International Journal of Industrial Engineering & Production Management (2014)

July 2014, Volume 25, Number 2
pp. 143-153

http://IJIEPM.iust.ac.ir/

Developing the Zone Control Chart Using Fuzzy Data

M. Nojavan*

Majid Nojavan, *Assistance professor of Industrial Engineering-Industrial Engineering Faculty-Islamic Azad University-South Tehran Branch*

Keywords

Statistical process Control (SPC),
Control Chart,
Zone Control Chart (ZCC),
Fast Initial Response (FIR),
Fuzzy Sets,
Fuzzy X-Bar Control Chart

ABSTRACT

In this paper the Zone Control Chart (ZCC) is developed using fuzzy data. The proposed chart is called as fuzzy zone control chart (FZCC). The control limits, zone scores and samples in FZCC are as triangular or trapezoidal fuzzy numbers. The performance of the fuzzy zone control chart is compared to fuzzy X-bar control chart by a simulation program. Using these experiments, it is shown that there are fuzzy zone control charts with result in superior average run length (ARL) performance in comparison to fuzzy X-bar control chart.

© 2014 IUST Publication, IJIEPM. Vol. 25, No. 2, All Rights Reserved

* **Corresponding author. Majid Nojavan**
Email: *mnojavan@azad.ac.ir*

[Downloaded from ijiepm.iust.ac.ir on 2026-09-14]

نشـــریه بین المللـــی مهنـــدسی صنـــایع و مدیـــریت تولیـــد

شمـــاره ۲، جلـــد ۲۵، شهـــریور ۱۳۹۳
صفحـــه ۱۵۳-۱۴۳

نشریه بین المللی مهندسی صنایع و مدیریت تولید
دانشگاه علم و صنعت ایران

ISSN: 2008-4870

http://IJIEPM.iust.ac.ir/

توسعه نمودار کنترل منطقه‌ای با داده‌های فازی

مجید نوجوان*

کلمات کلیدی

کنترل آماری فرآیند، نمودار کنترلی، نمودار کنترل منطقه‌ای، مجموعه‌های فازی، مشخصه واکنش اولیه سریع (FIR)، نمودار $\overline{X}$ فازی

چکیده:

برای کنترل میانگین فرآیند در حالتیکه داده‌ها دارای ابهام هستند معمولاً از نمودار $\overline{X}$ فازی استفاده می‌شود. در این مقاله برای کنترل فرآیند در چنین حالتی، نمودار کنترل منطقه‌ای با استفاده از تئوری مجموعه‌های فازی توسعه داده شده و نمودار حاصل نمودار کنترل منطقه‌ای فازی نامیده شده است. برای بررسی عملکرد نمودار کنترل منطقه‌ای فازی یک برنامه شبیه‌سازی طراحی شده است که با استفاده از آن مقادیر طول متوسط در دنباله نمودارهای کنترل منطقه‌ای فازی و همچنین نمودار $\overline{X}$ فازی محاسبه و عملکرد این دو نمودار با هم مقایسه شده است. نتایج حاصل از شبیه‌سازی نشان می‌دهد که عملکرد نمودار کنترل منطقه‌ای فازی با و بدون استفاده از مشخصه واکنش اولیه سریع (FIR) از نمودار $\overline{X}$ فازی بهتر بوده و این برتری در تشخیص تغییرات کوچک در میانگین فرآیند چشمگیر است. طراحی نمودار کنترل منطقه‌ای فازی کاربرد این نمودار را در شرایط واقعی که اطلاعات دارای ابهام هستند افزایش داده و با توجه به بهبود کنترل فرایند می‌توان از نمودار کنترل منطقه‌ای فازی به عنوان جایگزین نمودار $\overline{X}$ فازی استفاده نمود.

۱. مقدمه

نمودارهای کنترلی (Control Chart) یکی از مهمترین ابزارها در کنترل آماری فرآیند (SPC) بوده و با استفاده از آنها ثبات مشخصه‌های فرآیند کنترل می‌شود. نمودار $\overline{X}$ اولین و ساده‌ترین نموداری است که برای کنترل میانگین مشخصه‌های متغیر (μ) توسط شوهارت (Shewhart) طراحی شده است. با توجه به اینکه در نمودار $\overline{X}$ فقط از اطلاعات نمونه آخر استفاده می‌شود، عملکرد آن در تشخیص تغییرات کوچک تا متوسط مناسب نیست و بنابراین نمودارهای متعددی توسعه داده شده‌اند که برای کنترل فرآیند علاوه بر اطلاعات نمونه آخر از اطلاعات نمونه‌های قبلی نیز استفاده می‌کنند. نمودارهای جمع تجمعی (CUSUM)، میانگین متحرک موزون نمایی (EWMA) و کنترل منطقه‌ای (Zone Control Chart) ازجمله این نمودارها بوده و تحقیقات در زمینه بهبود عملکرد نمودارهای موجود و یا طراحی نمودارهای جدید همچنان ادامه دارد.

از طرفی با توجه به وجود خطای اندازه‌گیری و همچنین ابهام در اطلاعات جمع‌آوری شده از مشخصه‌های فرآیند معمولاً نمی‌توان مقادیر مشاهده شده از فرآیند و یا تعداد نواقص و یا معیوبهای مشاهده شده در نمونه را به صورت دقیق مشخص کرد. همچنین تعیین وضعیت محصولات به دو صورت منطبق یا نامنطبق (سالم یا معیوب) ممکن است وضعیت کیفی محصول را به درستی نشان ندهد و حالتهای میانی مانند تا حدی منطبق و نظائر آن نیز قابل تعریف باشند. در سالیان اخیر مقالات زیادی در زمینه بکارگیری تئوری مجموعه‌های فازی برای بهبود عملکرد نمودارهای موجود و یا نشان دادن داده‌های غیر دقیق در نمودارهای کنترلی وصفی و متغیر منتشر شده‌اند.

در حوزه نمودارهای وصفی که برای کنترل مشخصه‌های گسسته بکار می‌روند، ابتدا راز و وانگ (Raz and Wang) [۱] و وانگ و راز [۲] وضعیت محصول در نمودار P را به صورت چند حالته و با استفاده از متغیرهای زبانی مشخص کرده و دو رویکرد احتمالی و درجه عضویت را برای تخصیص مجموعه‌های فازی به متغیرهای زبانی پیشنهاد کرده‌اند. آنها برای ترکیب مقادیر نمونه‌ها قواعد

تاریخ وصول: ۹۰/۱۲/۱۷
تاریخ تصویب: ۹۱/۴/۲۵

*نویسنده مسئول مقاله: **دکتر مجید نوجوان**، استادیار دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران جنوب، *mnojavan@azad.ac.ir*

[Downloaded from ijiepm.iust.ac.ir on 2026-09-14]

ریاضیات فازی را بکار برده‌اند. کاناگاوا (Kanagawa) و همکاران [۳] بر اساس تابع چگالی احتمال، یک نمودار کنترلی P با متغیرهای زبانی معرفی کرده‌اند. طالب و لیمام (Taleb and Limam) [۴] روشهای مختلف ایجاد نمودارهای کنترلی با استفاده از داده‌های زبانی که بر پایه تئوری احتمال و تئوری فازی بوده است را تشریح و این دو روش را با هم مقایسه کرده‌اند. آنها نشان دادند که درجه فازی کردن روی حساسیت نمودار P اثر می‌گذارد. گولبی (Gülbay) و همکاران [۵] نمودارهای کنترلی P و C را با استفاده از متغیرهای زبانی و بر اساس برش α روی این متغیرها توسعه داده‌اند.

گولبی و کاهرامان (Gülbay and Kahraman) [۶ و ۷] نمودار کنترلی C فازی را همراه با قواعد حساس‌سازی برای تعیین وضعیتهای غیر طبیعی نمونه‌ها بکار برده‌اند. آنها همچنین یک رویکرد مستقیم فازی برای نمودار C معرفی کرده‌اند که در آن وضعیت نمونه‌ها با عبارات فازی مشخص می‌شود. چن (Chen) [۸] یک نمودار ترکیب عیوب (demerit control chart) فازی پیشنهاد کرده است که در آن درجه اهمیت عیوب به صورت اعداد فازی نشان داده شده است. ذبیحیان‌پور و همکاران [۹] نیز مرور کاملی در باره نمودارهای وصفی فازی و کاربردهای آن انجام داده‌اند.

در سالیان اخیر استفاده از مجموعه‌های فازی در نمودارهای متغیر (که برای کنترل مشخصه‌های پیوسته بکار می‌روند) نیز گسترش یافته است. الشال و موریس (El-Shal and Morris) [۱۰] حدود کنترلی در نمودار $\overline{X}$ را به صورت فازی در نظر گرفته و عملکرد این نمودار را با استفاده از قواعدی که نرخ اخطارهای اشتباه را کاهش و نرخ اخطارهای درست را افزایش می‌دهد، اصلاح کرده‌اند. رولاندز و وانگ (Rowlands and Wang) [۱۱] ارزیابی فازی کنترل آماری فرآیند و استفاده از منطق فازی را در قواعد حساس سازی مبتنی بر منطقه‌بندی در نمودار کنترلی $\overline{X}$ پیشنهاد کرده‌اند. فراز و مقدم [۱۲] برای کنترل میانگین فرآیند، یک نمودار کنترلی طراحی کرده‌اند که در آن وضعیت مشاهدات داخل نمونه با عبارات فازی مشخص شده و با ادغام آنها، وضعیت نمونه تعیین می‌شود. آنها نشان داده‌اند که عملکرد این نمودار از نمودار شوهارت بهتر است.

فاضل زرندی و همکاران [۱۳] نیز یک رویکرد ادغامی از قواعد دنباله و نمونه‌گیری انطباقی فازی را برای کنترل میانگین فرآیند پیشنهاد کرده و نشان داده‌اند که عملکرد این نمودار از نمودارهای شوهارت با قوانین دنباله بهتر است. سن ترک و ارگینل (Senturk and Erginel) [۱۴] یک چارچوب برای طراحی نمودارهای کنترلی متغیر بر اساس برش α پیشنهاد کرده‌اند. آنها نمودارهای کنترلی $\overline{X}$، R و S فازی را برای کنترل مرکزیت و پراکندگی مشخصه طراحی کرده‌اند. هسیه (Hesieh) [۱۵] نیز نمودارهای کنترلی متغیر شامل نمودارهای $\overline{X}$ ، R و S را به صورت فازی طراحی و با استفاده از عملیات ریاضی فازی حدود نمودارها را تعیین نموده است. او برای تعیین وضعیت نمونه از تئوری امکان استفاده کرده است.

ارگینل و همکاران [۱۶] نمودارهای کنترلی $\overline{X}$ و S را در حالت فازی طراحی کرده و از آن برای کنترل مرکزیت و پراکندگی یک فرآیند بسته‌بندی در صنایع غذایی استفاده کرده‌اند. همچنین وانگ (Wang) [۱۷] یک نمودار CUSUM فازی توسعه داده که در آن مقادیر فازی نمونه‌ها با استفاده از نظرات خبرگان با هم ادغام می‌شود. فراز و شاپیرو (Shapiro) [۱۸] نمودارهای $\overline{X}$ و S را در حالت فاری توسعه داده‌اند که در آن از روشهای فازی زدائی استفاده نشده و وضعیت فرآیند با تعریف ناحیه تحت کنترل و اندازه‌گیری درجه تخطی نمونه فازی از این ناحیه مشخص می‌شود.

فراز و همکاران [۱۹] یک نمودار کنترلی برای متغیرها پیشنهاد داده‌اند که بر طبق آن حدود کنترلی نمودار شوهارت بر اساس ناحیه پذیرش تنظیم می‌شود. فعلی و فکرتی [۲۰] کاربرد نمودارهای کنترلی فازی و احتمالی را در صنایع غذایی بررسی کرده و نتیجه گرفته‌اند که نمودارهای فازی عملکرد فرآیند را بهتر نمایش می‌دهند. مومنی و همکاران [۲۱] اثر خطای اندازه‌گیری را بر روی عملکرد نمودارهای $\overline{X}$ و R فازی بررسی کرده‌اند. یاکوینگ (Yaqiong) و همکاران [۲۲] در یک مقاله مروری کاربرد تئوری فازی را در مدیریت کیفیت سیستمهای تولیدی توزیع‌پذیر و از جمله کاربرد نمودارهای کنترلی فازی بررسی کرده‌اند. همانطور که قبلاً اشاره شد یکی از نمودارهایی که از اطلاعات نمونه‌های قبلی برای کنترل فرآیند استفاده می‌کند، نمودار کنترل منطقه‌ای است. نمودار کنترل منطقه‌ای ابتدا توسط جاهن (Jaehn) [۲۳ و ۲۴] و به عنوان جایگزینی برای نمودار $\overline{X}$ معرفی گردید و نشان داد که عملکرد آن نسبت به نمودار $\overline{X}$ بهتر است. برای ارزیابی عملکرد این نمودار، هندریکس (Hendrix) [۲۵] شبیه‌سازی، فنگ و کیس (Fang and Case) [۲۶] معادلات خطی و دیویس (Davis) و همکاران [۲۷] زنجیره مارکوف را بکار برده‌اند. همچنین دیویس و همکاران [۲۸] یک مدل عمومی برای استفاده از نمودار کنترل منطقه‌ای در شرایط مختلف معرفی کرده‌اند. در سالیان اخیر برای بهبود عملکرد نمودار کنترل منطقه‌ای در تشخیص تغییرات کوچک تحقیقاتی انجام شده است [۳۱-۲۹]. برای این منظور و در حالتی که داده‌های مسئله قطعی است نوجوان [۳۲] از مفاهیم فازی استفاده کرده است.

[Downloaded from ijiepm.iust.ac.ir on 2026-09-14]

با توجه به تحقیقات انجام شده بر روی نمودار کنترل منطقه‌ای مشخص می‌شود که هنوز نحوه استفاده از داده‌های غیر دقیق در این نمودار بررسی نشده است. در این مقاله برای افزایش کاربرد نمودار کنترل منطقه‌ای در شرایط واقعی، این نمودار با استفاده از تئوری مجموعه‌های فازی توسعه داده شده و نمودار حاصل، نمودار کنترل منطقه‌ای فازی نامیده شده است.

ساختار مقاله به این صورت است که ابتدا در بخشهای دوم و سوم به ترتیب نمودارهای کنترل منطقه‌ای و نمودار $\overline{X}$ فازی و نحوه استفاده از هر یک از آنها تشریح شده است. سپس در بخش چهارم نمودار کنترل منطقه‌ای با استفاده از تئوری مجموعه‌های فازی توسعه داده شده عملکرد این نمودار در بخش ششم بررسی شده است. نهایتاً نتیجه‌گیری و عملکرد این نمودار در بخش پنجم و تحقیقات آتی نیز در بخش آخر آمده است.

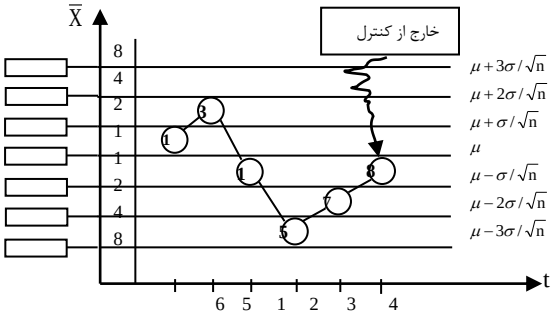
۲. تشریح نمودار کنترل منطقه‌ای

در نمودار کنترل منطقه‌ای پیشنهاد شده توسط جاهن [۲۳ و ۲۴] هر سمت خط مرکزی به چهار منطقه با فاصله یک انحراف معیار از میانگین تقسیم شده و سیستم نمره‌دهی (۱،۲،۴،۸) = S برای این مناطق در بالا و پایین خط مرکزی در نظر گرفته شده است. هر گاه نمونه‌ای در یکی از مناطق قرار گیرد، نمره آن منطقه به نمونه تخصیص داده شده و در صورتیکه نمونه فعلی و نمونه قبلی هر دو در یک سمت خط مرکزی قرار داشته باشند این نمره با نمره قبلی جمع می‌شود. نهایتاً اگر نمره تجمعی به عدد فعالیت (H = ۸) یا بیشتر برسد، فرآیند خارج از کنترل در نظر گرفته می‌شود.

علت استفاده از سیستم نمره‌دهی (۱،۲،۴،۸) = S در نمودار کنترل منطقه‌ای و در نظر گرفتن عدد فعالیت ۸ آن است که در این حالت قواعد حساس‌سازی نمودارهای کنترلی که توسط شرکت وسترن الکتریک (Western Electric) [۳۳] پیشنهاد شده است به صورت خودکار در نمودار در نظر گرفته شده و در صورت ایجاد هر یک از قواعد بر روی نمودار، نمره تجمعی نمونه به عدد ۸ یا بیشتر رسیده و نمودار اخطار خارج از کنترل خواهد داد.

با توجه به اینکه در نمودار کنترل منطقه‌ای به همه نمونه‌هایی که بین دو حد کنترلی قرار می‌گیرند نمره یکسانی داده می‌شود، لزومی به ترسیم مقدار دقیق نمونه‌ها و مدرج کردن نمودار وجود ندارد و فقط باید مقادیر حدود نمودار در جعبه‌هایی که به همین منظور در نمودار نظر گرفته شده است نوشته شود. شکل ۱ نحوه استفاده از نمودار کنترل منطقه‌ای پیشنهاد شده توسط جاهن را نشان می‌دهد.

همانطور که در شکل ۱ دیده می‌شود، در نمونه ششم جمع نمرات به عدد ۸ (عدد فعالیت) رسیده است و بنابراین فرآیند به صورت خارج از کنترل در نظر گرفته می‌شود.



شکل ۱. نحوه استفاده از نمودار کنترل منطقه‌ای اولیه

دیویس و همکاران [۲۷] نشان دادند که سیستم نمره‌دهی S=(۱،۲،۴،۸) احتمال خطای نوع اول زیادی دارد و پیشنهاد کردند که در نمودار کنترل منطقه‌ای از سیستم نمره‌دهی S = (۰،۲،۴،۸) استفاده شود. همچنین دیویس و همکاران [۲۸] برای بهبود عملکرد نمودار کنترل منطقه‌ای و افزایش کاربرد آن در شرایط مختلف، یک مدل عمومی معرفی کردند که در آن سیستم نمره‌دهی به صورت $S=(S_1, S_2, S_3, S_4)$ در نظر گرفته شده و عدد فعالیت (H) نیز به صورت $H=S_4$ تعریف شده است. در مدل عمومی نمودار کنترل منطقه‌ای، مقدار نمره تجمعی هر نمونه به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$C_t = \begin{cases} TS_t + C_{t-1} & \text{اگر } \overline{X}_t \text{ و } \overline{X}_{t-1} \text{ در یک سمت خط مرکزی باشند.} \\ TS_t & \text{در غیر اینصورت} \end{cases} \qquad (۱)$$

که در آن $\overline{X}_t$ ، TS_t و C_t به ترتیب میانگین نمونه t ام، نمره تخصیص داده شده به نمونه tام و نمره تجمعی نمونه t ام می‌باشند. در صورتیکه داشته باشیم $C_t \geq H$ ، فرآیند به صورت خارج از کنترل در نظر گرفته می‌شود. همچنین آنها برای نمودار کنترل منطقه‌ای یک وضعیت واکنش اولیه سریع (FIR) نیز تعریف کردند که در آن سیستم نمره‌دهی به اولین نمونه با سیستم نمره‌دهی به نمونه‌های بعدی متفاوت است. در صورت استفاده از مشخصه واکنش اولیه سریع در یک نمودار، اگر فرآیند در شروع نمونه‌گیری خارج از کنترل باشد این وضعیت به سرعت تشخیص داده شده و در غیر اینصورت اثر آن از بین رفته و خطای نوع اول نمودار افزایش نمی‌یابد. در مراجع [۳۰ و ۳۱] نیز مدلهای دیگری از نمودار کنترل منطقه‌ای معرفی شده و عملکرد

[Downloaded from ijiepm.iust.ac.ir on 2026-09-14]

نمودارهای پیشنهادی خصوصاً در تشخیص تغییرات کوچک بهبود یافته است.

۳. تشریح نمودار $\overline{\tilde{X}}$ فازی

سن ترک و ارگنیل [۱۴] برای کنترل میانگین یک متغیر تصادفی فازی نرمال ($\tilde{\mu}$) از نمودار $\overline{\tilde{X}}$ فازی و برای کنترل انحراف معیار فازی این متغیر ($\tilde{\sigma}$) از نمودار R فازی و ارگنیل و همکاران [۱۶] برای این منظور به ترتیب از نمودار $\overline{\tilde{X}}$ و S فازی استفاده کرده‌اند.

آنها برای توسعه نمودار $\overline{\tilde{X}}$ با استفاده از تئوری مجموعه‌های فازی میانگین و انحراف معیار فرایند را به صورت اعداد فازی مثلثی زیر در نظر گرفته‌اند:

$$\begin{aligned}\tilde{\mu} &= (\mu_a, \mu_b, \mu_c)\\ \tilde{\sigma} &= (\sigma_a, \sigma_b, \sigma_c)\end{aligned} \qquad (۲)$$

سپس حدود سه انحراف معیار و خط مرکزی نمودار $\overline{\tilde{X}}$ با استفاده از روابط زیر به صورت فازی تعیین شده است:

$$\begin{aligned}\mathrm{UCL}(3) &= \left(\mathrm{UCL}(3)_a, \mathrm{UCL}(3)_b, \mathrm{UCL}(3)_c\right) = \tilde{\mu} + 3\frac{\tilde{\sigma}}{\sqrt{n}}\\ &= \left(\left(\mu_a + 3\frac{\sigma_a}{\sqrt{n}}\right), \left(\mu_b + 3\frac{\sigma_b}{\sqrt{n}}\right), \left(\mu_c + 3\frac{\sigma_c}{\sqrt{n}}\right)\right)\\ \mathrm{CL} &= \tilde{\mu} = (\mu_a, \mu_b, \mu_c)\\ \mathrm{LCL}(3) &= \left(\mathrm{LCL}(3)_a, \mathrm{LCL}(3)_b, \mathrm{LCL}(3)_c\right) = \tilde{\mu} - 3\frac{\tilde{\sigma}}{\sqrt{n}}\\ &= \left(\left(\mu_a - 3\frac{\sigma_c}{\sqrt{n}}\right), \left(\mu_b - 3\frac{\sigma_b}{\sqrt{n}}\right), \left(\mu_c - 3\frac{\sigma_a}{\sqrt{n}}\right)\right)\end{aligned} \qquad (۳)$$

که در آن CL خط مرکزی فازی و $UCL(3)$ و $LCL(3)$ به ترتیب حدود فازی سه انحراف معیار بالا و پایین خط مرکزی بوده و به صورت اعداد فازی مثلثی یا ذوزنقه‌ای نشان داده می‌شوند.

در صورتیکه $\tilde{\mu}$ و $\tilde{\sigma}$ فرآیند مجهول باشند، باید ابتدا آنها را با استفاده از اطلاعات نمونه‌ای تخمین زد. برای اینکار معمولاً در زمانیکه فرآیند تحت کنترل به نظر می‌رسد m نمونه n تایی از فرآیند تهیه و برای هر نمونه، میانگین فازی نمونه ($\overline{\tilde{X}}$) و همچنین دامنه تغییرات فازی نمونه (R) یا انحراف معیار فازی نمونه (S) محاسبه می‌شوند.

اگر مشاهدات در نمونه i ام، اعداد فازی مثلثی باشند، $\tilde{X}_i$ یک عدد فازی مثلثی و R_i و S_i نیز اعداد فازی شبه مثلثی خواهند بود. در این حالت می‌توان برای تخمین $\tilde{\mu}$ از آماره $\overline{\overline{\tilde{X}}} = \sum_{i=1}^{m} \overline{\tilde{X}}_i / m$ و برای تخمین $\tilde{\sigma}$ از آماره $\overline{R}/d_2$ یا $\overline{S}/C_4$ استفاده نمود که در آن d_2 و C_4 اعداد ثابتی بوده و مقادیر آنها با توجه به اندازه نمونه (n) و با استفاده از جدول داده شده در مرجع [۳۵] مشخص می‌شوند. آماره $\overline{\overline{\tilde{X}}}$ یک عدد فازی مثلثی و $\overline{R}$ و $\overline{S}$ نیز اعداد فازی شبه مثلثی می‌باشند [۱۵].

در نمودار $\overline{\tilde{X}}$ فازی پیشنهاد شده توسط ارگنیل و همکاران [۱۶] برای تعیین وضعیت فرایند، از نمونه‌های n تایی استفاده شده و میانگین هر نمونه به صورت یک عدد فازی مثلثی مشخص و برشهای α حدود کنترلی و نمونه فازی تعیین می‌شود. برش α یک عدد فازی مقادیری از آن عدد را نشان می‌دهد که درجه عضویت انها بزرگتر یا مساوی α است.

برشهای α یک عدد فازی معمولاً به صورت یک فاصله بسته نشان داده می‌شوند.

اگر میانگین نمونه t ام ($\overline{X}_t$) باشد، برشهای α حدود کنترلی و $\overline{X}_t$ به صورت فواصل بسته زیر مشخص می‌شود:

$$\begin{aligned}\mathrm{UCL}(3)^{\alpha} &= \left[\left(\alpha\left(\mathrm{UCL}(3)_b - \mathrm{UCL}(3)_a\right) + \mathrm{UCL}(3)_a\right),\right.\\ &\qquad \left.\left(\alpha\left(\mathrm{UCL}(3)_b - \mathrm{UCL}(3)_c\right) + \mathrm{UCL}(3)_c\right)\right]\\ \mathrm{LCL}(3)^{\alpha} &= \left[\left(\alpha\left(\mathrm{LCL}(3)_b - \mathrm{LCL}(3)_a\right) + \mathrm{LCL}(3)_a\right),\right.\\ &\qquad \left.\left(\alpha\left(\mathrm{LCL}(3)_b - \mathrm{LCL}(3)_c\right) + \mathrm{LCL}(3)_c\right)\right]\\ \overline{\tilde{X}}(t)^{\alpha} &= \left[\left(\alpha\left(\overline{\tilde{X}}(t)_b - \overline{\tilde{X}}(t)_a\right) + \overline{\tilde{X}}(t)_a\right),\right.\\ &\qquad \left.\left(\alpha\left(\overline{\tilde{X}}(t)_b - \overline{\tilde{X}}(t)_c\right) + \overline{\tilde{X}}(t)_c\right)\right]\end{aligned} \qquad (۴)$$

که در آن $\mathrm{UCL}(3)^{\alpha}$ و $\mathrm{LCL}(3)^{\alpha}$ به ترتیب برش α حدود کنترلی بالا و پایین و $\overline{\tilde{X}}(t)^{\alpha}$ برش α نمونه $\overline{X}_t$ می‌باشد.

پس از تعیین برش α برای حدود کنترلی و نمونه فازی، وسط هر یک از این فواصل مشخص و با استفاده از آنها حدود و نمونه به صورت قطعی تبدیل می‌شوند. در نهایت اگر مقدار قطعی نمونه خارج از مقادیر قطعی حدود باشد وضعیت فرایند به صورت خارج از کنترل مشخص می‌شود.

۴. طراحی نمودار کنترل منطقه‌ای فازی

برای توسعه نمودار کنترل منطقه‌ای با استفاده از تئوری مجموعه‌های فازی فرض شده است که همه مقادیر فازی به صورت اعداد فازی مثلثی هستند. این فرض علاوه بر افزایش انعطاف‌پذیری نمودار، انجام محاسبات بر روی مجموعه‌های فازی را نیز ساده می‌سازد و از اینرو در طراحی نمودارهای کنترلی فازی توسط بسیاری از محققان بکار گرفته شده است. قدمهای لازم برای طراحی نمودار کنترل منطقه‌ای فازی و نحوه استفاده از آن در ادامه تشریح شده است.

[Downloaded from ijiepm.iust.ac.ir on 2026-09-14]

قدم ۱: تعیین خط مرکزی و حدود نمودار به صورت فازی

خط مرکزی و حدود کنترلی در نمودار کنترل منطقه‌ای با استفاده از میانگین ($\tilde{\mu}$) و انحراف معیار فرآیند ($\tilde{\sigma}$) تعیین می‌شوند. اگر $\tilde{\mu}$ و $\tilde{\sigma}$ فرآیند معلوم و به صورت اعداد فازی مثلثی نشان داده شوند، در این حالت خط مرکزی و حدود یک، دو و سه انحراف معیار بالا و پایین خط مرکزی نیز اعداد فازی مثلثی بوده و با استفاده از محاسبات ریاضی روی اعداد فازی مثلثی به صورت زیر مشخص می‌شوند [۳۴]:

$$\begin{aligned} \mathrm{UCL(k)} &= \tilde{\mu} + k\frac{\tilde{\sigma}}{\sqrt{n}} = \left(\mu_a + k\frac{\sigma_a}{\sqrt{n}}, \mu_b + k\frac{\sigma_b}{\sqrt{n}}, \mu_c + k\frac{\sigma_c}{\sqrt{n}}\right) \\ \mathrm{CL} &= \tilde{\mu} = (\mu_a, \mu_b, \mu_c) \\ \mathrm{LCL(k)} &= \tilde{\mu} - k\frac{\tilde{\sigma}}{\sqrt{n}} = \left(\mu_a - k\frac{\sigma_c}{\sqrt{n}}, \mu_b - k\frac{\sigma_b}{\sqrt{n}}, \mu_c - k\frac{\sigma_a}{\sqrt{n}}\right) \end{aligned} \qquad (۵)$$

که در آن $UCL(k)$ و $LCL(k)$ به ترتیب حدود فازی k انحراف معیار بالا و پایین خط مرکزی (k=۱ ، ۲ ، ۳) را نشان داده و CL نیز خط مرکزی می‌باشد.

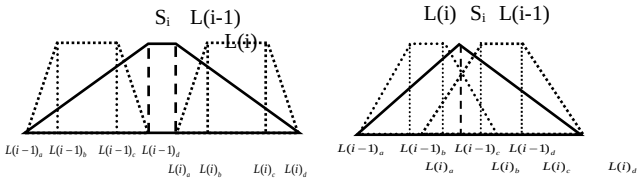
در صورتیکه $\tilde{\mu}$ و $\tilde{\sigma}$ فرآیند مجهول باشند، برای تخمین μ از آماره $\bar{\bar{X}}$ و برای تخمین $\tilde{\sigma}$ از آماره $\bar{R}/d_2$ یا $\bar{S}/C_4$ استفاده می‌شود.

قدم ۲: تعیین نمرات منطقه‌ای به صورت فازی

در نمودار کنترل منطقه‌ای فازی به علت فازی بودن حدود، مرزهای مناطق همپوشانی دارند و در نتیجه تخصیص نمرات منطقه‌ای به نمونه‌ها به صورت دقیق امکان‌پذیر نبوده و نمرات منطقه‌ای دارای درجات عضویت وابستگی به هر منطقه می‌باشند.

برای تعیین درجه عضویت نمرات منطقه‌ای با توجه به اینکه نمره منطقه i (S_i) که در میان دو حد کنترلی L(i-1) و L(i) قرار گرفته است از حداقل L(i-1) شروع و به حداکثر L(i) ختم می‌شود، بنابراین درجه عضویت S_i در خارج از این ناحیه برابر صفر می‌باشد.

در داخل این ناحیه نیز اگر L(i-1) و L(i) با هم اشتراکی نداشته باشند S_i در فاصله بین حداکثر L(i-1) و حداقل L(i) دارای درجه عضویت یک است (زیرا در این فاصله ابهامی در زمینه تعیین منطقه تخصیص وجود ندارد) و در سایر مقادیر داخل ناحیه نیز فرض می‌شود درجه عضویت با فاصله گرفتن از ناحیه دقیق به صورت خطی کاهش می‌یابد. اما در صورتیکه L(i-1) و L(i) با هم اشتراک داشته باشند، S_i در نقطه تقاطع دو حد کنترلی دارای درجه عضویت یک بوده و در سایر مقادیر داخل حدود نیز درجه عضویت به صورت خطی تغییر می‌کند. شکل ۲ دو حالت مختلف قرار گرفتن حدود فازی متوالی L(i) و L(i-1) نسبت به هم و همچنین نحوه تعیین S_i را در هر حالت نشان می‌دهد.



شکل ۲. نحوه تعیین نمره فازی منطقه i ام

نمره S_i که در میان حدود L(i-1) و L(i) قرار گرفته است با توجه به نحوه قرار گرفتن این حدود نسبت به هم به صورت یک عدد فازی ذوزنقه‌ای یا مثلثی نشان داده می‌شود.

برای تعیین مشخصات نمره فازی منطقه ۴ (S_4) بالای خط مرکزی با توجه به اینکه حد کنترلی دیگری بالاتر از UCL(۳) وجود ندارد، فرض می‌شود UCL(۴) در $+\infty$ قرار گرفته است و در این حالت S_4 به صورت عدد فازی شبه مثلثی $S_4 = (UCL(3)_a, UCL(3)_c, +\infty)$ نشان داده می‌شود. به طریق مشابه نمره فازی منطقه ۴ (S_4) پایین خط مرکزی نیز به صورت عدد فازی شبه مثلثی $S_4 = (-\infty, LCL(3)_a, LCL(3)_c)$ نشان داده می‌شود.

قدم ۳: تعیین نمره برای هر نمونه فازی

در نمودارهای کنترل منطقه‌ای قطعی که در آن حدود نمودار و مقادیر نمونه قطعی می‌باشند، تعیین نمره تخصیص داده شده به هر نمونه با توجه به منطقه‌ای که نمونه در آن قرار دارد ساده و قطعی است، اما در حالتی که نمرات منطقه‌ای و مقادیر نمونه به صورت اعداد فازی هستند، تعیین نمره تخصیص داده شده به هر نمونه بسادگی میسر نیست و ممکن یک نمونه در یک زمان با چندین نمره فازی تداخل داشته باشد.

با توجه به این مسئله، برای تعیین نمره نهایی و قطعی به یک نمونه فازی باید میزان تعلق نمونه به نمرات فازی اندازه‌گیری گردد.

برای اندازه‌گیری میزان تعلق میانگین یک نمونه فازی مثلاً نمونه t ام ($\bar{X}_t$) به یک نمره منطقه‌ای فازی، مثلاً نمره منطقه i ام (S_i)، با استفاده از اصل توسعه، اشتراک دو عدد فازی $\bar{X}_t$ و S_i مشخص و سپس درصدی از مساحت $\bar{X}_t$ که با S_i مشترک است به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\begin{aligned} \tilde{A}_i^t &= \bar{X}_t \cap S_i = \left\{ (x, \mu(x)) \;\middle|\; \mu(x) = \min\left\{\mu_{\bar{X}_t}(x), \mu_{S_i}(x)\right\}\right\} \\ w_i^t &= CA_i^t / A_t \end{aligned} \qquad (۶)$$

[Downloaded from ijiepm.iust.ac.ir on 2026-09-14]

که در آن CA_i^t مساحت مشترک دو عدد فازی $\overline{X}_t$ و A_t ،S_i مساحت $\overline{X}_t$ و w_i^t میزان تعلق نمره S_i به $\overline{X}_t$ می‌باشد.

بدیهی است اگر نمونه فازی کاملاً در داخل نمره منطقه i ام قرار گیرد، میزان تعلق نمره منطقه i به نمونه t ام برابر یک و در صورتیکه این نمونه کاملاً خارج از نمره منطقه i قرار گیرد میزان تعلق نمره منطقه i به این نمونه برابر صفر خواهد بود. در حالتهای دیگر میزان تعلق نمره منطقه i به نمونه بین صفر و یک می‌باشد.

پس از محاسبه میزان اشتراک $\overline{X}_t$ با همه نمرات منطقه‌ای می‌توان نمره نهایی و قطعی $\overline{X}_t$ را با استفاده از میانگین موزون درجه تعلق نمرات به صورت زیر محاسبه نمود:

$$TS_t = \sum_i w_i^t . s_i \,/\, \sum_i w_i^t \qquad (۷)$$

که در آن TS_t نمره نهایی و قطعی تخصیص داده شده به نمونه $\overline{X}_t$ می‌باشد.

قدم ۴: تعیین وضعیت نمونه فازی نسبت به خط مرکزی

در نمودار کنترل منطقه‌ای برای محاسبه نمره تجمعی هر نمونه، باید محل قرار گرفتن آن نمونه نسبت به خط مرکزی مشخص و با نمونه قبلی مقایسه شود. اینکار در نمودارهای کنترل منطقه‌ای قطعی به سادگی ممکن است اما در نمودار کنترل منطقه‌ای فازی به علت فازی بودن مقادیر نمونه و خط مرکزی تعیین وضعیت نمونه دارای ابهام می‌باشد.

برای بررسی وضعیت یک نمونه فازی مثلاً نمونه فازی t ام ($\overline{X}_t$) نسبت به خط مرکزی فازی (CL)، درصدی از مساحت $\overline{X}_t$ که بزرگتر یا کوچکتر از CL است تعیین و هر کدام که مقدار بزرگتری داشته باشد وضعیت نمونه فازی t ام را مشخص می‌کند.

قدم ۵: محاسبه نمره تجمعی و تعیین وضعیت فرآیند

پس از تعیین وضعیت نمونه، نمره تجمعی نمونه با استفاده از رابطه (۱) محاسبه شده و با مقایسه این مقدار با عدد فعالیت (H) در صورتیکه $C_t \geq H$ باشد، فرآیند به صورت خارج از کنترل در نظر گرفته می‌شود.

لازم به ذکر است است که اگر چه در نمودار کنترل منطقه‌ای قطعی مقدار $H=S_4$ می‌باشد، اما در نمودار کنترل منطقه‌ای فازی به علت فازی بودن نمرات منطقه‌ای و از جمله نمره منطقه ۴ (S_4)، عدد فعالیت می‌تواند بزرگتر یا کوچکتر از S_4 نیز در نظر گرفته شود.

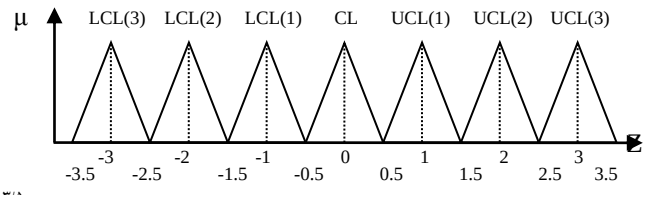
۵. بررسی عملکرد نمودار کنترل منطقه‌ای فازی

برای بررسی عملکرد نمودار کنترل منطقه‌ای فازی (FZCC)، مقادیر طول متوسط دنباله (ARL) این نمودار به ازای مقادیر مختلف تغییر در میانگین فرایند محاسبه و این مقادیر با مقادیر مشابه در نمودار $\overline{X}$ فازی مقایسه شده است. مقادیر ARL نمودار FZCC و و نمودار $\overline{X}$ فازی با استفاده از یک برنامه شبیه‌سازی و با ۱۵۰۰۰۰ بار تکرار بدست آمده است.

برای کنترل صحت برنامه شبیه‌سازی، مقادیر ARL نمودار FZCC و نمودار $\overline{X}$ فازی در حالتیکه حدود به صورت قطعی در نظر گرفته شده با برنامه شبیه‌سازی محاسبه شده است. با توجه به اینکه حداکثر اختلاف مقادیر بدست آمده از برنامه شبیه‌سازی و مقادیر داده شده در مراجع [۳۰ و ۳۵] کمتر از ۱٪ می‌باشد، می‌توان با اطمینان از برنامه شبیه‌سازی استفاده نمود.

با توجه به اینکه در اکثر مقالات مرتبط با نمودارهای کنترلی فازی، میانگین فرایند به صورت یک عدد فازی مثلثی و واریانس فرایند به صورت یک عدد قطعی در نظر گرفته شده است، در این مقاله نیز عملکرد نمودار کنترل منطقه‌ای فازی و نمودار $\overline{X}$ فازی در این حالت بررسی شده‌اند. برای طراحی نمودار FZCC و نمودار $\overline{X}$ فازی فرض شده است که مشخصه متغیر فرآیند (X) در حالت تحت کنترل دارای میانگین فازی تقریباً صفر و واریانس قطعی یک ($\tilde{\sigma}^2$=۱) می‌باشد که در آن تقریباً صفر به صورت عدد فازی مثلثی متقارن $\tilde{0} = (-\Delta, 0, \Delta)$ نشان داده شده و Δ طول پای چپ و راست این عدد فازی مثلثی می‌باشد.

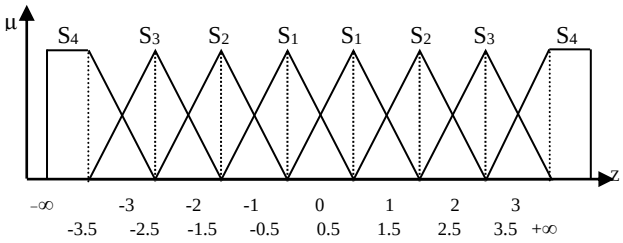
با توجه به اینکه حدود فازی به ازای مقادیر مختلف Δ متفاوت خواهد بود، مقایسه عملکرد نمودار کنترل منطقه‌ای فازی و نمودار $\overline{X}$ فازی به ازای مقادیر $0 < \Delta \leq 1$ انجام شده است علت انتخاب Δ در این فاصله آن است که در $\Delta = 0$ نمودار به صورت قطعی تبدیل شده و در $\Delta > 1$ نیز با توجه به انحراف معیار قطعی یک، میزان عدم اطمینان میانگین فازی بسیار زیاد خواهد بود. همچنین در صورتیکه $\Delta \leq 0.5$ باشد حدود نمودار تداخل نداشته و در صورتی که $\Delta > 0.5$ باشد حدود نمودار دارای تداخل می‌باشند. شکل ۲ حدود نمودار FZCC را در ۰/۵= Δ نشان می‌دهد که در مرجع [۱۳] نیز از این مقدار برای تعیین حدود استفاده شده است.



شکل ۳. حدود فازی نمودار کنترلی FZCC با Δ=۰/۵

[Downloaded from ijiepm.iust.ac.ir on 2026-09-14]

با استفاده از حدود فازی داده شده در شکل ۳ نمرات فازی به صورت زیر مشخص می‌شوند:



شکل ۴. نمرات فازی در نمودار کنترلی FZCC با Δ=۰/۵

برای بررسی عملکرد نمودار FZCC و نمودار $\bar{X}$ فازی باید متغیرهای تصادفی فازی نرمال با استفاده از برنامه شبیه‌سازی تولید شوند.

برای تولید متغیرهای تصادفی فازی نرمال با میانگین فازی $\tilde{\mu}(k) = (-\Delta + k, 0 + k, \Delta + k)$ و واریانس قطعی یک (σ^2 =۱)، از روش پیشنهاد شده توسط فنگ (Feng) [۳۶] و لیو (Liu) [۳۷] استفاده شده است که در آن متغیرهای تصادفی فازی نرمال به صورت زیر تولید می‌شوند:

$$\begin{aligned}\tilde{X}(k) &= (-\Delta + k, 0 + k, \Delta + k) + \sigma.z \\ &= (-\Delta + k + \sigma.z, k + \sigma.z, \Delta + k + \sigma.z)\end{aligned} \qquad (۷)$$

در رابطه فوق k مقدار تغییر در میانگین، z یک متغیر تصادفی قطعی نرمال استاندارد و $\tilde{X}$ متغیرهای تصادفی فازی نرمال می‌باشد که به صورت یک عدد فازی مثلثی نشان داده می‌شود.

برای مقایسه دو نمودار FZCC و نمودار $\bar{X}$ فازی، بردارهای نمره‌گذاری در نمودار FZCC به گونه‌ای انتخاب شده‌اند که مقادیر ARL (۰) این دو نمودار تقریباً یکسان و تقریباً برابر با ۳۷۱ باشند. همچنین مقایسه در حالتهای مختلف میانگین فرایند (مقادیر مختلف Δ) انجام شده است.

جدول ۱ نتیجه مقایسه عملکرد نمودار FZCC بدون مشخصه FIR و نمودار $\bar{X}$ فازی را نشان می‌دهد. همانطور که در این جدول دیده می‌شود، عملکرد نمودار کنترل منطقه‌ای فازی در تشخیص تغییرات کوچکتر از سه انحراف معیار به ازای همه مقادیر Δ در فاصله $0 < \Delta \leq 1$ از نمودار $\bar{X}$ فازی بهتر بوده و این بهبود عملکرد در تشخیص تغییرات کوچک بسیار چشمگیر می‌باشد.

همچنین مشخص است که با افزایش Δ (دامنه تغییرات میانگین فازی) عملکرد نمودار FZCC در تشخیص تغییرات کوچک بهتر و در تشخیص تغییرات بزرگ بدتر می‌شود.

در جدول ۲ نیز عملکرد نمودار FZCC با مشخصه FIR و نمودار $\bar{X}$ فازی مقایسه شده است که در آن IS و IH به ترتیب سیستم نمره‌دهی اولیه و عدد فعالیت اولیه می‌باشند. همانطور که در این جدول دیده می‌شود، عملکرد نمودار کنترل منطقه‌ای فازی در این حالت به ازای همه مقادیر Δ در فاصله $0 < \Delta \leq 1$ ، به صورت مطلق از نمودار $\bar{X}$ فازی بهتر بوده و عملکرد نمودار نسبت به حالت بدون FIR نیز بهبود زیادی پیدا کرده است.

نهایتاً برای نشان دادن انعطاف‌پذیری نمودار کنترل منطقه‌ای فازی، عملکرد این نمودار در سیستم‌های نمره‌دهی متفاوت با و بدون مشخصه FIR و در حالت Δ=۰/۵ بررسی و نتایج آن در جداول ۳ و ۴ نشان داده شده است.

همانطور که در جدول ۳ دیده می‌شود با تغییر بردار نمره‌دهی در نمودار FZCC، عملکرد این نمودار و مقادیر (۰) ARL تغییر کرده و بنابراین در هر فرایند با توجه به (۰) ARL و خطای نوع اول مورد نیاز می‌توان از نمودار مناسب استفاده نمود. بنابراین نمودار کنترل منطقه‌ای فازی نسبت به نمودار $\bar{X}$ فازی که فقط یک مقدار (۰) ARL در اختیار کاربر می‌گذارد، انعطاف بسیار بیشتری برای کنترل فرایند دارد.

همچنین با توجه به جدول ۴ مشخص می‌شود که عملکرد نمودار FZCC با مشخصه FIR به مراتب از نمودار FZCC بدون این مشخصه بهتر است.

جدول ۱. مقایسه عملکرد نمودار $\bar{X}$ فازی و نمودار کنترل منطقه‌ای فازی (بدون مشخصه FIR)

مشخصات نمودار			Δ	مقدار تغییر در میانگین											
شماره	S= (S1, S2, S3, S4)	H		۰	۰/۲	۰/۴	۰/۶	۰/۸	۱	۱/۴	۱/۸	۲	۲/۵	۳	۴	۵
$\bar{X}$	-	-	-	۳۷۰/۶	۳۰۸/۳	۲۰۰/۲	۱۱۹/۵	۷۱/۳	۴۳/۹	۱۸/۳	۸/۷	۶/۴	۳/۲	۲/۰	۱/۲	۱/۰
$FZCC_1$	S=(۰،۱،۵،۹)	۹	۰/۳	۳۷۴/۴	۲۲۹/۱	۹۵/۰	۴۲/۰	۲۱/۷	۱۳/۰	۶/۴	۴/۱	۳/۵	۲/۵	۱/۹	۱/۴	۱/۱
$FZCC_2$	S=(۰،۱،۷،۱۲)	۱۲	۰/۵	۳۷۱/۴	۲۲۱/۸	۸۹/۰	۳۹/۸	۲۰/۸	۱۲/۶	۶/۳	۴/۱	۳/۵	۲/۵	۲/۰	۱/۵	۱/۲
$FZCC_3$	S=(۰،۵،۱،۱۰،۱۹)	۱۹/۵	۰/۷	۳۷۲/۰	۲۱۴/۱	۸۴/۵	۳۷/۵	۱۹/۸	۱۲/۱	۶/۳	۴/۱	۳/۵	۲/۶	۲/۱	۱/۷	۱/۳
$FZCC_4$	S=(۰،۱،۷،۱۶)	۱۶	۱/۰	۳۷۲/۷	۲۰۲/۱	۷۷/۳	۳۴/۷	۱۸/۸	۱۱/۸	۶/۳	۴/۳	۳/۷	۲/۸	۲/۳	۱/۹	۱/۵

[Downloaded from ijiepm.iust.ac.ir on 2026-09-14]

جدول ۲. مقایسه عملکرد نمودار $\bar{X}$ فازی و نمودار کنترل منطقه‌ای فازی (با مشخصه FIR)

شماره	مشخصات نمودار: IS= (IS1, IS2, IS3, IS4) S= (S1, S2, S3, S4)	IH H	Δ	مقدار تغییر در میانگین: ۰	۰/۲	۰/۴	۰/۶	۰/۸	۱	۱/۴	۱/۸	۲	۲/۵	۳	۴	۵
$\bar{X}$	-	-	-	۳۷۰/۶	۳۰۸/۳	۲۰۰/۲	۱۱۹/۵	۷۱/۳	۴۳/۹	۱۸/۳	۸/۷	۶/۴	۳/۲	۲/۰	۱/۲	۱/۰
$FZCC_5$	IS=(۱۸،۱۹،۲۰،۲۰) S=(۱،۳،۸،۹)	۲۰ ۲۰	۰/۳	۳۷۶/۲	۱۷۴/۶	۵۶/۴	۲۲/۰	۱۰/۶	۶/۱	۳/۰	۲/۱	۱/۹	۱/۶	۱/۴	۱/۱	۱/۰
$FZCC_6$	I S=(۱۷،۱۸،۱۹،۶،۱۹،۶) S=(۱،۳،۷،۱۰)	۱۹/۶ ۱۹/۶	۰/۵	۳۷۱/۲	۱۷۴/۴	۵۷/۰	۲۲/۸	۱۱/۰	۶/۴	۳/۲	۲/۳	۲/۱	۱/۷	۱/۵	۱/۲	۱/۰
$FZCC_7$	I S=(۳۳،۳،۳۴،۳،۳۴،۳۴،۳) S= (۱،۳،۹،۳۴،۳)	۳۴/۳ ۳۴/۳	۰/۷	۳۷۲/۹	۱۸۷/۳	۶۱/۱	۲۲/۷	۱۰/۴	۵/۷	۲/۸	۲/۰	۱/۸	۱/۵	۱/۳	۱/۱	۱/۰
$FZCC_8$	I S=(۲۳،۲۴،۲۴،۲۴) S =(۱،۲،۵،۲۴)	۲۴ ۲۴	۱/۰	۳۷۸/۳	۱۷۶/۸	۵۶/۲	۲۱/۵	۱۰/۲	۶/۰	۳/۰	۲/۲	۲/۰	۱/۷	۱/۵	۱/۲	۱/۰

جدول ۳. عملکرد نمودار کنترل منطقه‌ای فازی در حالت Δ=۰,۵ (بدون مشخصه FIR)

شماره	مشخصات نمودار: S=(S1, S2, S3, S4)	H	مقدار تغییر در میانگین: ۰	۰/۲	۰/۴	۰/۶	۰/۸	۱	۱/۴	۱/۸	۲	۲/۵	۳	۴	۵
$FZCC_9$	S=(۰،۱،۷،۸)	۸	۱۰۲/۶	۷۲/۷	۳۸/۱	۲۰/۵	۱۲/۴	۸/۳	۴/۷	۳/۳	۲/۹	۲/۳	۱/۹	۱/۵	۱/۲
$FZCC_{10}$	S=(۰،۱،۳،۵)	۵	۱۵۱/۴	۹۷/۸	۴۵/۶	۲۳/۲	۱۳/۷	۹/۱	۵/۱	۳/۶	۳/۱	۲/۴	۲/۰	۱/۵	۱/۲
$FZCC_{11}$	S=(۰،۱،۷،۱۰)	۱۰	۲۰۸/۶	۱۳۴/۵	۶۰/۸	۲۹/۴	۱۶/۴	۱۰/۵	۵/۶	۳/۷	۳/۲	۲/۴	۲/۰	۱/۵	۱/۲
$FZCC_{12}$	S=(۰،۱،۵،۷)	۷	۲۵۳/۸	۱۵۳/۷	۶۵/۳	۳۰/۷	۱۷/۰	۱۰/۸	۵/۸	۳/۹	۳/۳	۲/۵	۲/۰	۱/۵	۱/۲
$FZCC_{13}$	S=(۱،۳،۶،۱۹)	۱۹	۳۲۱/۶	۱۸۲/۴	۷۳/۴	۳۴/۴	۱۹/۱	۱۲/۲	۶/۷	۴/۵	۳/۹	۲/۸	۲/۲	۱/۵	۱/۲
$FZCC_{14}$	S=(۰،۱،۴،۸)	۸	۳۹۳/۶	۲۲۴/۷	۸۸/۱	۳۸/۸	۲۰/۴	۱۲/۴	۶/۴	۴/۱	۳/۵	۲/۶	۲/۱	۱/۵	۱/۲
$FZCC_{15}$	S=(۰،۱،۷،۱۳)	۱۳	۴۷۹/۱	۲۷۵/۸	۱۰۷/۱	۴۵/۷	۲۳/۱	۱۳/۷	۶/۷	۴/۳	۳/۶	۲/۶	۲/۱	۱/۵	۱/۲
$FZCC_{16}$	S=(۰،۱،۶،۱۲)	۱۲	۵۴۳/۰	۳۰۸/۲	۱۱۶/۲	۴۸/۷	۲۴/۳	۱۴/۳	۶/۹	۴/۴	۳/۷	۲/۶	۲/۱	۱/۵	۱/۲

جدول ۴. عملکرد نمودار کنترل منطقه‌ای فازی در حالت Δ=۰,۵ (با مشخصه FIR)

شماره	مشخصات نمودار: IS= (IS1, IS2, IS3, IS4) S= (S1, S2, S3, S4)	IH H	مقدار تغییر در میانگین: ۰	۰/۲	۰/۴	۰/۶	۰/۸	۱	۱/۴	۱/۸	۲	۲/۵	۳	۴	۵
$FZCC_{17}$	I S=(۱۸،۱۹،۲۰،۲۰) S=(۱،۲،۱۳،۲۰)	۲۰ ۲۰	۱۰۱/۲	۶۵/۸	۲۹/۶	۱۴/۲	۷/۹	۵/۰	۲/۸	۲/۲	۲/۰	۱/۷	۱/۵	۱/۲	۱/۰
$FZCC_{18}$	I S=(۱۸،۱۹،۲۰،۲۰) S=(۱،۲،۱۱،۲۰)	۲۰ ۲۰	۱۴۳/۵	۸۷/۶	۳۶/۸	۱۶/۵	۸/۷	۵/۳	۲/۹	۲/۲	۲/۰	۱/۷	۱/۵	۱/۲	۱/۰
$FZCC_{19}$	I S=(۱۸،۱۹،۲۰،۲۰) S=(۱،۲،۹،۲۰)	۲۰ ۲۰	۲۱۲/۱	۱۲۱/۹	۴۶/۵	۱۹/۷	۱۰/۰	۵/۸	۳/۰	۲/۲	۲/۰	۱/۷	۱/۵	۱/۲	۱/۰
$FZCC_{20}$	I S=(۱۸،۱۹،۲۰،۲۰) S=(۱،۲،۸،۲۰)	۲۰ ۲۰	۲۶۰/۵	۱۴۴/۴	۵۳/۲	۲۱/۷	۱۰/۶	۶/۱	۳/۱	۲/۲	۲/۰	۱/۷	۱/۵	۱/۲	۱/۰
$FZCC_{21}$	I S=(۱۸،۱۹،۲۰،۲۰) S=(۱،۲،۷،۲۰)	۲۰ ۲۰	۳۲۱/۷	۱۷۴/۳	۶۱/۵	۲۴/۲	۱۱/۴	۶/۴	۳/۱	۲/۲	۲/۰	۱/۷	۱/۵	۱/۲	۱/۰
$FZCC_{22}$	I S=(۱۸،۱۹،۲۰،۲۰) S=(۱،۲،۶،۲۰)	۲۰ ۲۰	۳۹۳/۸	۲۱۰/۱	۷۱/۶	۲۷/۴	۱۲/۴	۶/۹	۳/۲	۲/۲	۲/۰	۱/۷	۱/۵	۱/۲	۱/۰
$FZCC_{23}$	I S=(۱۸،۱۹،۲۰،۲۰) S=(۱،۲،۵،۲۰)	۲۰ ۲۰	۴۸۲/۵	۲۵۵/۱	۸۴/۸	۳۰/۹	۱۳/۶	۷/۳	۳/۳	۲/۳	۲/۰	۱/۷	۱/۵	۱/۲	۱/۰
$FZCC_{24}$	I S=(۱۸،۱۹،۲۰،۲۰) S=(۱،۲،۴،۲۰)	۲۰ ۲۰	۵۸۶/۵	۳۰۸/۵	۱۰۱/۰	۳۵/۸	۱۵/۳	۷/۹	۳/۴	۲/۳	۲/۰	۱/۷	۱/۵	۱/۲	۱/۰

۶. نتیجه‌گیری

به علت عملکرد مطلوب نمودار کنترل منطقه‌ای در تشخیص تغییرات کوچک، این نمودار در حالت قطعی می‌تواند جایگزین نمودار $\bar{X}$ شود. از طرفی با توجه به وجود ابهام و داده‌های غیر دقیق در مشاهدات نمونه‌ای لازم است که نمودار کنترل منطقه‌ای قابلیت استفاده از این داده‌ها را نیز داشته باشد. در این مقاله

[Downloaded from ijiepm.iust.ac.ir on 2026-09-14]

نمودار کنترل منطقه‌ای با استفاده از تئوری مجموعه‌های فازی توسعه داده شده و نمودار حاصل نمودار کنترل منطقه‌ای فازی نامیده شده است. طراحی نمودار کنترل منطقه‌ای فازی با توجه به شیوه متفاوت کنترل فرآیند در این نمودار (که مبتنی بر نمره‌دهی به نمونه‌ها و جمع‌زنی به صورت خاص می‌باشد)، به صورت متفاوتی انجام شده است. برای اینکار ابتدا با توجه به فازی بودن حدود و نمونه‌ها، نمرات منطقه‌ای به صورت فازی تعریف و سپس نمره تخصیص داده شده به هر نمونه به صورت فازی محاسبه شده است. نمره تجمعی هر نمونه نیز با توجه به ابهام در وضعیت نمونه نسبت به خط مرکزی تعیین شده است. برای بررسی عملکرد نمودار کنترل منطقه‌ای فازی یک برنامه شبیه‌سازی طراحی شده و با استفاده از آن مقادیر طول متوسط دنباله (ARL) این نمودار و نمودار $\overline{X}$ فازی محاسبه و این مقادیر با هم مقایسه شده است. نتایج بدست آمده نشان‌دهنده عملکرد بهتر نمودار کنترل منطقه‌ای فازی خصوصاً در تشخیص تغییرات کوچک در فرایند می‌باشد.

تقدیر و تشکر

این تحقیق در قالب طرح پژوهشی "استفاده از آمار فازی در بررسی و مقایسه عملکرد نمودارهای کنترل منطقه‌ای فازی و نمودار X-bar فازی" و با حمایت دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران جنوب انجام شده است.

مراجع

[۱] نوجوان، مجید، "توسعه نمودارهای کنترل منطقه‌ای با استفاده از تابع تبدیل"، چهارمین کنفرانس بین‌المللی مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی امیر کبیر، ۱۳۸۴.

[۲] نوجوان، مجید، "توسعه نمودارهای کنترل منطقه‌ای با استفاده مجموعه‌های فازی"، سومین کنگره مشترک سیستمهای فازی هوشمند، دانشگاه صنعتی یزد، ۱۳۸۸.

[۳] نورالسناء، رسول ، "کنترل کیفیت آماری"، انتشارات دانشگاه علم و صنعت، ویرایش سوم، ۱۳۸۶.

[4] Raz T., Wang J.H., "*Probabilistic and Memberships Approaches in the Construction of Control Charts for Linguistic data*", Production Planning and Control, Vol. 1, 1990, pp. 147-157..

[5] Wang, J.H., Raz, T., "*On the Construction of Control Charts Using Linguistic Variables*", International Journal of Production Research, Vol. 28, 1990, pp. 477-487.

[6] Kanagawa A., Tamaki F., Ohta H., "*Control Charts for Process Average and Variability Based on Linguistic Data*", International Journal of Production Research, Vol. 31, No. 4, pp. 1993, 913-922.

[7] Taleb, H., Limam, M., "*On Fuzzy and Probabilistic Control Charts*", International Journal Production Research, Vol. 40, No. 12, 2002, pp. 2849-2863.

[8] Gülbay M., Kahraman C., Ruan D., "*α-Cut Fuzzy Control Charts for Linguistic Data*", International Journal of Intelligent Systems, Vol. 19, 2004, pp. 1173-1196.

[9] Gülbay M., Kahraman C., "*Development of Fuzzy Process Control Charts and Fuzzy Unnatural Pattern Analyses*", Computational Statistics and Data Analysis, Vol. 51, 2006, pp. 434-451.

[10] Gülbay M., Kahraman C., "*An Alternative Approach to Fuzzy Control Charts: Direct Fuzzy Approach*", Information Science, Vol. 177, 2007, pp. 1463–1480.

[11] CHEN, L. H., "*A Demerit Control Chart with Linguistic Weights*", Journal of Intelligent Manufacturing, Vol. 16, 2006, pp. 349–359.

[12] Zabihinpour Jahromi, S.M., Saghaei, A., Ariffin, M.K.A., "*A Review on Fuzzy Control Charts for Monitoring Attribute Data*", Applied Mechanics and Materials, Vol. 159, No. 23, 2012, pp. 23-28.

[13] El-Shal SM., Morris A.S., "*A fuzzy rule-based Algorithm to Improve the Performance of Statistical Process Control in Quality Systems*", Journal of Intelligence Fuzzy Systems, Vol. 9, 2000, pp. 207-223.

[14] Rowlands H., Wang L.R., "*An Approach of Fuzzy Logic Evaluation and Control in SPC*", Quality Reliability Engineering Intelligent, Vol. 16, 2000, pp. 91-98.

[15] Faraz A., Moghadam, B., "*Fuzzy Control Chart: A Better Alternative for Shewhart Average Cart*", Quality & Quantity, Vol. 41, 2007, pp. 375–385.

[16] Fazel Zarandi, M.H., Alaeddini, A., Turksen, I.B., "*A Hybrid Guzzy Adaptive Sampling – Run Rules for Shewhart Control Charts*", Information Sciences, Vol. 178, 2008, pp. 1152–1170.

[17] Senturk, S., Erginel, N., *"A Framework for Fuzzy Variable Control Charts with α-Cut"*, Proceedings of the 37th International Conference on Computers and Industrial Engineering, Alexandria, Egypt, 2007, pp. 1790-1796.

[Downloaded from ijiepm.iust.ac.ir on 2026-09-14]

31-45.

[29] Fang, J., Case, K.E., "*Improving the Zone Control Chart*", ASQC Quality Congress Transactions, San Francisco, 1990, pp. 494-500.

[30] Davis, R.B., Homer, A., Woodall, W.H., "*Performance of the Zone Control Chart*", Communications in Statistics-Theory and Methods, Vol. 19, No. 5, 1990, pp. 1581-1589.

[31] Davis, R.B., Jin, C., Guo, Y.Y., "*Improving the Performance of the Zone Control Chart*", Communications in Statistics-Theory and Methods, Vol. 23, No. 12, 1994, pp. 3557-3565.

[32] Noorosana R., Nojavan M., *A Mathematical Model for Optimization of the Zone Control Chart*, International Journal of Engineering Science, Vol. 9, No. 4, pp. 25-33, 1998.

[33] Nojavan M., Noorosana, R., "*A General Model for Zone Control Chart*", Proceedings of the 4th Annual International Conference on Quality and Reliability, Hong Kong, Vol. 2, 1997, pp. 183-189.

[34] Western Electric Company, *Statistical Quality Control Handbook*, Western Electric Company Inc., 2nd edition, 1958.

[35] Chen, S., Hwang, C., *Fuzzy Multiple Attribute Decision-Making: Methods and Applications*, Springer–Verlag, Berlin/Heidelberg, 1992.

[36] Feng, Y., "*Gaussian Fzzy Random Variables*", Fuzzy Sets and Systems, 111, 2000, pp. 325-330.

[37] Liu, B. D., Uncertainty theory-An introduction to its axiomatic foundations, Springer–Verlag, Berlin, 2007.

[18] Hsieh, Y.W., "*On the Construction of Fuzzy Control Chart for Variables*", MSc. Thesis, National Cheng Kung University, Taiwan, 2005.

[19] Gross, D., Harris, C, M, *Fundamental of Queuing Theory (3rd ed)*, New York, 1998, NY: Wiley-Interscience.

[20] Zimmermann. H. J, *Fuzzy Set Theory – and its Applications (3rd ed.)*, Kluwer Academic Publishers, 1996.

[18] Deb. K, *Multi-objective Optimization Using Evolutionary Algorithms*, Chichester, UK: Wiley, 2001.

[19] Erginel, N., Senturk, S., Kahraman, C. and Kaya, I., "*Evaluating the Packing Process in Food Industry Using Fuzzy* $\overline{\tilde{X}}$ *and* $\tilde{S}$ *Control Charts"*, International Journal of Intelligence Systems, Vol. 4, No. 4, 2011, pp. 509-520.

[20] Wang, D., "*A CUSUM Control Chart for Fuzzy Quality Data*", Soft Methods for Integrated Uncertainty Modeling, Springer-Verlag, Heidelberg, pp 357–364, 2006.

[21] Faraz, A., Shapiro, A.F., "*An Application of Fuzzy Random Variables to Control Charts"*, Fuzzy Sets and Systems, 161, 2010, pp. 2684–2694.

[22] Faraz, A., Baradaran Kazemzadeh, R., Bameni Moghadam, M., Bazdar, A., "*Constructing a Fuzzy Shewhart Control Chart for Variables When Uncertainty and Randomness are Combined*", Quality Quant, 44, 2010, pp. 905–914.

[23] Feili, H.R., Fekraty, P., "*Comparing Fuzzy Charts with Probability Charts and Using Them in a Textile Company*", The Journal of Mathematics and Computer Science, Vol. 1, No. 4, 2010, pp. 258-272.

[24] Moameni, M., Saghaei, A., Ghorbani Salanghooch, M., "*The Effect of Measurement Error on* $\tilde{X}$ *-*$\tilde{R}$ *Fuzzy Control Charts",* Engineering, Technology & Applied Science Research, Vol. 2, No. 1, 2012, pp. 173-176.

[25] Yaqiong, L., Man, L.K., Zhang, W., "*Fuzzy Theory Applied in Quality Management of Distributed Manufacturing System: A Literature Review and Classification*", Journal Engineering Applications of Artificial Intelligence, Vol. 24, No. 2, 2011, pp. 266-277.

[26] Jaehn, A.H., "*Zone Control Chart: A New Tool for Quality Control*", Tappi Journal, Vol. 70, No. 2, 1987, pp. 154-161.

[27] Jaehn, A.H., "*Improving Quality Control Efficiency with Zone Control Charts*", ASQC Quality Congress Transactions, Minneapolis, 1987, pp. 558-563.

[28] Hendrix, C.D., "*Alternative Control Charts*", Rocky Mountain Quality Conference Proceeding, 1989, pp.

[Downloaded from ijiepm.iust.ac.ir on 2026-09-14]