



# APPROACH OF ACTIVITIES DURATION UNCERTAINTY IN PROJECT SCHEDULING CASE STUDY: SUB-PROJECT OF SOUTH-PARS

Ahmad Norang\*, Hosein Ali Hasanzadeh, Hamze Daneshpaye & Naesr Pourreza

*Ahmad Norang, Associate Professor, Department of Industrial Engineering, Imam Hossein University, Tehran, Iran  
Hosein Ali Hasanzadeh, Assistant Professor, Department of Industrial Engineering, Imam Hossein University, Tehran, Iran*

*Hamze Daneshpaye, M.Sc. Student, Department of Industrial Engineering, Imam Hossein University, Tehran, Iran  
Pourreza Naesr, M.Sc. Student, Department of Industrial Engineering, Imam Hossein University, Tehran, Iran*

## Keywords

project scheduling,  
Genetic algorithm,  
Simulated annealing,  
Fuzzy theory,  
Parallel scheduling  
generation scheme

## ABSTRACT

*This paper studies resource constraints project scheduling (RCPS) in a section of a sub-project within South-Pars megaproject in the real world. In real time, most of the activities are under uncertainty. This problem causes so many changes in project completion time. In this research, fuzzy numbers are used to represent the activity duration uncertainty. As RCPS problem is NP-hard, hence, a combined optimization method based on simulated annealing and genetic algorithm is presented to solve project scheduling problem. The used scheduling generation scheme in proposed algorithm is fuzzy scheduling generation scheme. Proposed algorithm generates the minimum project completion time while considers renewable resource-constrained and activity precedence and also has ability to perform with fuzzy numbers for presenting project details such as start and final time of activities and project whole time. Finally, the results of algorithm are evaluated. It is showed that the proposed algorithm is efficient and can be used by managers and scheduling programmers in real projects.*



## رویکرد عدم قطعیت مدت فعالیت‌ها در زمانبندی پروژه

احمد نورنگ<sup>\*</sup>، حسینعلی حسن پور، حمزه دانشپایه و ناصر پوررضا

### چکیده:

این مقاله، مساله زمانبندی پروژه تحت محدودیت منابع (RCPS) را در بخشی از پروژه پارس جنوی در دنیای واقعی بررسی می‌کند. با توجه به اینکه در پروژه‌های دنیای واقعی، اکثر فعالیت‌ها جدید بوده و با عدم قطعیت در زمان انجام این فعالیت‌ها مواجه هستیم که منجر به تغییرات زیادی در زمان اتمام پروژه می‌شوند در این تحقیق برای نمایش عدم قطعیت مدت فعالیت‌ها، از اعداد فازی استفاده شده است. به دلیل NP-hard بودن مساله RCPS، یک روش بهینه‌سازی ترکیبی بر مبنای الگوریتم شبیه‌سازی تبرید و الگوریتم زنتیک برای حل مساله زمانبندی پروژه تحت محدودیت منابع در شرایط عدم قطعیت زمان فعالیت‌ها ارائه می‌شود برنامه تولید زمانبندی به کار رفته در الگوریتم ترکیبی پیشنهادی، روش تولید زمانبندی موازی فازی می‌باشد. الگوریتم پیشنهادی، حداقل زمان تکمیل پروژه را با در نظر گرفتن محدودیت منابع تجدیدپذیر و محدودیت روابط پیشناهی از فعالیت‌ها تولید می‌کند و این قابلیت را دارد که دقیقاً با اعداد فازی اجرا شده و جزئیات پروژه شامل زمان شروع، زمان پایان فعالیت‌ها و زمان تکمیل پروژه را به صورت اعداد فازی ارائه کند. در نهایت اعتبارسنجی الگوریتم مورد سنجش قرار خواهد گرفت و نشان می‌دهیم الگوریتم پیشنهادی، الگوریتمی کارا بوده و بسادگی قابل استفاده توسط مدیران و برنامه‌ریزان پروژه در پروژه‌های واقعی می‌باشد.

### کلمات کلیدی:

زمانبندی پروژه،  
محدودیت منابع،  
مجموعه فازی،  
شبیه سازی تبرید،  
روش تولید زمانبندی موازی

بر همین اساس، موضوع زمانبندی پروژه و به تبع آن زمانبندی بهینه پروژه بدلیل صرفه‌جوی اقتصادی، استفاده بهینه از منابع و تکمیل پروژه در بهترین زمان ممکن (زمان بهینه) جهت ارائه خدمات حاصل از پروژه دارای اهمیت زیادی می‌باشد. در جهان واقعی، بدلیل تغییرات محیط بیرونی (مانند: آب و هوا، کمبود فضای حادث طبیعی و غیر تکراری بودن یا عدم مواجهه مدیران پروژه با فعالیت مشابه در تجربیات قبلی) عدم قطعیت در تعیین مدت زمان فعالیت‌های پروژه وجود دارد که این عدم قطعیت در فعالیت‌های پروژه احداث بسیار پررنگ‌تر است. بنابراین این عدم قطعیت باقیستی در مسائل زمانبندی پروژه در نظر گرفته شده و مدیریت شود. برای مواجهه با این عدم قطعیت، دو متداول‌تر وجود دارد: رویکرد فازی و رویکرد احتمالی. رویکرد اول (تئوری فازی) برای نشان دادن این عدم قطعیت در پروژه‌های دنیای واقعی، بدلایل زیر دارای کارایی بیشتری می‌باشد [۱-۴]: الف- نیاز کمتر رویکرد فازی به اطلاعات در مقایسه با رویکرد احتمالی. ب- عدم دسترسی و یا کمبود اطلاعات پروژه‌های گذشته و مشابه در برآوردها توسط افراد خبره. ج- سهولت حل روش‌های فازی. د-

### ۱. مقدمه

مسئله زمانبندی پروژه عبارت از تعیین زمان انجام فعالیت‌هایی که پروژه، با توجه به محدودیت‌های حاکم بر آن، برای رسیدن به یک هدف معین است. این هدف ممکن است جنبه مالی، زمانی و یا کیفی داشته باشد. در پروژه‌های واقعی، دو مقوله مهم وجود دارد: حداقل کردن زمان اتمام پروژه (با توجه به ضرورت نیاز به استفاده از محصول پروژه) و محدودیت منابع.

تاریخ وصول: ۹۰/۱۲/۱۵

تاریخ تصویب: ۹۲/۰۷/۰۷

حسینعلی حسن پور، استادیار، دانشگاه جامع امام حسین(ع)-دانشکده مهندسی صنایع

حمزه دانشپایه، دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی صنایع- دانشگاه جامع امام حسین(ع)، h\_daneshpaye@yahoo.com

ناصر پوررضا، دانشجویان کارشناسی ارشد مهندسی صنایع- دانشگاه جامع امام حسین(ع)

<sup>\*</sup>نویسنده مسئول مقاله: دکترا حمید نورنگ، دانشیار، دانشگاه جامع امام حسین(ع)-دانشکده مهندسی صنایع a.norang@gmail.com

در الگوریتم ژنتیک برای تست شدنی بودن جواب اولیه و فرزندان و محاسبه تابع هدف استفاده کرد. آن‌ها همچنین چهار مدل زمان‌بندی پروژه تحت عدم قطعیت زمان فعالیت‌ها تابع توزیع احتمالی (ارائه نمودند [۱۲]. شیکسین لیو<sup>۱</sup> و همکاران یک مساله زمان‌بندی پروژه با محدودیت منابع و در نظر گرفتن طول دوره فعالیت‌ها بهصورت عدد فازی و زمان آماده‌سازی فازی را مورد بررسی قرار داد و سپس با استفاده از روش زمان‌بندی موازی فازی و الگوریتم جستجوی محلی ژنتیک اقدام به حل مساله کردند و از چرخ رولت برای تولید جواب همسایه از جواب جاری (که یک نمایش لیست فعالیت است) استفاده کردند [۱۳]. هوانگ وانگ<sup>۲</sup> و همکاران مساله زمان‌بندی پروژه تحت محدودیت منابع و مدت زمان فعالیت‌ها و فرجه فازی را مورد مطالعه قرار دادند. هدف آنها از این مطالعه، یافتن یک برنامه‌ریزی بود که با توجه به فازی بودن مدت زمان انجام فعالیت‌ها و فرجه فازی، پایداری<sup>۳</sup> برنامه‌ریزی را بیشینه کند و یک الگوریتم ژنتیک کارا با استفاده از نمایش لیست فعالیت‌ها را برای حل مساله ارائه کردند و سپس عملکرد الگوریتم GA مبنی بر نمایش لیست فعالیت‌هارا با الگوریتم GA عمومی مورد مقایسه قرار دادند و نتیجه گرفتند که GA مبنی بر نمایش لیست فعالیت‌ها، دارای عملکرد بهتری می‌باشد [۱۴].

با توجه به اینکه مساله *RCPSP* بعنوان یک مساله *NP-hard* شناخته شده است [۱۵]، درنتیجه استفاده از روش‌های دقیق برای حل این مساله در ابعاد بزرگ توجیه‌پذیر نبوده و بشدت کارایی خود را از دست می‌دهند. لذا برای حل این مسائل از روش‌های ابتکاری و فرآبتكاری کمک رفته می‌شود. که نمونه‌هایی در بالا ذکر شد. هدف این مقاله توسعه الگوریتم ترکیبی شبیه‌سازی تبرید فازی و الگوریتم ژنتیک برای زمان‌بندی پروژه تحت محدودیت منابع و عدم قطعیت زمان فعالیت‌ها می‌باشد که الگوریتمی کارا بوده و قابل استفاده توسط مدیران و برنامه‌ریزان پروژه در پروژه‌های واقعی می‌باشد. در این الگوریتم، طول فعالیت‌ها با استفاده از اعداد فازی ذوزنقه‌ای نمایش داده شده است. الگوریتم پیشنهادی، حداقل زمان گرفتند پروژه را با در نظر گرفتن محدودیت منابع اقتصادی و نیروی انسانی تولید می‌کند و این قابلیت را دارد که با اعداد فازی اجرا شده و جزئیات پروژه شامل زمان شروع، زمان پایان فعالیت‌ها و زمان تکمیل پروژه را بهصورت اعداد فازی ارائه می‌کند. جنبه نوآوری این تحقیق استفاده همزمان از اعداد فازی برای نمایش زمان انجام فعالیت‌ها، الگوریتم‌های فرآبتكاری و استفاده از داده‌های واقعی می‌باشد که در اکثر تحقیقات انجام شده در این زمینه، از داده‌های قطعی و الگوریتم‌های فرآبتكاری استفاده شده است و کار بر روی مساله زمان‌بندی در شرایط عدم قطعیت با داده‌های فازی بسیار کمرنگ است و این تحقیقات محدود نیز مقالات خارجی بوده و با تعداد فعالیت کمتر از ۲۰ انجام شده‌اند که ما در این تحقیق تعداد ۴۰ فعالیت را در یک محیط واقعی در نظر گرفتیم و تحقیق

حجم کمتر محاسبات نسبت به روش‌های احتمالی، عدم نیاز به مفروضاتی که در رویکرد احتمالی وجود دارد. بر همین اساس در این تحقیق، زمان انجام فعالیت‌ها بهصورت عدد فازی ذوزنقه‌ای در نظر گرفته شده است که بهوسیله مصاحبه با خبرگان درگیر در پروژه و بر اساس نظرات آنها برآورد می‌گردد.

برخی از محققان مطالعاتی روی مساله زمانبندی پروژه تحت محدودیت منابع و عدم قطعیت زمان فعالیت‌ها داشته‌اند که طی بررسی‌های انجام شده در ادامه چند تحقیق مرتبط انجام شده آورده می‌شود.

ایشیو همکاران [۵] از روش زمان‌بندی پیشرو برای حل زمان‌بندی مساله استفاده کردند آنها برای سادگی استفاده از اعداد فازی از روش<sup>۴</sup> - برش فازی استفاده کرده و یک زمان تکمیل پروژه بصورت بازه بسته [a, b]<sup>۵</sup> ارائه کردند.

جویت وانگ و همکارانیک مفهوم ریسک زمان‌بندی را پیشنهاد کردند و یک الگوریتم ژنتیک با استفاده از قانون اولویت برای حل مساله با هدف حداکثر کردن نیرومندی و استحکام زمان‌بندی ارائه دادند [۶]. باسکار و همکاران در مقاله‌ای یک روش ابتکاری برای حل مساله *RSPS* تحت زمان فازی فعالیت‌ها ارائه کردند. روش مبنی بر قانون اولویت را برای نمایش حل استفاده کردند و روش تولید زمان‌بندی موازی را برای حل مساله بکار بردند [۷].

هوانگ-کیو و همکاران یک چهارچوب شامل الگوریتم ژنتیک ترکیب با تابو، برای حل مساله زمان‌بندی تحت محدودیت منابع و رویکرد فازی ارائه کردند که منجر به یک حل بهینه تقریبی می‌شد [۸]. احمد سلطانی و همکاران یک روش زمانبندی پروژه با استفاده از تئوری اعداد فازی ارائه کردند که در آن محدودیت منابع را در نظر نگرفتند [۹]. یوسف سیفزاده مساله زمان‌بندی پروژه در شرایط عدم قطعیت زمان فعالیت‌ها را مورد بررسی قرار دادند که در تحقیق‌شان زمان فعالیت‌ها را به صورت توزیع احتمالی واپسی در نظر گرفتند و با استفاده از نرم‌افزار GAMS به حل مساله پرداختند [۱۰]. پان<sup>۶</sup> و همکارانش در مقاله‌شان مساله *RCPSP* را با زمان فعالیت‌های فازی مورد بررسی قرار دادند آن‌ها برای حل مساله از روش زمان‌بندی موازی فازی استفاده کردند و روش خود را در ۱۰ حالت مختلف قانون اولویت حل کردند و سپس نتیجه گرفتند که این روش در حالت استفاده از قانون اولویت حداقل طول انجام فعالیت بهترین جواب را تولید می‌کند [۱۱]. چانگسیو دینگ<sup>۷</sup> و همکارانش در مقاله خود مساله زمان‌بندی پروژه تحت عدم قطعیت زمان فعالیت‌ها را مورد بررسی قرار دادند. در این مقاله، زمان فعالیت‌ها بهصورت متغیرهای غیر قطعی با تابع توزیع احتمالی در نظر گرفته شد. با توجه به احتمالی بودن زمان فعالیت‌ها، هزینه انجام هر فعالیت نیز بهصورت یک متغیر احتمالی می‌باشد. و سپس با استفاده از ترکیب روش<sup>۸</sup> و الگوریتم ژنتیک، راه حلی برای حل مساله مذکور ارائه دادند که در آن، از روش<sup>۹</sup>

مجموعه تعلق دارد. برای اعداد فازی شکل‌های مختلفی متصور است. لذا تعیین شکل وتابع عضویت بیش از همه یک مقوله حسی و تجربی می‌باشد که توسط فرد خبره تعیین می‌شود. انجام محاسبات با اعداد فازی به دلیل ساختار خاص آن‌ها بسیار زمان بر و پیچیده می‌باشد برای تسهیل و کاربردی نمودن اعدا فازی، اعداد فازی خاصی معمولاً به کار گرفته می‌شوند. این اعدا خاص معمولاً به صورت اعداد زنگولهای  $\hat{A}$ ، مثلثی  $\hat{A}$ ، ذوزنقه‌ای  $\tilde{A}$  هستند [۱۶]. در این تحقیق، از اعداد فازی ذوزنقه‌ای می‌گردد که در ادامه توضیح داده می‌شود.

## ۲-۲. حساب فازی

برای اعدا فازی نیز همانند اعداد حقیقی می‌توان عملگرهای جمع، تفریق، ضرب، تقسیم، ماکسیمم، مینیمم، اشتراک و ... را تعریف نمود که در اینجا بر حسب کاربرد و نیاز فقط عملگرهای جمع، تفریق، ماکسیمم و مینیمم معرفی می‌گردد [۱۷].

### الف- جمع اعداد فازی ذوزنقه‌ای

از مجموع دو عدد فازی ذوزنقه‌ای  $\hat{A}$  و  $\tilde{B}$  دو عدد فازی جدید  $\tilde{C} = \hat{A} + \tilde{B}$  حاصل می‌شود که تابع عضویت آن به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\mu_{\tilde{C}}(Z) = \mu_{\hat{A} + \tilde{B}}(Z)$$

و مجموعه فازی  $\tilde{C}$  به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\tilde{B} = (a + a', b + b', c + c', d + d') + \hat{A} = \tilde{C}$$

### ب- تفریق دو عدد فازی

از تفریق دو عدد فازی ذوزنقه‌ای  $\hat{A}$  و  $\tilde{B}$  دو عدد فازی جدید  $\tilde{C} = \hat{A} - \tilde{B}$  به دست می‌آید که تابع عضویت آن به صورت زیر می‌باشد:

$$\mu_{\tilde{C}}(Z) = \mu_{\hat{A} - \tilde{B}}(Z)$$

که مجموعه فازی  $\tilde{C}$  به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\tilde{B} = (a - d', b - c', c - b', d - a') - \hat{A} = \tilde{C}$$

### ج- ماکسیمم و مینیمم دو عدد فازی

ماکسیمم و مینیمم دو عدد فازی ذوزنقه‌ای  $\hat{A}$  و  $\tilde{B}$  به صورت زیر معرفی می‌گردد:

$$\begin{aligned} M\bar{A}X(\hat{A}, \tilde{B}) &= (\max(a, a'), \max(b, b'), \max(c, c'), \max(d, d')) \\ M\bar{I}N(\hat{A}, \tilde{B}) &= (\min(a, a'), \min(b, b'), \min(c, c'), \min(d, d')) \end{aligned}$$

### ۳-۲. مقایسه (رتبه‌بندی) اعداد فازی

با توجه به بررسی ادبیات مرتبط، رتبه‌بندی نوع دوم (استفاده از روابط فازی) بر دو گونه است رتبه‌بندی ضعیف و رتبه‌بندی قوی اعدا فازی که در ادامه به طور مختصر تشریح می‌گردد.

#### ۳-۲-۱. رتبه‌بندی قوی اعداد فازی (SCR)

در حالت رتبه‌بندی قوی اعداد فازی، برای مقایسه دو عدد فازی  $\hat{A}$  و  $\tilde{B}$  رابطه زیر را وجود دارد [۱۸]:

داخلی در این زمینه که بر روی مساله زمان‌بندی پروژه با داده‌های فازی و الگوریتم فراتکاری انجام شده باشد ما در جستجو روی منابع قابل دسترسی یافت نکردیم.

در ادامه، ابتدا عدم قطعیت فازی، شرح مساله زمان‌بندی و الگوریتم پیشنهادی ترکیبی تشریح می‌گردد و سپس، اطلاعات بخش نصب سازه‌های فلزی از پروژه احداث پالایشگاه آورده شده و با استفاده از الگوریتم پیشنهادی شبیه‌سازی تبرید ترکیبی با الگوریتم ژنتیک و مجموعه‌های فازی حل می‌شود. در نهایت برای اعتبارسنجی الگوریتم پیشنهادی، بدليل عدم وجود داده‌های کافیمورد نیاز چند مساله نمونه در ابعاد کوچک را با استفاده از الگوریتم پیشنهادی حل کرده و با حل توسط نرم‌افزار GAMS مورد مقایسه قرار خواهیم داد.

## ۲. عدم قطعیت فازی

### ۲-۱. تئوری مجموعه‌های فازی

در ریاضیات کلاسیک مجموعه‌ها دارای مزهای مشخص و روشن هستند. تعلق یک عضو به یک مجموعه بصورت صریح بوده و یک عضو می‌تواند به یک مجموعه تعلق داشته باشد و یا به آن تعلق نداشته باشد. در دنیای پیرامون ما برخی از مجموعه‌ها نظریه مجموعه افراد قد بلند وجود دارند که دارای مزهای مشخص نیستند. بنابراین تعریف چنین مجموعه‌هایی در ریاضیات کلاسیک امکان‌پذیر نیست. برای حل این مشکل مجموعه‌های فازی تعریف شده‌اند. در نظریه فازی یک مجموعه فازی صورت تعمیم یافته یک مجموعه کلاسیک است که اجازه می‌دهد هر عضو مجموعه مقدار تعلق را این صفر و یک اختیار نماید. به عبارت دیگر، در یک مجموعه کلاسیک هر عضو می‌تواند مقدار تعلقی برابر صفر یا یک داشته باشد، در حالی که در یک مجموعه فازی، تابع تعلق بصورت یک تابع پیوسته در محدوده صفر و یک می‌باشد. حداقل مقدار تابع تعلق یک مجموعه فازی را ارتفاع آن مجموعه گویند. به یک مجموعه فازی که ارتفاع آن برابر یک می‌باشد مجموعه فازی طبیعی گفته می‌شود.

بنابراین مجموعه‌های A در فضای جهانی U را می‌توان به صورت زوج‌های مرتبی از X و مقدار تابع تعلق آن (x) مطابق رابطه (۱) نمایش داد.

$$\tilde{A} = \{(x, \mu_{\tilde{A}}(x)) | x \in U\} \quad (1)$$

در این رابطه (x)  $\mu_{\tilde{A}}$  نشان‌دهنده تابع تعلق(عضویت) یا درجه عضویت مجموعه A می‌باشد. به طوریکه برای این تابع شامل اعداد حقیقی غیر منفی در فاصله بسته  $[0, 1]$  می‌باشد. چنانچه مقدار تابع تعلق برای یک عضو مجموعه برابر صفر باشد، آن عضو مجموعه بصورت مطلق به آن مجموعه تعلق نداشته و اگر مقدار تابع تعلق برای یک عضو مجموعه برابر یک باشد، آن عضو به صورت مطلق به آن مجموعه تعلق نداشته.

تقرباً معادل با صفر باشد. برای محاسبه مرکز جرم عدد فاز  
 $\tilde{D} = (a, b, c, d)$  بصورت زیر عمل می‌کنیم [۱۴]:

$$\bar{x}_0(\tilde{A}) = \frac{\int_a^b (x f_A^L) dx + \int_b^c x dx + \int_c^d (x f_A^R) dx}{\int_a^b (f_A^L) dx + \int_b^c dx + \int_c^d (f_A^R) dx} \quad (۸)$$

$$\bar{y}_0(\tilde{A}) = \frac{\int_0^1 (y g_{\tilde{A}}^L) dy + \int_0^1 (y g_{\tilde{A}}^R) dy}{\int_0^1 (g_{\tilde{A}}^L) dy + \int_0^1 (g_{\tilde{A}}^R) dy} \quad (۹)$$

که برای عدد فازی ذوزنقه‌ای، فرمول‌های فوق را به صورت ساده شده مطابق روابط زیر می‌توان نوشت:

$$\bar{x}_0 = \frac{d^2 + c^2 - b^2 - a^2 + (c \times d) - (a \times b)}{3 \times (d + c - b - a)} \quad (۱۰)$$

$$\bar{y}_0 = \frac{a + (2 \times b) + (2 \times c) + d}{3 \times (d + c + b + a)} \quad (۱۱)$$

و با استفاده از معادله‌های فوق، فاصله عدد فازی  $\tilde{D}$  از مرکز مختصاد به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$R(\tilde{A}) = \sqrt{(\bar{y}_0)^2 + (\bar{x}_0)^2} \quad (۱۲)$$

و در نهایت برای مقایسه دو عدد فازی  $\tilde{D}_1$  و  $\tilde{D}_2$  به روش فاصله‌ای خواهیم داشت:

$$\text{if } R(\tilde{D}_1) > R(\tilde{D}_2) \Rightarrow \tilde{D}_1 > \tilde{D}_2 \quad (۱۳)$$

$$\text{if } R(\tilde{D}_1) < R(\tilde{D}_2) \Rightarrow \tilde{D}_1 < \tilde{D}_2 \quad (۱۴)$$

$$\text{if } R(\tilde{D}_1) = R(\tilde{D}_2) \Rightarrow \tilde{D}_1 = \tilde{D}_2 \quad (۱۵)$$

### ۳. تشریح مساله

مساله برنامه‌ریزی (زمانبندی) پروژه با منابع محدود را با توجه به شرایط متفاوت، می‌توان به صورت‌های مختلفی مدل‌سازی کرد. شبکه‌های پروژه<sup>۱۳</sup> که نشان دهنده پروژه خواهد بود، به دو شکل، فعالیت‌بر روی گره‌ها<sup>۱۴</sup> (AOA) و فعالیت‌ها بر روی کمان‌ها<sup>۱۵</sup> (AON)، نشان داده می‌شوند. در این مقاله فرض می‌گردد که شبکه پروژه به صورت فعالیت‌بر روی گره (AOA)، مانند گراف G(V, E) است که در آن V مجموعه‌ی گره‌ها، و بیانگر فعالیت‌های پروژه بوده و E مجموعه‌ی یال‌های<sup>۱۶</sup> گراف و بیانگر رابطه منطقی پایان به شروع بدون تأخیر زمانی بین فعالیت‌ها (روابط پیش‌نیازی بین فعالیت‌ها) می‌باشد. روابط پیش‌نیازی از نوع پایان به شروع<sup>۱۷</sup> در نظر گرفته شده است. محدودیت‌های روابط پیش

$$\tilde{A} \gg \tilde{B} \Leftrightarrow \max(\tilde{A}, \tilde{B}) = \tilde{A}$$

### ۲-۲-۳. رتبه‌بندی ضعیف اعداد فازی<sup>۱۸</sup> (WCR)

الف. رتبه‌بندی با استفاده از مقدار انتگرال

رویکرد مقدار انتگرال که توسط چن برای مقایسه دو عدد فازی

توسعه داده شد، به صورت زیر توصیف می‌شود [۱۹]:

فرض کنید عدد فازی  $(a, b, c, d) = \tilde{D}$  داده شده است. توابع

$g_{\tilde{D}}^R(y)$  و  $g_{\tilde{D}}^L(y)$  بترتیب تابع معکوس تابع چپ و راست عدد

فازی  $\tilde{D}$  فرض می‌شوند. مقدار انتگرال چپ و راست عدد فازی  $\tilde{D}$

به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$I_L(\tilde{D}) = \int_0^1 g_{\tilde{D}}^L(y) dy \quad (۲)$$

$$I_R(\tilde{D}) = \int_0^1 g_{\tilde{D}}^R(y) dy \quad (۳)$$

سپس مقدار انتگرال کل عدد فازی  $\tilde{D}$  به صورت مجموع وزن داده شده از توابع  $I_L(\tilde{D})$  و  $I_R(\tilde{D})$  به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$I_T(\tilde{D}, \beta) = \beta \times I_L(\tilde{D}) + (1 - \beta) \times I_R(\tilde{D}) \quad (۴)$$

بطوریکه  $\beta \in [0, 1]$ ، اندیس خوش‌بینی می‌باشد که توسط مدیران پروژه تعریف می‌شود. اگر  $\beta = 0.5$  باشد، فرمول (۴) به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$I_T(\tilde{D}, 0.5) = \frac{1}{4} [\underline{d}^\alpha + b + d^\alpha + c + \alpha \times (a + b + c + d)] \quad (۵)$$

حاکمه  $\alpha \in [0, 1]$  و سطوح<sup>۱۹</sup>-برش از  $\tilde{D}$  به صورت مجموعه زیر تعریف می‌شود:

$$\tilde{D}^\alpha = \{(x, \mu_{\tilde{D}}(x)) \geq \alpha | x \in X\}, \forall \alpha \in [0, 1] \quad (۶)$$

و در نهایت برای دو عدد فازی  $\tilde{D}_1$  و  $\tilde{D}_2$  داریم:

$$I_T(\tilde{D}_1, \beta) > I_T(\tilde{D}_2, \beta) \Rightarrow \tilde{D}_1 > \tilde{D}_2 \quad (۷)$$

ب. رتبه‌بندی اعداد فازی با استفاده از رویکرد فاصله‌ای چنگ [۲۰] یک روش مبتنی بر فاصله را برای مقایسه دو عدد فازی مبنی بر فاصله بین مرکز مختصاد و مرکز جرم عدد فازی را توسعه داد. فرض کنید که  $\tilde{D}$  عددی خیلی کوچک،

R : تعداد منابع تجدید پذیر در مدل برنامه‌ریزی بالا، رابطه (۱۱) تابع هدف نشان دهنده کمینه‌سازی زمان اتمام فعالیت  $n+1$  می‌باشد. در واقع، زمان اتمام این فعالیت برابر است با زمان اتمام همه فعالیت‌های پروژه که برابر با زمان اتمام پروژه<sup>۱۸</sup> خواهد بود. محدودیت‌های مسئله عبارتند از: محدودیت (۱۲) بیان کننده زمان شروع پروژه می‌باشد. محدودیت (۱۳) مربوط به روابط تقدمی و تأخیری (بدون تأخیر زمانی) بین فعالیت‌های پروژه می‌باشد. بدین ترتیب که هیچ فعالیتی نمی‌تواند زودتر از اتمام تمامی فعالیت‌های پیش نیازی خود شروع شود. محدودیت (۱۴) مربوط به منابع در دسترس برای انجام فعالیت‌ها در بازه‌های زمانی افق برنامه‌ریزی پروژه می‌باشد. محدودیت (۱۵) و (۱۶) بیان کننده این مفهوم هستند که فعالیت‌های صفر و  $n+1$  فعالیت‌های مجازی پروژه (با زمان انجام صفر) هستند و محدودیت (۱۷)، بیان می‌کند که فعالیت‌های پروژه بدون انقطاع می‌باشند. محدودیت (۱۸) بیان‌گر این مطلب است که زمان شروع فعالیت فعالیت  $\bar{z}_m$  بزرگ‌تر یا مساوی با بیشترین زمان اتمام فعالیت‌های پیش‌نیازی خودش می‌باشد این یعنی اینکه فعالیت  $\bar{z}_m$  زمانی شروع می‌شود که تمام فعالیت‌های پیش‌نیازیش تمام شده باشند.

#### ۴. الگوریتم ترکیبی پیشنهادی

همانطور که قبلاً گفته شد مساله RCPS جزء مسائل NP-hard محسوب می‌شود و حل آن در ابعاد بزرگ از طریق روشهای دقیق برنامه‌ریزی خطی امکان‌پذیر نبوده و یا به مدت زمان بالایی نیاز دارند لذا برای حل این‌گونه مسائل از روش‌های فرآبتكاری استفاده می‌شود. در این تحقیق برای حل مساله RCPS، از الگوریتم فرآبتكاری شبیه‌سازی تبرید استفاده شده است که در آن از عملگرهای تقاطع و جهش الگوریتم ژنتیک کمک گرفته می‌شود. استفاده از فرآیند سرمایش در مباحث بهینه‌سازی اولین بار توسط کرک پاتریک<sup>۱۹</sup> در سال ۱۹۸۰ تحت عنوان شبیه‌سازی تبرید<sup>۲۰</sup> (SA) پیشنهاد شد [۲۱]. این روش با استفاده از قواعد علم فیزیک آماری به وجود آمده و به دنبال یافتن راهی برای استفاده از این قواعد در بستر بهینه‌سازی ترکیبی<sup>۲۱</sup> می‌باشد. فرآیند این الگوریتم همانند شکل گیری کریستال‌های فلز گداخته در حین خنک شدن است. شبیه‌سازی تبرید، الگوریتمی است که بوسیله حرکت تدریجی از یک جواب قابل قبول به جواب دیگر، به سمت بهینه کردن تابع هدف می‌رود.

در شبیه‌سازی تبرید در هر تکرار، تفاوت بین مقدار تابع هدف به ازای جواب داوطلب و میزان تابع هدف به ازای جواب جاری محاسبه می‌شود ( $\partial$ ). اگر این تفاوت مطلوب بود، جواب داوطلب پذیرفته می‌شود و جایگشت دیگری انتخاب می‌شود. تا این قسمت از فرآیند، همانند الگوریتم‌های بهبود دهنده محلی بود. ولی آنچه

نیازی بیان می‌کنند که هیچ فعالیتی را نمی‌توان در زمان  $t$  زمان‌بندی کرد مگر آن که تا زمان  $t$  تمام پیش نیازهای آن اتمام یافته باشند. فرض شده است که تمام فعالیت‌ها در زمان صفر آماده هستند و نیز زمان آماده سازی برای فعالیت‌ها متصور نیست و جزئی از زمان انجام فعالیت درنظر گرفته شده است. مابین فعالیت‌ها اولویت وجود ندارد. به عبارت دیگر هیچ فعالیتی بر فعالیت دیگر ارجحیت ندارد. هر فعالیتی که آغاز می‌شود باید بدون وقهه تا انتهای انجام شود و قطع فعالیت‌ها جایز نیست. منابع به صورت تجدیدپذیر درنظر گرفته شده‌اند. به این معنی که هر منبع در هر پریود زمانی دارای سقف استفاده مشخصی است و پیش از آن نمی‌توان از آن منبع استفاده کرد و منابع در ابتدای هر پریود زمانی کاملاً در دسترس هستند. با توجه به این مفروضات، مدل ریاضی مساله به صورت زیر ارائه می‌شود:

$$\text{Min} \tilde{S}_{n+1} \quad (11)$$

Subject to:

$$\tilde{S}_0 = 0 \quad (12)$$

$$\tilde{S}_i + \tilde{d}_i \leq \tilde{S}_j \forall i, j \in P_i \quad (13)$$

$$\sum_{j \in t} r_{jk} \leq b_k \quad k = 1, \dots, m, t = 1, \dots, T \quad (14)$$

$$\tilde{d}_{n+1} = 0 \quad (15)$$

$$\tilde{d}_0 = 0 \quad (16)$$

$$\tilde{S}_i + \tilde{d}_i = \tilde{F}_i \quad i = 1, \dots, n. \quad (17)$$

$$A_t = \{j \in V | \tilde{S}_j \leq t \leq \tilde{F}_j\} \forall j \quad (18)$$

$$\tilde{S}_j \geq \max\{\tilde{F}_i\} \forall i \in p, \quad j = 1, \dots, n \quad (19)$$

$$\tilde{S}_j \in T F N_j = 1, \dots, n. \quad (19)$$

پارامترهای مورد استفاده در مدل، به صورت تعريف شده‌اند:

V: مجموعه رأسهای گراف (گره‌ها)

J= {0,1,...,n+1} : مجموعه فعالیت‌های پروژه

$\tilde{r}$ : مدت زمان انجام فعالیت  $j$  که به صورت عدد فازی ذوزنقه‌ای می‌باشد.

$\tilde{S}$ : زودترین زمان شروع فعالیت  $j$  که به صورت عدد فازی ذوزنقه‌ای می‌باشد.

$\tilde{F}$ : زودترین زمان پایان فعالیت  $j$  که به صورت عدد فازی ذوزنقه‌ای می‌باشد.

$A_t$ : مجموعه فعالیت‌هایی که در دوره  $t$ ، در حال انجام هستند و از آنها به عنوان مجموعه فعالیت‌های فعال<sup>۱۷</sup> یاد می‌شود.

P(j): مجموعه فعالیت‌های پیش‌نیاز فعالیت  $j$

Q(J): مجموعه کل فعالیت‌های پس‌نیاز فعالیت  $j$

$b_k$ : حداقل‌مقدار موجود از منبع نوع <sup>۱۸</sup>

$b_{ik}$ : مقدار لازم از منبع نوع K برای انجام فعالیت i

T: حداقل مدت زمان تکمیل پروژه

امتحان می‌کنیم، مشخصات یک مرحله فریز شده عبارتند از: تعداد جواب‌های امتحان شده در یک دما از حد مورد نظر گذشته باشد و یا اینکه تعداد از پیش تعیین شدهای از جواب‌ها چک شوند بدون اینکه هیچ یک از آنها شرایط پذیرش را داشته باشند. در شکل (۱) گام‌های اساسی الگوریتم پیشنهادی آورده شده است: پارامترهای به کار رفته در این گام‌ها، به صورت زیر تعریف می‌شود:  $T_0$  درجه حرارت اولیه،  $\alpha$  ضریب سردی،  $K$  شمارنده تغییر درجه حرارت،  $K_n$  تعداد مجاز تغییر درجه حرارت (معیار خروج از حلقه بیرونی یا توقف الگوریتم)،  $L$  شمارنده تکرار همسایگی در هر درجه حرارت،  $L_n$  تعداد تکرار همسایگی در هر درجه حرارت (معیار خروج از حلقه درونی)،  $Z$  جواب شدنی،  $F(Z)$  مقدار تابع هدف به ازای جواب شدنی  $Z$  Best بهترین جواب شناخته شده است. در ادامه، استخوان‌بندی الگوریتم SA، شامل نحوه نمایش جواب، تولید جواب اولیه، نحوه تولید جواب همسایه بطور مختصر شرح داده می‌شوند.

متفاوت است اینکه در الگوریتم شبیه‌سازی تبرید اگر  $\delta$  مطلوب نبود، جواب کاندید حتماً رد نمی‌شود بلکه با احتمالی از پیش تعیین شده ممکن است پذیرفته شود. به این ترتیب، شبیه‌سازی تبرید، علاوه بر حرکت در یک سراسری ممکن است در یک مسیر سربالای هم حرکت کند و با این فرآیند الگوریتم شبیه‌سازی تبرید امکان فرار از دام بهینه‌های محلی را فراهم می‌آورد [۲۲]. احتمال پذیرش «جواب غیر بهبود دهنده» به صورتی محاسبه می‌شود که به عواملی بستگی دارد که عبارت از موارد زیر است:

الف. درجه حرارت مساله.  
ب. درجه حرارت مساله.

توجه به این دو عامل، احتمال پذیرفتن جوابی که بهبود دهنده نیست (با افزایش فاصله از بهینه جاری) کاهش می‌یابد و هر چه درجه حرارت مساله پایین‌تر باشد، باید با احتمال کمتری جواب نامطلوب را بپذیریم تا کریستال‌ها به صورت مناسبی شکل بگیرند یا به عبارت دیگر همگرایی نهایی الگوریتم به جواب بهینه حفظ شود. تا هنگامی که به یک مرحله فریز شده برسیم جواب جدید را

```

K=0, T=T₀, ZBest=∅
Generate Z₀
ZBest=Z₀
Do (Outside loop)
L=0
Do (Inside loop)
Select a operator (1-Opt or 2-Opt)
Randomly and run over ZL as:
    operator
    ZL → ZNew
    Δf = f(ZNew) - f(ZBest)
    If Δf < 0 Then
        ZBest = ZNew and L=L+1, ZL = ZNew
    Else
        Generate Y → U(0,1) Randomly
        Set Z = Exp(-Δf / Ti)
        If Y < Z Then L=L+1, ZL = ZNew
    End if
Loop While (L < Ln)
K = K+1
TK = TK-1 - α TK-1
Loop While (K < Kn and TK > 0)
Print ZBest

```

شکل ۱. گام‌های الگوریتم SA پیشنهاد

$$A_n = A_n \cup \{j^*\};$$

$$ComputD_n, \quad K_{r.rimain}, \forall r \in R;$$

$$If D_n \neq \emptyset then goto step(2) Else n = n + 1;$$

End;

برخی پارامترهای مورد استفاده در این شبه‌کد، به شرح زیر می‌باشند:

$A_n$ : مجموعه فعالیت‌های که تا زمان  $\tilde{t}_n$  زمان‌بندی شده‌اند ولی هنوز تکمیل نشده‌اند و به مجموعه فعال معروف می‌باشند.

$C_n$ : مجموعه فعالیت‌های که تا زمان  $\tilde{t}_n$  به اتمام رسیده‌اند.

$D_n$ : مجموعه فعالیت‌هایی که پیش نیازهای آن‌ها تا زمان  $\tilde{t}_n$  به اتمام رسیده‌اند. یعنی پیش نیازهای آن‌ها در مجموعه  $A_n$  قرار دارند.

(j): قانون اولویت فعالیت‌ها را نمایش می‌دهد.

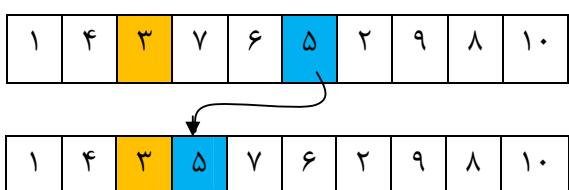
### ۳-۴. تولید جواب همسایه

برای جستجو در فضای شدنی و تولید جواب‌های همسایه، از دو عملگر کارای الگوریتم ژنتیک استفاده می‌شود. که در الگوریتم به صورت تصادفی در هر تکرار یک از این دو عملگر برای تولید جواب همسایه استفاده می‌شود. و این دو عملگر، به ترتیب زیر تعریف می‌شوند.

- **عملگر جهش<sup>۲۴</sup> (Opt - ۱):**

در این بخش روش بکارگرفته شده برای تولید جواب همسایه از جواب جاری شرح داده شده است. برای تولید جواب همسایه بعد از تولید جواب اولیه، یک فعالیت به تصادف انتخاب می‌شود. این فعالیت به بعد از آخرین فعالیت از فعالیت‌های پیش‌نیازش در لیست فعالیت انتقال داده می‌شود.

فرض کنید که جواب اولیه‌ای توسط الگوریتم به صورت شکل (۳) تولید شده است. کار ۵ را در نظر بگیرید. تنها پیش نیاز این فعالیت، فعالیت شماره ۳ بوده است. پس کار ۵ می‌تواند بلافصله بعد از کار ۳ اغاز شود. در این مثال فعالیت ۵ به بعد از کار ۳ انتقال داده شده است.



شکل ۳. روش تولید جواب همسایه

- **عملگر تقاطعی<sup>۲۵</sup> (Opt - ۲):**

فرض کنید دو کروموزم از جمعیت جاری بعنوان پدر و مادر به صورت زیر داشته باشیم:

$$M = \{w_1^M, w_2^M, \dots, w_j^M\},$$

$$F = \{w_1^F, w_2^F, \dots, w_j^F\}$$

### ۴-۱. نحوه نمایش جواب

در تمام الگوریتم‌های فراتکاری، بدلیل نیاز به حل شدنی در شروع کار، لازم است حل شدنی بر طبق ساختار مشخصی ذخیره گردد که به این ساختار، نحوه نمایش جواب می‌گویند. یک حل شدنی برای مسئله مورد نظر، در شکل (۲) نشان داده شده است. این شکل یک ماتریس یک بعدی با ابعاد  $1 \times n$  است و این سطر ترتیب فعالیت‌ها به بگونه‌ای نشان نشان می‌دهد که از چپ به راست، فعالیت‌ها به ترتیب در اولویت اجرا هستند.

1	2	4	.....	n
---	---	---	-------	---

شکل ۲. نحوه نمایش جواب

### ۴-۲. تولید جواب اولیه

در مسئله زمان‌بندی پروژه، برای تولید جواب اولیه از روشی استفاده می‌شود که آن را روش تولید زمان‌بندی می‌نامیم. این روش نقش بسیار مهمی در اکثر روش‌های ابتکاری و فراتکاری و حل این مسئله ایفا می‌کند. این روش یک فهرست نمایشمند لیست فعالیت، کلید تصادفی یا نمایش قانون اولویت (priority rule) را گرفته و آن را تبدیل به یک برنامه زمان‌بندی می‌کند. دو نوع مختلف از این روش وجود دارد؛ برنامه تولید زمان‌بندی سری<sup>۲۶</sup> و برنامه تولید زمان‌بندی موازی<sup>۲۷</sup>. در این تحقیق، با توجه به مطالعات انجام شده توسط مسیح وهمکاران [۲۲]، از روش زمان‌بندی موازی که دارای کارای بهتری است استفاده می‌کنیم. همچنین براساس تحقیق کولیش [۲۴] برای تبدیل یک شکل نمایش جواب به یک زمان‌بندی شدنی، در اینجا از یک روش زمان‌بندی موازی فازی استفاده شده و آنرا فازی نموده‌ایم. شبه کد برنامه تولید زمان‌بندی موازی (PSS) به صورت زیر آمده است:

PSS

Initialisation:  $n = 1, \tilde{t}_n = 0, D_n = \{1\}, A_n = C_n := \emptyset, K_{r.rimain} = K_r, \forall r \in R, GotoStep(2);$

While  $|A_n \cup C_n| < JD$  do

(1)  $\tilde{t}_n = \min\{\tilde{T}_j \mid j \in A_{n-1}\};$

$A_n = A_{n-1} \setminus \{j \mid j \in A_{n-1}, \tilde{T}_j = \tilde{t}_n\};$

$C_n = C_{n-1} \cup \{j \mid j \in A_{n-1}, \tilde{T}_j = \tilde{t}_n\};$

$ComputD_n, K_{r.rimain}, \forall r \in R;$

(2)  $j^* := \min_{j \in D} \{j \mid \alpha(j) = \min_{i \in D_n} \{\alpha(i)\}\};$

$\tilde{T}_{j^*} := \tilde{t}_n + \tilde{d}_{j^*};$

است. در این بخش، ابتدا پارامترهای ورودی مساله و نتایج حل الگوریتم پیشنهادی بحث می‌گردد و در ادامه سنجش اعتبار الگوریتم SA پیشنهادی نشان داد می‌شود.

پارامترهای ورودی مساله، شامل پارامترهای عمومی و پارامترهای کنترلی SA می‌باشد. پارامترهای عمومی مربوط به مشخصات فعالیت‌ها و منابع می‌باشند که پارامترهای مربوط به فعالیت‌ها عبارتند از: زمان انجام هر فعالیت، فعالیت‌های پیشنهادی برای هر فعالیت، تعداد فعالیت‌ها، منابع مورد نیاز هر فعالیت و یک لیست اولویت از فعالیت‌ها می‌باشد که برای تولید جواب اولیه مورد استفاده قرار می‌گیرد که با استفاده از این روش جمعیت اولیه متشکل از ۲۰ کروموزوم بعنوان ورودی الگوریتم تولید می‌کنیم. پارامترهای مربوط به منابع شامل تعداد منابع و مقدار موجود از هر کدام می‌باشد.

**۱-۵. پارامترهای کنترلی الگوریتم پیشنهادی**

پارامترهای کنترلی SA، شامل حداکثر تکرار جواب در هر درجه حرارت (معیار خروج از حلقه درونی)، حداکثر دفعات تغییر درجه حرارت (معیار خروج از حلقه بیرونی)، دمای اولیه، دمای نهایی و ضریب سردی است که بر اساس مقالات ادبیات مربوطی و بخصوص تحقیق دانش‌بايه [۲۶] به ترتیب برابر  $1, 100, 5, 0.95$  و  $0.95$  انتخاب می‌شود. البته امکان تغییر این پارامترها به طور دستی، در برنامه اصلی وجود دارد. داده‌های مرتبط با پارامترهای ورودی و نیز بازه تولید آن‌ها، در جدول (۱) مشخص شده است.

دو فرزند جدید پسر و دختر با استفاده از تقاطع تک نقطه‌ای به صورت زیر تولید می‌کنیم:

$$D = \{w_1^D, w_2^D, \dots, w_j^D\},$$

$$S = \{w_1^S, w_2^S, \dots, w_j^S\}$$

برای تولید فرزند دختر، عدد  $i$  را به صورت تصادفی تولید می‌کنیم بطوریکه  $J < i < 0$ . فرزند دختر به این صورت تولید می‌شود: (a)-برای

$$w_i^M = w_i^D \quad i = 1, 2, \dots, r$$

(b)-اعضاء  $i \in D$  برای  $r < i$ ، از کروموزم پدر گرفته می‌شوند

بطوریکه تکراری نیز نباشند به صورت زیر:

$$w_i^D = w_k^F,$$

$$\min\{(k | w_k^F \notin \{w_1^M, w_2^M, \dots, w_{i-1}^M\}), k = 1, 2, \dots, J\})$$

آقای هارتمن<sup>۴</sup> [۲۵] ثابت کرد که این روش یک جواب شدنی از لحاظ روابط تقدمی تولید می‌کند. فرزند پسر نیز همانند فرزند دختر تولید می‌شود با این تفاوت که موقعیت‌های  $i=1, 2, \dots, r$  از والد پدر گرفته می‌شوند.

## ۵. نتایج محاسباتی

مدل ریاضی ارائه شده در این تحقیق، با استفاده از الگوریتم SA پیشنهادی، در محیط نرم‌افزار MATLAB نسخه ۷.۸ کدنویسی شده است و در یک لپ‌تاپ i5 CORE با ۲.۴ گیگا هرتز، اجرا شده

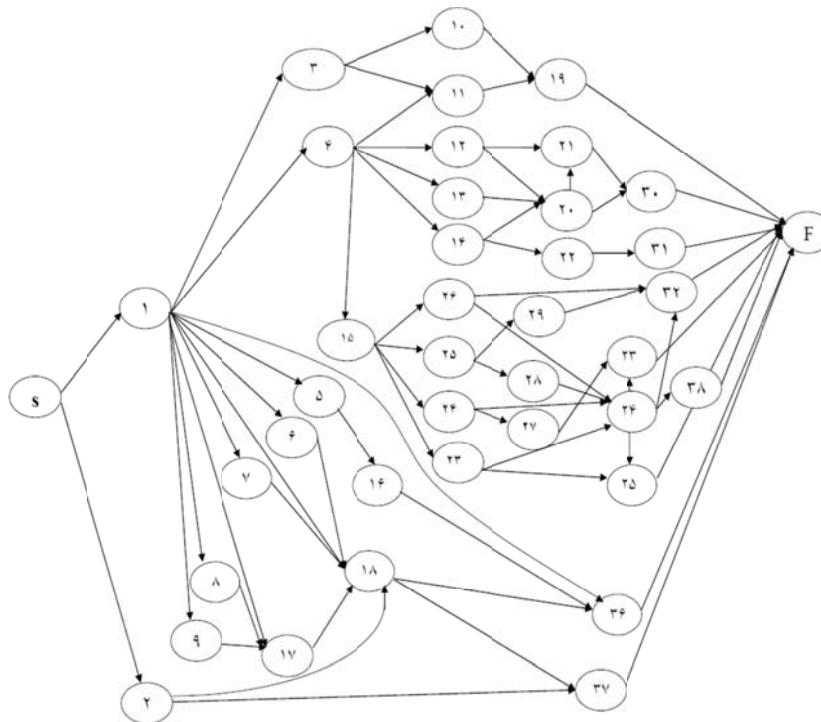
جدول ۱. داده‌های مربوط به پارامترهای ورودی

موحدیت	پارامتر	مقدار داده‌ها یا روش تولید داده‌ها
تعداد فعالیت	زمان انجام فعالیت	$\tilde{d}_j$ ، که به صورت عدد فازی ذوزنقه‌ای می‌باشد و مطابق جدول (۱-۴) در دسترس است
فعالیت	مجموعه فعالیت‌های پیشنهادی	$P_j$ ، طبق اطلاعات جدول (۱-۴)
منابع	منابع مورد نیاز فعالیت	$r_{ij}$ ، $\forall i, j$ ، طبق اطلاعات جدول (۱-۴)
تعداد منابع	تعداد جواب‌های	۲
منابع	مقدار موجود از هر منبع	$R_{k,k=1,2}$ (مطابق داده‌های بخش (۲-۴) به ترتیب برابر $150$ و $100$ واحد است)
لیست اولویت	یک سطر با $n$ ستون	یک سطر از طریق این مجموعه داده‌ها
برنامه	تعداد جواب‌های	۱۰۰
کنترل	حداکثر تعداد تغییر دما	۱۰۰
برنامه	دمای اولیه	۵
	دمای نهایی	۰/۹۵
	نرخ کاهش دما	

شبکه پیشنبایی مساله نمونه در شکل (۴) رسم شده است. فعالیت‌های S و E فعالیت‌های شروع و پایان پروژه‌می باشند که به صورت مجازی تعریف شده‌اند. در این مساله زمان فعالیت‌ها به صورت اعداد فاصلی ذوزنقه‌ای در نظر گرفته شده که توسط افراد خبره برآورده شده‌اند و منابع تجدیدپذیر برای این مساله به دو دسته نیروی انسانی و ماشین آلات تقسیم می‌شوند. و مقدار موجود از این منابع به ترتیب ۱۵۰ نفر و ۱۰۰ دستگاه می‌باشد.

#### ۶. اجرای الگوریتم پیشنهادی

برای نشان دادن جواب ارائه شده توسط الگوریتم طراحی شده، بخش نصب سازه‌های فلزی شامل ۴۰ فعالیت، از یک پروژه احداث پالایشگاه در دنیای واقعی از طریق مصاحبه با افراد خبره در پروژه به عنوان مساله نمونه این تحقیق انتخاب شد و سپس داده‌های مورد نیاز برای زمان‌بندی این بخش از پروژه، از خبرگان پروژه احصاء شد که این اطلاعات در جدول (۱) آورده شده است.



شکل ۴. گراف روابط پیشنبایی مساله نمونه

در جدول (۲) اطلاعات پروژه شامل پیش نیازهای فعالیت‌ها به همراه میزان استفاده هر فعالیت از دو منبع در نظر گرفته شده است. همراه میزان استفاده هر فعالیت شاملاً انجام می‌شود.

جدول ۲. اطلاعات هر فعالیت شامل زمان انجام، منابع مورد نیاز و فعالیت‌های پیشنبایی هر فعالیت

نام فعالیت	کد فعالیت	مدت فعالیت	فعالیت‌های پیشنبایی	منابع مورد نیاز	
				$r_1$	$r_2$
شروع	۱	(۰ ۰ ۰ ۰)	-	-	-
Arr.on SITE STEEL STRUCTURE CDU Unit 01	۲	(۱۲ ۱۴ ۱۶ ۱۷)	۱	۲۰	۲۳
ERECT.MED.-HEAVY STR-01-004 up to First Level	۳	(۴۱ ۴۳ ۴۶ ۴۹)	۱	۴۱	۳۰
MEDIUM-HEAVY STR. STR-51-002 up to First Level	۴	(۲۶ ۲۸ ۳۱ ۳۵)	۲	۲۷	۲۳
Arr.on SITE STEEL STRUCTURE CDU Unit 51	۵	(۱۲ ۱۴ ۱۶ ۱۷)	۲	۳۳	۲۹

ERECT.MED.-HEAVY STR-01-002 up to Intemed.Level	۶	(۵۵ ۵۸ ۶۲ ۶۵)	۲	۳۸	۳۴
ERECT.MED.-HEAVY STR-01-005 up to Top	۷	(۲۲ ۲۳ ۲۶ ۲۷)	۲	۳۲	۲۲
ERECT.MED.-HEAVY STR-01-006 up to TOP	۸	(۱۲ ۱۴ ۱۶ ۱۷)	۲	۳۳	۱۵
ERECT.MED.-HEAVY STR-01-002 up to First Level	۹	(۲۶ ۲۸ ۳۱ ۳۵)	۲	۳۴	۱۸
ERECT.MED.-HEAVY PR-01-003 to Closed Blowdown	۱۰	(۲۷ ۲۸ ۳۱ ۳۳)	۲	۳۶	۱۹
MEDIUM-HEAVY STR-51-002 up to Intermediate Level	۱۱	(۵۵ ۵۸ ۶۲ ۶۵)	۴	۵۹	۴۷
MEDIUM-HEAVY STR. STR-51-004 up to First Level	۱۲	(۴۱ ۴۳ ۴۶ ۴۹)	۵۹۴	۴۴	۳۸
MEDIUM-HEAVY STR.STR-51-005 up to First Level	۱۳	(۲۱ ۲۴ ۲۶ ۲۷)	۱۲ و ۵	۳۹	۱۸
MEDIUM-HEAVY STR-51-003 up to Intermediate Level	۱۴	(۴۱ ۴۳ ۴۶ ۴۹)	۵	۳۷	۲۶
MEDIUM-HEAVY STR. STR-51-006 up to TOP	۱۵	(۱۲ ۱۴ ۱۶ ۱۷)	۵	۲۱	۱۶
Arr.on SITE STEEL STRUCTURE CDU Unit 71.	۱۶	(۱۲ ۱۴ ۱۶ ۱۷)	۵	۲۹	۲۵
ERECT.MED.-HEAVY STR-01-003 up to Intemed.Level	۱۷	(۴۱ ۴۳ ۴۶ ۴۹)	۶	۳۹	۴۰
ERECT.MED.-HEAVY STR-01-005 up to First Level	۱۸	(۲۱ ۲۴ ۲۶ ۲۷)	۹ و ۳ و ۲	۵۵	۳۴
ERECT.MEDIUM-HEAVY STR. CDU Unit 01	۱۹	(۴۲۸ ۴۳۵ ۴۴۵ ۴۵۰)	۸ و ۷ و ۲	۹۷	۷۸
MEDIUM-HEAVY STR. STR-51-002 up to TOP	۲۰	(۱۲ ۱۴ ۱۶ ۱۷)	۱۵ و ۱۴ و ۱۳	۳۴	۱۴
ERECT.MEDIUM-HEAVY STR. CDU Unit 51	۲۱	(۱۲ ۱۴ ۱۷ ۱۸)	۲۰ و ۱۱	۱۲	۱۶
MEDIUM—HEAVY STR. STR-51-003 up to top	۲۲	(۲۶ ۲۹ ۳۲ ۳۵)	۱۴	۲۸	۱۹
MEDIUM-HEAVY STR. STR-51-004 up to Top	۲۳	(۴۲ ۴۳ ۴۷ ۴۹)	۱۳ و ۲۰	۲۳	۴۵
MEDIUM-HEAVY STR-71-003 up to Intermediate Level	۲۴	(۴۲ ۴۴ ۴۷ ۴۹)	۱۶	۱۹	۲۱
MEDIUM-HEAVY STR. STR-71-002 up to First Level	۲۵	(۲۶ ۲۸ ۳۱ ۳۵)	۱۶	۳۴	۲۳
MEDIUM-HEAVY STR. STR-71-004 up to First Level	۲۶	(۴۰ ۴۳ ۴۷ ۴۹)	۱۶	۲۳	۱۳
MEDIUM-HEAVY STR.STR-71-005 up to First Level	۲۷	(۲۰ ۲۳ ۲۶ ۲۹)	۱۶	۲۷	۲۳
MEDIUM—HEAVY STR. STR-51-006 up to TOP	۲۸	(۱۱ ۱۴ ۱۶ ۱۸)	۲۴	۱۳	۱۵
MEDIUM-HEAVY STR-71-002 up to Intermediate Level	۲۹	(۵۷ ۵۸ ۶۲ ۶۵)	۲۵	۴۳	۳۴
MEDIUM-HEAVY STR. STR-71-004 up to Top	۳۰	(۴۰ ۴۳ ۴۷ ۴۹)	۲۵	۲۳	۱۳
MEDIUM-HEAVY STR. Road Crossing U71 CDU	۳۱	(۵۶ ۵۹ ۶۲ ۶۵)	۲۱ و ۲۰	۳۲	۳۷
MEDIUM-HEAVY STR. STR-51-005 up to Top	۳۲	(۲۰ ۲۳ ۲۶ ۲۹)	۲۲	۱۸	۱۲

ERECT.MEDIUM-HEAVY STRUCT.ST.CDU Unit 71	۳۳	(۴۸۰ ۴۹۰ ۵۲۰ ۵۲۵)	۳۴ و ۲۹ ۲۶	۱۲۰	۷۹
MEDIUM-HEAVY STR.STR-71-002 up to TOP	۳۴	(۱۲ ۱۴ ۱۷ ۱۸)	۳۴ و ۲۷	۲۳	۱۲
MEDIUM-HEAVY STR. STR-71-005 up to Top	۳۵	(۲۲ ۲۴ ۲۶ ۲۸)	۲۸ و ۲۶ ۲۴ و ۲۳	۳۶	۲۲
MEDIUM-HEAVY STR. STR-71-003 up to Top	۳۶	(۲۷ ۲۹ ۳۰ ۳۲)	۳۴ و ۲۳	۱۹	۲۱
ERECT.MED.-HEAVY STR-01-003 up to Top	۳۷	(۲۷ ۲۹ ۳۰ ۳۲)	۱۸ و ۱۶ ۱	۲۱	۲۸
ERECT.MED.-HEAVY STR-01-004 up to Top	۳۸	(۴۰ ۴۳ ۴۷ ۴۹)	۱۸ و ۲	۶۵	۴۵
OTHER MEDIUM-HEAVY STR. U71 CDU-3	۳۹	(۲۳۳ ۲۳۷ ۲۴۵ ۲۴۷)	۳۴	۹۵	۷۶
پایان	۴۰	(۰ ۰ ۰ ۰)	۳۳ و ۳۲ و ۲۸ و ۲۱ ۲۶ و ۳۵ و ۳۴	-	-

شروع به صورت عدد فازی ذوزنقه‌ای می‌باشد که از جمع این اعداد با زمان انجام فعالیت‌ها، زمان پایان هر فعالیت به صورت عدد فازی ذوزنقه‌ای بدست می‌آید.

این مساله بوسیله الگوریتم پیشنهادی حل شده است و جواب نهایی تولید شده توسط الگوریتم، در جدول (۳) نشان داده شده است. در این جدول زمان آغاز فعالیت‌ها به عنوان جواب نهایی تولید شده، ارائه شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود زمان‌های

جدول ۳. زمان نهایی شروع فعالیت‌ها

فعالیت	زمان شروع بهینه فعالیت	فعالیت	زمان شروع بهینه فعالیت	فعالیت
۲۱	(۶۴۹ ۶۷۳ ۷۰۴ ۷۲۸)	۲۱	(۰ ۱۲۳)	۱
۲۲	(۶۶۱ ۶۸۷ ۷۲۰ ۷۴۵)	۲۲	(۰ ۱۲۳)	۲
۲۳	(۶۷۳ ۷۰۰ ۷۳۷ ۷۶۳)	۲۳	(۴۳ ۴۶ ۴۷ ۴۹)	۳
۲۴	(۶۰۹ ۶۳۰ ۶۵۹ ۶۸۰)	۲۴	(۰ ۱۲۳)	۴
۲۵	(۶۲۷ ۶۴۶ ۶۷۲ ۶۹۴)	۲۵	(۴۳ ۴۶ ۴۷ ۴۹)	۵
۲۶	(۶۵۳ ۶۷۴ ۷۰۴ ۷۲۸)	۲۶	(۵۰۹ ۵۵۲ ۵۴۰ ۵۵۴)	۶
۲۷	(۶۹۳ ۷۱۷ ۷۵۰ ۷۵۵)	۲۷	(۱۲ ۱۴ ۱۶ ۱۷)	۷
۲۸	(۱۲۳۶ ۱۲۷۷ ۱۳۴۹ ۱۳۸۹)	۲۸	(۴۳ ۴۶ ۴۷ ۴۹)	۸
۲۹	(۷۱۶ ۷۴۴ ۷۴۸ ۸۱۱)	۲۹	(۵۳ ۵۹ ۶۳ ۶۹)	۹
۳۰	(۷۱۶ ۷۴۴ ۷۴۸ ۸۱۱)	۳۰	(۵۰۹ ۵۲۲ ۵۴۰ ۵۵۴)	۱۰
۳۱	(۷۵۶ ۷۸۷ ۸۲۹ ۸۵۹)	۳۱	(۱۲ ۱۵ ۱۸ ۲۰)	۱۱
۳۲	(۱۲۹۳ ۱۳۳۵ ۱۴۱۲ ۱۴۵۴)	۳۲	(۵۳۵ ۵۴۹ ۵۵۷۱ ۵۸۶)	۱۲
۳۳	(۱۲۳۶ ۱۲۷۷ ۱۳۴۹ ۱۳۶۹)	۳۳	(۵۷۶ ۵۹۲ ۶۱۷ ۶۳۳)	۱۳
۳۴	(۱۲۳۶ ۱۲۷۷ ۱۳۴۹ ۱۳۶۹)	۳۴	(۵۰۹ ۵۲۲ ۵۴۰ ۵۵۴)	۱۴
۳۵	(۶۴۰ ۶۷۳ ۷۰۶ ۷۲۹)	۳۵	(۵۵۱ ۵۶۶ ۵۷۸ ۶۰۳)	۱۵
۳۶	(۶۰۹ ۶۳۰ ۶۵۹ ۶۸۰)	۳۶	(۵۹۷ ۶۱۶ ۶۴۳ ۶۶۲)	۱۶
۳۷	(۱۲۹۳ ۱۳۳۵ ۱۴۱۲ ۱۴۵۴)	۳۷	(۵۶۴ ۵۷۹ ۶۰۱ ۶۱۹)	۱۷
۳۸	(۱۲۳۶ ۱۲۷۷ ۱۳۴۹ ۱۳۶۹)	۳۸	(۶۰۶ ۶۲۳ ۶۴۶ ۶۶۶)	۱۸
۳۹	(۱۳۰۵ ۱۳۴۸ ۱۳۲۹ ۱۴۷۲)	۳۹	(۷۹ ۸۷ ۹۵ ۱۰۴)	۱۹
۴۰	(۱۴۲۳ ۱۴۵۴ ۱۴۵۰ ۱۵۷۳)	۴۰	(۵۷۶ ۵۹۲ ۶۱۷ ۶۳۳)	۲۰

از مسائل دنیای واقعی می‌باشد که هم‌اکنون پرتوه در حال اجرا می‌باشد که پس از تکمیل پرتوه، نتایج حاصله از اجرای پرتوه می‌تواند با نتایج ارائه شده توسط الگوریتم پیشنهادی مقایسه گردد و کارایی و اعتبار سنجی الگوریتم مورد ارزیابی و سنجش قرار گیرد ولی بدلیل محدودیت زمانی در نظر گرفته شده برای این تحقیق، برای اثبات کارایی الگوریتم پیشنهادی، چند مساله نمونه در ابعاد کوچک که شامل زیرمجموعه‌هایی از مساله واقعی این تحقیق و مسائل نمونه استفاده شده در پیشینه تحقیق می‌باشند، را بال الگوریتم پیشنهادی و نرم‌افزار GAMS حل نموده و نتایج مورد مقایسه و ارزیابی قرار خواهند گرفت. در جدول (۴) جزئیات حل مسائل نمونه در ابعاد کوچک بوسیله نرم‌افزار GAMS و الگوریتم پیشنهادی آورده شده است.

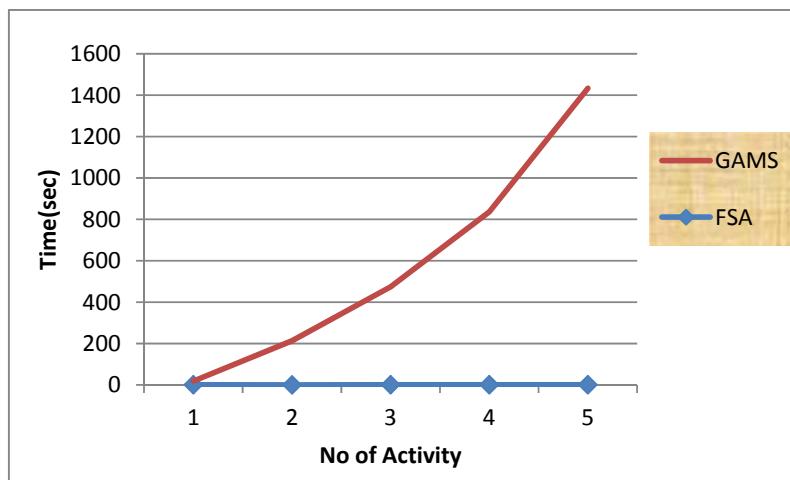
جواب بهینه بدست آمده توسط الگوریتم در جدول (۳) آمده است که شامل زمان فازی شروع فعالیت‌های پرتوه می‌باشد. با استفاده از نتایج آورده شده در جدول، مشاهده می‌گردد که زمان تکمیل بهینه بدست آمده برای پرتوه توسط الگوریتم برابر (۱۴۲۴۱۳۷۹۱۳۰۶۱۲۶۳) است که برابر زمان شروع فعالیت ۱۴۰ مامعلاوه زمان انجام این فعالیت می‌باشد.

#### ۷. اعتبار سنجی الگوریتم پیشنهادی

به منظور اثبات کارایی الگوریتم پیشنهادی، بدلیل نبود نداده‌های لازم و کافی در مقالات مشابه به منظور مقایسه نتایج حل و ارزیابی الگوریتم پیشنهادی، نتایج حل این الگوریتم با نتایج حل بوسیله نرم‌افزار GAMS که یک نرم‌افزار بهینه‌سازی دقیق می‌باشد، مقایسه می‌شوند. البته پرتوه مورد بررسی در این تحقیق، یک پرتوه

جدول ۴. مقایسه نتایج الگوریتم SA با نرم‌افزار GAMS در ابعاد کوچک

درصد انحراف	GAMS	SA	روش حل شماره مساله
۱.۲۱	۸۵	(۷۴۵۸۹۱۱۱۲)=۸۳.۹۶۸۶	$j=8$
۱۷.۷۸۲	۰.۷۷۰۸۶۵	زمان اجرا (ثانیه)	
۰.۱۷	۵۸۶.۰	(۶۱۶۵۹۶۵۷۴۵۵۴)=۵۸۵	$j=10$
۲۱۲.۶۲۴	۰.۴۲۱۴	زمان اجرا (ثانیه)	
۰.۲۹	۶۱۷	(۶۵۰۶۲۸۶۰۳۵۸۰)=۶۱۵.۲۱۰۷	$j=14$
۴۷۳.۶۹۷	۰.۵۱۰۶۴۹	زمان اجرا (ثانیه)	
۲.۷۳	۸۳	(۱۲۰۹۱۷۳۵۵)=۸۵.۲۷۰۵	$j=16$
۸۳۵.۷۹۱	۰.۶۳۸۷۷۶	زمان اجرا (ثانیه)	
۳.۷۸۶	۶۴۹	۶۴۵.۲۱۴	$j=18$
۱۴۳۲.۴۳۲	۱.۲۱۷	زمان اجرا (ثانیه)	
۱.۶۳۷	میانگین انحراف		



شکل ۵. زمان حل مسائل نمونه در الگوریتم پیشنهادی و نرم‌افزار GAMS

4. Shixin Liu
5. Hong Wang
6. Robustness
7. Bell
8. Triangle
9. TrapezoidalWeak Comparison rule
10. Weak Comparison rule
11. Strong Comparison rule
12. Project networks
13. Activity – on – node
14. Activity – on – arc
15. Arc
16. Finish to Start
17. Active set at time t
18. makespan
19. Kirkpatrick
20. Simulated Annealing
21. Combinatorial Optimization
22. Serial Scheduling Generation Schem
23. Parallel Scheduling Generation Schem
24. Mutation
25. Crossover
26. Hartmann

#### مراجع

- [1] Fortemps P. Job shop scheduling with imprecise duration: a fuzzy approach, IEEE Transactions on Fuzzy Systems, (1997), Vol. 5, pp.557-569.
- [2] Pan HQ, Yeh CH. Fuzzy project scheduling, The IEEE International Conference on Fuzzy System,(2003), pp.339-347.
- [3] اشتهرادیان، ا، عباس‌نیا، ر؛ افشار، ع. موازنۀ هزینه- زمان با در نظر گرفتن زمانبندی غیرقطعی، اولین کنفرانس بین‌المللی مدیریت استراتژیک پروژه‌ها، (۱۳۸۷).
- [4] نورنگ، ا، رضوانی، م، رویکرد فازی در زمانبندی پروژه، پنجمین کنفرانس سیستم‌های فازی ایران، شهریورماه (۱۳۸۳)، ص. ۴۲۴-۴۳۱.
- [5] Wang C CH. New approach for ranking fuzzy numbers by distance method, Fuzzy Sets and Systems, (1998), Vol. 95,pp. 307-317.
- [6] Wang J. A fuzzy project scheduling approach to minimize schedule risk for product development, Fuzzy Sets and Systems,(2002), Vol.127, No. 4, pp.99-116.
- [7] Bhaskar T, Manabendra N Pal, Asim K. A heuristic method for RCPSP with fuzzy activity times,European Journal of Operation Research, (2011), Vol. 208, pp.57-66.

از نتایج بدست آمده در جدول (۴) مشاهده می‌گردد که میانگین درصد اختلاف جواب الگوریتم پیشنهادی با الگوریتم دقیق، ۱۶.۳٪ می‌باشد. همچنین مطابق نتایج جدول (۴) و شکل (۵) زمان رسیدن به جواب در الگوریتم پیشنهادی تقریباً ثابت بوده ولی در نرم‌افزار GAMS بهصورت تابع درجه دو افزایش می‌یابد و این نشان می‌دهد که الگوریتم پیشنهادی یک الگوریتم همگرا به جواب بهینه و کارا می‌باشد.

#### ۸. نتیجه‌گیری

در این مقاله، یک مدل فازی برای مساله زمانبندی پروژه تحت عدم قطعیت فعالیت‌ها و محدودیت منابع ارائه گردید و چون مساله RSPS در گروه مسایل سخت دسته‌بندی می‌شود، استفاده از روش‌های کلاسیک بهینه‌سازی جهت دستیابی به جواب‌های بهینه سراسری یا موضعی، امری زمان بر بوده و از پیچیدگی زمان محاسباتی برخوردار می‌باشد. لذا جهت حل این مساله از الگوریتم فرآبتكاری تلفیقی شبیه‌سازی تبریدفازی ترکیب با الگوریتم ژنتیک کمک گرفته شد. هدف این الگوریتم، حداقل کردن زمان تکمیل پروژه می‌باشد و این الگوریتم قادر است ضمن استفاده مستقیم از اعدا فازی، زمان شروع و زمان تکمیل پروژه را بهصورت عدد فازی ارائه کند. در این تحقیق، از نظریه مجموعه‌های فازی برای نمایش عدم قطعیت زمان فعالیت‌ها استفاده شده است. در الگوریتم پیشنهادی برای تولید برنامه زمانبندی، از روش تولید زمانبندی موازی فازی استفاده شده است. برای مقایسه اعداد مورد استفاده در الگوریتم پیشنهادی، از روش رتبه‌بندی فاصله‌ای استفاده شده است. یک مساله نمونه در دنیای واقعی با استفاده از الگوریتم پیشنهادی زمانبندی شد. در نهایت برای سنجش کارایی الگوریتم پیشنهادی، نتایج حل ۵ مساله نمونه در ابعاد کوچک را با نتایج حل نرم‌افزار بهینه‌سازی GAMS مقایسه کردیم و مشاهده نمودیم که الگوریتم پیشنهادی جواب‌های با میانگین انحراف ۱۶.۳٪ از جواب‌های دقیق تولید می‌کند و این در حالی است که زمان حل برای نرم‌افزار دقیق با افزایش ابعاد مساله، به صورت نمایی افزایش می‌یابد در صورتی که زمان حل الگوریتم پیشنهادی به صورت خطی و کمتر از ۲ ثانیه می‌باشد و این نشان می‌دهد که الگوریتم پیشنهادی همگرا بوده و قابلیت رسیدن به جواب بهینه را دارد. از آنجاکه الگوریتم پیشنهادی، قابلیت حل مسائل با داده‌های غیر قطعی را دارد و کارایی آن اثبات شد، الگوریتمی کلبردی بوده و به سادگی قابل استفاده برای مدیران پروژه در پروژه‌های جهان واقعی می‌باشد.

#### پی‌نوشت

1. Resource-constrained project scheduling problem
2. Pan
3. Chanxio Ding

- [20] Cheng CH. New approach for ranking fuzzy numbers by distance method, *Fuzzy Sets and Systems*, (1998), Vol. 95, pp. 307-317.
- [21] Kirkpatrick S, Gelatt CD Jr, Vecchi MP. Optimization by Simulated Annealing, *Science*, (1983), Vol. 220, No. 4598, pp. 671-680.
- [22] Kumar Shukla S, Y Jun Son, MK Tiwari. Fuzzy-based adaptive sample-sort simulated annealing for resource-constrained project scheduling, *Int Adv Manuf Technol*, (2008), Vol. 36, pp. 982-995.
- [23] Maciej H, Andrzej J, Roman S. Fuzzy project scheduling with multi criteria, project scheduling with positive discounted cash flows and different payment models, *European Journal of Operational Research*, (2002), pp. 1277-1282.
- [24] Kolisch R. Serial and parallel resource-constrained project scheduling methods revisited, *Theory and computation*, *European Journal of Operational Research*, (1996), Vol. 90, pp. 320-333.
- [25] Hartmann S. Project scheduling under limited resources: models, methods, and applications, *berlin Heidelberg*, Speringer-Verlag, (1999).
- [۲۶] دانش‌بایه، حمزه، زمانبندی پروژه تحت عدم قطعیت مدت فعالیت‌ها با استفاده از یک الگوریتم فراابتکاری (مطالعه موردنی)، پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه جامع امام حسین (ع)، دانشکده فنی و مهندسی، اسفند (۱۳۹۰).
- [8] Liou TS, Wang MJ. Ranking fuzzy numbers with integral value, *Fuzzy Sets and Systems*, (1992), Vol. 50, No. 6, pp. 247-255.
- [9] Soltani A, HajiR. A project scheduling method based on fuzzy theory, *Journal of Industrial and SYSTEM Engineering*, (2007), Vol. 1, No. 1, pp 70-80.
- [۱۰] سیفزاده‌رآبدی، ح. برنامه‌ریزی و زمانبندی پروژه با محدودیت منابع و زمان‌های تصادفی فعالیت‌ها، پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه صنعتی شریف، شهریور (۱۳۸۹).
- [11] Pan H, Robert J, Wilish Yeh CH. Resource-Constrained Project Scheduling with Fuzziness, *Industrial Engineering and Management Systems Conference*, (2008).
- [12] Chanxio D, Xingsang Z. Project Scheduling Problem with Uncertain Activity Duration Times, (2011).
- [13] Shixin Lin, KLYung WHIP. Genetic local search for resource-constrained project scheduling under uncertainty, *Informationand Management Sciences*, (2007), Vol. 18, No. 4, pp. 374-363.
- [14] Wang H, Dan L, Minqiang L. A Genetic Algorithm for Solving Fuzzy Resource -Constrained Project Scheduling problem, *International Conference on Natural Computation*. Springer (2005).
- [15] Blazewicz J, Lenstra JK, Rinnooy Kan AHG. Scheduling subject to resource constraints, *Discrete Applied mathematics*, (1983), Vol. 5, pp. 11-24.
- [16] Ghazanfari AM, Yousefli MA, Bozorgi-Amiri A. New approach to solv time-cost trade-off problem with fuzzy decision variable, *Int J Adv Manu Technol*, (2009), Vol. 42, pp. 408-414.
- [۱۷] غضنفری، م؛ رضایی، م. مقدمه‌ای بر نظریه مجموعه‌های فازی، انتشارات دانشگاه علم و صنعت ایران، سال (۱۳۸۵).
- [18] Shixin Lin, KLYung WHIP. Genetic local search for resource- constrained project scheduling under uncertainty, *Information and management sciences*, (2007), Vol. 18, No. 4, pp. 374-363.
- [19] Hongqi Pan, Robert J, Chung-Hsing Y. Resource- constrained poroject scheduling with fuzziness, *Fuzzy Sets and Systems*, (2004), Vol. 95, pp. 307-317.