تعیین دقیق تابع هدف، محدودیت‌ها و سایر پارامترهای مدل می‌شود، کاربرد دارد. لذا در این مقاله سعی گردیده است الگوریتمی بر مبنای تئوری محدودیت‌های اصلاح شده و منطق فازی ارائه شود. نتایج نشان‌دهنده‌ی کارایی و انعطاف‌پذیری این الگوریتم می‌باشد.

۱. مقدمه

یکی از مسائلی که فکر بسیاری از محققین مسائل تولید را به خود اختصاص می‌دهد، یافتن حل بهینه‌ی ترکیب تولید محصولات می‌باشد. در این راستا روش‌های زیادی نظیر تئوری محدودیت‌ها، برنامه‌ریزی خطی، جستجوی ممنوعه، الگوریتم ژنتیک و ... مورد استفاده قرار گرفته‌اند.

در میان این روش‌ها، تئوری محدودیت‌ها یک روش کاربردی و در عین حال ساده می‌باشد. اما متاسفانه در برخی از شرایط خاص نظیر مسائل چندگلوگاهی توانایی های لازم را از خود نشان نمی‌دهد. برای رفع نواقصی این چنین، محققین به ارائه‌ی الگوریتم تئوری محدودیت‌های اصلاح شده پرداخته‌اند (برای مطالعه بیشتر می‌توانید به مراجع [۴] و [۵] مراجعه نمایید).

علاوه بر این‌ها، در دنیای واقعی نیز خیلی از پارامترها نظیرسود، زمان پردازش و ظرفیت از خاصیت فازی تبعیت می‌نمایند. این نکته‌ای است که در خود الگوریتم تئوری محدودیت‌ها و تئوری محدودیت‌های اصلاح شده، منظور نگردیده است. لذا در مقاله‌ی پیش رو سعی شده است برای مسائلی با این پارامترهای فازی الگوریتمی بر مبنای تئوری محدودیت‌های اصلاح شده ارائه شده است.

دلایل انتخاب این پارامترهای فازی به شرح زیر می‌باشد:

- در واقعیت کمتر دیده می‌شود که زمان‌های پردازش قطعی و مشخص باشند و هیچ شناوری و انعطافی نداشته باشند. چنین چیزی در تولید دستی بیشتر به چشم می‌خورد.
- واضح است که با افزایش حجم تولید، مقدار شناوری در زمان پردازش مقدار قابل توجهی را به خود اختصاص می‌دهد. لذا به راحتی نمی‌توان از این مقدار چشم‌پوشی نمود.
- در مواقعی که فرد یا گروهی درمرحله‌ی ابتدایی برای برنامه ریزی و احداث کارخانه می‌باشند. معمولاً اطلاعات کاملاً

تاریخ وصول: ۸۹/۱۲/۹
تاریخ تصویب: ۹۰/۲/۱۱

***نویسنده مسئول مقاله: دکتر ناصر حمیدی**، عضو هیات علمی دانشگاه آزاد اسلامی واحد قزوین، گروه مدیریت، قزوین، ایران.
پروانه سموئی، گروه مهندسی صنایع، دانشکده مهندسی، دانشگاه بوعلی سینا، همدان، ایرانp.samouei@basu.ac.ir
مهدی اقبالی، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد قزوین، باشگاه پژوهشگران جوان، قزوین، ایران.m.eghbali@qiau.ac.ir

دقیقی از زمان پردازش، ظرفیت و یا سود حاصل از محصولات وجود ندارد.

- در بسیاری از مبادلات چانه‌زنی در قیمت‌ها به چشم می‌خورد. چنین چیزی باعث غیر قطعی شدن سود می‌گردد. لذا فازی-سازی سود می‌تواند راهگشای خوبی در حل این گونه مسائل باشد.

برای این پارامترهای فازی، تابع عضویت مثلثی در نظر گرفته شده است. چرا که علاوه بر کارایی لازم، قابلیت محاسباتی بالاتری را نسبت به سایر توابع عضویت فازی دارا می‌باشند.

در راستای اهداف این مقاله، پیش فرض‌های زیر در نظر گرفته شده‌اند:

۱. زمان پردازش، ظرفیت و سود مقادیری فازی می‌باشند.
۲. ظرفیت کل خط وابسته به ظرفیت ایستگاه گلوگاه است و با تغییر ظرفیت این ایستگاه، ظرفیت کل خط دچار تغییر می‌شود.
۳. هزینه‌ی عملیاتی مقداری ثابت می‌باشد.
۴. میزان تقاضا مقداری مشخص و قطعی می‌باشد.
۵. تمام محصولات دارای یک due date می‌باشند.
۶. متغیر مربوط به ترکیب تولید محصولات، عدد صحیح می‌باشند.

۲. بیان مفاهیم و تحقیقات پیشین

۲-۱. تئوری محدودیت‌ها و تئوری محدودیت‌های اصلاح شده

تئوری محدودیت‌ها یک فلسفه‌ی مدیریتی است که با شناسایی گلوگاه‌ها و محدودیت‌های سیستم، آنرا در راستای کسب پول هدایت می‌کند. چنین چیزی به این دلیل است که به اعتقاد تئوری محدودیت‌ها هر سیستم، دارای یک محدودیت می‌باشد که محدودکننده‌ی خروجی سیستم است. اگر محدودیتی وجود نداشته باشد، خروجی سیستم می تواند به طور نامحدود افزایش یابد و یا به صفر برسد. این تئوری وجود محدودیت‌ها را نشان دهنده پتانسیلی برای رشد و انجام تغییرات نتیجه بخش می‌داند. تمرکز اصلی تئوری محدودیت‌ها بر افزایش بهره وری ازطریق مدیریت محدودیت‌ها و افزایش خروجی‌های تولیدی یا دستیافت-های سازمان است.

در این راستا تنها هدفی که این تئوری نیز دنبال می‌کند، کسب پول است. شاخص‌هایی که تئوری محدودیت‌ها برای سنجش این هدف در نظر می‌گیرد عبارتند از سود، موجودی و هزینه‌های عملیاتی.

برای مدیریت محدودیت‌ها نیز ۵ مرحله‌ی زیر پیشنهاد گردیده است:

۱. شناسایی محدودیت‌های سیستم
۲. تصمیم‌گیری در زمینه‌ی چگونگی محافظت و ارتقای محدودیت‌های سیستم
۳. هدایت همه‌ی عوامل در جهت قدم دوم
۴. از میان برداشتن محدودیت‌های سیستم
۵. بازگشت به قدم اول، در صورت از بین رفتن محدودیتی در قدم قبل

با تمام کاربردهایی که این تئوری می‌تواند داشته باشد، یک سری نقطه‌ی ضعف نیز برای آن پیدا شد. به طور مثال این تئوری در حل مسائل چندگلوگاهی و یا زمانی که یک محصول جدید به خط تولید حاضر اضافه می‌شود، کارایی لازم را ندارد. بنابراین محققینی به دنبال رفع این نواقص، الگوریتم تجدید نظر شده‌ی تئوری محدودیت‌ها(RTOC) را ارائه دادند تا ضمن نقاط مثبت این الگوریتم مثل سادگی و قابل فهم آن، کارایی این الگوریتم را نیز افزایش دهند.

۲-۲. تعاریف و روابط

در این مقاله تعاریف و روابط زیر برای الگوریتم پیشنهادی مورد استفاده قرار گرفته است:

عدد فازی: عدد فازی $\widetilde{M}$ از نوع R-L است، اگر تابع L برای سمت چپ، تابع R برای سمت راست و اعداد اسکالر $\alpha>0$ و $\beta>0$ با شرایط زیر وجود داشته باشند:

$$\mu_{\widetilde{M}}(x)=\begin{cases} L(\frac{m-x}{\alpha}); & x\le m, \alpha>0 \\ R(\frac{x-m}{\beta}); & x\ge m, \beta>0 \end{cases} \qquad (۱)$$

در این رابطه m مقدار میانی $\widetilde{M}$ نامیده می‌شود. همچنین مقادیر m، α و β مقادیری حقیقی می‌باشند. عدد فازی $\widetilde{M}$ نیز به شکل $(m, \alpha, \beta)_{LR}$ نشان داده می‌شود[۳].

جمع و تفریق اعداد فازی[۷]: فرض کنید $\widetilde{M}$ و $\widetilde{N}$ دو عدد فازی از نوع R-L و $\lambda \in R$ مقداری اسکالر باشد. در چنین حالتی روابط زیر برقرار است:

$$\widetilde{M}=(m,\alpha,\beta)_{LR} \qquad (۲)$$

$$\widetilde{N}=(n,\alpha',\beta')_{LR} \qquad (۳)$$

آنگاه

$$\lambda.(m,\alpha,\beta)_{LR}=(\lambda m,\lambda\alpha,\lambda\beta)_{LR} \qquad \lambda\ge 0 \qquad (۴)$$

$$\lambda.(m,\alpha,\beta)_{LR}=(\lambda m,-\lambda\beta,-\lambda\alpha)_{LR} \qquad \lambda<0 \qquad (۵)$$

$$(m,\alpha,\beta)_{LR}+(n,\alpha',\beta')_{LR}=(m+n,\alpha+\alpha',\beta+\beta')_{LR} \qquad (۶)$$

$$(m,\alpha,\beta)_{LR}-(n,\alpha',\beta')_{LR}=(m-n,\alpha+\beta',\beta+\alpha')_{LR} \quad (۷)$$

ضرب و تقسیم اعداد فازی[۱]: از قوانین زیر می‌توان برای ضرب و تقسیم دو عدد فازی برای $A=[a_1 , a_3]$ و $B=[b_1 , b_3]$ که در آن a_1، a_3، b_1 و b_3 متعلق به مجموعه‌ی اعداد حقیقی می‌باشند، استفاده نمود. شایان ذکر است که حاصل ضرب و تقسیم اعداد فازی صرفاً از نوع LR می‌باشند:

$$[a_1 , a_3].[b_1 , b_3]=[a_1b_1 \wedge a_1b_3 \wedge a_3b_1 \wedge a_3b_3 \;,\; a_1b_1 \vee a_1b_3 \vee a_3b_1 \vee a_3b_3] \quad (۸)$$

$$[a_1 , a_3]:[b_1 , b_3]=[a_1/b_1 \wedge a_1/b_3 \wedge a_3/b_1 \wedge a_3/b_3 \;,\; a_1/b_1 \vee a_1/b_3 \vee a_3/b_1 \vee a_3/b_3] \quad (۹)$$

۲-۳. مروری بر تحقیقات پیشین

لی و پلنرت[1] در سال ۱۹۹۳ به بررسی کارایی روش TOC، زمانی که یک محصول جدید به خط تولید موجود اضافه می‌شود، پرداخته‌اند. آنها نشان داده‌اند برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح ابزار مناسب‌تری در دستیابی به سود ماکزیمم می‌باشد. در راستای این مقاله نیز دو مثال بیان نموده‌اند[۵].

پِلِنرت در سال ۱۹۹۳ مثالی مطرح نموده که دارای چند منبع محدود می‌باشد. او نشان داد که روش TOC حل بهینه‌ی شدنی را در مسائل چندگلوگاهی در اختیار قرار نمی‌دهد[۸]. فِرِدِندال و لی[2] (۱۹۹۷) الگوریتم TOC تجدیدنظر شده (RTOC)[3]را برای مسائل ترکیب تولیدی که نمی‌توان با روش TOC حل نمود، مورد بررسی قرار داده‌اند. در اغلب موارد نتایج به دست آمده از RTOC با نتایج به دست آمده از برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح برابر بودند[۱]. اُنووبولو[4] در سال ۲۰۰۱ روش جستجوی ممنوعه را برای حل مسائل چندگلوگاهی پیشنهاد داده‌است. روش او بهتر از روش TOC سنتی است ولی به خوبی روش‌های RTOC و ILP نمی‌باشد. او بیان می‌کند که روش جستجوی ممنوعه حل بهینه را با کیفیت بالا و در زمان محاسباتی معقولی ارائه می‌دهد[۹].

آریانژاد و رشیدی کمیجان(۲۰۰۴) یک الگوریتم بهبود دهنده ارائه داده‌اند که توانایی دستیابی به حل بهینه‌ی ترکیب تولید تحت TOC را داراست. کارایی این الگوریتم در به دست آوردن حل بهینه با روش ILP که توسط فردندال و لی ارائه شده، مقایسه گردیده‌است[۱۰].

چان و همکارانش[5] (۲۰۰۵) مسائل ترکیب تولید چندگلوگاهی را در نظر گرفته و برای حل آن روش Hybrid Tabu-SA را که از ترکیب دو روش جستجوی ممنوعه وSA به دست می‌آید را پیشنهاد می‌دهند. الگوریتم آنها با توجه به تئوری محدودیت‌ها مورد استفاده قرار گرفته و جواب‌های به دست آمده از آن با روش‌های TOC، RTOC، ILP، SA و TS مقایسه شده‌است[۱۱].

بهاتاچاریا و همکاران (۲۰۰۶) به بررسی مسائل تصمیم‌گیری ترکیب تولید فازی تحت تئوری محدودیت‌ها زمانی که سطح رضایت تصمیم‌گیرندگان دارای تابع عضویت s شکل می‌باشند، بهره می‌گیرند[۱۲].

چهارسوقی و جعفری در سال ۲۰۰۷ از الگوریتم SA برای حل مسائل ترکیب تولید استفاده نموده‌اند و الگوریتم خود را با روش‌های TOC، RTOC، ILP، TS و GA مقایسه کرده‌اند. برای شرایطی که تعداد ماشین آلات و محصولات زیاد هستند نتایج به دست آمده از روش SA بهتر از جواب‌های به دست آمده از روش‌های TS و الگوریتم ژنتیک می‌باشد[۱۳].

قاضی‌نوری و همکاران(۱۳۸۹) به ارائه‌ی الگوریتم تئوری محدودیت‌های فازی پرداخته و نتایج حاصل را با برنامه‌ریزی خطی فازی مقایسه نموده‌اند. آنها این الگوریتم را در دو حالت مسائل تک گلوگاهی و چندگلوگاهی بررسی کرده‌اند[۲].

مطالعات نشان داده‌است که روش‌های مختلفی نظیر TOC ساده، TOC اصلاح شده، برنامه‌ریزی خطی ساده، برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح، جستجوی ممنوعه، SA وHybrid Tabu SA برای حل مسائل ترکیب تولید ارائه شده‌است.

در میان این روش‌ها تئوری محدودیت‌های اصلاح شده، مشکلات مربوط به تئوری محدودیت‌ها را نداشته و در عین سادگی روش، نتایجی همانند روش برنامه ریزی خطی عدد صحیح دارد.

اما در تمام مقالاتی که از روش تئوری محدودیت‌های اصلاح شده برای محاسبه‌ی ترکیب تولید استفاده شده بود، هیچ یک از آن‌ها به خاصیت فازی زمان پردازش، ظرفیت و سود فازی توجه نکرده بودند. لذا دراین تحقیق سعی می‌شود الگوریتم تئوری محدودیت‌های اصلاح شده که توسط فِرِدِندال و لی (۱۹۹۷) ارائه گردیده است را از منظر فازی نگریسته و آن‌را توسعه داد.

۳. ارائه‌ی الگوریتم پیشنهادی

قبل از ارائه‌ی الگوریتم پیشنهادی بایستی به معرفی پارامترهای به کار رفته در آن بپردازیم:

$\tilde{b}_j$: ظرفیت منبع j ام که یک عدد فازی مثلثی می‌باشد و به شکل (b_{j1},b_{j2},b_{j3})نشان داده می‌شود.

D_i: تقاضای محصول نوع i

1 Lee and Plenert
2 Fredendall and Lea
3 Revised Theory Of Constraints
4 Onwubolu
5 Chan et al

n: تعداد منابع

m: تعداد نوع محصولات

Q_i: متغیر تصمیم که نشان دهنده‌ی تعداد محصول نوع i می‌باشد.

C_i: سود حاصل از تولید محصول i می‌باشد و به شکل (C_{i1}, C_{i2}, C_{i3}) نشان داده می‌شود.

$\tilde{O}$:هزینه‌ی عملیاتی کل سیستم که برای محاسبات آسان‌تر با (O, O, O) نشان داده می‌شود.

$\tilde{NP}$: سود خالص که با (NP_1, NP_2, NP_3) نشان داده می‌شود.

در روش تئوری محدودیت‌های اصلاح شده m محصول روی n منبع زمان‌بندی می‌شوند. هر محصول نیز دارای تقاضای D_i $(i = 1, 2, ..., m)$ و یک مقدار سود (C_i) می‌باشد، که این مقدار از تفاوت قیمت فروش (SP_i) و قیمت مواد خام (RM_i) به دست می‌آید. این مقدار یک عدد فازی مثلثی در نظر گرفته شده است که به شکل (C_{i1}, C_{i2}, C_{i3}) نشان داده می‌شود. همچنین هر منبع دارای یک ظرفیت فازی b_j $(j = 1, 2, ..., n)$ می‌باشد که به شکل (b_{j1}, b_{j2}, b_{j3}) ارائه شده است. علاوه بر این پارامترها، زمان پردازش مورد نیاز در ایستگاه j برای تولید یک واحد از محصول نوع i با $\tilde{T}_{ij}$ و به شکل $(T_{i1j}, T_{i2j}, T_{i3j})$ نشان داده شده است.

برای الگوریتم پیشنهادی مراحل زیر مد نظر قرار گرفته است:

مرحله ۱: شناسایی محدودیت یا محدودیت‌های سیستم

a)برای هر ایستگاه میزان ظرفیت مورد نیاز را محاسبه نمایید. این رابطه به شکل زیر نشان داده شده است:

b)

$$\sum_{i=1}^{m} D_i \tilde{T}_{ij} = \sum_{i=1}^{m} (D_i T_{i1j}, D_{i2} T_{i2j}, D_i T_{i3j}) = \left(\sum_{i=1}^{m} D_i T_{i1j}, \sum_{i=1}^{m} D_i T_{i2j}, \sum_{i=1}^{m} D_i T_{i3j}\right) \quad j = 1,2,..., n \tag{۱۱}$$

برای هر ایستگاه تفاوت ظرفیت مورد نیاز و ظرفیت در دسترس را محاسبه نمایید و آن‌را به شکل (s_{1j}, s_{2j}, s_{3j}) نشان دهید.

$$\begin{aligned}&(b_{j1}, b_{j2}, b_{j3}) - \left(\sum_{i=1}^{m} D_i T_{i1j}, \sum_{i=1}^{m} D_i T_{i2j}, \sum_{i=1}^{m} D_i T_{i3j}\right) = \\ &\left(b_{j1} - \sum_{i=1}^{m} D_i T_{i3j},\ b_{j2} - \sum_{i=1}^{m} D_i T_{i2j},\ b_{j3} - \sum_{i=1}^{m} D_i T_{i1j}\right) = \\ &(s_{1j}, s_{2j}, s_{3j}) = W_j \quad j = 1,2,.., n\end{aligned} \tag{۱۲}$$

آیا مقادیر s_{1j}،s_{2j} و s_{3j} برای تمام ایستگاه‌ها مثبت می‌باشند؟ اگر همه مثبت هستند پس می‌توانید کل تقاضای محصولات را تامین نمایید. اما اگر چنانچه حداقل یکی از این مقادیر برای ایستگاه یا ایستگاه‌هایی منفی هستند، آن ایستگاه را در مجموعه‌ی منابع محدود خود قرار دهید.

c) مجموعه‌ی منابع محدود $CR = \{BN_1, BN_2, ..., BN_q\}$ را به گونه‌ای تشکیل دهید که $q \le n$ و $W_1 \le W_2 \le ... \le W_q$ باشد. برای رتبه‌بندی مقادیر W از روابط زیر استفاده نمایید.

i)مقدار $\frac{s_{1k} + 2s_{2k} + s_{3k}}{4}$ را برای $k=1, 2, ..., q$ محاسبه کنید و به طور صعودی مرتب کنید. اگر برخی از این اعداد مرتب نشده باقی ماندند، به مرحله(ii) بروید. در غیر این صورت به مرحله‌ی ۲ مراجعه نمایید.

ii) مقادیر مُد اعداد باقیمانده را مقایسه کنید و به همراه اعداد مرحله‌ی قبل رتبه‌بندی نمایید. اگر برخی از این اعداد مرتب نشده باقی ماندند، به مرحله(iii) بروید. در غیر این صورت به مرحله‌ی ۲ مراجعه نمایید.

iii) دامنه‌ی داده‌ها را مقایسه نمایید و به همراه اعداد به دست آمده در مراحل (i) و (ii) رتبه‌بندی نمایید.

مرحله ۲: تصمیم‌گیری در مورد محدودیت‌های سیستم

(a) فرض کنید که BN_1 ، گلوگاه مسلط سیستم باشد. در این صورت میزان نسبت سود به زمان پردازش را به دست آورید.

(b) با استفاده از مراحل زیر بررسی کنید که آیا BN_1 گلوگاه مسلط سیستم می‌باشد یا خیر؟

i)اگر تعداد منابع (q)در CR برابر با ۱ می‌باشد، آنگاه آن محدودیت، گلوگاه مسلط یا BN_1 می‌باشد. در این صورت به قسمت (c) بروید.

ii) اگر q بیش از یک عدد باشد و تمام محصولات از همه‌ی منابع استفاده کنند، آنگاه BN_1 و منابع محدود BN_2، BN_3 و ...BN_q را مرتب کرده و به قسمت (c) بروید.

iii)در غیر این صورت گلوگاه مسلط را به شکل زیر تعیین نمایید:

۱. محصولات را با توجه به R_i غیرصعودیشان مرتب کنید. برای این منظور از روابطی که در مرحله ۱ بیان شد، استفاده نمایید(توجه داشته باشید که اگر دو محصول دارای یک R_i باشند، محصولی را ابتدا زمان‌بندی کنید که دارای سود بیشتری می‌باشد). این کار باید تا زمانی انجام شود که یکی از دو شرط زیر برآورده شود:

a) میزان تقاضا برآورده شود.(Di=Qi)

b) حداقل یکی از منابع محدود، ظرفیت کافی برای تولید بیشتر محصولات را نداشته باشند.

۲. چنانچه منبع اول به اتمام رسیده، BN_1 نبود، این منبع را به عنوان BN_1 در نظر بگیرید.BN_1 موجود نیز از رتبه‌ی ۱ به ۲ تبدیل می‌شود. سایر گلوگاه‌ها را نیز به روش مشابه رتبه‌بندی نمایید. مقدار R_i را برای گلوگاه مسلط مجدداً محاسبه نمایید و به قسمت (c) بروید.

(c) تمام محصولاتی که برای تولید نیازمند ایستگاه گلوگاه مسلط هستند را به شکل نزولی و با توجه به میزان R_i آنها زمان‌بندی نمایید. برای این کار از قانونی که در مرحله ۱ مطرح شد، استفاده نمایید. برای هر محصول نیز بیشترین مقداری که می‌توان تولید نمود را اختصاص دهید. اگر دو محصول دارای R_i مشابه بودند، ابتدا محصولی را زمان‌بندی نمایید که دارای C_iبیشتری می‌باشد.

(d) زمانی که ظرفیت ایستگاه گلوگاه مسلط به گونه‌ای شد که دیگر نمی‌توانست حتی یک واحد محصول تولید کند، BN_2 را به عنوان گلوگاه جدید در نظر بگیرید و مراحل (2c) و (2d) را تکرار کنید تا جایی که نتوان محصول دیگری تولید کرد و یا محصول دیگری برای تولید باقی نمانده باشد.

(e) محصولات آزاد را زمان‌بندی نمایید تا تقاضایشان برآورده شود.(منظور محصولاتی هستند که از هیچ یک از ایستگاه-های محدود عبور نمی‌کنند)

(f) زمان باقیمانده گلوگاه k را به کمک روابط زیر به دست آورید:

$$(T_{left\mathbf{1},BN_k}, T_{left\mathbf{2},BN_k}, T_{left\mathbf{3},BN_k}) = (b_{\mathbf{1}BN_k}, b_{\mathbf{2}BN_k}, b_{\mathbf{3}BN_k}) - \left(\sum_{i=\mathbf{1}}^{m} Q_i T_{i\mathbf{1}BN_k}, \sum_{i=\mathbf{1}}^{m} Q_i T_{i\mathbf{2}BN_k}, \sum_{i=\mathbf{1}}^{m} Q_i T_{i\mathbf{3}BN_k}\right) = \left(b_{\mathbf{1}BN_k} - \sum_{i=\mathbf{1}}^{m} Q_i T_{i\mathbf{3}BN_k},\ b_{\mathbf{2}BN_k} - \sum_{i=\mathbf{1}}^{m} Q_i T_{i\mathbf{2}BN_k},\ b_{\mathbf{3}BN_k} - \sum_{i=\mathbf{1}}^{m} Q_i T_{i\mathbf{1}BN_k}\right) \qquad (۱۳)$$

در این روابط Qi مقدار محصول زمان‌بندی شده می‌باشد.

(g) در این مرحله شرایط کاهش Q_p و افزایش Q_i را برای $i > p$ بررسی نمایید. تا مشخص شود آیا کاهش یک سری محصولات و افزایش محصولات دیگر باعث افزایش سود کل می‌شود، یا خیر؟ برای این کار یک روش جستجوی همسایگی استفاده می‌شود. در این تحقیق، همسایگی محصول p نزدیکترین همسایگی رو به پایین می‌باشد که می‌توان آن‌را به شکل $p+1$ نشان داد.

فرض کنید X مجموعه‌ای از محصولات باشند که بتوان برای $(i > p)$ در ازای کاهش Q_p ،مقدار Q_i را افزایش داد، تا بتوان در صورت ممکن سود را افزایش داد. مجموعه‌ی X به شکل زیر تعیین می‌شود:

i. برای $k=1$ تا q

برای $i=1$ تا $(m-1)$

اگر

$$(T_{(i+1)1,BN_k}, T_{(i+1)2,BN_k}, T_{(i+1)3,BN_k}) > (0,0,0)$$

سپس اگر

$$(C_{i+1,1}, C_{i+1,2} C_{i+1,3}).[(T_{left1,BN_k}, T_{left2,BN_k}, T_{left3,BN_k}) + (T_{i1,BN_k}, T_{i2,BN_k}, T_{i3,BN_k})] \geq (C_{i,1}, C_{i,2}, C_{i,3}).(T_{(i+1)1,BN_k}, T_{(i+1)2,BN_k}, T_{(i+1)3,BN_k}) \qquad (۱۴)$$

به مرحله (ii) بروید

وگرنه $i = i + 1$

وگرنه $k= k+1$

ii. اگر $Qi < Di$ یا $Qi+1 < Di+1$

در این صورت $i=p$ و به مرحله‌ی (iii) بروید.

در غیر این صورت $i = i + 1$ و به مرحله (i) بروید.

iii. مجموعه‌ی $X = \{P_p, P_{p+1}, ..., P_m\}$ را تشکیل دهید. اگر $X = \Phi$ ترکیب تولید موجود بهینه می‌باشد. پس توقف کنید. در غیر این صورت به مرحله‌ی 2(h) بروید.

(h) مقدار Q_p محصول P_p را در هر بار یک واحد کاهش دهید. با توجه به زمان در دسترس محصولات و با توجه به نرخ Ri غیر صعودی آنها محصولات P_{p+1} ، P_{p+2}، ... و P_m را به کمک روشی که در مرحله‌ی 2c بیان شد، زمان‌بندی نمایید. در صورتی که به حل نشدنی مثل $(Q_p > D_p)$ نیز رسیدید توقف نمایید.

(i) برای محاسبه‌ی سود خالص نیز مقدار هزینه‌ی عملیاتی را از مقدار سود به دست آمده کسر کنید.

۴.تست مدل

۴-۱. مثال عددی و قیاس با روش برنامه‌ریزی خطی فازی:

کارخانه‌ای را در نظر بگیرید که ۵ نوع محصول A، B، C، D وE تولید می‌کند. هر یک از این محصولات برای تکمیل خود نیازمند آن هستند که در ایستگاه‌های کاری۱، ۲، ۳، ۴، ۵ و۶ پردازش شوند. زمان پردازش محصولات در ایستگاه‌ها و ظرفیت هر منبع در جدول۱ آمده است. همچنین میزان تقاضا، قیمت فروش و قیمت مواد خام هر محصول در جدول ۲ آمده است. میزان تولید هر محصول را به دست آورید.

جدول ۱. زمان پردازش محصولات در ایستگاه‌های مختلف و ظرفیت هر ایستگاه

ایستگاه	محصول A	B	C	D	E	ظرفیت
1	(1.5,2.5,3)	(4,5.5,7)	(2,3.5,4)	(1,2,3.5)	(7,10,11.5)	(2350,2400,2450)
2	(9,9.5,10)	(3,3.5,4)	(8,8.5,9)	(7,8,9)	(19,20,21)	(1775,1825,1875)
3	(5,6.5,8)	(0.5,1.5,2)	(8,9.5,11)	(7,10,11.5)	(13,15,16)	(2350, 2400,2450)
4	(11,12,13)	(15,16,17)	(24,25,26)	(29,30,31)	(0,0,0)	(2350,2400,2450)
5	(3,4,6)	(0.5,1,2)	(1, 2,3.5)	(0.5,1,2)	(7,10,11.5)	(2350,2400,2450)
6	(25,30,33)	(7,10,11.5)	(8,9,11)	(7,10,11.5)	(1,2,3.5)	(2350,2400,2450)

جدول۲. میزان تقاضا، قیمت فروش و قیمت مواد خام هر محصول

	A	B	C	D	E
تقاضا	20	30	40	30	60
سود	(18,20,22)	(7,8,9)	(20,25,30)	(13,15,18)	(4,5,6)

حل مسئله:

مرحله ۱: شناسایی محدودیت‌های سیستم

a. ظرفیت مورد نیاز در جدول زیر نشان داده شده است:

جدول۳. ظرفیت مورد نیاز هر ایستگاه

Station	1	2	3	4	5	6
A	(30,50,60)	(180,190,200)	(100,130,160)	(220,240,260)	(60,80,120)	(500,600,660)
B	(120,165,210)	(90,105,120)	(15,45,60)	(450,480,510)	(15,30,60)	(210,300,345)
C	(80,140,160)	(320,340,360)	(320,380,440)	(960,1000,1040)	(40,80,140)	(320,360,440)
D	(30,60,105)	(210,240,270)	(210,300,345)	(870,900,930)	(15,30,60)	(210,300,345)
E	(420,600,690)	(1140,1200,1260)	(780,900,960)	(0,0,0)	(420,600,690)	(60,120,210)
total	(680,1015,1225)	(1940,2075,2210)	(1425,1755,1965)	(2500,2620,2740)	(550,820,1070)	(1300,1680,2000)

b. تفاوت ظرفیت واقعی و مورد نیاز در زیر آمده است:

(2350,2400,2450)- (680,1015,1225)=(1125,1385,1770)
(1775,1825,1875)-(1940,2075,2210)=(-435, -250, -65)
(2350,2400,2450)-(1425,1755,1965)=(385,645,1025)
(2350,2400,2450)-(2500,2620,2740)=(-390, -220, -50)
(2350,2400,2450)-(550,820,1070)=(1280,1580,1900)
(2350,2400,2450)-(1300,1680,2000)=(350,720,1150)

c. از آنجاکه مقادیر S_{12}، S_{22}، S_{32}، S_{14}، S_{24} و S_{34} منفی می‌باشند، ایستگاه‌های ۲ و ۴ گلوگاه می‌باشند. لذا:

$BN = \{Station\ 2,\ Station\ 4\} \qquad q=2$

b. برای شناسایی BN_1 لازم است که گلوگاه‌ها را رتبه‌بندی نماییم:

ایستگاه۲: $\frac{-435-2\times 250-65}{4}=-250$

ایستگاه ۴: $\frac{-390-2\times 220-50}{4}=-220$

و

$CR = \{Station\ 2,\ Station\ 4\}$

مرحله دوم: تصمیم در مورد چگونگی ارتقای محدودیت‌های سیستم

a. نسبت R_i برای هر محصول با توجه به ایستگاه ۲ (BN_1) محاسبه شده است. این مقدار حاصل تقسیم سود بر زمان پردازش می‌باشد:

(18, 20, 22)÷ (9, 9.5, 10) = (1.8, 2.1, 2.44)
(7, 8, 9)÷ (3, 3.5, 4) = (1.75, 2.285, 3)
(20, 25, 30)÷ (8, 8.5, 9) = (2.22, 2.941, 3.75)
(13, 15, 18)÷ (7, 8, 9) = (1.44, 1.875, 2.57)
(4, 5, 6)÷ (19, 20, 21) = (0.19, 0.25, 0.31)

با توجه به محاسبات انجام شده اولویت تولید محصولات به شکل زیر خواهد بود:

C≥B≥A≥D≥E

b. از آنجا که $q = 2$ و محصول E از همه‌ی ایستگاه‌های محدود در CR استفاده نمی‌کند، لذا به مرحله‌ی 2b(iii) می‌رویم.

محاسبات لازم در جدول ۴ نشان داده شده است. کاملاً واضح است که ایستگاه ۴ زودتر از ایستگاه ۲ با کمبود ظرفیت مواجه می‌شود. با این اوصاف ایستگاه ۴ گلوگاه مسلط (BN_1) می‌باشد و ایستگاه ۲ نیز با BN_2 نشان داده می‌شود.

جدول۴. مرحله‌ی 2b از الگوریتم پیشنهادی

Product	Demand	MPS	station 2(BN$_1$)		station 4(BN$_2$)	
			used	left	used	left
C	40	40	(320,340,360)	(1415,1485,1555)	(960,1000,1040)	(1310,1400,1490)
B	30	30	(90,105,120)	(1295,1380,1465)	(450,480,510)	(800,920,1040)
A	20	20	(180,190,200)	(1095,1190,1285)	(220,240,260)	(540,680,820)
D	30	30	(210,240,270)	(825, 950, 1075)	(870,900,930)	(-390,-220,-50)
E	60	39	(741,780,819)	(6,170,334)	(0,0,0)	(-390,-220,-50)

مقدار R_i را برای ایستگاه ۴ محاسبه کنید:

(18, 20, 22)÷ (11, 12, 13) = (1.38, 1.666, 2)
(7, 8, 9)÷ (15, 16, 17) = (0.41, 0.5, 0.6)
(20, 25, 30)÷ (24, 25, 26) = (0.76, 1, 1.25)
(13, 15, 18)÷ (29, 30, 31) = (0.41, 0.5, 0.62)
(4, 5, 6)÷ (0, 0, 0) = (__, __, __)

با این اوصاف اولویت تولید محصولات به شکل زیر خواهد شد:

$A \geq C \geq B \geq D \geq E$

با توجه به میزان R_i محصولات برای ایستگاه ۴، سود و زمان باقیمانده‌ی ایستگاه در جدول ۵ آمده است:

جدول۵. مرحله‌ی 2c تا 2f از الگوریتم پیشنهادی

محصول	تقاضا	زمان پردازش	زمان استفاده شده	MPS	زمان باقیمانده	سود واحد	سود
A	20	(11, 12, 13)	(220, 240, 260)	20	(2090, 2160, 2230)	(18, 20, 22)	(360, 400, 440)
C	40	(24, 25, 26)	(960, 1000, 1040)	40	(1050, 1160, 1270)	(20, 25, 30)	(1160, 1400, 1640)
B	30	(15, 16, 17)	(450, 480, 510)	30	(540, 680, 820)	(7, 8, 9)	(1370, 1640, 1910)
D	30	(29, 30, 31)	(493, 510, 527)	17	(13, 170, 327)	(13, 15, 18)	(1591, 1895, 2216)
E	60	(0, 0, 0)	(0, 0, 0)	44	(13, 170, 327)	(4, 5, 6)	(1767, 2115, 2480)

c. زمان باقیمانده در منبع ۷ نیز برای تولید محصول دیگری کافی نمی‌باشد. برنامه‌ریزی تولید محصول E را نیز با توجه به ایستگاه ۲ انجام داد.

d. محصول آزادی نیز برای زمان‌بندی وجود ندارد.

e. زمان باقیمانده در ایستگاه ۴ برابر با (13, 170, 327) می‌باشد که سود (1767, 2115, 2480) را نشان می‌دهد.

f. کاهش و افزایش تولیدات را برای مجموعه‌ی X={B,D,E} محاسبه کنید. تا بتوان دستیابی به سود بیشتر را مورد بررسی قرار داد.

g. این مرحله در جدول ۶ آورده شده است.(قابل ذکر است که در این جدول تنها به دلیل مقایسات ساده‌تر خوانندگان در ستون‌های "gain" و"سود"، مقادیر مد اعداد فازی مثلثی به عنوان نماینده نشان داده شده‌اند).

جدول۶. مرحله‌ی 2g تا 2i از الگوریتم پیشنهادی

B	D	E	Q≤D	gain	زمان منبع ۲	زمان منبع 4	سود
واحد					قانون توقف		
—	–	–	–	—	(18, 174, 330)	(13, 170, 327)	2115
-1	0	1	✓	-3	(1, 157.5, 314)	(30, 186, 342)	2112
-2	1	0	✓	-1	(17, 173, 329)	(16, 172, 328)	2114
-3	2	0	✓	6	(12, 168.5, 325)	(2, 158, 314)	2121
-4	2	0	✓	-2	(16, 172, 328)	(19, 174, 327)	2113
-5	3	0	✓	5	(11, 167.5, 324)	(5, 160, 315)	2120
-6	3	0	✓	-3	(15, 171, 327)	(22, 176, 330)	2112
-7	4	0	✓	4	(10, 166.5, 323)	(8, 162, 316)	2119
-8	4	0	✓	-4	(14, 170, 326)	(25, 178, 331)	2111
-9	5	0	✓	3	(9, 165.5, 322)	(11, 164, 317)	2118
-10	5	0	✓	-5	(13, 169, 325)	(28, 180, 332)	2110
-11	6	0	✓	2	(8, 164.5, 321)	(14, 166, 318)	2117
-12	7	0	✓	9	(3, 160, 317)	(0, 152, 304)	2124
-13	7	0	✓	1	(7, 163.5, 320)	(17, 168, 319)	2116
-14	8	0	✓	8	(2, 159, 316)	(3, 154, 305)	2123
-15	8	0	✓	0	(6, 162.5, 319)	(20, 170, 320)	2115
-16	9	0	✓	7	(1, 158, 315)	(6, 156, 306)	2122

ادامه جدول۶. مرحله‌ی 2g تا 2i از الگوریتم پیشنهادی

واحد					قانون توقف		
B	D	E	Q≤D	gain	زمان منبع ۲	زمان منبع 4	سود
-17	9	0	✓	-1	(5, 161.5, 318)	(23, 172, 321)	2114
-18	10	0	✓	6	(0, 157, 314)	(9, 158, 307)	2121
-19	10	0	✓	-2	(4, 160.5, 317)	(26, 174, 322)	2113
-20	10	0	✓	-10	(8, 164, 320)	(43, 190, 337)	2105
-21	11	0	✓	-3	(3, 159.5, 316)	(29, 176, 323)	2112
-22	11	0	✓	-11	(7, 163, 319)	(46, 192, 338)	2104
-23	12	0	✓	-4	(2, 158.5, 315)	(32, 178, 324)	2111
-24	12	0	✓	-12	(6, 162, 318)	(49, 194, 339)	2103
-25	13	0	✓	-5	(1, 157.5, 314)	(35, 180, 325)	2110
-26	13	0	✓	-13	(5, 161, 317)	(52, 196, 340)	2102
-27	13	0	✓	-21	(9, 164.5, 320)	(69, 212, 355)	2094
-28	13	0	✓	-29	(13, 168, 323)	(86, 228, 370)	2086
-29	13	0	✓	-37	(17, 171.5, 326)	(103, 244, 385)	2078
-30	13	1	✓	-40	(0, 155, 310)	(120, 260, 400)	2075
					توقف		

به کمک الگوریتم پیشنهادی، بهترین سود برابر با ۲۱۲۴ واحد پولی می‌باشد و میزان تولیدات نیز عبارتست از:

h. (A, B, C, D, E)= (20, 18, 40, 24, 44)

جدول ۶ نشان می‌دهد که این الگوریتم ۳۰ بار تکرار شده است. چرا که میزان تقاضای محصول B برابر با ۳۰ واحد محصول می‌باشد. واضح است که مقدار gain برخی اوقات کاهش و برخی اوقات نیز افزایش یافته است.

۴-۲. مقایسه با روش برنامه‌ریزی خطی فازی

پس از نوشتن مدل برنامه‌ریزی خطی فازی مسئله و حل آن به کمک معیار"به احتمال قوی"(خوانندگان محترم جهت کسب اطلاع از این روش می‌توانند به منبع ۳ مراجعه نمایند) مقادیر زیر حاصل می‌شود:

(A, B, C, D, E)=(20, 20, 40, 28, 50)

در این صورت سودی معادل ۲۲۳۴.۶۷ واحد پولی وارد سیستم می‌شود. که این مقدار از مقدار سود روش RTOC فازی بیشتر است اما با در نظر گرفتن مقداری خطای مجاز در مسئله، می‌توان پاسخ‌های حاصل از روش RTOC فازی را مناسب و نزدیک به بهینه دانست.

۵. بیان نتایج به دست آمده و ارائه‌ی پیشنهاد برای تحقیقات آتی

در این مقاله یک روش برای حل مسائل ترکیب تولید فازی با زمان پردازش، ظرفیت و سود فازی ارائه شده است. این الگوریتم، یک الگوریتم ساده و قابل فهم است که مشکلات روش تئوری محدودیت‌ها نیز در آن حل شده است. یکی از بالاترین مزایای این الگوریتم، قابلیت انعطاف آن می‌باشد. بدین معنا که می‌توان با اندکی تغییر این الگوریتم را برای سایر اعداد، عملگرها و روش‌های رتبه‌بندی مختلف نیز به کار برد.

در الگوریتم RTOC با داده‌های قطعی، مقدار gain یک قانون توقف می‌باشد. به گونه‌ای که با کوچکتر از صفر شدن این مقدار، بایستی توقف می‌کردیم. اما همان‌طور که در این الگوریتم مشاهده می‌شود، این مقدار، معیار خوبی برای توقف نمی‌باشد. چون ممکن است این مقدار گاهی اوقات مثبت و گاهی منفی شود. اما برای تحقیقات آتی می‌توان پیشنهاد نمود که به دنبال قرار دادن قانون توقفی بود که الگوریتم پس از دستیابی به حل بهینه، زیاد تکرار نشود. با قرار دادن این قانون، می‌توان مشکل تقاضاهای زیاد را نیز رفع نمود. همچنین می‌توان روش‌های رتبه-بندی مختلف را در این زمینه بررسی کرد و نتایج حاصل را مورد بررسی و مقایسه قرار داد

منابع

[۱] آذر، ع.، فرجی، ح.، "علم مدیریت فازی"، انتشارات مهربان نشر، صفحه ۷۴، ۱۳۸۶.

[۲] قاضی نوری. س.، صادقیان. ر.، و سموئی، پ، "استفاده از برنامه‌ریزی خطی فازی و تئوری محدودیت‌ها در مسائل تولید ترکیبی فازی و مقایسه آنها"، نشریه بین المللی مهندسی صنایع و مدیریت تولید- شماره ۲، جلد ۲۱، ۱۳۸۹، صفحات ۱-۱۰.

[۳] وانگ. لی.، "سیستم‌های فازی و کنترل فازی"، ترجمه تشنه لب.م.، صفارپور، ن.، و افیونی، د.، انتشارات دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی، ۴۸۳-۴۸۶، ۱۳۸۰.

[4] Fredendall, L.D., Lea, B.R., "*Improving the Product-Mix Heuristic in the Theory of Constraints*", International Journal of Production Research 35, 1997, pp. 1535-1544.

[5] Lee, T.N., Plenert, G., *"Optimizing Theory of Constraints When New Product Alternatives Exist"*, Production and Inventory Management Journal 34, 1993, pp. 51-57.

[6] Noora, A.A., Karami, P., "*Ranking Functions and its Application to Fuzzy DEA*", International Mathematical Forum 3, No. 30, 2008, pp.1469 - 1480.

[7] Dubois, D., Prade, H., "*Operations on Fuzzy Numbers",* International Journal of Systems Science 30, 1978, pp. 613–626.

[8] Plenert, G., *"Optimized Theory of Constraints When Multiple Constrained Resources Exist*", European Journal of Operational Research 70, 1993, pp. 126–133.

[9] Onwubolu, G.C., *"Tabu Search-Based Algorithm for the TOC Product-Mix Decision*", International Journal of Production Research 39, 2001, pp. 2065–2067.

[10] Aryanezhad, M.B., Rashidi Komijan, A.R., *"An Improved Algorithm for Optimizing Product-Mix Under the Theory of Constraints*", International Journal of Production Research 42, 2004, pp. 4221-4233.

[11] Chan, F.T.S., Mishara, N., Prakash., Tiwari, M.K., Shankar, R., *"Hybrid Tabu-Simulated Annealing Based Approach to Solve Multi-Constraint Product-Mix Decision Problem*", Expert System with Application 29, 2005, pp. 446-454.

[12] Bhattacharya, A., Vasant, P., Andreeski, C., Barsoum, N., Kolemisevska, T., Dinibütün, A.T., Dimirovski, G.M., *"Decision Making in Toc-Product-Mix Selection VIA Fuzzy Cost Function Optimization*", Improving Stability in Developing Nations through Automation, 2006, pp. 55-60.

[13] Chaharsooghi, S.K., Jafari, N., *"A Simulated Annealing Approach for Product Mix Decisions*", Sciatica Iranica 3, 2007, pp. 230-235.