



## Warranty Period Determination Model, Case Study on Power-Train System

J. Nazemi\*, H.A. Momeni & H. Rashidi Kameh

*Jamshid Nazemi*, Assistant professor of Industrial engineering, Science & Research Branch, Islamic Azad university, Tehran, Iran

*Hossein Ali Momeni*, Assistant professor of Management, Islamic Azad university, Karaj, Iran

*Hossein Rashidi Kameh*, Master of Science, Industrial engineering, Science & Research Branch, Islamic Azad university, Tehran, Iran

### Keywords

Warranty policy,  
Warranty period,  
Warranty cost,  
Reliability,  
Powertrain system

### ABSTRACT

*Marketing campaigns has widely used warranty period as a quality indication of product offer. However this subject has been refered as a quality issue but the basic principle of such a period determination is a cost benefit trade off for every manufacturer.*

*The model proposed in this paper is a renewable warranty policy in which the warranty period of components will extend after a failure. Furthermore an algorithm is presented that takes the reliability distribution of the components being analysed, in order to reach an optimal policy while considering a predetermined budget. Reliability determination and application of proposed algorithm has also been applied to powertrain system to represent the suggested algorithm*

© 2014 IUST Publication, IJIEPM. Vol. 24, No. 4, All Rights Reserved

\*  
Corresponding author. Jamshid Nazemi  
Email: [j.nazemi@srbiau.ac.ir](mailto:j.nazemi@srbiau.ac.ir)

## مدل تعیین دوره وارانتی، مطالعه موردی بر روی سیستم قوای محرکه

جمشید ناظمی\*، حسین علی مومنی و حسین رشیدی کامه

### چکیده:

### کلمات کلیدی

در فعالیتهای بازاریابی/ تبلیغاتی، دوره وارانتی یک محصول، به طور گسترده به عنوان شاخص کیفیت محصول در نظر گرفته می‌شود. هر چند، دوره وارانتی به عنوان پی‌آمد کیفیت نشان داده شده است ولی اصل اساسی در تعیین دوره وارانتی، برای هر تولیدکننده، بده بستان بین سود و هزینه است. مدله ارائه شده در این تحقیق، سیاست وارانتی تجدیدپذیر است که در آن، دوره وارانتی قطعات بعد از هر خرابی، تجدید خواهد شد. بهمین منظور الگوریتمی ارائه شده است که در آن بر اساس توزیع قابلیت اطمینان قطعات و تجزیه و تحلیل آن، سیاست بهینه در زمینه دوره وارانتی با توجه به بودجه از پیش تعیین شده، مشخص می‌شود. تعیین قابلیت اطمینان و کاربرد الگوریتم پیشنهادی در خصوص سیستم قوای محرکه بکار گرفته شده است.

سیاست وارانتی  
دوره وارانتی  
هزینه وارانتی  
قابلیت اطمینان  
سیستم قوای محرکه

### ۱. مقدمه

در بازار امروز، وارانتی محصول نقش مهم و رو به افزایشی را هم برای مصرف‌کننده و هم برای معاملات تجاری بازی می‌کند. استفاده از وارانتی‌ها گسترده است و با اهداف متفاوتی تعریف می‌شوند که از جمله آنها حمایت از تولیدکننده، فروشنده و خریدار، نشانه کیفیت، بخشی از استراتژی بازاریابی، عامل حل اختلاف، التزام به انجام تعهدات به عنوان سیاست عمومی و قانون است. وارانتی‌ها تقریباً یک جزئی لاینفک از همه‌ی معاملات تجاری و بسیاری از معاملات خرید محصولات هستند.

در ارائه وارانتی برای یک محصول در نخستین گام باید نوع سیاست وارانتی تعیین شود، سیاست‌های وارانتی مختلفی وجود دارند که این سیاست‌ها با توجه به ویژگی‌هایشان (همچون ساده یا ترکیبی بودن، تجدیدپذیر یا غیرتجدیدپذیر بودن، دو بعدی یا تک بعدی بودن و ...) در دسته‌های مختلفی قرار می‌گیرند. بعد

از تعیین سیاست وارانتی حداقل سه مشخصه باید تعیین شود، ۱- دوره پوشش (معین یا تصادفی)، ۲- شیوه غرامت دادن، و ۳- شرایطی که تحت آن این غرامت باید پرداخت شود. پس از تعیین کردن حقوق مصرف‌کننده و جلوگیری از مطالبات نادرست از تولیدکننده (در دوره وارانتی)، آخرین مشخصه دقیقاً در ارتباط با حقوق تولیدکننده است. از دیدگاه هزینه، دو مشخصه اول برای تولیدکنندگان مهم‌تر هستند زیرا بهای این مشخصات، میزان حمایت در برابر خرابی‌های زودرس و هزینه‌ی مستقیم در ارتباط با آن خرابی‌ها را تعیین می‌کنند.

در اکثر مواقع تولیدکنندگان برای محصولات خود محدودیت بودجه‌ی هزینه‌های وارانتی دارند و در صدد هستند تا با بودجه موجود سیاست وارانتی را پیاده کنند که بیشترین رضایت را برای مشتریان به ارمغان بیاورد، لذا یکی از مسائل مورد توجه تحلیل روی سیاست‌های وارانتی قابل اعمال برای محصول و هزینه‌های آنها است تا بهترین سیاست که هم برای تولیدکننده و هم برای مشتری منافع بیشتری را دارد اعمال شود. تحلیل وضعیت محصول و هزینه وارانتی سیاست‌های مختلف، ما را در اعمال تدابیر جدید که هم برای تولیدکننده و هم برای مشتری مفید است کمک می‌کند، برای این منظور لازم است قطعات محصول، قابلیت اطمینان قطعات، قابلیت اطمینان سیستم، قطعات دارای تاثیر زیاد روی هزینه وارانتی سیستم و غیره مورد بررسی قرار گیرند.

تاریخ وصول: ۹۱/۹/۱۰

تاریخ تصویب: ۹۲/۱۲/۱

\*نویسنده مسئول مقاله: دکتر جمشید ناظمی، استادیار مهندسی صنایع، واحد علوم و تحقیقات، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، [j.nazemi@srbiau.ac.ir](mailto:j.nazemi@srbiau.ac.ir)  
دکتر حسین علی مومنی، استادیار مدیریت، دانشگاه آزاد اسلامی، کرج، [momeni@kiaou.ac.ir](mailto:momeni@kiaou.ac.ir)  
حسین رشیدی کامه، کارشناسی ارشد، مهندسی صنایع، واحد علوم و تحقیقات، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، [rashid201h@yahoo.com](mailto:rashid201h@yahoo.com)

میزان نگهداری و تعمیرات به صورت یک متغیر تصادفی توسعه داد. (Bai & Pham (2006) سرویس وارانتی تجدیدپذیر کامل<sup>۳</sup> (RFSW) را مطرح کردند و این تحقیق دو جنبه متفاوت با تحقیقات دیگران داشت: الف- عمل نگهداری پیشگیرانه تنها زمانی انجام می گیرد که خرابی سیستم در طی پوشش وارانتی اتفاق افتد، در حالی که در مطالعات قبلی "نت" وابسته به خرابی نیست و ب- سیاست وارانتی در نظر گرفته شده در این تحقیق تجدید پذیر است.

هزینه ی سرویس وارانتی هر خرابی محصول که شامل هزینه ی تشخیص، هزینه ی تعمیر یا تعویض، هزینه نیروی کار و هزینه "نت" انجام پذیر می شود اغلب به نظر می رسد که ثابت باشد. در حالت خاص اکثر مدل های هزینه وارانتی در تحقیقات مرتبط یک پارامتر هزینه ی جمعی را استفاده می کنند که ممکن است از داده های تاریخی برآورد شود تا هزینه صحیح سرویس وارانتی هر خرابی را تخمین زند. به هر حال برای یک محصول چند جزئی تعمیر پذیر فرض هزینه ثابت ممکن است برقرار نباشد، زیرا معمولاً هزینه ی سیستم به خاطر تصادفی بودن ترکیب اجزاء معیوب بر روی خرابی سیستم تصادفی است.

به منظور ترکیب کردن خاصیت تصادفی، هزینه ی سرویس وارانتی به دو قسمت تجزیه می شود: هزینه ی تعویض/تعمیر و هزینه ی "نت" سیستم.

هزینه ی تعویض یا تعمیر هر خرابی سیستم یک متغیر تصادفی در نظر گرفته می شود که مقدار آن به هزینه ی تعویض جزء (سطح هزینه ی تعویض جزء) و مکانیسم خرابی سیستم بستگی دارد.

یک روش ساده برای مدلسازی هزینه ی وارانتی سیستم های چند جزئی، اصطلاحاً رویکرد جعبه ی سیاه<sup>۴</sup> است که ساختار قابلیت اطمینان سیستم را نادیده می گیرد که در نتیجه، در مدل های هزینه وارانتی برای محصولات تک جزئی می تواند به طور مستقیم به کار برده شود. شرایط نامساعد (عدم برتری) رویکرد جعبه ی سیاه در این امر واقع شده است که اطلاعات ساختار سیستم را به کار نمی برد. بنابراین مدل های هزینه وارانتی تنها باید به صورت یک تقریب استفاده شوند.

(Daya and Noman (2006) یک مدل یکپارچه پیشنهاد کردند که همزمان تصمیمات موجودی محصول، زمانبندی PM و سیاست وارانتی را برای یک سیستم رو به خرابی که امکان انتقال آن به حالت خارج از کنترل وجود دارد در نظر می گیرد. (Wu et al. (2007) مدل هزینه جهت تعیین بهینه ی زمان burn-in و طول دوره وارانتی را برای محصولات تعمیرناپذیر

سطوح گوناگونی از وارانتی در بازار رقابتی پیشنهاد می شود و به خریدار اطمینان داده می شود که یک کالای معیوب بدون هزینه یا با یک هزینه اندک، تعمیر یا تعویض خواهد شد. مشاهدات نشان داده است که برخی از خریداران ممکن است که یک محصول با یک دوره وارانتی نسبتاً طولانی را نسبت به محصول با دوره وارانتی کوتاهتر قابل اعتمادتر و دارای پایداری طولانی تر ارزیابی نمایند. در هر صورت از دید تولید کننده، هزینه وارانتی می تواند درصد مهمی از هزینه ی کل محصول باشد و لذا تعیین دوره وارانتی به قسمی که با توجه به استراتژی های تولید کننده بیشترین منافع را عاید تولید کننده کند، سؤال اصلی تولید کنندگان کالا است.

در این تحقیق خودروسازی را در نظر می گیریم که قصد دارد وارانتی مناسبی را برای سیستم قوای محرکه یک نوع خودرو تعیین کند به طوری که میانگین هزینه وارانتی سیستم قوای محرکه هر یک از این خودروها از مقدار معینی بیشتر نباشد. این سیستم قوای محرکه قبلاً با یک سیاست وارانتی<sup>۱</sup> FRW و با طول دوره معینی تحت پوشش بوده است و خودروساز قصد افزایش دوره وارانتی سیستم مورد نظر را دارد ولی افزایش دوره وارانتی منجر به افزایش هزینه های وارانتی می شود ولی محدودیت بودجه ای که تولیدکننده برای پوشش وارانتی خودروهای مورد مطالعه در نظر گرفته است امکان افزایش غیرمنطقی دوره وارانتی را نمی دهد. در حقیقت خودروساز می خواهد به این مطلب پی ببرد که با حداکثر بودجه ای که بطور متوسط برای هزینه وارانتی هر یک از این سیستمهای قوای محرکه در نظر گرفته بهترین سیاست وارانتی که می تواند عرضه کند چیست و آیا تدابیری وجود دارد که در عین حال که از دید مشتری وارانتی عرضه شده از وارانتی قبلی بهتر باشد بتواند هزینه ها را کاهش دهد. این تحقیق سعی دارد به خودروساز کمک کند تا بهترین وارانتی و تدابیر را در جهت کنترل هزینه های وارانتی سیستم قوای محرکه مورد نظر خود اعمال کند.

## ۲. مرور ادبیات

تحقیقات تحلیل وارانتی از جنبه های مختلفی مورد مطالعه قرار گرفته اند. تحقیقات بسیاری نگهداری پیشگیرانه "نت" را در طراحی و تحلیل وارانتی های محصول ترکیب کرده اند. در میان آنها (Chun (1992) "نت" دوره ای را طی دوره ی وارانتی در نظر می گیرد، (Jack & Dagunlar (1994) ایده ی Chun را با جایز دانستن فواصل نگهداری پیشگیرانه<sup>۲</sup> (PM) غیر مساوی تعمیم دادند. (Yeh (2001) تحقیقات قبلی با در نظر گرفتن

<sup>3</sup> Renewable Full-Service Warranty

<sup>4</sup> Black Box Approach

<sup>1</sup> Free Replacement Warranty

<sup>2</sup> Preventive Maintenance

تحلیل وارانتی سیستم های پیچیده نسبتاً جدید است و تحلیل های سازمان یافته (سیستماتیک) و واضح کمی روی سیاست های وارانتی برای سیستم های پیچیده وجود دارد. **Ritchken & Tapiero (1986)** وارانتی یک سیستم موازی دو مولفه ای را تحت یک وارانتی دو بعدی مدلسازی کردند. **Hussai & Murthy (1998)** نیز تخمین هزینه ی وارانتی را برای سیستم های موازی بر این مبنا که کیفیت نامعین یک محصول جدید ممکن است یک نگرانی برای طراحی برنامه های وارانتی باشد بحث کردند. **Balachandran et al. (1981)** رویکرد Markovian را برای مدلسازی هزینه های وارانتی یک سیستم سه مولفه ای به کار بردند. **Chukova & Dimtrov (1996)** چندین مدل هزینه وارانتی را برای سیستم های سری ساده و سیستم های موازی تحت وارانتی تعویض رایگان بر مبنای تئوری تکرار فراهم کردند. تحقیق **LU (1998)** و کتاب **Rai and Singh (2009)** روش هایی را جهت تعیین قابلیت اطمینان قطعات بر مبنای اطلاعات دوره وارانتی ارائه می کنند.

### ۳. شرح مسئله

یکی از مسائل مهم دیگر در ارائه وارانتی برای یک محصول نوع سیاست وارانتی است. در این بخش سه سیاست وارانتی مورد نظر در این تحقیق را بطور خلاصه برای یک سیستم تعمیر پذیر یادآوری می کنیم. تحت وارانتی تعویض رایگان تجدیدپذیر برای یک سیستم با دوره  $w$ ، اگر یک بخش از سیستم قبل از اتمام زمان  $w$  خراب شود، این بخش بدون هیچ هزینه ای برای مصرف کننده تعویض (یا تعمیر) می شود. بخش تعویض (یا تعمیر) شده سپس با یک وارانتی تعویض رایگان جدید با دوره  $w$  تحت پوشش قرار می گیرد و وارانتی برای هر یک از قطعات سیستم زمانی به اتمام می رسد که فاصله بین دو خرابی آن قطعه از سیستم بیش از  $w$  باشد. در یک سیاست وارانتی متناسب تجدیدپذیر برای یک سیستم با دوره  $w$ ، تولید کننده توافق می کند هنگام خرابی یک قطعه از سیستم به شرط اینکه زمان خرابی قطعه با شروع از زمان خرید سیستم توسط مشتری کمتر از  $w$  باشد قطعه را تعویض (یا تعمیر) کند و بخشی از هزینه تعویض قطعه را واصله به زمان خرابی قطعه مشتری می پردازد، بعد از تعویض (یا تعمیر) قطعه مذکور با یک وارانتی متناسب جدید با دوره  $w$  تحت پوشش قرار می گیرد و وارانتی برای هر یک از قطعات سیستم زمانی به اتمام می رسد که فاصله بین دو خرابی آن قطعه بیش از  $w$  باشد، سیاست وارانتی متناسب را به طور ساده با PRW بیان می کنند. سیاست بعدی سیاست ترکیبی تجدیدپذیر (renewable FRW/PRW) است. تحت این سیاست برای یک سیستم، تولید کننده توافق می کند برای هر یک از قطعات سیستم که قبل از زمان  $w_1$  خراب شوند یک تعویض (یا

تحت سیاست وارانتی ترکیبی تعویض رایگان و متناسب ( $FRW/PRW^1$ ) ایجاد کردند. **Chung and Wee (2008)** یک مدل یکپارچه تولید-موجودی رو به زوال را برای سیاست قیمت گذاری بدست می آورند که در این تحقیق تولید ناقص، برنامه ریزی بازرسی، دوره وارانتی و سطح موجودی وابسته به تقاضا نیز بررسی می شود. **Kim and park (2008)** قیمت دوره وارانتی بهینه و برنامه ریزی تولید قطعات یدکی را جهت ماکسیمم سازی سود و همزمان انجام تعهد تدارک قطعات برای مشتریان، طی یک افق برنامه ریزی تعیین می کنند. استراتژیهای تعمیر متفاوت برای وارانتی های یک بعدی و دو بعدی با هدف کمینه سازی هزینه وارانتی مورد انتظار تولیدکننده نیز مورد بررسی قرار گرفته است (**Samatli - Paç & Taner, 2009**). **Zhou et al. (2009)** قیمت گذاری پویا و سیاست وارانتی را به طور توأم طی عمر یک محصول تعمیر پذیر تعیین می کنند و یک تابع کاهش قیمت خطی را در نظر می گیرند. **Fang and Huang (2010)** مدل تصمیم گیری بیزی (Bayesian) را پیشنهاد می کنند که می تواند، استراتژی بهینه ی یکپارچه را در شرایطی که تولیدکننده اطلاعات تاریخی کافی برای تخمین زوال محصولات جدید ندارد بدست آورد. **Jung et al. (2010)** سیاست نگهداری و تعمیراتی را پس از اتمام وارانتی در یک وارانتی تجدیدپذیر ارائه می کنند که در آن چرخه عمر با نصب یک سیستم جدید شروع و با تعویض سیستم خاتمه می یابد، نرخ هزینه در هر واحد زمان بر مبنای چرخه عمر جدید تعریف می شود. **Vahdani et al. (2011)** مدل تعمیر-تعویض را تحت وارانتی تعویض رایگان تجدید پذیر برای محصولات تعمیرپذیر چند حالته ی رو به زوال ایجاد می کند. **Wu (2011)** با توجه به فاکتورهای انسانی در درخواست های وارانتی، دو مشخصه را مطرح می کند: از کارافتادگی های گزارش نشده ( $FBNR^2$ ) و درخواست هایی که در آن کالا خراب نشده است ( $RBNF^3$ )، سپس بر مبنای این دو دسته درخواست، مدلهایی را برای تخمین هزینه مورد انتظار وارانتی پیشنهاد می کند. **Rao (2011)** با در نظر گرفتن هزینه مورد انتظار وارانتی یک سیستم پشتیبانی تصمیم ( $DSS^4$ ) را جهت تصمیم گیری در خصوص تعویض یا تعمیر کالاهای معیوب ارائه کرد. **Chen et al. (2012)** تولیدکننده و دو خرده فروش را که رغیب هم هستند و هزینه های فروش متفاوت دارند در نظر می گیرند و استراتژی های متفاوت قیمت گذاری را برای عمده فروشی و هر یک از خرده فروشان تعیین می کنند، در این تحقیق تقاضا به وارانتی وابسته است.

<sup>1</sup> Pro Rate Warranty

<sup>2</sup> Failed But Not Reported

<sup>3</sup> Reported But Not Failed

<sup>4</sup> Decision Support System

تمام قطعات سیستم مورد مطالعه از توزیع ویبال تبعیت می کنند.

بر مبنای اطلاعات دوره وارانتی خودروهای فروخته شده در دو ماه متوالی و با در نظر گرفتن توزیع زمان تا خرابی ویبال برای قطعات سیستم و با کمک تحقیق LU و کتاب Rai and Singh برای ۸۹ قطعه از قطعات سیستم خرابی کافی جهت برآورد پارامترهای توزیع ویبال وجود دارد. بعد از تعیین پارامترهای توزیع ویبال برای این قطعات، به کمک تابع قابلیت اطمینان آنها می توان وضعیت سیستم را مورد بررسی قرار داد. ۱۱ قطعه از این قطعات برای دوره زمانی ۲۴ ماه قابلیت اطمینان کمتر از ۰,۹۲ دارند، به عبارتی برای ۱۱ قطعه احتمال اینکه تا ۲۴ ماه خراب نشوند کمتر از ۰,۹۲ است و از این ۱۱ قطعه ۵ قطعه قابلیت اطمینان کمتر از ۰,۸ دارند. قابلیت اطمینان سیستم برای دوره های زمانی ۱۸, ۲۴ و ۳۰ ماه بترتیب ۰,۰۷۳، ۰,۰۱۸ و ۰,۰۳۷ می باشد. تعداد خرابی هر یک از این ۱۱ قطعه، درصد تجمعی تعداد خرابی و درصد تجمعی هزینه وارانتی این قطعات در شکل ۱ نشان داده شده است.

#### ۴-۲. تعیین دوره وارانتی برای سیاست های مورد نظر

میانگین مبلغی که خودروساز برای تعویض قطعات معیوب سیستم قوای محرکه هر خودرو طی دوره وارانتی قبلا پرداخت می کرده صرفنظر از اجرت نمایندگی ها ۷,۸۵ دلار بوده است و حال او با توجه به بودجه ای که برای پوشش وارانتی خودروهای دارای سیستم قوای محرکه مورد نظر در نظر گرفته بطور متوسط حداکثر می تواند ۱۳,۷۴ دلار را برای تعویض قطعات معیوب هر سیستم قوای محرکه صرفنظر از اجرت نمایندگی ها طی دوره وارانتی هزینه کند، می خواهیم ببینیم با این خواسته ی خودروساز دوره وارانتی برای این سیستم در سه سیاست وارانتی مورد نظر چه میزان است. در این قسمت از تحقیقات Polatoglu & Shahin (1998) و Ritchken (1985) کمک می گیریم و با تعمیم برای سیستمهای چند جزئی و سه سیاست وارانتی، نتایج زیر حاصل می شود. منظور از هزینه وارانتی که در ادامه بحث می شود هزینه وارانتی صرفنظر از اجرت نمایندگی ها می باشد.

##### ۴-۲-۱. سیاست وارانتی FRW تجدیدپذیر

در این سیاست وارانتی فرض می کنیم  $N_i$  تعداد خرابی قطعه  $W_i$  سیستم طی دوره وارانتی  $w$  باشد در این صورت داریم،

$$p[N_i = n_i] = [F_i(w)]^{n_i} R_i(w) \quad \forall n_i, n_i \quad (1)$$

$$= 0, 1, 2, \dots$$

تعمیر) رایگان را ارائه کند و برای هر خرابی در فاصله ی  $w_1$  تا  $w$  ( $w_1 > w$ ) مصرف کننده بخشی از قیمت خرید قطعه را متناسب با عمر قطعه در زمان خرابی پرداخت می کند و تولیدکننده قطعه معیوب را تعویض (یا تعمیر) می کند این قطعه مجددا با یک وارانتی ترکیبی جدید تحت پوشش قرار خواهد گرفت. این وارانتی ترکیبی برای هر یک از قطعات سیستم زمانی به اتمام می رسد که فاصله بین دو خرابی آن قطعه بیش از  $w$  باشد.

در این تحقیق بر مبنای اطلاعات دوره وارانتی قبلی خوددور قابلیت اطمینان قطعات مختلف سیستم قوای محرکه را تعیین می کنیم. سپس بر مبنای حداکثر بودجه ای که سازنده خودرو قصد دارد برای پوشش وارانتی هر یک از سیستمهای قوای محرکه مورد مطالعه هزینه کند دوره وارانتی را برای سیستم در سه سیاست وارانتی ذکر شده تعیین می کنیم. در نهایت تحلیل هایی را بر مبنای قطعاتی که منجر به افزایش هزینه وارانتی می شوند و نوع سیاست وارانتی انجام داده و بر مبنای این تحلیل ها و به کمک الگوریتمی که در ادامه مطرح می شود وارانتی مناسب را برای سیستم قوای محرکه به سازنده خودرو معرفی می کنیم. در این تحقیق فرض می کنیم سیستم تعمیر پذیر است، خرابی قطعات سیستم مستقل از یکدیگر باشند به عبارتی خرابی یک قطعه تاثیری روی خرابی قطعات دیگر ندارد، خرابی قطعات بطور یکنواخت توزیع شده اند، خرابی هر قطعه موجب از کارافتادگی سیستم می شود و قطعه معیوب بلافاصله در یک زمان ناچیز (نسبت به زمان بین دو خرابی قطعه) با یک قطعه نو تعویض می شود.

#### ۴. مدل مسئله

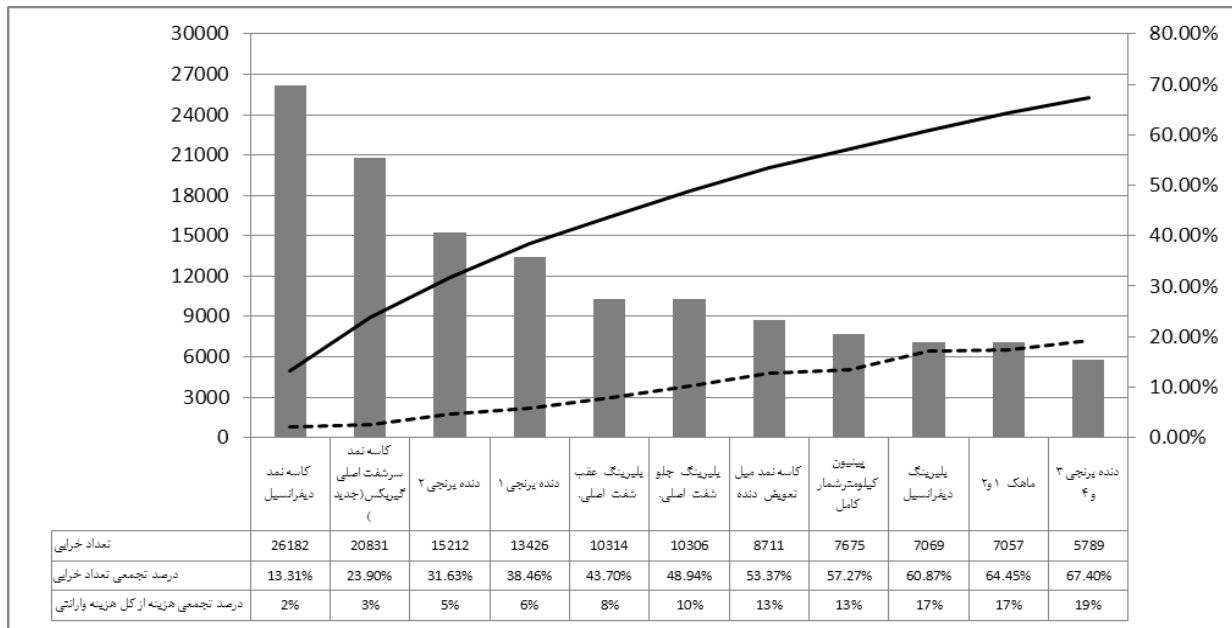
در سه گام ما این تحقیق را کامل می کنیم در گام اول بر مبنای اطلاعات دوره وارانتی خودروهای فروخته شده در دو ماه معین و با در نظر گرفتن توزیع زمان تا خرابی ویبال برای قطعات مختلف سیستم پارامترهای این توزیع ها را برای قطعات مختلف سیستم برآورد می کنیم، در گام دوم برای سه سیاست وارانتی مختلف که قبلا مطرح شد دوره های وارانتی را تعیین می کنیم، در گام سوم به کمک الگوریتمی دوره وارانتی مناسب را برای سیستم تعیین می کنیم.

##### ۴-۱. تعیین قابلیت اطمینان قطعات و سیستم

دو توزیع احتمال نمایی و ویبال از توزیع های رایج قابل استفاده برای زمان تا خرابی قطعات استفاده می شود. اما توزیع نمایی برای قطعات الکتریکی و توزیع ویبال برای قطعات مکانیکی رایج تر است از طرفی توزیع نمایی حالت خاصی از توزیع ویبال است، لذا در این تحقیق فرض می کنیم توزیع احتمال زمان تا خرابی

در نظر گرفتیم بنابراین توابع توزیع تجمعی و قابلیت اطمینان سیستم و قطعات آن با روابط (۲) تا (۵) تعیین می شوند.

در رابطه قبل  $F_i$  و  $R_i$  بترتیب توابع توزیع تجمعی زمان تا خرابی و قابلیت اطمینان قطعات سیستم هستند، که همانطور که قبلا گفتیم تابع چگالی احتمال زمان تا خرابی قطعات سیستم را و بیاب



شکل ۱. تحلیل وضعیت ۱۱ قطعه دارای قابلیت اطمینان نسبتا پایین

$$p[N_i = n_i] = R_i(w)[F_i(w)]^{n_i}, n_i = 0, 1, 2, \dots \quad (7)$$

$$E[N_i] = N_i \text{ مقدار مورد انتظار} = \frac{F_i(w)}{R_i(w)} \quad (8)$$

چون تعداد خرابی قطعات سیستم طی دوره وارانتی مقداری تصادفی اند هزینه وارانتی سیستم نیز طی دوره وارانتی مقداری تصادفی خواهد بود به همین دلیل در اکثر تحقیقات مقدار مورد انتظار هزینه وارانتی را مبنا قرار می دهند. بنابراین به کمک رابطه (۸) داریم،

$$E[TC] = E\left[\sum_{i=1}^{89} s_i c_i N_i\right] = \sum_{i=1}^{89} s_i c_i E[N_i] = \sum_{i=1}^{89} s_i c_i \frac{F_i(w)}{R_i(w)} \quad (9)$$

با استفاده از توابع ویبال برآورد شده برای زمان تا خرابی قطعات سیستم و قیمت تمام شده این قطعات دوره وارانتی برای این سیستم بر مبنای حداکثر میانگین هزینه ۱۳،۷۴ دلار برای هر

$$F_g(w) = 1 - R_g(w) = 1 - \prod_{i=1}^{89} [1 - F_i(w)]^{s_i} = 1 - \prod_{i=1}^{89} R_i(w)^{s_i} \quad (2)$$

$$F_i(w) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{t}{\alpha_i}\right)^{\beta_i}\right] \quad (3)$$

$$R_g(w) = \prod_{i=1}^{89} [1 - F_i(w)]^{s_i} = \prod_{i=1}^{89} R_i(w)^{s_i} \quad (4)$$

$$R_i(w) = \exp\left[-\left(\frac{t}{\alpha_i}\right)^{\beta_i}\right] \quad (5)$$

فرض می کنیم  $TC$  هزینه ی وارانتی سیستم باشد، بنابراین

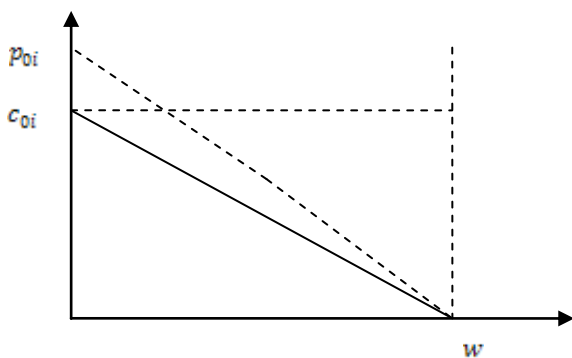
می تواند به این صورت فرموله شود:

$$TC = \sum_{i=1}^{89} s_i c_i N_i \quad (6)$$

در روابط قبل  $c_i$  هزینه تعویض قطعه  $i$ ام سیستم (یا قیمت تمام شده قطعه  $i$ ام سیستم)،  $N_i$  تعداد خرابی قطعه  $i$ ام سیستم طی دوره وارانتی  $w$  و  $s_i$  تعداد قطعه  $i$ ام در هر واحد سیستم است. با توجه به تجدیدپذیر بودن وارانتی برای  $N_i$  داریم،

$$\begin{aligned}
 E[TC] &= E\left[\sum_{i=1}^{99} S_i \sum_{j=1}^{N_i} (p_{0i}(w - x_{ij})/w)\right] = \\
 &= \sum_{i=1}^{99} S_i E\left[\sum_{j=1}^{N_i} (p_{0i}(w - x_{ij})/w)\right] = \\
 &= \sum_{i=1}^{99} S_i E\left[N_i E\left[(p_{0i}(w - x_{ij})/w)\right]\right] = \quad (15) \\
 &= \sum_{i=1}^{99} S_i E\left[N_i\right] E\left[(p_{0i}(w - x_{ij})/w)\right] = \\
 &= \sum_{i=1}^{99} S_i \left(\frac{F_i(w)}{R_i(w)}\right) \left(\frac{p_{0i}}{w} \int_0^w F(t) dt\right)
 \end{aligned}$$

اگر  $p_{0i}$ ها را برابر  $c_{0i}$ ها قرار دهیم آنگاه با استفاده از توابع ویبال برآورد شده برای زمان تا خرابی قطعات سیستم و قیمت تمام شده قطعات دوره وارانتی متناسب برای این سیستم بر مبنای حداکثر میانگین هزینه ۱۳,۷۴ دلار برای هر سیستم و  $E[TC]$  و ۷۰ ماه با هزینه ۱۳,۵۲ تعیین می شود.



شکل ۲. سیاست وارانتی متناسب

#### ۴-۲-۳. سیاست وارانتی FRW/PRW تجدیدپذیر

در این سیاست فرض می کنیم طول دوره ی وارانتی تعویض رایگان  $w_1$  است بعد از آن تا زمان  $w$  سیستم تحت پوشش وارانتی متناسب قرار می گیرد و فرض می کنیم که  $c_{0i}$  قیمت تمام شده (هزینه تعویض) قطعه  $i$ ام سیستم است،  $p_{0i}$  مبنای تخفیف در سیاست وارانتی متناسب برای قطعه  $i$ ام سیستم که می تواند برابر با  $c_{0i}$  باشد یا از آن بزرگتر باشد. همچنین  $p_i$  را قیمت فروش قطعه  $i$  سیستم در نظر می گیریم. زمانی که یک سیستم تحت وارانتی ترکیبی تجدیدپذیر فروخته شود، اگر قطعه  $i$ ام سیستم قبل از زمان  $w_1$  (پس از فروش سیستم) خراب شود این قطعه بدون هیچ هزینه ای برای مصرف کننده تعویض می شود و اگر سیستم در عمر  $x$  در فاصله بین  $w_1$  تا  $w = w_1 + w_2$  بواسطه خرابی قطعه  $i$ ام آن از کار بیافتد تولید کننده مقدار تعیین شده در رابطه (۱۶) را می پردازد و مابقی قیمت قطعه را با توجه به رابطه (۱۸) مصرف کننده می پردازد سپس قطعه  $i$ ام با یک وارانتی ترکیبی جدید تحت پوشش قرار می گیرد.

$$p_{0i} (w_1 + w_2 - x)/w_2 \quad (16)$$

سیستم، ۲۶ ماه با هزینه وارانتی ۱۳,۷۴ تعیین می شود

#### ۴-۲-۴. سیاست وارانتی PRW تجدیدپذیر

در این سیاست فرض می کنیم طول دوره ی وارانتی  $w$  است،  $c_{0i}$  قیمت تمام شده (هزینه تعویض) قطعه  $i$ ام و  $p_{0i}$  مبنای تخفیف در سیاست وارانتی متناسب برای قطعه  $i$ ام سیستم است که می تواند برابر با  $c_{0i}$  باشد یا از آن بزرگتر باشد و  $p_i$  قیمت فروش قطعه  $i$  است. زمانی که یک سیستم تحت وارانتی متناسب فروخته شود، اگر طی دوره وارانتی یک خرابی در زمان  $x$  پس از فروش خودرو بواسطه ی خرابی قطعه  $i$ ام سیستم اتفاق افتد، تولید کننده از قیمت قطعه جایگزین مقدار تعیین شده در رابطه (۱۰) را تقبل می کند و مابقی قیمت قطعه را مصرف کننده می پردازد.

$$c_{0i}(w - x)/w \quad (10)$$

برای درک بهتر مطالب بالا شکل ۲ در نظر بگیرید. در قسمت زیر به تعیین مقدار مورد انتظار هزینه پرداختی مصرف کننده طی دوره وارانتی، یعنی  $TC$ ، برای سیستم می پردازیم  $x_{ij}$  را زمان خرابی  $i$ ام قطعه  $i$ ام سیستم و  $I^i(x_{ij})$  و  $I_C^i(x_{ij})$  را ترتیب هزینه پرداختی توسط تولیدکننده و مصرف کننده برای خرابی  $i$ ام قطعه  $i$ ام و  $N_i$  را تعداد خرابی قطعه ی  $i$ ام سیستم طی دوره وارانتی در نظر می گیریم، در این صورت داریم،

$$I^i(x_{ij}) = \begin{cases} p_{0i}(w - x_{ij})/w & , 0 \leq x_{ij} < w \\ 0 & , w \leq x_{ij} \end{cases} \quad (11)$$

$$I_C^i(x_{ij}) = \begin{cases} p_i - (p_{0i}(w - x_{ij})/w) & , 0 \leq x_{ij} < w \\ p_i & , w \leq x_{ij} \end{cases} \quad (12)$$

و

$$E\left[p_{0i}(w - x_{ij})/w\right] = \int_0^w \frac{p_{0i}}{w} (w - x_{ij}) dF_i(t) = \frac{p_{0i}}{w} \left(\int_0^w F(t) dt\right) \quad (13)$$

هزینه پرداختی تولیدکننده برای همه ی خرابی های یک قطعه یکسان نیست و به زمان خرابی آن قطعه وابسته است. لذا کل هزینه وارانتی سیستم به کمک رابطه زیر تعیین می شود،

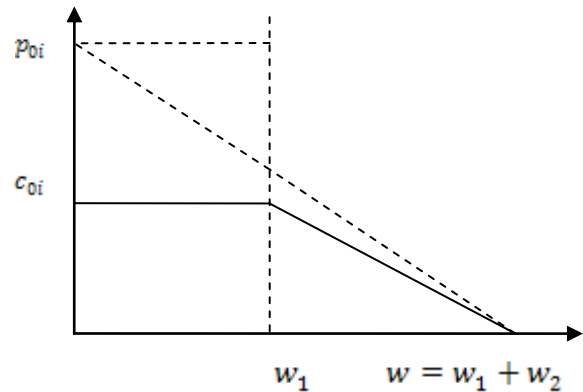
$$TC = \sum_{i=1}^{99} S_i \sum_{j=1}^{N_i} (p_{0i}(w - x_{ij})/w) \quad (14)$$

از آنجا که  $x_{ij}$  و  $N_i$  مقادیری نامعین و تصادفی اند  $TC$  نیز مقداری تصادفی خواهد داشت بنابراین در محاسبات مقدار مورد انتظار  $TC$  را مد نظر قرار می دهیم و به کمک روابط (۸) و (۱۳) و شرط گذاری روی  $N_i$  داریم،

$$E[N_{i1}] = \sum_{n_{i1}=0}^{\infty} n_{i1} P(N_{i1} = n_{i1}) = \frac{F_i(w_2)}{1-F_i(w)} \quad (21)$$

برای درک بهتر مطالب بالا شکل ۳ را در نظر بگیرید:

$$E[N_{i2}] = \sum_{n_{i2}=0}^{\infty} n_{i2} P(N_{i2} = n_{i2}) = \frac{F_i(w) - F_i(w_1)}{1-F_i(w)} \quad (22)$$



شکل ۳. سیاست وارانتی ترکیبی

در روابط قبل  $N_{i1}$  و  $N_{i2}$  بترتیب تعداد خرابی هر واحد قطعه  $i$ ام سیستم طی دوره وارانتی تعویض رایگان ( $w_1$ ) و تعداد خرابی هر واحد قطعه  $i$ ام سیستم طی دوره وارانتی متناسب ( $w_2$ ) هستند. از آنجا که  $N_{i1}$ ،  $N_{i2}$  و  $x'_{ij}$  مقادیری نامعین و تصادفی اند  $TC$  نیز مقداری تصادفی خواهد داشت بنابراین در محاسبات مقدار مورد انتظار  $TC$  را مد نظر قرار می دهیم، با استفاده از پیوست ب داریم،

$$E[TC] = \sum_{i=1}^{99} S_i c_{0i} \frac{F_i(w_2)}{1-F_i(w)} + \sum_{i=1}^{99} S_i \frac{p_{0i}}{w_2} \left( \int_{w_1}^w F(t) dt - F(w_1)(w - w_1) \right) \frac{F_i(w) - F_i(w_1)}{1-F_i(w)} \quad (23)$$

در رابطه (۲۳) اگر  $p_{0i}$ ها را برابر  $c_{0i}$  قرار دهیم سپس با استفاده از توابع ویبال برآورد شده برای زمان تا خرابی قطعات سیستم و قیمت تمام شده قطعات، دوره وارانتی متناسب برای این سیستم بر مبنای حداکثر میانگین هزینه وارانتی ۱۳،۷۴ دلار مطابق جدول ۱ تعیین می شود.

جدول ۱. دوره وارانتی در سیاست وارانتی FRW/PRW

هزینه وارانتی سیستم	\$	\$	\$	\$	\$
	۱۳،۳۸	۱۳،۴۲	۱۳،۵۵	۱۳،۴	۱۳،۶۳
$w_1$ (months)	۶	۱۲	۱۵	۱۸	۲۱
$w_2$ (months)	۶۲	۵۲	۴۶	۳۸	۲۹

#### ۳-۴. تحلیل هزینه ها و سیاست های وارانتی

قبلا بیان کردیم که قابلیت اطمینان ۱۱ قطعه از سیستم برای دوره زمانی ۲۴ ماه کمتر از ۰،۹۲ است (یعنی برای این ۱۱ قطعه از سیستم داریم  $R_i(24) < 0.92$ )، مطابق جدول ۲. در این جا می خواهیم ببینیم آیا تاثیری که این قابلیت اطمینان روی هزینه وارانتی می گذارد قابل توجه است یا خیر، برای این منظور فرض می کنیم این ۱۱ قطعه دارای توزیع زمان تا خرابی نمایی باشند ابتدا تابع قابلیت اطمینان نمایی را برای هر یک از این قطعات برای دوره زمانی ۲۴ ماه برابر مقادیر تعیین شده در جدول ۲ قرار داده و پارامتر توزیع نمایی قطعات را تعیین کرده و هزینه وارانتی سیستم برای دوره های زمانی تعیین شده در سه سیاست وارانتی قبل مطابق سطر پنجم جدول ۲ بدست می آوریم. سپس با فرض اینکه قابلیت اطمینان این قطعات قرار است در ۲۴ ماه برابر ۰،۹۲

در قسمت زیر به تعیین مقدار مورد انتظار هزینه پرداختی مصرف کننده طی دوره وارانتی، یعنی  $TC$ ، برای سیستم می پردازیم،  $I^i(x_{ij})$  و  $I^i_c(x_{ij})$  را بترتیب هزینه پرداختی توسط تولیدکننده و مصرف کننده برای خرابی  $i$ ام قطعه  $i$ ام و  $N_i$  را تعداد خرابی قطعه  $i$ ام سیستم طی کل دوره وارانتی در نظر می گیریم، در این صورت داریم،

$$I^i(x_{ij}) = \begin{cases} c_{0i} & , 0 \leq x_{ij} \leq w_1 \\ p_{0i}(w - x_{ij})/w_2 & , w_1 < x_{ij} \leq w \end{cases} \quad (17)$$

$$I^i_c(x_{ij}) = \begin{cases} 0 & , 0 \leq x_{ij} \leq w_1 \\ p_i - p_{0i}(w - x_{ij})/w_2 & , w_1 < x_{ij} < w \\ p_i & , w \leq x_{ij} \end{cases} \quad (18)$$

هزینه پرداختی تولیدکننده برای همه ی خرابی های یک قطعه یکسان نیست و به زمان خرابی آن قطعه وابسته است. لذا کل هزینه وارانتی سیستم به کمک رابطه زیر تعیین می شود،

$$TC = \sum_{i=1}^{99} S_i \sum_{j=1}^{N_{i1}} c_{0i} + \sum_{i=1}^{99} S_i \sum_{j=1}^{N_{i2}} (p_{0i}(w - x'_{ij})/w_2) \quad (19)$$

در رابطه بالا  $x'_{ij}$  زمان خرابی  $i$ ام قطعه  $i$ ام سیستم طی دوره وارانتی متناسب است.  $N_{i1}$  را تعداد خرابی هر واحد قطعه  $i$ ام سیستم طی کل دوره وارانتی ( $w$ ) در نظر می گیریم، با استفاده از رابطه (۸) داریم،

$$E[N_i] = \frac{F_i(w)}{R_i(w)} \quad (20)$$

با توجه به پیوست الف مقدار مورد انتظار تعداد خرابی قطعه  $i$ ام سیستم طی دوره وارانتی  $w_1$  و  $w_2$  مطابق زیر تعیین می شوند،



دارای این سیستم قوای محرکه به فروش می رسد بهبود قابلیت اطمینان ۱۱ قطعه ذکر شده تا سطح ۰,۹۲ منجر به کاهش هزینه ای برابر \$۴۵۶۰۰۰ خواهد شد در سیاست ترکیبی میزان کاهش هزینه وارانتی بیشتر است، البته بهبود قابلیت اطمینان قطعات مذکور برای خودرو ساز هزینه ای را در بر خواهد داشت که برآورد دقیق این هزینه و مقایسه ی آن با میزان کاهش هزینه وارانتی خودروساز را در تصمیم گیری برای بهبود یا عدم بهبود قابلیت اطمینان این قطعات کمک خواهد کرد.

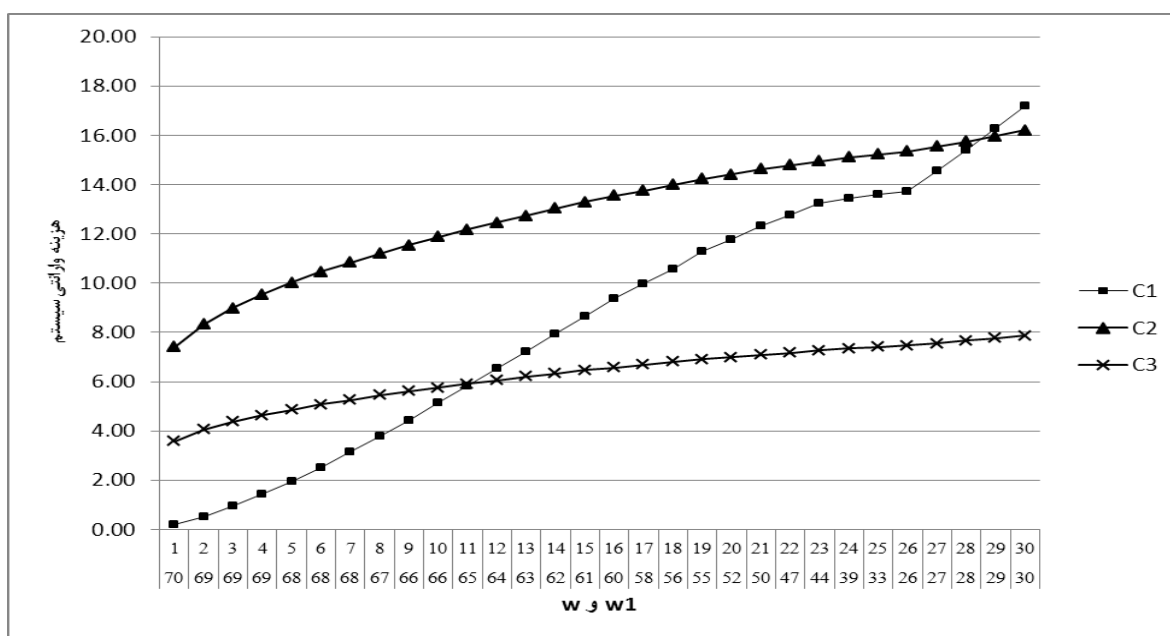
باشد پارامتر جدیدی را برای توزیع احتمال نمایی این قطعات تعیین می کنیم و بر مبنای این توزیع ها نمایی جدید مجدداً هزینه وارانتی را برای دوره های وارانتی مذکور مطابق سطر ششم جدول ۳ تعیین می کنیم. با مقایسه دو سطر جدول کاهش هزینه وارانتی در هر یک از سیاست ها مطابق سطر هفتم جدول ۳ خواهد بود. با توجه به جدول قبل مشاهده می کنیم که اگر سیستم قوای محرکه خودرو با یک سیاست FRW و دوره وارنتی ۲۶ ماه عرضه شود با توجه به اینکه سالانه حدود دویست هزار از خودروهای

جدول ۲. قطعات دارای قابلیت اطمینان نسبتاً پایین

قطعه	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱
قابلیت اطمینان	۰,۷۴۷	۰,۷۱۹	۰,۷۶۸	۰,۷۳۱	۰,۸۲۴	۰,۸۳۴	۰,۸۸۱	۰,۸۴۶	۰,۸۶۸	۰,۸۶۹	۰,۸۸

جدول ۳. تاثیر بهبود قابلیت اطمینان بر هزینه وارانتی

سیاست وارانتی	FRW	PRW	FRW/PRW	FRW/PRW	FRW/PRW	FRW/PRW	FRW/PRW
$w_1$ (months)	۲۶	۰	۶	۱۲	۱۵	۱۸	۲۱
$w_2$ (months)	۰	۷۰	۶۲	۵۲	۴۶	۳۸	۲۹
هزینه وارانتی فعلی - توزیع ویبیل	۱۳,۷۴\$	۱۳,۵۲\$	۱۳,۳۸\$	۱۳,۴۲\$	۱۳,۵۵\$	۱۳,۴\$	۱۳,۶۳\$
هزینه وارانتی فعلی - توزیع نمایی	۱۲,۹۸\$	۴,۷۲\$	۷,۱۷\$	۹,۰۶\$	۱۰,۱۱\$	۱۰,۸۳\$	۱۲,۱۵\$
هزینه وارانتی بعد از بهبود - توزیع نمایی	۱۰,۷\$	۲,۶\$	۳,۹۷\$	۵,۷۷\$	۶,۷۹\$	۷,۶۹\$	۸,۹۴\$
مقدار کاهش هزینه	۲,۲۸\$	۲,۱۲\$	۳,۲\$	۳,۲۹\$	۳,۳۲\$	۳,۱۴\$	۳,۲۱\$



شکل ۴. مقایسه و تعیین دوره وارانتی مناسب سیستم

زمان یعنی ۱۱ ماه قابلیت اطمینان تمام قطعات سیستم به جز دو قطعه بیش از ۰,۹ است و قابلیت اطمینان این دو قطعه نیز تقریباً ۰,۸۹ است. قیمت تمام شده هر یک از این دو قطعه نیز حدود \$۰,۴ است.

الگوریتم ذکر شده در قبل جهت تعیین دو تقریب جدید برای هزینه وارانتی سیستم طی دوره  $w_1$  در سیاست ترکیبی به شرح زیر است:

**گام ۱:** با تغییر  $w_1$  از یک ماه تا ۳۰ ماه  $w_2$  مناسب را برای سیستم به قسمی تعیین می کنیم که کل هزینه وارانتی ترکیبی تجدیدپذیر سیستم حداکثر ۱۳,۷۴ دلار شود و این  $w_2$ ها را بترتیب در آرایه ای چون  $A$  قرار داده بطوری که  $A[w_1]$  بیانگر دوره وارانتی متناسب  $w_2 = A[w_1]$  در یک سیاست وارانتی ترکیبی با دوره تعویض رایگان  $w_1$  ماه و  $w_2 = A[w_1]$  ماه است..

**گام ۲:**  $w_1$  را برابر ۱ قرار دهید.

**گام ۳:**  $w$  را برابر  $w_1 + A[w_1]$  قرار دهید.

**گام ۴:** برای قطعه  $i$ ام سیستم بزرگترین مقدار  $k \in \{0, 0.0001, 0.0002, 0.0003, \dots\}$  را پیدا کنید که در رابطه (۲۴) صدق کند، این  $k$  را در آرایه ای دو بعدی چون  $B1$  قرار دهید بطوری که  $B1[w_1, i]$  (درایه  $i$ ام سطر  $w_1$ ام بردار  $B1$ ) در بردارنده  $k$  مناسب برای قطعه  $i$ ام سیستم تحت وارانتی ترکیبی با دوره وارانتی تعویض رایگان  $w_1$  است. این گام را برای تمام قطعات سیستم انجام دهید.

$$\left( \frac{F(w_2)}{1 - (F(w) - F(w_1))} \right)^k \frac{1 - F(w)}{1 - (F(w) - F(w_1))} \geq 0.9 \quad (24)$$

رابطه بالا تعمیم رابطه (۲) پیوست الف برای مقادیر غیر صحیح است.

**گام ۵:** برای قطعه  $i$ ام سیستم بزرگترین مقدار  $k \in \{0, 0.0001, 0.0002, 0.0003, \dots\}$  را پیدا کنید که در رابطه (۲۴) صدق کند، این  $k$  را در آرایه ای دو بعدی چون  $B2$  قرار دهید بطوری که  $B2[w_1, i]$  (درایه  $i$ ام سطر  $w_1$ ام بردار  $B2$ ) در بردارنده  $k$  مناسب برای قطعه  $i$ ام سیستم تحت وارانتی ترکیبی با دوره وارانتی تعویض رایگان  $w_1$  است. این گام را برای تمام قطعات سیستم انجام دهید.

$$\left( \frac{F(w_2)}{1 - (F(w) - F(w_1))} \right)^k \frac{1 - F(w)}{1 - (F(w) - F(w_1))} \geq 0.95 \quad (25)$$

**گام ۶:** سه بردار  $C1$ ،  $C2$  و  $C3$  را در نظر می گیریم به طوری درایه  $w_1$ ام هر یک از این سه بردار مطابق روابط زیر تعیین

یک وارانتی تعویض رایگان محض به مصرف کننده توجه خاص دارد و یک وارانتی متناسب برای تولید کننده از مصرف کننده سودمندتر است. ترکیب این دو سیاست یک وارانتی مناسب را هم از دیدگاه مصرف کننده و هم از دیدگاه تولید کننده ارائه می کند. زمانی که سیاست وارانتی FRW است به دلیل محدودیت بودجه اختصاص یافته برای هزینه های وارانتی تولیدکننده مجبور خواهد بود دوره وارانتی کوتاهتری را نسبت به زمانی اختیار کند که سیاست وارانتی متناسب یا ترکیبی است. در سیاست وارانتی متناسب نیز چون دوره وارانتی نسبتاً طولانی است ریسک هزینه های تولیدکننده افزایش می یابد. از طرفی چون در سیاست وارانتی ترکیبی مصرف کننده نیز طی دوره متناسب مبلغی از هزینه ی تعویض قطعات معیوب را می پردازد لذا از خودور خود به شیوه مناسب استفاده خواهد کرد و احتیاط را بیشتر رعایت خواهد کرد و این منجر به کاهش ریسک هزینه های وارانتی خواهد شد.

از مسائل مهمی که در اتخاذ یک سیاست وارانتی ترکیبی برای سیستم مناسب است مد نظر قرارگیرد این است که هر چه دوره FRW کوچکتر باشد دوره PRW طولانی تر خواهد بود و این ریسک هزینه را برای سازنده خودرو افزایش می دهد در این قسمت ما رویکردی را جهت تعیین دوره FRW مناسب ارائه می کنیم. روش انجام این رویکرد به این گونه است که به کمک الگوریتمی که در ادامه ارائه می شود دو برآورد جدید برای هزینه وارانتی سیستم طی دوره های وارانتی  $w_1$  مختلف در سیاست ترکیبی تعیین می کنیم.

سپس در هر یک از دو برآورد هزینه وارانتی، مقایسه ای را بین هزینه برآورد جدید و مقدار هزینه وارانتی برآورد شده توسط قسمت اول رابطه (۲۳) انجام می دهیم در هر دوره وارانتی ترکیبی که این دو هزینه کمترین فاصله را داشته باشند آن دوره وارانتی مناسبی برای سیستم خواهد بود، چراکه در این حالت احتمال اینکه هزینه وارانتی واقعی یک سیستم به مقدار میانگین خود نزدیکتر باشد بیشتر است به عبارتی در این حالت میانگین هزینه برآورد دقیق تری از هزینه وارانتی واقعی خواهد بود. نمودار هزینه برای دو برآورد جدید و میانگین هزینه تعیین شده در قسمت اول رابطه (۲۳) در شکل ۴ ترسیم شده اند. با توجه به الگوریتم، جدول و محدودیت بودجه وارانتی مناسب برای سیستم یک وارانتی ترکیبی با  $w_1 = 11$  (months) و  $w = 65$  (months) می باشد که هزینه ای برابر \$۱۳,۴۹ برای تولیدکننده خواهد داشت.

در سیستم قوای محرکه مورد نظر احتمال اینکه هیچ یک از قطعات سیستم تا ۱۱ ماه خراب نشود یا به عبارتی قابلیت اطمینان سیستم در ۱۱ ماه، بیش از ۰,۲۸ است و برای این مدت

می شوند، صورتی که این هزینه ها نسبتا زیاد است قبل از عرضه این دوره وارانتی برای محصول قابلیت اطمینان قطعات آن را بهبود دهیم تا بتوانیم هزینه های دوره وارانتی محصول را کنترل و کاهش دهیم.

### مراجع

- [1] Chun, Y.H., "Optimal Number of Periodic Preventive Maintenance Operations Under Warranty", Reliability Engineering and System Safety, 37, 1992, pp. 223-225.
- [2] Jack, N., Dagpunar, J.S., "An Optimal Imperfect Maintenance Policy Over a Warranty Period", Microelectronics and Reliability, 34, 1994, pp. 529-534.
- [3] Yeh, R.H., Lo, H., "Optimal Preventive-Maintenance Warranty Policy for Repairable Products", European Journal of Operational Research, 134, 2001, pp. 59-69.
- [4] Bai, J., Pham, H., "Cost Analysis on Renewable Full-Service Warranties for Multi-Component Systems", European Journal of Operational Research, 168, 2006, pp. 492-508.
- [5] M. Ben-Daya, S.A. Noman, Lot Sizing, Preventive Maintenance, and Warranty Decisions for Imperfect Production Systems, Journal of Quality in Maintenance Engineering, Vol. 12 No. 1, 2006, pp. 68-80.
- [6] Wu, C.C., Chou, C.Y., Huang, C., "Optimal Burn-in Time and Warranty Length Under Fully Renewing Combination Free Replacement and Pro-Rate Warranty", Reliability Engineering and System Safety, 92, 2007, pp. 914-920.
- [7] Chung, C.J., Wee, H.-M., "An Integrated Production-Inventory Deteriorating Model for Pricing Policy Considering Imperfect Production, Inspection Planning and Warranty Period-and Stock-Level-Dependant Demand", International Journal of Systems Science, Vol. 39, No. 8, 2008, pp. 823-837.
- [8] Kim, B., Park, S., "Optimal Pricing, EOL (End of Life) Warranty, and Spare Parts Manufacturing Strategy Amid Product Transition", European Journal of Operational Research, 188:3, 2008, pp. 723-745.
- [9] Samatli-Paç, G., Taner, M.R., "The role of Repair Strategy in Warranty Cost Minimization: An Investigation via Quasi-renewal Processes", European Journal of Operational Research, 197 (2), 2009, pp. 632-641.

$$C1[w_1] = \sum_{i=1}^{89} s_i c_{0i} \frac{F_i(w_1)}{1 - F_i(w_1 + A[w_1])} \quad (26)$$

$$C2[w_1] = \sum_{i=1}^{89} s_i c_{0i} B1[w_1, i] \quad (27)$$

$$C3[w_1] = \sum_{i=1}^{89} s_i c_{0i} B2[w_1, i] \quad (28)$$

گام ۷: اگر  $w_1$  کمتر از ۳۰ است به آن یک واحد اضافه کنید و به گام ۳ بروید.

گام ۸: با ترسیم سه بردار  $C1$ ،  $C2$  و  $C3$  مطابق شکل ۴ الگوریتم به اتمام می رسد.

### ۵. نتیجه گیری

مطابق تحقیق اقتصادی (Spence 1977) شرکت ها می توانند زمانی که مشتریان درباره ی کیفیت مشکوک هستند وارانتی ها را به صورت نمادهایی از کیفیت استفاده کنند. امروزه در بازارهای رقابتی وارانتی به یک ابزار تبلیغاتی نسبتا قوی تبدیل شده است خودروسازانی که در این بازارها حضور دارند وارانتی های بهتری را هم از نظر طول دوره وارانتی و هم قوانین وارانتی بهتر از دید مشتری ارائه می کنند، همچنین این خودروسازان برای هر سیستم خودرو یک سیاست وارانتی خاص را عرضه می کنند.

اگرچه هنوز در برخی کشورها (از جمله کشورهای جهان سوم) اگر الزام دولت بر وارانتی محصولات با حداقل طول دوره معینی نباشد بعضی از تولیدکنندگان تمایل به وارانتی محصولات خود را ندارند و بسیاری از تولیدکنندگان همان حداقل طول دوره وارانتی را برای محصولات خود ارائه می کنند اما باید توجه کرد که تقاضای بازار داخلی کشورها برای محصولات محدود است و با توجه به روند افزایش هزینه ها و از طرفی افزایش قیمت تمام شده محصولات برای بقا و مقابله با بحرانها لازم است که تولیدکنندگان سرعت راه را برای ورود به بازارهای خارجی هموار کنند و ارائه محصولات با دوره وارانتی کوتاه نسبت به رقبای آن بازارها اجازه ورود را به ما نخواهد داد و با استقبال بسیار سرد مشتریان روبرو می شویم.

اما توجه به این نکته نیز حائز اهمیت فراوان است ارائه دوره وارانتی نسبتا طولانی بدون توجه به قابلیت اطمینان محصول و قطعات آن ممکن است منجر به هزینه ی وارانتی بسیار زیاد شود به طوری که مجددا مجبور به کاهش دوره وارانتی شویم. بنابراین روش کار باید به این صورت باشد که ابتدا با تعیین قابلیت اطمینان محصول و قطعات آن برآورد نسبتا دقیق از هزینه های وارانتی برای دوره وارانتی که مد نظر داریم انجام دهیم و در

- [22] Rai, B.K., Singh, N., *Reliability Analysis And Prediction With Warranty Data Issues, Strategies, and Methods*. Boca Raton: CRC Press 2009.
- [23] Polatoglu, Hakan. Sahin, Izzet., "Probability Distributions of Cost, Revenue and Profit Over a Warranty Cycle", *European Journal of Operational Research*, 108, 1998, pp170- 183.
- [24] Ritchken, O.H., "Warranty Policies for Non-Repairable Items Under Risk Aversion", *IEEE Transactions on Reliability*, 34(2), 1985, pp. 147-150.
- [25] Spence, M., "Consumer Misperceptions, Product Failure, and Product Liability", *Review of Economic Studies*, 44 (3), 1977, pp. 561-572.
- [10] Zhou, Z., Li, Y., Tang, K., "Dynamic Pricing and Warranty Policies for Products with Fixed Lifetime", *European Journal of Operational Research*, 196, 2009, pp. 940-948.
- [11] Fang. C.C., Huang, Y.S., "A Study on Decisions of Warranty, Pricing, and Production with Insufficient Information". *Computers and Industrial Engineering*, 59(2), 2010, pp. 241-250.
- [12] Jung, K.M., Park, M., Park, D.H., "System Maintenance Cost Dependent on Life Cycle Under Renewing Warranty Policy". *Reliability Engineering & System Safety*, 95(7), 2010, pp. 816-821.
- [13] Vahdani, H., Chukova, S., Mahlooji, H., "on Optimal Replacement-Repair Policy for Multi-State Deteriorating Products under Renewing Free Replacement Warranty". *Computers & Mathematics with Applications*, 61(4), 2011, pp. 840-850.
- [14] Wu, S., "Warranty Claim Analysis Considering Human Factors", *Reliability Engineering & System Safety*, 96(1), 2011, pp. 131-138.
- [15] Rao, B.M., "A Decision Support Model for Warranty Servicing of Repairable Items", *Computers & Operations Research*, 38(1), 2011, pp. 112-130.
- [16] Chen, X., Li, L., Zhou, M., "Manufacturer's Pricing Strategy for Supply Chain with Warranty Period-Dependent Demand", *Omega*, 40(6), 2012, pp. 807-816.
- [17] Ritchken, P.H., Tapiero, C.S., "Warranty Design Under Buyer and Seller Risk Aversion", *Naval Research Logistics Quarterly*, 33, 1986, pp. 657-671.
- [18] Hussain, A.Z.M.O., Murthy, D.N.P., "Warranty and Redundancy Design with Uncertain Quality", *IIE Transactions*, 30, 1998, pp. 1191-1199.
- [19] Balachandran, K.R., Maschmeyer, R.A., Livingstone, J.L., "Product Warranty Period: A Markovian Approach to Estimation and Analysis of Repair and Replacement Costs", *The Accounting Review*, 1, 1981, pp. 115-124.
- [20] Chukova, S., Dimitrov, B., "Warranty Analysis for Complex Systems", in: Blischke, W.R., Murthy, D.N.P. (Eds.), *Product Warranty Handbook*, Marcel Dekker Inc., 1996; pp. 543-584 (Chapter 22).
- [21] Lu, M.W., "Automotive Reliability Prediction Based On Early Field Failure Warranty Data", *Quality And Reliability Engineering International*, 14. 1998, pp. 103-108.

## پیوست ها

## پیوست الف

با توجه به تحقیق (Polatoglu & Shahin 1998) توابع چگالی احتمال توام تعداد خرابی قطعه نام سیستم طی دوره وارانتی  $w_1$  و  $w_2$  و توابع چگالی احتمال حاشیه ای آنها مطابق زیر است.

$$P(N_{i1} = n_{i1}, N_{i2} = n_{i2}) = \binom{n_{i1} + n_{i2}}{n_{i1}} F(w_1)^{n_{i1}} (F(w) - F(w_1))^{n_{i2}} (1 - F(w)) \quad (1)$$

$$P(N_{i1} = n_{i1}) = \left( \frac{F(w_2)}{1 - (F(w) - F(w_2))} \right)^{n_{i1}} \frac{1 - F(w)}{1 - (F(w) - F(w_2))} \quad (2)$$

$$P(N_{i2} = n_{i2}) = \left( \frac{F(w) - F(w_2)}{1 - F(w_2)} \right)^{n_{i2}} \frac{1 - F(w)}{1 - F(w_2)} \quad (3)$$

## پیوست ب

به کمک روابط (۱۹) تا (۲۴) متن مقاله، شرط گذاری روی  $N_i$  و  $N_{i1}$  و پیوست الف داریم،

$$E[TC] = \sum_{i=1}^{89} s_i E \left[ \sum_{j=1}^{N_{i1}} c_{0i} \right] + \sum_{i=1}^{89} s_i E \left[ \sum_{j=1}^{N_{i2}} (p_{0i}(w - x'_{ij})/w_2) \right] \quad (1)$$

$$E \left[ \sum_{j=1}^{N_{i1}} c_{0i} \right] = E \left[ E \left[ \sum_{j=1}^{N_{i1}} c_{0i} \mid N_{i1} \right] \right] = E[N_{i1} E[c_{0i}]] = c_{0i} E[N_{i1}] = c_{0i} \frac{F_i(w_2)}{1 - F_i(w)} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} E \left[ \sum_{j=1}^{N_{i2}} (p_{0i}(w - x'_{ij})/w_2) \right] &= E \left[ E \left[ \sum_{j=1}^{N_{i2}} (p_{0i}(w - x'_{ij})/w_2) \mid N_{i2} \right] \right] = \\ E \left[ N_{i2} E \left[ (p_{0i}(w - x'_{ij})/w_2) \right] \right] &= E \left[ (p_{0i}(w - x'_{ij})/w_2) \right] E[N_{i2}] = \\ \left( \frac{p_{0i}}{w_2} (w - E[x'_{ij}]) \right) E[N_{i2}] &= \\ \frac{p_{0i}}{w_2} \left( \int_{w_1}^w F(t) dt - F(w_1)(w - w_1) \right) \frac{F_i(w) - F_i(w_2)}{1 - F_i(w)} & \end{aligned} \quad (3)$$

