International Journal of Industrial Engineering & Production Management (2014)

July 2014, Volume 25, Number 2
pp. 131-142

http://IJIEPM.iust.ac.ir/

A Bi-Abjective Model for Optimizing Price, Warranty Length, and Service Capacity Within Queuing Framework: Genetic Algorithm and Fuzzy System

A. Mahmoudi & H. Shavandi*

***Amin Mahmoudi**, MSc, Faculty of Industrial and mechanical Engineering, Qazvin branch, Islamic Azad University, Qazvin, Iran*
***Hassan Shavandi,** Associate Professor of Industrial Engineering, Sharif University of Technology, Tehran, Iran*

Keywords

Bi-objective optimization,
Pricing, Queuing,
Fuzzy system,
Genetic algorithm,
Warranty,

ABSTRACT

In this paper, we have proposed a bi-objective model for pricing-queuing problem under fuzzy environment. The objectives are maximizing the profit and minimizing the waiting time in system to receive the service. Price, warranty length, and service capacity decisions are analyzed for a seller with considering sale and service channels. To formulate the demand function, a fuzzy system is developed to estimate the demand value under price and warranty length variables. Furthermore, a hybrid solution of genetic algorithm and a fuzzy system is presented to solve the proposed model. At end, numerical results are analyzed by solving sample problems.

© 2014 IUST Publication, IJIEPM. Vol. 25, No. 2, All Rights Reserved

* **Corresponding author. Hassan Shavandi**
Email: *Shavandi@sharif.edu*

[Downloaded from ijiepm.iust.ac.ir on 2026-09-14]

نشـــریه بین المللـــی مهنـــدسی صنـــایع و مدیـــریت تولیـــد

شمـــاره ۲، جلـــد ۲۵، شهـــریور ۱۳۹۳
صفحـــه ۱۴۲-۱۳۲

http://IJIEPM.iust.ac.ir/

نشریه بین المللی مهندسی صنایع و مدیریت تولید دانشگاه علم و صنعت ایران

ISSN: 2008-4870

ارائه یک مدل دوهدفه جهت بهینه سازی قیمت، طول دوره گارانتی و ظرفیت خدمت دهی در چارچوب یک سیستم صف: الگوریتم ژنتیک و سیستم فازی

امین محمودی و حسن شوندی*

کلمات کلیدی

مسئله بهینه سازی دو هدفه،
قیمت گذاری،
نظریه صف،
سیستم فازی،
الگوریتم ژنتیک،
وارانتی،

چکیده:

در این مقاله یک مدل دو هدفه از مسائل تلفیقی قیمت‌گذاری و صف در یک محیط عدم قطعی برای تقاضا ارائه شده است. دو هدف مدل ارائه شده عبارتند از : ۱) ماکزیمم سازی سود فروشنده و ۲) مینیمم سازی زمان انتظار مشتریان در سیستم صف. تصمیم‌گیری روی پارامترهای قیمت، طول دوره وارانتی و ظرفیت خدمت دهی برای یک فروشنده با در نظر گیری دو کانال فروش و خدمات پس از فروش مورد تحلیل قرار گرفته است. به منظور فرموله سازی تابع تقاضا یک سیستم فازی جهت تخمین تقاضا تحت وابستگی به پارامترهای قیمت و طول دوره وارانتی توسعه داده شده است. به علاوه به منظور حل مدل، یک الگوریتم تلفیقی جدید از الگوریتم ژنتیک و سیستم فازی پیشنهاد شده است و در انتها نتایج عددی با حل یک مسئله نمونه مورد تحلیل قرار گرفته است.

۱. مقدمه

امروزه رضایت مشتری یک نقش کلیدی در محیطهای کسب و کار بازی می‌کند. بدین منظور قیمت‌گذاری مناسب بر روی محصولات یک پارامتر بسیار تاثیر گذار در نرخ تقاضا می‌باشد که می‌تواند باعث ترغیت کردن مشتریان به خرید شود. در ضمن قرار داد گارانتی به عنوان نشانه‌ای از کیفیت محصول یکی دیگر از پارامترهای تاثیر گذار در نرخ تقاضا می‌باشد که به عنوان ابزاری از بازاریابی در محیطهای رقابتی از تولید و فروش مورد استفاده قرار می‌گیرد[۱] [۲]. در قرار داد گارانتی فروشنده یا تولید کننده می‌پذیرد که اگر محصول فروخته شده در طول دوره گارانتی خراب شود، محصول خراب شده را بطور رایگان تعمیر یا تعویض کند. لازم به ذکر است که مقدار تقاضا با افزایش طول دوره گارانتی افزایش خواهد یافت.

تعدادی از تحقیقاتی که در آن پارمترهای گارانتی و قیمت مورد بررسی قرار گرفتند عبارتند از : لی و همکاران[۳] یک زنجیره تامین با پارامتر قیمت و دوره ایمنی از گارانتی اضافی را جهت بهینه سازی سود مورد بررسی قرار دادند. کیم و پارک[۴] مقدار بهینه‌ی قیمت و طول دوره گارانتی را برای قطعات یدکی تولیدی در مدل دو مرحله‌ایی تعیین کردند.

چونگ و وی [۵] یک مدل کنترل موجودی و تولید با سیاست بهینه سازی قیمت‌گذاری در یک زنجیره تامین متشکل از یک تولید کننده و یک خرده فروش را مورد بررسی قرار دادند. چونگ وئو و همکاران[۶] دو پارامتر قیمت و طول دوره گارانتی را به

تاریخ وصول: ۹۰/۱۲/۱۷
تاریخ تصویب: ۹۱/۴/۱۷

امین محمودی، کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی صنایع و مکانیک، واحد قزوین، دانشگاه آزاد اسلامی، قزوین، ایران، amin.mahmoudi10@gmail.com
*نویسنده مسئول مقاله: **دکتر حسن شوندی**، دانشیار دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی شریف، Shavandi@sharif.edu

[Downloaded from ijiepm.iust.ac.ir on 2026-09-14]

عنوان پارامترهای تاثیر گذار در تقاضا در نظر گرفتند بطوریکه تابع هدف آنها ماکزیمم کردن سود بود .

کیفیت در خدمت دهی یک از فاکتورهای کلیدی جهت حفظ مشتریان در دراز مدت می‌باشد. بدین منظور یکی از مهمترین معیارها برای مشتریان، زمان انتظار در صف جهت دریافت سرویس می‌باشد. در حیطه‌ی خدمات پس از فروش با تعهد تعمیر رایگان محصولات خراب در طول دوره گارانتی، جهت تعمیر محصولات خراب در کانال خدمات پس از فروش صف ایجاد خواهد شد که مدیریت زمان انتظار مشتریان جهت دریافت خدمت بسیار مهم می‌باشد. در علم مدیریت زنجیره تامین، افزایش سود و جلب رضایت مشتریان دو هدف متناقض با یکدیگر می-باشند بنابراین کمینه کردن زمان انتظار مشتریان و ماکزیمم کردن سود دو هدفی هستند که بطور همزمان در یک مدل در نظر خواهند گرفته شد. برخی از تحقیقاتی که مسائل تلفیقی قیمت‌گذاری و سیستم‌های صف را مورد بررسی قرار دادند عبارتند از: بویاسی و ری[۷] بهینه سازی سود با در نظر گیری دو کلاس از مشتریان با قیمت‌ها و زمان خدمت‌دهی متفاوت برای هر کلاس از مشتریان را مورد بررسی قرار دادند. یون و لویس[۸] یک سیستم صف ناپایدار را در نظر گرفتند و سیاست بهینه سازی قیمت و استراتژی پذیرش مشتری را مطالعه کردند.

بازار سیل و همکاران[۹] یک مسئله قیمت‌گذاری پویا و بهینه سازی توالی عملیات را برای یک سیستم صف با دو کلاس مشتری و با استفاده از زنجیره مارکوف مورد بررسی قرار دادند. سون[۱۰] یک سیستم صف با زمان‌های گسسته را با مسئله بهینه سازی قیمت و گزینه‌های اضافی برای سرویس دهی در نظر گرفت. پانگبورن و استاورولاکی[۱۱] بر روی ماکزیمم سازی سود متمرکز شدند و بهینه سازی قیمت و ظرفیت خدمت‌دهی را در یک بازار انحصاری بررسی کردند. ابویی مهریزی و همکاران[۱۲] قیمت، مکان بهینه و ظرفیت خدمت دهی را بطور همزمان تحت یک سیستم صف M/M/1 بهینه کردند بطوریکه تقاضا در هر گره از تابع پواسون تبعیت می‌کرد. هایل[۱۳] یک سیستم صف M/M/1 را در گرفت و یک رویه قیمت گذاری برای کنترل طول صف طراحی کرد در حالیکه الگوی ورود مشتریان وابسته به هزینه‌های تاخیر و یک تابع تقاضا بود. پس از مرور مختصری بر ادبیات مسائل تلفیقی قیمت‌گذاری و گارانتی و همچنین مسائل تلفیقی قیمت‌گذاری و صف، در این مقاله ما یک فروشنده را درنظر می‌گیریم که با بهینه کردن پارامترهای قیمت، طول دوره گارانتی و ظرفیت خدمت دهی بطور همزمان سود خود را ماکزیمم کرده و زمان انتظار مشتریان را به عنوان معیاری از رضایت مشتری مینیمم می‌کند. در مدل پیشنهادی در این مقاله تقاضای مشتریان وابسته به پارامترهای قیمت و طول دوره گارانتی می‌باشد که به مشتریان ارائه می‌شوند. در بیشتر تحقیقات مربوط به مسائل تلفیقی قیمت‌گذاری و گارانتی تقاضا از طریق یک تابع ریاضی قطعی خطی یا غیر خطی و یا اینکه از طریق یک تابع ریاضی احتمالی بدست می‌آید در حالیکه در بسیاری از موارد برای پیش‌بینی مقدار تقاضا تنها دانش بشری و تجربیات مهندسان آن سازمان در دست می‌باشد که معمولا به صورت عبارات کلامی می‌باشد. بنابراین تحلیل دانش بشری که در قالب متغیرهای کلامی و بصورت عبارات شرطی بیان می‌گردند و تبدیل آنها به روابط ریاضی برای سازمان‌ها یک امر حیاتی می-باشد. زاده در سال ۱۹۶۵ میلادی منطق فازی را معرفی کرد و چگونگی طراحی یک سیستم فازی جهت فرموله کردن دانش بشری را مورد بررسی قرار داد[۱۴].

به عنوان یکی از ایده‌های جدید این مقاله، ما یک سیستم فازی مبتنی بر دانش بشری را برای فرموله کردن تابع تقاضا طراحی کردیم. در مدل ارائه شده، فروشنده متعهد می‌شود که محصولات خراب شده در طول دوره گارانتی را بطور رایگان تعمیر نماید. نرخ خرابی محصولات به عنوان نرخ ورودی به سیستم خدمات پس از فروش و همچنین نرخ تعمیر به عنوان نرخ خدمت‌دهی به مشتریان می‌باشد بطوریکه هر دوی آنها احتمالی می‌باشند. بنابراین یک سیستم صف در راستای کانال خدمات پس از فروش ایجاد خواهد شد.

به عنوان یکی دیگر از ایده‌های جدید این مقاله، توسعه یک مدل دوهدفه به منظوره ماکزیمم کردن سود فروشنده و مینیمم کردن زمان انتظار مشتریان جهت دریافت خدمت (تعمیر محصولات خراب) می‌باشد که این اهداف از طریق بدست آوردن مقادیری مناسب از پارامترهای قیمت، طول دوره گارانتی و ظرفیت خدمت‌دهی کسب می‌شوند. به منظور بدست آوردن جواب‌های کارا از دوهدف بیان شده، از تکنیک L-p metric که یکی از تکنیک‌های حل مدل‌های ریاضی چند هدفه است استفاده می-شود. جهت حل مدل ارائه شده، یک حل ترکیبی جدید از سیستم فازی و الگوریتم ژنتیک ارائه می‌شود که پیشنهاد این روش حل یکی دیگر از ایده‌های اصلی این مقاله است.

سازمان‌دهی باقیمانده‌ی مقاله بدین گونه است که در بخش بعدی مدل ریاضی ارائه شده تشریح خواهد شد. بخش ۳ بر روی طراحی سیستم فازی برای تخمین مقدار تقاضا متمرکز می‌شود. در بخش ۴ تکنیک L-p metric جهت حل مدل دوهدفه شرح داده خواهد شد. در بخش ۵ ویژگی‌های الگوریتم ترکیبی سیستم فازی و الگوریتم ژنتیک تشریح می‌شود و در بخش ۶ تحلیل عددی الگوریتم ارائه شده با حل یک مثال عددی مورد بررسی قرار

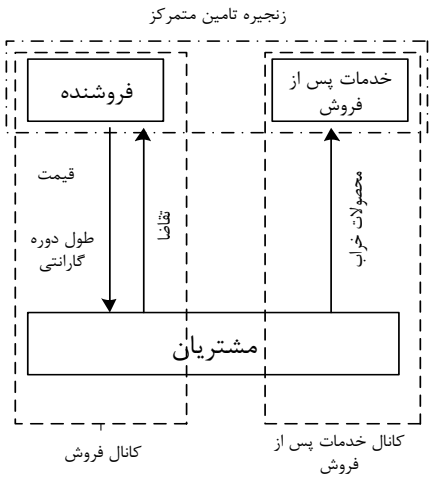
[Downloaded from ijiepm.iust.ac.ir on 2026-09-14]

خواهد گرفت و در نهایت در بخش ۷ نتیجه‌گیری از این تحقیق ارائه می‌شود.

۲. تشریح مدل ریاضی

در این مقاله ما یک زنجیره تامین متمرکز که شامل یک فروشنده و خدمات پس از فروش آن می‌باشد را در نظر می‌گیریم. در این مدل فروشنده مجبور به تعمیر محصولاتی است که در طول دوره گارانتی خراب می‌شوند. در چنین محیط کسب و کاری تقاضای مشتریان وابسته به مقدار قیمت و طول دوره گارانتی است که به مشتریان اعلام می‌شود[۱۵]. تعداد خرابی در محصولات (تعداد کارهایی که وارد خدمات پس از فروش می‌شوند) از توزیع پوآسون تبعیت می‌کند و زمان تعمیر بین خرابی‌ها مستقل بوده و از توزیع نمایی پیروی می‌کنند. بنابراین نرخ ورودی و نرخ خروجی در خدمات پس از فروش احتمالی بوده در طی انجام کارهای مراجعه شده صف تشکیل می‌شود. شکل ۱ نشان دهنده زنجیره تامین مورد بررسی قرار گرفته در این مقاله می‌باشد.

فروشنده قیمت و طول دوره گارانتی را جهت جذب مشتریان در کانال فروش تعیین می‌کند. بعلاوه هنگامیکه در طول دوره گارانتی خرابی در محصولات اتفاق می‌افتد، مشتریان جهت تعمیر خرابی محصولات به خدمات پس از فروش مراجعه می‌کنند. از اینرو تقاضا وابسته قیمت و طول دوره گارانتی می‌باشد که در یک محیط عدم قطعیت برآورد می‌شود. بدین منظور یک سیستم فازی برای تخمین تقاضا طراحی می‌شود و از آن برای بهینه سازی استفاده می‌شود. مدل ریاضی ارائه شده در این مقاله دارای دو هدف می‌باشد، یکی از آنها ماکزیمم کردن تابع سود و دیگری مینیمم کردن زمان انتظار مشتریان در کانال خدمات پس از فروش می‌باشد. در ادامه تابع ریاضی هر یک اهداف شرح داده خواهد شد.



شکل ۱. زنجیره تامین مربوط به مدل

۲-۱. فرضیات و علائم

فرضیات حاکم بر مسئله عبارتند از:

- تعداد خرابی محصولات دارای توزیع پوآسون می‌باشد.
- زمان هر خدمت دهی(زمان تعمیر محصولات) دارای توزیع نمایی می‌باشد.
- تخمین تقاضا بوسیله یک سیستم فازی و در محیط عدم قطعیت برآورد می‌شود.
- مدل در حالت تک محصولی بررسی می‌شود.
- خدمات پس از فروش دارای یک خدمت دهنده می‌باشد (یک تعمیرکار وجود دارد) که ظرفیت خدمت‌دهی آن با تغییر هزینه‌های مربوط به آن قابل تغییر می‌باشد.

پارامترهای مدل عبارتند از:

- λ: متوسط تعداد خرابی یک محصولات در واحد زمان.
- C_r: هزینه هر با تعمیر محصول خراب شده که فروشنده متحمل می‌شود.
- C_μ: هزینه ظرفیت خدمت‌دهی به ازاء هر واحد از نرخ خدمت دهی.
- D: میزان تقاضای مشتریان برای خرید محصول.
- $\bar{\lambda}$: متوسط تعداد خرابی محصولات برای همه محصولات فروخته شده در طول دوره گارانتی.

متغیرهای تصمیم مدل عبارتند از:

- P: قیمت هر واحد از محصول
- w طول دوره گارانتی برای هر محصول
- μ: نرخ خدمت دهی(ظرفیت خدمت دهی) در طول دوره گارانتی

۲-۲. تابع سود (تابع هدف اول)

همانطوریکه قبلا ذکر شد، فروشنده طی قرارداد گارانتی با مشتریان می‌پذیرد که هرگونه خرابی در محصولات را طی دوره گارانتی را بطور رایگان تعمیر کند.

بنابراین هزینه تعمیر رایگان یکی از هزینه‌هایی است که در تابع سود ظاهر می‌شود. اگر $\bar{\lambda} = \lambda . w . \tilde{D}$ باشد بنابراین $C_r . \bar{\lambda}$ متوسط هزینه‌ی تعمیر در طول دوره گارانتی خواهد بود. جهت کنترل صف در کانال خدمات پس از فروش، فروشنده هزینه‌های ظرفیت را متحمل می‌شود و مقدار μ را تنظیم می‌کند بنابراین $C_\mu . \mu$ متوسط هزینه‌های مربوط به ظرفیت خدمت دهی می‌باشد که به عنوان هزینه‌ای دیگر در تابع سود مورد استفاده قرار می‌گیرد. بنابراین تابع سود بصورت زیر فرموله می‌شود:

[Downloaded from ijiepm.iust.ac.ir on 2026-09-14]

$$Z_1 = P.\tilde{D} - C_r.\bar{\lambda} - C_\mu.\mu \qquad (۱)$$

$\tilde{D} = f(p,w)$ مقدار تقاضا است که از طریق سیستم فازی استنتاج می‌شود که در بخش ۳ تشریح خواهد شد.

۳-۲. تابع زمان انتظار(تابع هدف دوم)

زمانی که محصولی در طی دوره گارانتی خراب می‌شود، مشتریان جهت تعمیر محصول خراب شده به خدمات پس از فروش مربوط به فروشنده مراجعه می‌کنند. بنابراین محصولات خرابی که به خدمات پس از فروش مراجعه می‌کنند به عنوان ورودی یک سیستم صف و نرخ خرابی به عنوان نرخ ورودی به سیستم صف در نظر گرفته می‌شود. همانطور که در فرضیات بیان شد نرخ ورودی به سیستم صف از توزیع پواسون تبعیت می‌کند و زمان بین هر خدمت‌دهی از توزیع نمائی پیروی می‌کند و همچنین یک خدمت دهنده در سیستم صف موجود می‌باشد. بنابراین در این مقاله یک سیستم صف $M/M/1$ در راستای کانال خدمات پس از فروش در نظر گرفته می‌شود. جهت حفظ مشتریان در دراز مدت فروشنده جهت افزایش خدمت‌دهی به مشتریان با کاهش زمان انتظار تصمیم گیری می‌کند. بنابراین زمان انتظار در یک سیستم صف $M/M/1$ به صورت زیر فرموله می‌شود[۱۶]:

$$Z_2 = \frac{1}{\mu - \bar{\lambda}} \qquad (۲)$$

۳-۴. مدل دو هدفه

معمولا در دنیای واقعی سود و رضایت مشتری دو هدف متناقض در مدیریت زنجیره تامین می‌باشد به طوریکه افزایش رضایت مشتری باعث کاهش سود می‌شود. از اینرو بهینه سازی همزمان سود و رضایت مشتری برای تولید کنندگان و فروشندگان بسیار مهم می‌باشد. مدل دو هدفه‌ای که در این مقاله برقرار شده بصورت زیر می‌باشد:

$$\begin{aligned} &Max: \quad Z_1 = P.\tilde{D} - C_r.\bar{\lambda} - C_\mu.\mu \\ &Min: \quad Z_2 = \frac{1}{\mu - \bar{\lambda}} \\ &Subject\ to: \\ &\qquad P > \frac{C_r.\bar{\lambda} + C_\mu.\mu}{\tilde{D}} \\ &\qquad \mu > \bar{\lambda} \end{aligned} \qquad (۳)$$

در مدل فوق، محدودیت اول تضمین می‌کند که تابع سود منفی نشود و محدودیت دوم مربوط به شرط پایداری سیستم صف می‌باشد.

۳. طراحی سیستم فازی برای تخمین تقاضا

تخمین تقاضا یکی از فاکتورهای مهم در علم مدیدیت درآمد می‌باشد. معمولا در دنیای واقعی، یک تابع ریاضی مناسب از تقاضا وجود ندارد که به پارامترهای مختلف تاثیر گذار در تقاضا وابسته باشد.

در بسیاری از موارد واقعی تصمیم‌گیری و تحلیل مسائل بر مبنای دانش بشری و قضاوت‌های خبرگان می‌باشد. منطق فازی یکی از روش‌های معروف برای تحلیل دانش کلامی خبرگان می‌باشد که برای اولین بار توسط آقلی زاده معرفی شد و برای فرموله کردن دانش بشری مورد استفاده قرار گرفت. در این مقاله یک سیستم فازی برای تخمین تقاضای وابسته به قیمت و طول دوره گارانتی طراحی می‌شود.

مقدار تقاضا هم در تابع سود و هم در تابع زمان انتظار بکار رفته است بنابراین پیدار کردن مقداری مناسب از قیمت و طول دوره گارانتی برای بدست آوردن مقداری کارا از سود و همچنین کنترل صف و زمان انتظار بسیار ضروری است. پس از طراحی این سیستم فازی، ما از آن در چرخه‌ی بهینه سازی جهت بدست مقادیر مطلوب از متغیرهای تصمیم استفاده خواهیم کرد. جهت برقراری سیستم فازی، پایگاه قواعد فازی و سیستم استنتاج فازی در ادامه شرح داده خواهد شد.

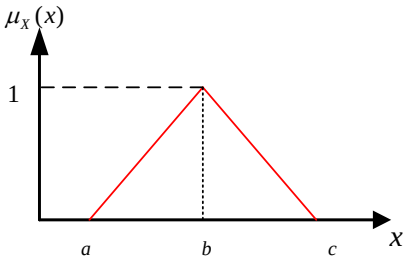
۳-۱. پایگاه قواعد فازی

متغیرهای کلامی که در این مقاله مورد استفاده قرار می‌گیرند عبارتند از: خیلی کم(VL)، نسبتا کم(FL)، کم(L)، متوسط(M)، زیاد(H)، نسبتا زیاد(FH) و خیلی زیاد(VH). برای مدل کردن عبارات کم، نسبتا کم، متوسط، زیاد و نسبتا زیاد از عدد فازی مثلثی استفاده می‌شود و همچنین برای مدل کردن عبارات خیلی کم و خیلی زیاد از عدد فازی ذوزنقه‌ای استفاده می‌شود. تابع عضویت مربوط به عدد فازی مثلثی و ذوزنقه‌ای به ترتیب همانند معادلات ۴ و ۵ می‌باشند(شکل ۲و ۳).

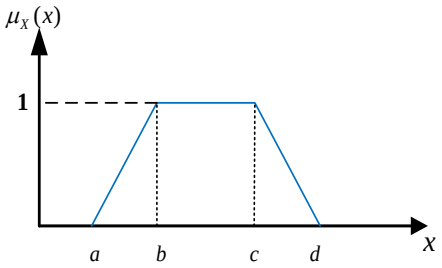
$$\mu_X(x) = \begin{cases} (x-a)/(b-a); & a \le x < b \\ 1 & x = b \\ (c-x)/(c-b); & b < x \le c \end{cases} \qquad (۴)$$

$$\mu_X(x) = \begin{cases} (x-a)/(b-a); & a \le x < b \\ 1 & b \le x < c \\ (d-x)/(d-c); & c < x \le d \end{cases} \qquad (۵)$$

[Downloaded from ijiepm.iust.ac.ir on 2026-09-14]



شکل ۲. تابع عضویت یک عدد فازی مثلثی



شکل ۳. تابع عضویت یک عدد فازی ذوزنقه‌ایی

سیستم فازی طراحی شده شامل دو ورودی و یک خروجی می‌باشد که به سیستم فازی *MISO*[1] معروف می‌باشد. متغیرهای ورودی سیستم فازی عبارتند از قیمت و طول دوره گارانتی و همچنین متغیر خروجی مقدار تقاضا می‌باشد. به منظور طراحی سیستم فازی، تقسیم بندی فازی از متغیرهای ورودی و خروجی به صورت شکل ۴ می‌باشد.

یک پایگاه قواعد فازی متشکل از مجموعه‌ای از قواعد اگر-آنگاه می‌باشد که به دو قسمت اصلی تقسیم می‌شود.

۱) قسمت **اگر** که به عنوان قسمت شرط قاعده‌ی فازی می‌باشد.

۲) قسمت **آنگاه** که به عنوان قسمت نتیجه‌گیری قاعده‌ی فازی می‌باشد.

در سیستم فازی طراحی شده در این مقاله، قسمت "اگر" شامل متغیرهای قیمت (P) و طول دوره گارانتی (w) که به عنوان متغیرهای ورودی می‌باشند و همچنین پارامتر تقاضا (D) به عنوان متغیر خروجی سیستم فازی در قسمت "آنگاه" قرار می‌گیرد. حالت کلی قاعده فازی که در این مقاله استفاده می‌شود بصورت زیر می‌باشد:

"**اگر**" قیمت <متغیر کلامی> باشد **و** طول دوره گارانتی <متغیر کلامی> باشد "**آنگاه**" تقاضا <متغیر کلامی> می‌شود.

از آنجائیکه پارامتر قیمت شامل پنج متغیر کلامی و طول دوره گارانتی نیز شامل پنج متغیر کلامی است بنابراین ۲۵ قاعده **اگر**-**آنگاه** فازی در پایگاه قواعد فازی وجود خواهد داشت که در جدول ۱ نشان داده شده است. قاعده‌ی زیر نمونه ایی از قواعد بکار رفته در پایگاه قواعد فازی می‌باشد.

If P is H and W is L *Then* D is L

۲-۳. سیستم استنتاج فازی

به منظور تبدیل متغیرهای ورودی به متغیر خروجی از سیستم استنتاج فازی استفاده می‌شود که بدین منظور توجه به فرضیات زیر در این مقاله ضروری است [۱۷].

- فازی‌ساز منفرد[2] به عنوان رابط فازی‌ساز استفاده می‌شود.
- موتور استنباط ممدانی[3] به منظور استنتاج متغیر خروجی استفاده می‌شود.

از غیرفازی‌ساز میانگین مراکز[4] به عنوان رابط غیر فازی‌ساز استفاده می‌شود.

پایگاه قواعد فازی توسعه داده شده در این مقاله شامل دو متغیر ورودی و یک متغیر خروجی می‌باشد. x_0 و y_0 را فازی‌سازهای منفرد پارامترهای قیمت و طول دوره گارانتی در نظر بگیرید بنابراین رویه استنتاج فازی همانند قدمهای زیر تشریح می‌شود:

قدم یک: فازی سازهای منفرد هر ورودی به مجموعه جهانی مربوطه وارد می‌شوند.

قدم دوم: از ترکیب مجموعه‌های فازی که شامل فازی‌سازهای منفرد می‌باشند، قواعد فعال بدست می‌آیند

قدم سوم: درجه عضویت‌های $\mu_X(x_0)$ و $\mu_Y(y_0)$ برای هر قاعده فعال طبق روابط (۴) و (۵) بدست آمده و سپس به ترتیب h_1 و h_2 نامیده می‌شوند.

قدم چهارم: با استفاده از رابطه (۶) مقدار درجه انطباق[5] برای تک تک قواعد فعال بدست می‌آید.

$$\alpha_j = \min(h_1, h_2) \qquad (۶)$$

قدم پنجم: عملگر ماکزیمم-مینیمم جهت تعیین خروجی هر قاعده فعال (u'_j) اجرا می‌شود.

قدم ششم: با استفاده از غیرفازی ساز میانگین مراکز خروجی نهایی طبق رابطه (۷) بدست می‌آید که در آن $\bar{u}^j$ مرکز u'_j می‌باشد و در نهایت u_0 مقدار نهایی تقاضا می‌باشد.

[1] *Multi Input Single Output*

[2] *Singleton Fuzzifier*
[3] *Mamdani Implication*
[4] *Centroid defuzzifier*
[5] *Matching degree*

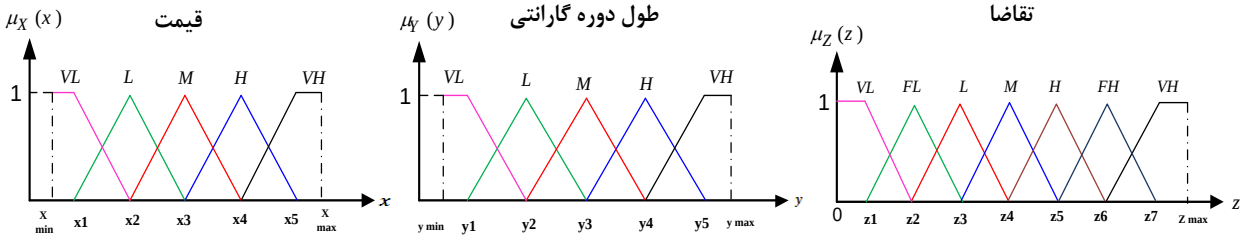
[Downloaded from ijiepm.iust.ac.ir on 2026-09-14]

$$u_0 = \frac{\sum_{j=1}^{J} \bar{u}^j \times \alpha_j}{\sum_{j=1}^{J} \alpha_j} \quad (۷)$$

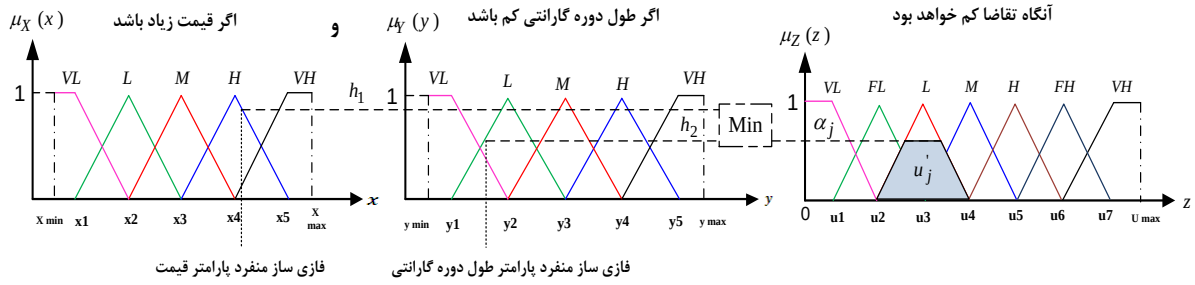
شکل شماره ۵ نشان دهنده رویه‌ی استنباط ممدانی برای یک قاعده فعال می‌باشد

جدول ۱. پایگاه قواعد فازی جمع آوری شده از نظرات خبرگان

شماره قاعده	قسمت اگر		قسمت نتیجه	شماره قاعده	قسمت اگر		قسمت نتیجه
	قیمت	طول دوره گارانتی	تقاضا		قیمت	طول دوره گارانتی	تقاضا
۱	VL	VL	M	۱۴	M	H	H
۲	VL	L	H	۱۵	M	VH	H
۳	VL	M	FH	۱۶	H	VL	FL
۴	VL	H	VH	۱۷	H	L	L
۵	VL	VH	VH	۱۸	H	M	L
۶	L	VL	M	۱۹	H	H	M
۷	L	L	H	۲۰	H	VH	M
۸	L	M	H	۲۱	VH	VL	VL
۹	L	H	FH	۲۲	VH	L	FL
۱۰	L	VH	FH	۲۳	VH	M	FL
۱۱	M	VL	L	۲۴	VH	H	L
۱۲	M	L	M	۲۵	VH	VH	M
۱۳	M	M	M	–	-	-	-



شکل ۴. تقسیم بندی فازی متغیرهای ورودی و خروجی



شکل ۵. رویه استنباط ممدانی

۴. تکنیک L-p metric

همانطوریکه در بخش ۲ بیان شد، در مدل ریاضی ارائه شده تابع سود و تابع زمان انتظار بطور همزمان بهینه سازی می‌شوند. بنابراین ما با یک مسئله تصمیم‌گیری چندهدفه (*MODM*) مواجه هستیم. بنابراین در این حالت باید جواب‌های کارا را برای هر یک از اهداف بدست آوریم. جواب کارا جوابی است که جواب دیگری نسبت به آن پیدا نشود مگر اینکه جواب حداقل یکی از اهداف بدتر شود. مدل عمومی مسائل چند هدفه بصورت زیر می‌باشد[۱۸].

[Downloaded from ijiepm.iust.ac.ir on 2026-09-14]

$$\max: F(x)=\{f_1(x),f_2(x),...,f_k(x)\} \quad (۸)$$
$$Subject\ to: \quad x \in X$$

در جائیکه K تعداد اهداف بوده و $X \subseteq R^k$ فضای موجه مسئله می‌باشد. تبدیل چندین هدف یک مسئله چند هدفه به یک هدف یکی از تکنیک‌های رایج در مسائل *MODM* می‌باشد[۱۹]. در این مقاله از تکنیک L-p metric برای حل مدل دو هدفه استفاده می‌شود. نگرش اصلی این تکنیک عبارت است از حداقل کردن اختلاف بین هر یک از توابع هدف از بهینه انفرادی آنها و همچنین یافتن بهترین جواب برای هر یک از اهداف بطوریکه نزدیکترین نقطه به بهینه انفرادی باشد. مدل ریاضی تکنیک L-p metric بصورت زیر می‌باشد[۱۹]:

$$Min: L-p=\left\{\sum_{j=1}^{k}\gamma_j\left[\frac{f_j(x^*)-f_j(x)}{f_j(x^*)}\right]^t\right\}^{1/t} \quad (۹)$$
$$Subject\ to: \quad x \in X \subset R^k$$

بطوریکه γ_j وزن (اهمیت) هر تابع در بهینه سازی می‌باشد که توسط تصمیم‌گیر تعیین می‌شود(در این مقاله توسط فروشنده) همچنین، $f_j(x^*)$ مقدار بهینه انفرادی مربوط به هدف jام می‌باشد. $1 \le t \le \infty$ بیانگر درجه اهمیت به اختلاف‌های بزرگ بین توابع هدف و مقادیر بهینه آنها می‌باشد بطوریکه هر چه این مقدار بزرگتر شود بدین مفهوم است که به اختلاف‌های بزرگتر اهمیت بیشتری در بهینه سازی داد می‌شود.

همانگونه که در بخش ۲ بیان شد، ماکزیمم کردن تابع سود (*Max: Z_1*) و مینیمم کردن تابع زمان انتظار (*Min: Z_2*) دو هدف مطرح شده در مدل ریاضی می‌باشند. جهت بدست آوردن بهینه انفرادی برای اهداف و به منظور همگن کردن توابع هدف *Min: Z_2* را به *Max:* $Z_2' = 1/Z_2$ تبدیل می‌کنیم. فرض کنید که مقادیر بهینه انفرادی برای اهداف اول و دوم به ترتیب به صورت $a=(Z_1^*, Z_2)$ و $b=(Z_1, Z_2^*)$ باشند در اینصورت به ازاء مقادیر مختلفی از t و γ_j جواب‌های کارای مختلفی برای اهداف بدست خواهد آمد.

۵. الگوریتم ژنتیک

معمولا در مدل‌های ریاضی مربوط به مسائل مدیریت درآمد، جهت بدست آوردن مقادیر بهینه از روش‌های مشتق‌گیری استفاده می‌شود. ولی در این مقاله، از آنجائیکه از سیستم فازی مبتنی بر نظرات خبرگان به جای یک تابع ریاضی برای تقاضا استفاده شده است بنابراین امکان مشتق‌گیری و بدست آوردن جواب بهینه نیست و باید از روش‌های جستجوی جواب مناسب استفاده شود. لذا در این مقاله یک رویه بهینه سازی ترکیبی جدید در مسائل مدیریت درآمد از الگوریتم ژنتیک و سیستم فازی برای بهینه سازی استفاده شده است که در ادامه تشریح می‌شود.

الگوریتم ژنتیک (GA) یک از بهترین روش‌های بهینه سازی فراابتکاری است که توسط هولند[۲۰]و [۲۱] توسعه داده شد. رویه بهینه سازی GA با تولید مجموعه‌ای از جواب‌ها (جمعیت اولیه) آغاز می‌شود. هر جواب در جمعیت اولیه یک کروموزوم نامیده می‌شود و هر کروموزوم از یک سری ژن تشکیل شده است که همان متغیرهای تصمیم مسئله می‌باشند. بنابراین با استفاده از عملگرهای تقاطع و جهش جمعیت بعدی از جواب‌ها ایجاد می‌شود. در هر با تولید جمعیت، کروموزوم‌ها (جواب‌ها) توسط یک تابع برازندگی (تابع هدف) مورد ارزیابی قرار می‌گیرند. و درنهایت به منظور بدست آوردن بهترین جواب‌ها، این رویه ادامه پیدا می‌کند. کروموزوم مربوط به مدل معرفی شده بصورت زیر می‌باشد.

P	w	μ

شکل ۶. ساختار کروموزوم مربوط به مدل

درجائیکه p، w و μ به ترتیب قیمت، طول دوره گارانتی و ظرفیت خدمت‌دهی می‌باشد. پارامترهای p و w ، پارامترهای ورودی سیستم فازی نیز می‌باشند. طی مراحل زیر رویه بهینه سازی تشریح می‌شود:

۵-۱. جمعیت اولیه

سیاست تولید تصادفی بین ماکزیمم و مینیمم مقدار از هر ژن برای تولید جواب اولیه مورد استفاده قرار می‌گیرد. به منظور ارزیابی کروموزوم‌ها، ابتدا باید بهترین جواب‌های هر هدف با استفاده از بهینه سازی انفرادی بدست آید سپس با استفاده از مدل L-p metric جواب‌های کارا برای اهداف مورد ارزیابی قرار گیرند.

۵-۲. انتخاب والدین

جهت انجام عملگر تقاطع نیاز به انتخاب دو والد (دو جواب) از جمعیت می‌باشد که در این مقاله از روش رولت ویل[1] برای این کار استفاده می‌شود.

[1] *Roulette Wheel*

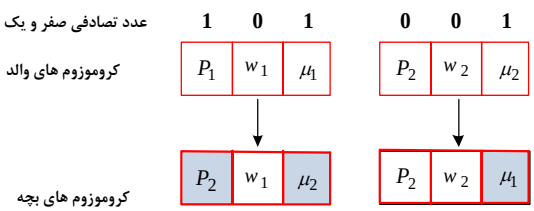
[Downloaded from ijiepm.iust.ac.ir on 2026-09-14]

۵-۳. عملگر تقاطع

در این مورد، از تقاطع یکنواخت استفاده می‌شود. بدین منظور، در هر بار تولید جمعیت دو والد از بین جمعیت انتخاب شده و سپس ژن‌هایی که باید معاوضه شوند با تولید عدد تصادفی صفر و یک در راستای کروموزوم مشخص می‌شوند. بنابراین، پس از تولید عدد تصادفی صفر و یک، ژنهایی معاوضه می‌شوند که عدد تصادفی مربوط به آنها یک باشد. شکل ۷ نشان دهنده یک عملگر تقاطع نمونه می‌باشد.

۵-۴. عملگر جهش

برای این عملگر بطور تصادفی چند تا از کروموزوم‌های جمعیت انتخاب شده سپس مجداد بطور تصادفی یکی از ژن‌های مربوط به آنها انتخاب شده و مقداری بطور تصادفی به آن اضافه یا کم می‌شود بطویکه از محدود مجاز (مینیمم تا ماکزیمم) خارج نشود.



شکل ۷. نمونه ایی از عملگر تقاطع

۵-۵. جایگذاری جواب‌ها

ما از جایگذاری ترنومنت[1] برای جایگذاری جواب‌های جدید در بین جمعیت استفاده می‌کنیم. بدین منظور در هر مرحله یک گروه کوچک از جمعیت انتخاب شده و سپس دوتا از بدترین جواب‌های جمعیت قبلی با دوتا از جواب‌های جدید ایجاد شده جابجا می‌شوند.

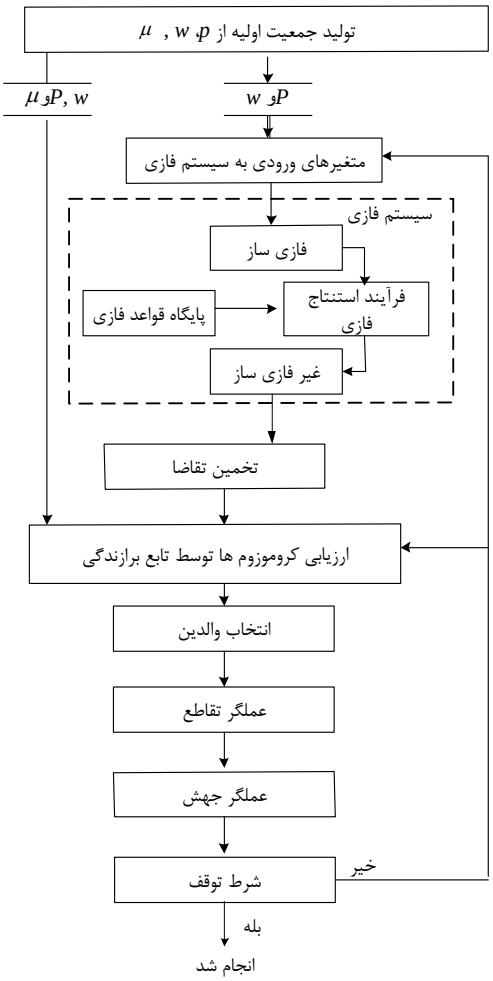
۵-۶. حل ترکیبی از الگوریتم ژنتیک و سیستم فازی

به منظور انجام عمل بهینه سازی یک الگوریتم ترکیبی از الگوریتم ژنتیک و سیستم فازی ارائه شده است که رویه انجام آن همانند فلوچارت ارائه شده در شکل ۸ می‌باشد. ابتدا جمعیت اولیه از p و w و μ تولید می‌شوند. سپس پارامترهای p و w به داخل سیستم فازی منتقل می‌شوند که در نتیجه‌ی آن مقدار تقاضا برآورد می‌شود و سپس در ادامه مقدار تقاضای برآورد شده به همراه پارامترهای p w و μ وارد چرخه بهینه سازی ژنتیک می‌شود. در نهایت تا رسیدن به شرط توقف هر بار مقدار تقاضا از طریق سیستم فازی به روز شده و الگوریتم ادامه پیدا می‌کند.

[1] *Tournament replacement*

۶. تحلیل عددی نتایج

در این قسمت یک مثال عددی که شامل دو قسمت می‌باشد را جهت تحلیل نتایج مورد بررسی قرار خواهیم داد. در قسمت اول روش تخمین تقاضا با استفاده از سیستم فازی مورد بررسی قرار خواهد گرفت و در ادامه با استفاده الگوریتم ارائه شده، مثال عددی مطرح شده را ادامه می‌دهیم تا جواب‌های مناسبی از قیمت(p)، طول دوره گارانتی(w) و ظرفیت خدمت دهی(μ) بدست آوریم. تقسیم بندی فازی که برای پارامترهای ورودی و خروجی در نظر گرفته شده بصورت شکل ۹ می‌باشد.



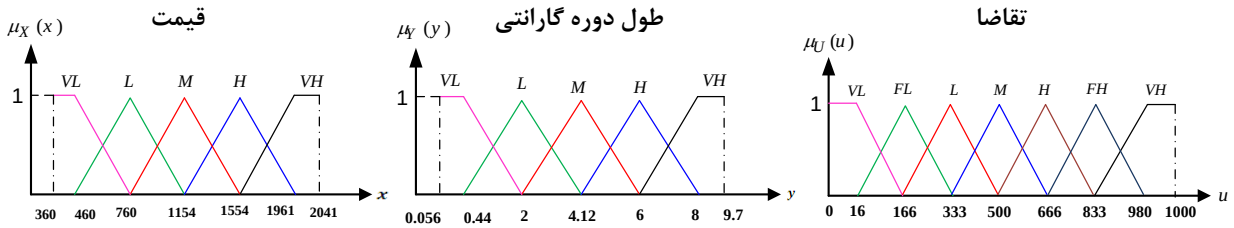
شکل ۸. حل ترکیبی از الگوریتم ژنتیک و سیستم فازی

مقدار فازی‌سازهای مربوط به پارامترهای ورودی قیمت و طول دوره گارانتی به ترتیب ۹۰۰ و ۵ در نظر گرفته می‌شود. با وارد کردن مقادیر فازی‌ساز به مجموعه‌های جهانی آنها، دو مجموعه فازی به ازاء هر کدام درگیر می‌شوند. بنابراین با ترکیب این مجموعه‌های درگیر شده چهار قاعده‌ی فعال بدست می‌آید که در جدول ۲ نشان داده شده است.

[Downloaded from ijiepm.iust.ac.ir on 2026-09-14]

با اجرای قدمهای ۱ تا ۶ که در زیر بخش ۳،۲ توضیح داده شده نتایج جدول ۲ حاصل شده است که در آن u_0 مقدار تخمینی از تقاضا می‌باشد. در ادامه، مثال مطرح شده را ادامه می‌دهیم تا بهترین جواب‌ها را از متغیرهای تصمیم بدست آوریم.

فرض کنید $C_r = 40$، $C_\mu = 150$، $\lambda = 1$، $t=2$، $\gamma_1 = 3$ و $\gamma_2 = 1$ باشند. به منظور بدست آوردن جواب‌های کارا ابتدا با استفاده از الگوریتم ارائه شده جواب‌های مناسب حاصل از بهینه-سازی انفرادی را برای تک تک اهداف بدست آورده سپس الگوریتم ارائه شده را برای تابع L-p metric اجرا کرده تا جواب-های کارا بدست آیند.



شکل۹. تقسیم بندی فازی پارامترها جهت بررسی مثال عددی

جدول۲. نتایج حاصل از مثال عددی

شماره قاعده	قسمت شرط		قسمت نتیجه	α_j	$\bar{u}^j$	$\alpha_j \times \bar{u}^j$	$\sum_{j=1}^{4} \alpha_j$	$\sum_{j=1}^{4} \bar{u}^j \times \alpha_j$	u_0
	P	W	D						
۸	L	M	H	۰.۵۳	۶۶۶	۳۵۲.۹۸	۱.۶۹	۱۱۴۴.۲۶	۶۷۷.۰۷
۹	L	H	FH	۰.۴۶	۸۳۳	۳۸۳.۱۸			
۱۳	M	M	M	۰.۳۵	۵۰۰	۱۷۵			
۱۴	M	H	H	۰.۳۵	۶۶۶	۲۳۳.۱			

پس از اجرا الگوریتم برای تک تک اهداف، مقادیر مناسب حاصل از بهینه سازی انفرادی بصورت $Z_1^* = 380071$ و $Z_2^{*'} = 2020$ $(Z_2^* = 0.000495)$ بدست آمده‌اند. پس تابع L-p metric را جهت بدست آوردن جواب کارا بصورت زیر تشکیل می‌دهیم.

$$Min: L-p = \left\{3\times\left[\frac{Z_1^* - Z_1}{Z_1^*}\right]^2 + 1\times\left[\frac{Z_2^{*'} - Z_2'}{Z_2^{*'}}\right]^2\right\}^{1/2}$$

Subject to:

$$P > \frac{C_r.\bar{\lambda} + C_\mu.\mu}{D}$$

$$\mu > \bar{\lambda}$$

به منظور همگن سازی توابع هدف ما از $Max: Z_2' = 1/Z_2$ به جای $Min: Z_2$ استفاده می‌کنیم تا هر دوی آنها ماکزیمم ساز شوند. الگوریتم ترکیبی ارائه شده از الگوریتم ژنتیک و سیستم فازی با تابع برازندگی مربوط به L-p metric در نرم افزار Matlab اجرا شده که نتایج حاصل شده برای این مثال عددی در جدول ۳ گزارش شده است.

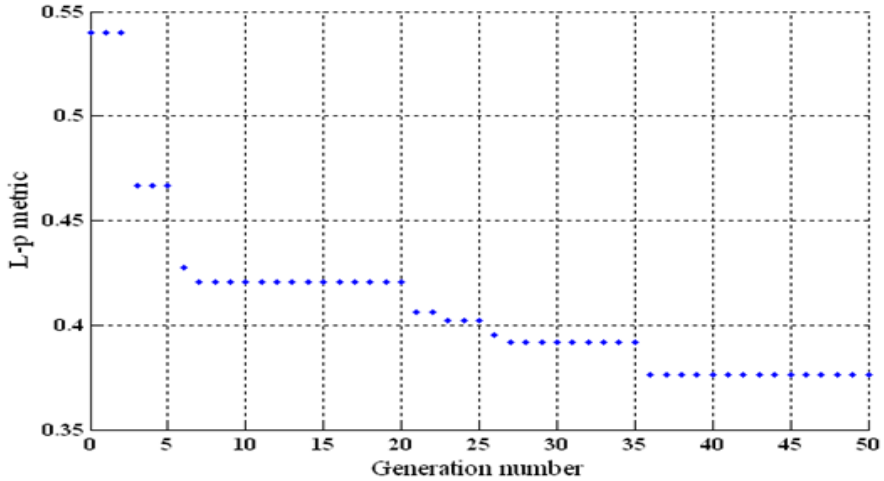
جدول۳. نتایج اجرای الگوریتم در نرم افزار Matlab

شماره اجرا	متغیرهای تصمیم			هدف اول : Z1	هدف اول : Z2	L-p metric
	P	W	μ	سود	زمان انتظار	
۱	۱۱۰۵	۰.۵۴	۷۵۳	۳۲۲۳۶۵	۱.۸۶۹	۰.۳۳۹۴
۲	۱۰۵۲	۰.۷۲	۸۶۰	۳۲۲۶۲۵	۱.۸۴۱	۰.۳۳۵۸
۳	۱۰۷۸	۰.۶۴	۸۰۶	۳۲۵۹۴۰	۱.۸۶۲	۰.۳۳۰۴
۴	۱۳۹۹	۲.۰۷	۱۴۰۰	۳۱۸۲۴۳	۱.۷۵۸	۰.۳۳۷۵
۵	۱۰۲۴	۰.۰۵	۵۳۹	۳۲۰۹۷۰	۱.۹۲۳	۰.۳۴۸۳

[Downloaded from ijiepm.iust.ac.ir on 2026-09-14]

۶	۱۴۰۳	۲،۱	۱۳۳۷	۳۲۶۹۹۰	۲،۰۰۳	۰،۳۴۲
۷	۱۴۳۴	۱،۹۸	۱۳۵۸	۳۱۹۹۴۷	۱،۶۸۲	۰،۳۲۴۱
۸	۱۴۰۵	۲،۰۳	۱۲۹۹	۳۳۳۶۸۷	۲،۰۴۳	۰،۳۳۱۷
۹	۱۰۹۵	۰،۵۸	۷۹۴	۲۹۸۴۳۷	۱،۷۹۹	۰،۳۳۵۱
۱۰	۱۰۷۸	۰،۶۴	۷۹۶	۳۲۷۳۵۵	۱،۹	۰،۳۳۱۲

همانطوریکه در جدول شماره ۳ نشان داده شده اجرای شماره ۷ کمترین مقدار برای تابع L-p metric را بدست آورده است. نمودار همگرایی مربوط به اجرای الگوریتم در شکل ۱۰ نشان داده شده است.



شکل ۱۰. نمودار همگرایی مربوط به اجرای الگوریتم ارائه شده

۷. نتیجه‌گیری

در این مقاله، ما تاثیر طول دوره گارانتی و زمان انتظار را در یک سیستم صف مورد بررسی قرار دادیم بطوریکه تقاضای مشتریان وابسته پارامترهای قیمت و طول دوره گارانتی بود و همچنین معیار زمان انتظار در صف جهت تعمیر محصولات خراب به عنوان معیاری جهت سنجش رضایت مشتری مورد ارزیابی قرار گرفت. امروزه رضایت مشتری یکی از فاکتورهای بسیار مهم برای تولیدکنندگان و فروشندگان در محیطهای رقابتی می‌باشد بنابراین ما قرارداد گارانتی را جهت تعمیر محصولات خراب درنظر گرفتیم بطوریکه که یک سیستم صف *M/M/1* در کانال خدمات پس از فروش برقرار خواهد شده که فروشنده در راستای این کانال سعی در کاهش زمان انتظار مشتریان خواهد داشت تا از این طریق رضایت مشتریان را افزایش دهد.

به عنوان یک از اصلی‌ترین ایده‌های این مقاله، ما به طور همزمان تابع سود و زمان انتظار مشتریان را بهینه کردیم. بدین منظور یک مدل دو هدفه با متغیرهای تصمیم‌گیری قیمت، طول دوره گارانتی و ظرفیت خدمت‌دهی توسعه داده شد. از آنجائیکه بدست آوردن یک تابع ریاضی قطعی برای تخمین تقاضا به یکی از چالشهای فروشندگان تبدیل شده است، بنابراین ما دراین مقاله برای تخمین تقاضا یک سیستم فازی مبتنی بر نظرات خبرگان طراحی کردیم. از آنجائیکه مدل ریاضی توسعه داده شده فاقد تابع ریاضی برای تقاضا می‌باشد بنابراین برای بدست آوردن مقادیر مناسب از متغیرهای تصمیم، سیستم فازی طراحی شده با یک الگوریتم ژنتیک ترکیب شد که این موضوع نیز یکی از ایده-های این مقاله می‌باشد.

به عنوان تحقیقات آتی می‌توان از سیستم فازی برای مدل کردن نرخ ورودی و نرخ خروجی در سیستمهای صف استفاده نمود. همچنین می‌توان الگوریتم ارائه شده را در مسائل تلفیقی قیمت-گذاری و مکانیابی استفاده نمود.

مراجع

[1] Padmanabhan, V., "*Warranty Policy and Extended Service Contracts: Theory and an Application to Automobiles"*, Marketing Science, 1993.

[2] Boulding, W., Kirmani, A., "*A Consumer-Side Experimental Examination of Signaling Theory: do Consumers Perceive Warranties as Signals of Quality"*, Journal of Consumer Research, 1993.

[3] Li, K., Chhajed, D., Mallik, S., *Design of Extended Warranties in Supply Chains*. Working Paper, 2005,

[Downloaded from ijiepm.iust.ac.ir on 2026-09-14]

available: at http:// www.business.uiuc.edu/Working Papers/papers/05-0128.pdf, last accessed July 2008.

[4] Kim, B., Park, S., "*Optimal Pricing, EOL (End of Life) Warranty, and Spare Parts Manufacturing Strategy Amid Product Transition"*, European Journal of Operational Research, 188(3), 2007, 723–745.

[5] Chunga, C.J., Wee, H.M., *An Integrated Production-Inventory Deteriorating Model for Pricing Policy Considering Imperfect Production, Inspection Planning and Warranty-Period- and Stock-Level-Dependant Demand*, International Journal of Systems Science, 2008, Vol. 39, 823–837.

[6] Chun, Wu., C, Yu Chou. C, Huang. C, *Optimal Price, Warranty Length and Production Rate for Free Replacement Policy in the Static Demand Market*, Omega, 2009, 37, 29 – 39.

[7] Boyaci, T., Ray, S., *Product Differentiation and Capacity Cost Interaction in Time and Price Sensitive Markets*, Manuf Serv Oper Manage, 2003, 5(1):18–36.

[8] Yoon. S, Lewis. M, *Optimal Pricing and Admission Control in a Queueing System with Periodically Varying Parameters*, Queueing Systems, 2003, 47, 177–199.

[9] Basar, Cil. E, Karaesmen. F., Lerzan Örmeci. E, *Dynamic Pricing and Scheduling in a Multi-Class Single-Server Queuing System*, Queuing System, 2011, 67, 305–331.

[10] Son, J.-D., *Optimal Admission and Pricing Control Problem with Deterministic Service Times and Sideline Profit*, Queuing Syst, 2008, 60, 71–85.

[11] Pangburn, M., Stavrulaki, E, *Capacity and Price Setting for Dispersed, Time-Sensitive Customer Segments*, European Journal of Operational Research, 2008, 184, 1100–1121.

[12] Abouee-Mehrizi, H., Sahar Babri, S., Berman, O., Shavandi, H., *Optimizing Capacity, Pricing and Location Decisions on a Congested Network with Balking*, Math Meth Oper Res, 2011.

[13] Hayel, Y., Mohamed Ouarraou, M., Tuffin, B., *Optimal Measurement-Based Pricing For an M/M/1 Queue*, Netw Spat Econ, 2006, 7, 177–195.

[14] Zadeh, L. A, *Fuzzy Sets*, Information and Control, 1965, 8, 338–353.

[15] Chun Wu. C, Yu Chou. C, Huang. C, *Optimal Price, Warranty Length and Production Rate for Free Replacement Policy in the Static Demand Market*, Omega, 2009, 37, 29 – 39.

[16] Gross, D., Harris, C, M, *Fundamental of Queuing Theory (3rd ed)*, New York, 1998, NY: Wiley-Interscience.

[17] Zimmermann. H. J, *Fuzzy Set Theory – and its Applications (3rd ed.)*, Kluwer Academic Publishers, 1996.

[18] Deb. K, *Multi-objective Optimization Using Evolutionary Algorithms*, Chichester, UK: Wiley, 2001.

[19] Stadler. W, *Applications of Multicriteria Optimization in Engineering and the Sciences (A Survey)*. In: Zeleny, M. (ed.) Multiple Criteria Decision Making – Past Decade and Future Trends. Greenwich, CT: JAI, 1984.

[20] Holland. J. H, *Adaptation in Natural and Artificial Systems: An Introductory Analysiswith Application to Biology, Control and Artificial Intelligence*. University of Michigan Press, 1975.

[21] Holland. J. H, *Adaptation in Natural and Artificial Systems (2nd ed.)*, MID Press, 1992.

[Downloaded from ijiepm.iust.ac.ir on 2026-09-14]