

پایش آماری پیشامدهای کمیاب در حوزه بهداشت و درمان

امیرافشین فتاحی^{*}، رسول نورالسنا، پرشنگ دوکوهکی و مسعود باباخانی

کلمات کلیدی

کنترل آماری فرآیند، بهداشت و درمان، پیشامدهای نادر (کمیاب)، روش مجموعه‌ها، روش امتیاز تجمعی، روش SHDA، روش جمع تجمعی برنولی، متوسط طول دنباله.

چکیده:

در حوزه بهداشت و درمان، مشخصه‌های کیفی متفاوتی وجود دارند که لازم است مورد پایش (Monitoring) و کنترل قرار گیرند. البته پایش هر مشخصه کیفی نیازمند روش آماری (نمودار کنترل) خاصی است. مشخصه‌های کیفی خاصی در بهداشت و درمان وجود دارند که به دلیل نرخ رخداد بسیار کم آن‌ها، این‌طور به نظر می‌رسد که دلیلی برای پایش و کنترل آن‌ها وجود نداشته باشد، یا اصلاً پایش آن‌ها امکان‌پذیر نباشد؛ زیرا نرخ رخداد آن‌ها به حدی کوچک است که پایش آن‌ها با استفاده از نمودارهای کنترل متداول p و np امکان‌پذیر نیست؛ در صورتی که برای چنین مشخصه‌های کیفی نیز روش‌های متنوعی با کارایی‌های گوناگون توسعه داده شده است. چنین مشخصه‌های کیفی، پیشامدهای بهداشتی نادر (Rare health events) نامیده می‌شوند. این مقاله درصدد است تا با معرفی معروفترین این روش‌ها و البته مقایسه آن‌ها بر اساس شاخص متوسط طول دنباله (ARL)، کاراترین روش آماری را در این خصوص شناسایی کند.

۱. مقدمه

در بخش بهداشت و درمان مشخصه‌های کیفی^۲ متفاوتی وجود دارند که می‌توانند مورد پایش و کنترل قرار گیرند. مشخصه‌هایی کیفی مانند نرخ عفونت بیمارستان [۱]، نرخ مرگ‌ومیر بیماران [۲]، میزان قند خون [۳] یا فشار خون [۴، ۵] یک بیمار و ... از این جمله‌اند؛ که البته هر کدام روش (نمودار کنترل) آماری خاصی را طلب می‌کند. ابزارهای پایش و کنترل مشخصه‌های کیفی را می‌توان در مقوله‌ای چون «کنترل فرآیند آماری»^۳ [۶]، به عنوان زیرسیستمی از مدیریت کیفیت، جستجو کرد. در بخش

بهداشت و درمان مشخصه‌های کیفی دیگری نیز وجود دارند که به دلیل رخدادهای نادر (کمیاب) و ناچیز آن‌ها، ممکن است این‌طور به نظر برسد که پایش و کنترل آن‌ها لزومی ندارد و یا اصلاً امکان‌پذیر نباشد؛ زیرا نرخ رخداد آن‌ها در حدود ۰/۰۰۱ یا کوچک‌تر از آن است. پایش چنین مشخصه‌های کیفی، با استفاده از نمودارهای کنترل p و np ، به دلیل پدیده بیش‌افتراقی^۴ امکان‌پذیر نیست.

در سال‌های اخیر، مسأله پایش نرخ رخداد پیشامدهایی که احتمال رخداد آن‌ها ناچیز است، به عنوان مسأله‌ای جذاب در حوزه‌های صنعتی، بیمارستانی و اپیدمیولوژی مطرح شده است. مثال‌های ویژه پزشکی در این زمینه عبارتند از پایش افزایش ریسک رخداد سرطان [۷]، پایش نرخ عیوب خروجی‌های بیمارستانی، به‌ویژه، جراحی‌ها [۷] و پایش نرخ رخداد ناهنجاری‌های مادرزادی [۹-۱۱].

توسعه روش‌های متعدد در مورد پایش رخدادهای کمیاب در بهداشت و درمان در سطح جهانی [۱۲-۱۵]، تأکیدی بر توجه خاص جوامع بین‌المللی بر ضرورت به‌کارگیری این روش‌ها است.

تاریخ وصول: ۹۰/۲/۱۲

تاریخ تصویب: ۹۰/۳/۲۵

^{*}نویسنده مسئول مقاله: دکتر امیر افشین فتاحی، دانشکده مهندسی صنایع دانشگاه آزاد اسلامی واحد پرند afshinfatahi@iust.ac.ir
دکتر رسول نورالسنا، دانشکده مهندسی صنایع دانشگاه علم و صنعت ایران rassoul@iust.ac.ir
پرشنگ دوکوهکی، دانشکده مهندسی صنایع دانشگاه آزاد اسلامی واحد پرند dokouhaki@iust.ac.ir
دکتر مسعود باباخانی، دانشکده مهندسی صنایع دانشگاه علم و صنعت ایران m.babakhani@iust.ac.ir

^۲ - Quality Characteristic

^۳ - Statistical Process Control (SPC)

^۴ - Overdispersion

ضرورت تحقیق حاضر نیز، معرفی متداول‌ترین این روش‌ها [۱۳] و البته مقایسه آن‌ها به‌منظور شناسایی کاراترین روش آماری در مورد پایش رخدادهای کمیاب است.

در این مقاله، ابتدا مروری بر روش‌های موجود برای پایش رخدادهای کمیاب ارایه می‌شود. در این راستا، پارامترها و روابط مرتبط با چهار روش اصلی در این زمینه معرفی می‌شوند؛ سپس با ارایه شاخص «متوسط طول دنباله»، عملکرد این چهار روش محاسبه می‌شوند. محاسبه شاخص موردنظر برای هر یک از روش‌ها، در قالب شبیه‌سازی رایانه‌ای و با استفاده از نرم‌افزار Matlab صورت گرفته است. در انتها، بحث و نتیجه‌گیری در مورد مقایسه عملکرد این روش‌ها ارایه شده است.

۲. معرفی روش‌های پایش

مبحث پایش رخدادهای بهداشتی نادر (کمیاب)، از جمله ناهنجاری‌های مادرزادی، از زمان فاجعه تالیدومید^۱ در دهه ۱۹۶۰ مورد توجه قرار گرفت. از آن پس، روش‌های آماری متنوعی برای پایش نرخ رخدادهای پیشامدها توسعه داده شده است. مرور روش‌های پایش آماری در سلامت عمومی توسط سانسون و باک [۱۲] و وودال [۱۳] ارایه شده است. ویژگی‌های بهینگی روش‌های مختلف پایش، به‌گونه‌ای گسترده، توسط فریسن و سانسون [۱۴] و فریسن [۱۵، ۱۶] مرور شده است. قبل از آن نیز توسط باربوجانی [۱۷] و لای و همکاران [۱۸] مقالاتی مروری، با تمرکز بر پایش پیوسته رخدادهای ناهنجاری‌های مادرزادی، منتشر شده است. در این مقاله، ضمن معرفی و مروری بر روش‌های آماری توسعه داده شده برای رخدادهای پیشامدهای نادر و کمیاب، چهار روش اساسی در این زمینه با جزئیاتی بیشتر معرفی می‌گردند؛ که هر یک برای کشف افزایش ناگهانی در نرخ رخدادهای کمیاب توسعه داده شده است.

روش مجموعه‌ها، به عنوان یکی از این روش‌ها را می‌توان در منبع [۱۹] مورد مذاقه قرار داد. دو روش بهبود یافته از روش مجموعه‌ها، یعنی روش امتیاز تجمعی و روش SHDA را به‌ترتیب در منابع [۲۰، ۲۱] و [۲۲، ۲۳] می‌توان مطالعه کرد. روش دیگر که توسط سگو و همکاران [۲۳] توسعه داده شده است، روش جمع‌تجمعی برنولی نام دارد. در حالی که روش جمع‌تجمعی برای نخستین بار توسط پیچ [۲۴] ارایه شد، سگو و همکاران [۲۳] از مدلی توسعه‌یافته بر اساس این روش، توسط رینولدز و استامبوس [۲۵، ۲۶]، برای پایش پیشامدهای کمیاب استفاده کرده‌اند. مقایسه چهار روش مذکور بر اساس ویژگی‌های بهینگی حداقل‌حداکثر (MinMax)، که در روش جمع‌تجمعی مطرح است [۲۷، ۲۸]، قابل انجام است.

فرض کنید $Y_1, Y_2, Y_3, \dots$ و ... یک سری آزمایش‌های مستقل برنولی باشند؛ به‌گونه‌ای که $Y = 1$ نشان‌دهنده وجود ناهنجاری مادرزادی و $Y = 0$ بیان‌کننده عدم آن باشد. همچنین، فرض کنید $\tau \geq 1$ نشان‌دهنده زمان افزایش نرخ رخدادهای باشد؛ احتمال رخداد به‌ازای $j = 1, 2, \dots, \tau - 1$ برابر با $P(Y_j = 1) = p_0$ و به‌ازای $j = \tau, \tau + 1, \dots$ برابر با $P(Y_j = 1) = \gamma p_0$ خواهد بود؛ به‌گونه‌ای که $0 < p_0 < 1$ و $1 < \gamma < 1/p_0$ است. فرض ساده‌ساز دیگری هم باید در نظر گرفت و آن این‌که مقدار p_0 مشخص است. البته به‌کارگیری این روش‌ها در عمل، نیازمند برآورد (تخمین) مقدار p_0 از داده‌های پیشین است. جنسن و همکاران [۲۹] تأثیر فرض مشخص بودن پارامترها (در حالی که واقعاً باید از داده‌های پیشین تخمین زده شوند) را بر نمودارهای کنترل، در قالب مقاله‌ای مروری ارایه داده‌اند. چن و همکاران [۳۰] این موضوع را در مورد روش مجموعه‌ها و روش امتیاز تجمعی لحاظ کرده‌اند.

چهار روش مذکور، نه‌تنها افزایش ناگهانی در نرخ رخدادهای، بلکه کاهش ناگهانی آن ($0 < \gamma < 1$) را نیز می‌توانند کشف کنند. چهار روش نام‌برده، به‌گونه‌ای طراحی می‌شوند که شرایط بهینگی حداقل‌حداکثر، برای کشف یک تغییر اسمی از مقدار p_0 به $p_1 = \gamma p_0$ ، به‌ازای $1 < \gamma_1 < 1/p_0$ برقرار باشد؛ بنابراین، γ_1 نشان‌دهنده اندازه تغییر است که نمودار برای کشف آن طراحی شده است.

رویکردهای آماری در روش‌های فوق با هم متفاوت است. به عنوان مثال، در روش جمع‌تجمعی برنولی [۲۳]، نرخ رخدادهای ناهنجاری‌های مادرزادی در قبال یک سری آزمایش‌های برنولی مدل‌سازی می‌شود؛ در حالی که در سه روش دیگر، فاصله بین رخدادهای ناهنجاری‌ها در مدل‌سازی‌ها به‌کار گرفته می‌شوند. این فاصله می‌تواند به عنوان تعداد تولد نوزادان سالم در بین دو تولد با ناهنجاری مادرزادی در نظر گرفته شود؛ البته در صورتی که نرخ تولدها را بتوان ثابت در نظر گرفت، این فاصله را می‌توان به عنوان زمان بین هر دو تولد با ناهنجاری مادرزادی در نظر گرفت. در مورد نخست، تعداد تولد نوزادان سالم در بین دو تولد با ناهنجاری مادرزادی، یک متغیر تصادفی هندسی (Geometric) در نظر گرفته می‌شود [۱۹] در حالی که در مورد دوم، زمان بین هر دو تولد با ناهنجاری مادرزادی، متغیر تصادفی نمایی (Exponential) اطلاق می‌شود [۷]. علیرغم تفاوت در رویکردهای چهار روش مذکور، مفروضات آن‌ها یکسان است؛ از جمله این‌که نرخ رخدادهای کمیاب در همه آن‌ها ثابت و رخدادهای از هم مستقل فرض می‌شوند.

علاوه بر چهار روش مذکور، تعدادی روش‌های پایش دیگر نیز وجود دارند. در صورتی که تعداد تولد نوزادان سالم در بین دو تولد با ناهنجاری مادرزادی در دسترس باشد، می‌توان یک نمودار

^۱ - Thalidomide

جمع تجمعی بر اساس توزیع احتمال هندسی توسعه داد [۳۱ و ۳۲]. در واقع، نمودار جمع تجمعی هندسی، از نظر عملکرد، در حد نمودار جمع تجمعی برنولی است [۳۲ و ۳۵]. در مواقعی که تک تک افراد را نتوان مورد پایش قرار داد، روش هایی بر اساس زمان بین رخدادها توسعه داده شده اند؛ یکی از این روش ها نمودار جمع تجمعی نمایی^۱ است [۳۳-۳۵]. به عنوان روشی دیگر از این نوع، می توان به روش شیرایوف-رابرتز^۲ برای مشاهدات نمایی اشاره کرد [۳۶].

زمانی که تنها بتوان داده ها را به صورت گروهی در فرجه های زمانی مشخص جمع آوری کرد (مانند تعداد رخدادها در هر ماه)، به کارگیری روش های پایش بر اساس توزیع احتمال پواسون منطقی به نظر می رسد. از جمله این روش ها می توان به نمودار جمع تجمعی پواسون^۳ [۳۳، ۳۷] و نمودار میانگین متحرک موزون نمایی پواسون^۴ [۳۸] اشاره کرد.

البته نمودارهای جمع تجمعی بینم^۵ [۲۶] و میانگین متحرک موزون نمایی بینم^۶ [۳۹] را نیز می توان مورد استفاده قرار داد. هر زمان که امکان داشته باشد، باید از تجميع داده ها در بازه های زمانی (مدل های پواسون) یا تجميع داده ها در قالب تعداد معینی از مشاهدات (مدل های بینم) امتناع کرد؛ زیرا این عمل می تواند باعث کاهش کارایی نمودار کنترل شود.

استفاده از روش هایی که نیاز به تجميع داده ها دارند، مستلزم اتمام بازه زمانی هستند، تا نمودار بتواند افزایش نرخ رخداد را در انتهای بازه زمانی نشان دهد؛ که این امر باعث تأخیر در هشدار توسط نمودار کنترل می شود. روش های شوهارت^۸ مبتنی بر توزیع های احتمال هندسی، نمایی، پواسون یا بینم نیز می توانند برای پایش برخی پیشامدهای کمیاب به کار گرفته شوند [۴۰، ۶]. نمودارهای شوهارت، از لحاظ قابلیت شناسایی تغییرات با نرخ بسیار کم، در مقایسه با روش های مبتنی بر CUSUM و EWMA، دارای عملکردی نسبتاً ضعیف تر هستند؛ ولی پیاده سازی و تفسیر نتایج آن ها ساده تر است.

مقالات متعددی در مورد مقایسه روش های مجموعه ها، امتیاز تجمعی، SHDA و جمع تجمعی برنولی به چاپ رسیده است. بسیاری از محققان، نمودار جمع تجمعی پواسون را با روش مجموعه ها یا روش امتیاز تجمعی مقایسه کرده اند [۴۱-۴۴]. گالوس و همکاران [۴۲] و رادالی [۴۴] نشان داده اند زمانی که افزایشی کمتر از چهار برابر مقدار مینا، در نرخ رخدادها حادث شود، نمودار جمع تجمعی پواسون سریع تر از روش مجموعه ها

هشدار می دهد؛ در حالی که اگر افزایشی بیش تر از چهار برابر مقدار مینا، در نرخ رخدادها ایجاد شود، روش مجموعه ها کارا تر عمل می کند. باربوجیا و کالزولاری [۴۱] با استفاده از شبیه سازی نشان داده اند که روش جمع تجمعی پواسون از روش مجموعه ها کارا تر است؛ ولی چن [۴۳] متدولوژی به کار رفته در تحقیق آن ها را زیر سؤال برده است. چن [۴۵] ادعا می کند که اگر متوسط تعداد رخدادها در سال، کوچک تر یا مساوی ۵ باشد، سرعت عمل روش مجموعه ها بیشتر از نمودار جمع تجمعی پواسون خواهد بود. اختلاف نظرهای بین نتایج چن [۴۵] و دیگران در مقایسه روش مجموعه ها با نمودار جمع تجمعی پواسون، ممکن است به دلیل رویکردهای مختلف ایشان به مسأله باشد. همچنین، روش مجموعه ها با روش های دیگری همچون روش جمع تجمعی هندسی [۴۶]، روش جمع تجمعی نمایی [۳۵]، روش امتیاز تجمعی [۲۰، ۳۰، ۴۴] و روش SHDA [۷، ۲۲، ۴۷] مورد مقایسه قرار گرفته است.

گریگ و فیروول [۴۸، ۴۹] از روش مجموعه ها برای پایش خروجی دودویی (مرگ و بقا) عمل جراحی استفاده کرده اند؛ البته از آن جا که احتمال رخدادها در این حالت برای هر فرد متفاوت خواهد بود، روش مجموعه های تعدیل شده ریسک (Risk Adjusted Sets Method) را توسعه داده اند. ایشان روش خود را با روش جمع تجمعی تعدیل شده ریسک (Risk Adjusted CUSUM) مقایسه و ادعا کرده اند که این روش دارای عملکردی بهتر است. در زیر معرفی اجمالی از چهار روش موردنظر برای پایش پیشامدهای کمیاب و مقایسه آن ها ارائه شده است.

۲-۱. روش مجموعه ها:^۹

یک مجموعه عبارت است از گروهی از نوزادان سالم که در فاصله بین تولد دو نوزاد با ناهنجاری مادرزادی متولد شده اند [۱۹]. فرض کنید X_i نشان دهنده اندازه (حجم) i امین مجموعه باشد. به عبارت دیگر، X_i برابر با تعداد تولدهای بین رخدادهای $i-1$ و i ، به ازای $i=1,2,3,\dots$ است؛ بنابراین، $X_1, X_2, \dots$ یک سری از متغیرهای تصادفی هندسی را تشکیل می دهد که تابع توزیع احتمال آن ها برابر با $p(1-p)^x$ است. در صورتی که تعداد n_s مجموعه متوالی، دارای اندازه ای کمتر از مقدار حد آستانه t_s باشد، روش مجموعه ها هشدار خواهد داد. (اندیس S منحصرأ نمایان گر روش مجموعه ها است).

در زمانی که i امین ناهنجاری مادرزادی مشاهده می شود، S_i برابر است با تعداد مجموعه های متوالی که دارای اندازه ای کمتر از مقدار حد آستانه t_s دارند. یعنی:

¹ - Exponential CUSUM

² - Shiryayev-Roberts

³ - Poisson CUSUM

⁴ - Poisson EWMA

⁵ - Binomial CUSUM

⁶ - Binomial EWMA

⁷ - Aggregation

⁸ - Shewhart

⁹ - Sets Method

۲-۳. روش امتیاز تجمعی^۱:

در روش امتیاز تجمعی، نمادهای X_i ، n_c و t_c ، با همان مفهوم موجود در روش مجموعه‌ها به کار گرفته می‌شوند؛ البته اندیس C منحصرأ نمایان‌گر روش امتیاز تجمعی است. برای هر اندازه مجموعه (X_i) امتیازی در نظر گرفته می‌شود؛ به گونه‌ای که اگر $X_i < t_c$ باشد، این وزن برابر با $g(X_i) = 1$ و در غیر این صورت، برابر با -1 خواهد بود. امتیاز تجمعی (C_i) برابر است با:

$$C_0 = 0$$

$$C_i = \max(QC_{i-1} + g(X_i)), i = 1, 2, 3, \dots$$

زمانی که $C_i = n_c$ باشد، روش امتیاز تجمعی هشدار خواهد داد. همانند روش مجموعه‌ها، در صورتی که $n_c = 1$ باشد، این روش به نمودار شوهارت هندسی با حد کنترل پایین $LCL = t_c$ تبدیل می‌شود.

۲-۴. روش جمع تجمعی برنولی^۲:

آماره روش جمع تجمعی برنولی به صورت زیر است.

$$B_0 = 0$$

$$B_j = \max(QB_{j-1} + Y_j - \delta), j = 1, 2, 3, \dots$$

به گونه‌ای که مقدار مرجع برابر است با:

$$\delta = \frac{-\log\left(\frac{1-p_1}{1-p_0}\right)}{\log\left(\frac{p_1(1-p_0)}{p_0(1-p_1)}\right)} = \frac{1}{k}$$

که از نسبت درست‌نمایی برنولی در آزمون نسبت احتمال متوالی^۳ منسوب به والد [۵۳] به دست می‌آید. در صورتی که $B_j \geq h$ باشد، این روش هشدار خواهد داد. همه روش‌های مبتنی بر روش جمع تجمعی بر اساس k و h توصیف می‌شوند؛ که به تفضیل در منبع [۶] تشریح شده است. رینولد و استامبوس [۲۶] این روش را با جزئیات کامل بیان کرده‌اند.

۳. ارزیابی و مقایسه روش‌ها

یکی از شاخص‌های اصلی در ارزیابی روش‌های آماری (از جمله نمودارهای کنترل)، «متوسط طول دنباله»^۴ است. این شاخص

$$S_0 = 0$$

$$S_i = (1 + S_{i-1})I_{\{X_i < t_s\}}, i = 1, 2, 3, \dots$$

زمانی که $S_i = n_s$ باشد، روش مجموعه‌ها هشدار می‌دهد. اگر $n_s = 1$ باشد، روش مجموعه‌ها به نمودار شوهارت هندسی یک‌طرفه، با حد کنترل پایین $LCL = t_s$ ، تبدیل می‌شود [۵۰]. لازم به ذکر است که روش مجموعه‌ها یک مورد خاص از روش پایش قوانین دنباله‌ها است که قبلاً توسط پیچ [۵۱] مورد بحث قرار گرفته بود.

۲-۲. روش SHDA

برای روش SHDA، نمادهای X_i ، n_t و t_t ، با همان مفهوم موجود در روش مجموعه‌ها به کار گرفته می‌شوند؛ البته اندیس t منحصرأ نمایان‌گر روش SHDA است. به منظور اجرای این روش، اگر تعداد n_t مجموعه متوالی، هرکدام دارای اندازه‌ای کوچک‌تر از t_t باشند، پرچمی افراشته می‌شود؛ در این صورت، اگر تعداد کل مجموعه‌هایی که پس از آخرین پرچم به وجود آمده‌اند، کوچک‌تر یا مساوی حد آستانه u_t باشد، روش SHDA هشدار خواهد داد.

زمانی که i آمین ناهنجاری مادرزادی مشاهده شود، D_i را برابر با تعداد مجموعه‌های متوالی در نظر بگیرید که دارای اندازه‌های کمتر از t_t هستند. همچنین، A_i را برابر با تعداد کل مجموعه‌هایی که پس از آخرین پرچم ایجاد شده‌اند، در نظر بگیرید. بنابراین داریم:

$$D_0 = 0$$

$$D_i = (1 + D_{i-1})I_{\{D_{i-1} < n_t\}}I_{\{X_i < t_t\}}, i = 1, 2, 3, \dots$$

$$A_0 = 0$$

$$A_i = 1 + A_{i-1}I_{\{D_{i-1} < n_t\}}, i = 1, 2, 3, \dots$$

زمانی که $D_i = n_t$ و $A_i \leq u_t$ است، روش SHDA هشدار می‌دهد. هر دو شمارنده D_i و A_i با مقدار صفر شروع به کار می‌کنند و در هر بار که پرچمی افراشته شود ($D_i = n_t$)، دوباره برابر صفر در نظر گرفته می‌شوند.

همان‌طور که ملاحظه می‌شود، مقداری باید برای n_t در نظر گرفته شود که البته نباید از u_t بزرگ‌تر باشد؛ در غیر این صورت، این نمودار هرگز هشدار نخواهد داد. اگر $n_t = u_t$ باشد، روش SHDA در صورتی هشدار می‌دهد که نخستین n_t مجموعه مشاهده شده، اندازه‌ای کمتر از t_t داشته باشند؛ یا این که $2n_t$ مجموعه متوالی با اندازه‌هایی کمتر از t_t مشاهده شده باشند. بنابراین، زمانی که $n_t = u_t$ باشد، روش SHDA معادل روش مجموعه‌ها با $n_s = 2n_t$ خواهد بود.

¹ - CUSCORE

² - Bernoulli CUSUM

³ - Sequential probability ratio test

⁴ - Average Run Length (ARL)

نشان می‌دهد که روش آماری به‌کارگرفته شده برای کنترل یک فرآیند، به‌طور متوسط پس از نشان دادن چند مشاهده تحت کنترل، یک مشاهده خارج از کنترل را نشان خواهد داد.

روش‌های آماری با این هدف توسعه داده می‌شوند که از هشدارهای اشتباهی پرهیز کنند و حساسیت زیادی در برابر تغییرات غیرتصادفی نیز داشته باشند؛ بدین منظور لازم است پارامترهای هر روش آماری به‌گونه‌ای تنظیم شوند که در صورتی که فرآیند واقعاً تحت کنترل است، متوسط طول دنباله $(ARL(p_0))$ بزرگ بوده و زمانی که فرآیند واقعاً خارج از کنترل است، متوسط طول دنباله $(ARL(p))$ کوچک باشد. معمولاً مقدار خارج از کنترل p را بر حسب ضریبی از p_0 نمایش می‌دهیم (یعنی: $p = \gamma p_0$).

به‌منظور مقایسه چهار روش مجموعه‌ها، امتیاز تجمعی، SHDA و جمع تجمعی برنولی با استفاده از شاخص متوسط طول دنباله، لازم است پارامترهای زیر تعریف شوند. برای درک بهتر این پارامترها، آن‌ها را برای یک موردکاوی خاص (مثلاً رخدادهای نادر ناهنجاری‌های مادرزادی) به‌صورت زیر تعریف می‌کنیم:

p_0 : نرخ مبنا (Baseline Rate) برای رخداد تولدهایی با ناهنجاری مادرزادی

γ : مقدار تغییر فرآیند از نرخ مبنای p_0 (بر حسب ضریبی از p_0)

r_0 : متوسط تعداد تولدها تا اعلام یک هشدار، زمانی که فرآیند تحت کنترل است ($ARL(p_0) \geq r_0$).

m_0 : متوسط تعداد ناهنجاری‌های مادرزادی تا اعلام یک هشدار، زمانی که فرآیند تحت کنترل است ($m_0 = p_0 r_0$).

برای این‌که چهار روش آماری موردنظر را بتوان با هم مقایسه کرد، از رویکرد حداقل‌حداکثر (Minimax) استفاده شده است. با استفاده از این رویکرد، هر روش به‌گونه‌ای طراحی می‌شود (پارامترهای هر روش به‌گونه‌ای تنظیم می‌شوند) که شاخص $ARL(p)$ حداقل شود؛ به‌گونه‌ای که $ARL(p_0) \geq r_0$ باشد.

البته لازم به ذکر است، از آن‌جا که هر چهار روش آماری موردنظر بر اساس متغیرهای تصادفی گسسته پایه‌گذاری شده‌اند، نمی‌توان پارامترها را به‌گونه‌ای تنظیم کرد که $ARL(p_0)$ برای همه آن‌ها دقیقاً با هم برابر باشد؛ ولی باید سعی شود تا حد امکان، مقادیر به هم نزدیک باشند. جدول ۱، نتایج تنظیم پارامترها را نشان می‌دهد.

به‌منظور تعیین ترکیب‌های مختلفی از مقادیر p_0 ، γ و m_0 که منجر به مقداری نزدیک به $ARL(p_0)$ شوند، ۷۶۰۰ ترکیب مختلف از p_0 ، γ و m_0 در نظر گرفته شده‌اند. ۴۰ مورد از ۷۶۰۰ ترکیب، برای تشریح جزئیات انتخاب شده‌اند.

به‌منظور ارزیابی عملکرد چهار روش مذکور، برای دامنه‌ای از تغییرات γ ($\gamma = 1/25, 1/5, \dots, 7/758$)، $ARL(\gamma)$ برای ۴۰ ترکیب موردنظر محاسبه شده‌اند. جداول ۲ تا ۴، نتایج شبیه‌سازی را نشان می‌دهد. در این شبیه‌سازی‌ها روش جمع تجمعی برنولی، در هر ۴۰ مورد، دارای کوچک‌ترین مقدار برای $ARL(\gamma)$ است؛ این موضوع نشان می‌دهد که روش جمع تجمعی برنولی به‌طور متوسط زودتر از سه روش دیگر، وجود تغییر در فرآیند را هشدار می‌دهد.

اگر متوسط طول دنباله را برای حالت خارج از کنترل در مورد روش‌های جمع تجمعی برنولی، مجموعه‌ها، امتیاز تجمعی و SHDA به‌ترتیب با $ARL_b(\gamma)$ ، $ARL_s(\gamma)$ ، $ARL_e(\gamma)$ و $ARL_t(\gamma)$ نشان دهیم، در ۳۷ مورد از ۴۰ مورد رابطه $ARL_b(\gamma) < ARL_t(\gamma) < ARL_s(\gamma) < ARL_e(\gamma)$ برقرار است. سه موردی که نامساوی مذکور برای آن‌ها صادق نیست، به سه روش مجموعه‌ها، امتیاز تجمعی و SHDA مربوط می‌شوند. بنابراین، در همه موارد، روش جمع تجمعی برنولی از سه روش دیگر عملکرد بهتری دارد.

برتری نسبی چهار روش آماری موردنظر، برای ۴۰ مورد تحت بررسی، در جدول ۵ نشان داده شده است.

جدول ۱. تنظیم پارامترهای چهار روش آماری موردنظر با استفاده از رویکرد حداقل‌حداکثر برای چهار مورد انتخابی

روش جمع تجمعی برنولی	روش امتیاز تجمعی		روش SHDA		روش مجموعه‌ها							
	k	t_c	n_c	t_t	u_t	n_t	t_s	n_s	m_0	γ	p_0	مورد
۱۴۹	۱۰۸	۱۵	۳۰۰	۱۲	۱۲	۱۲	۳۲۸	۲۷	۴۰۰	۱/۲۵	۰/۰۰۶۰	۱۲
۵/۸۷۹۶۳	۱۰۸	۸۴	۸	۱۸۳	۶	۶	۱۵۷	۱۰	۳۵۰	۲/۲۵	۰/۰۰۶۰	۱۳
۵/۲۳۳۳۹	۵۵۷	۴۴۰	۷	۶۸۹	۴	۴	۷۹۶	۹	۸۵۰	۳/۵۰	۰/۰۰۰۹	۲۸
۳/۶۵۲۳۶	۱۸۴۱	۱۲۷۵	۴	۲۶۰۵	۳	۳	۲۰۴۷	۵	۳۵۰	۵/۷۵	۰/۰۰۰۲	۴۰

جدول ۲. مقدار $ARL(p_0)$ در چهار روش آماری موردنظر، برای چهار مورد انتخابی

مورد	p_0	γ	m_0	r_0	$ARL(p_0)$			
					روش مجموعه‌ها	روش SHDA	روش امتیاز تجمعی	جمع تجمعی برنولی
۱۲	۰/۰۰۶۰	۱/۲۵	۴۰۰	۶۶۶۶۷	۶۶۸۴۷	۶۶۷۶۶	۶۶۷۳۱	۶۶۷۷۵
۱۳	۰/۰۰۶۰	۲/۲۵	۳۵۰	۵۸۳۳۳	۵۸۴۴۸	۵۸۳۴۲	۵۸۴۷۱	۵۸۵۰۲
۲۸	۰/۰۰۰۹	۳/۵۰	۸۵۰	۹۴۴۴۴۴	۹۴۴۵۵۲	۹۴۵۸۰۳	۹۴۵۸۴۴	۹۴۵۹۳۴
۴۰	۰/۰۰۰۲	۵/۷۵	۳۵۰	۱۷۵۰۰۰۰	۱۷۵۱۳۲۴	۱۷۵۱۱۵۹	۱۷۵۰۷۶۵	۱۷۵۱۵۱۷

جدول ۳. مقدار $ARL(\gamma)$ در چهار روش آماری موردنظر، برای چهار مورد انتخابی

مورد	p_0	γ	m_0	روش مجموعه‌ها	$ARL(\gamma)$		
					روش SHDA	روش امتیاز تجمعی	جمع تجمعی برنولی
۱۲	۰/۰۰۶۰	۱/۲۵	۴۰۰	۱۴۸۲۳/۰۱	۱۶۲۱۷/۵۲	۱۱۲۶۰/۴۷	۸۸۳۴/۵۰
۱۳	۰/۰۰۶۰	۲/۲۵	۳۵۰	۱۵۴۶/۱۳	۱۵۷۰/۳۸	۱۳۶۷/۲۵	۱۰۸۸/۵۰
۲۸	۰/۰۰۰۹	۳/۵۰	۸۵۰	۴۵۲۶/۹۳	۴۶۵۴/۸۴	۴۱۴۴/۰۵	۳۳۷/۱۵
۴۰	۰/۰۰۰۲	۵/۷۵	۳۵۰	۶۴۶۶/۲۵	۶۶۷۶/۵۶	۶۳۶۸/۵۹	۵۴۶۰/۴۸

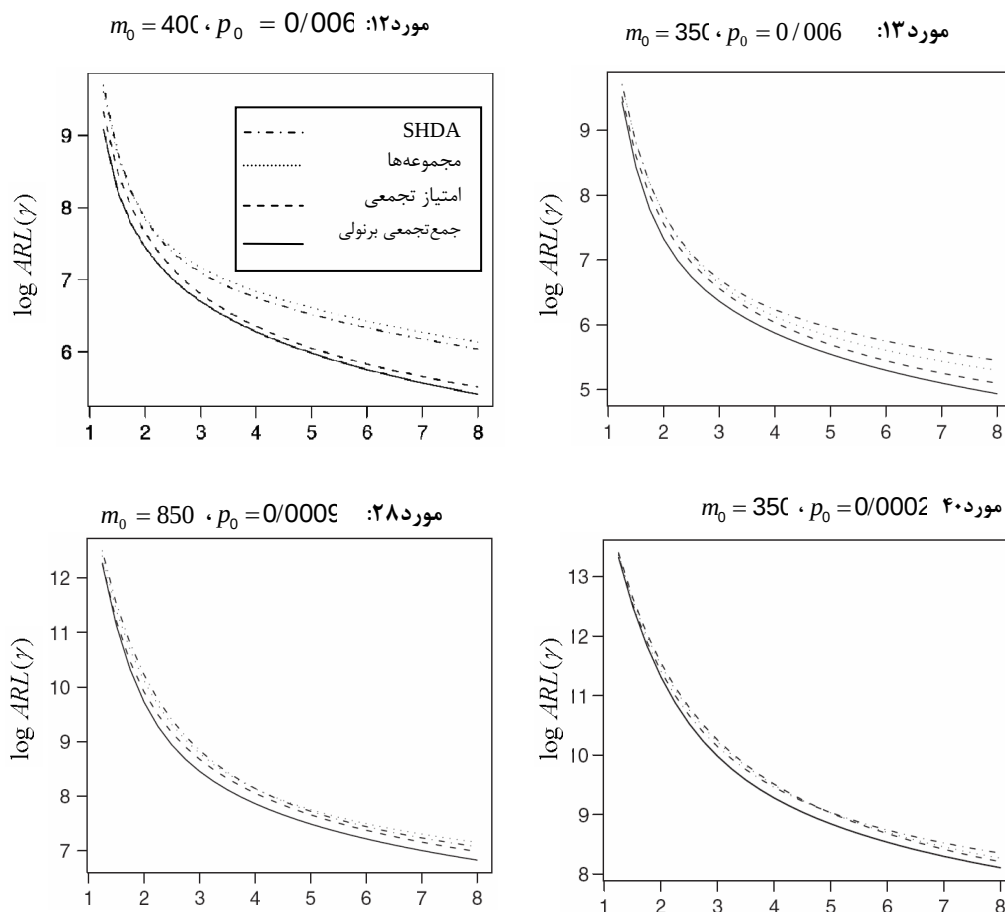
جدول ۴. مقدار $ARL(\gamma)$ در چهار روش آماری، برای موارد ۱۳ و ۴۰، به‌ازای دامنه‌ای از تغییرات (برحسب γ ، ضریبی از p_0)

مورد	p_0	γ	$ARL(\gamma)$			
			روش مجموعه‌ها	روش SHDA	روش امتیاز تجمعی	جمع تجمعی برنولی
۱۳	۰/۰۰۶۰	۱/۵	۶۷۷۳/۹۹	۶۶۸۸/۱۵	۵۴۵۵/۸۶	۴۶۰۴/۹۹
۱۳	۰/۰۰۶۰	۲/۱۰	۲۲۳۲/۶۳	۲۲۳۲/۲۲	۱۹۱۰/۴۵	۱۵۱۷/۴۹
۱۳	۰/۰۰۶۰	۲/۵	۱۱۶۴/۴۶	۱۲۰۲/۱۹	۱۰۵۳/۷۰	۸۴۶/۶۵
۱۳	۰/۰۰۶۰	۳/۱۰	۷۶۴/۷۸	۸۱۴/۱۱	۷۰۶/۷۵	۵۸۱/۱۱
۱۳	۰/۰۰۶۰	۴/۱۰	۴۵۹/۳۸	۵۱۰/۹۶	۴۱۸/۴۷	۳۵۵/۸۳
۱۳	۰/۰۰۶۰	۶/۱۰	۲۷۲/۷۵	۳۱۴/۵۲	۲۳۲/۲۱	۲۰۰/۳۴
۱۳	۰/۰۰۶۰	۸/۱۰	۲۰۰/۴۶	۲۳۳/۰۷	۱۳۹/۰۵	۱۳۹/۵۰
۴۰	۰/۰۰۰۲	۱/۵	۲۹۷۹۸۰/۸۸	۲۷۹۷۳۸/۰۵	۳۱۰۷۴۳/۴۵	۲۶۸۵۷۶/۴۱
۴۰	۰/۰۰۰۲	۲/۱۰	۹۹۴۸۴/۱۶	۹۰۲۰۵/۵۱	۱۰۳۹۴۳/۷۸	۸۲۰۵۴/۴۴
۴۰	۰/۰۰۰۲	۲/۵	۴۷۱۵۹/۶۹	۴۲۸۵۶/۲۶	۴۸۹۹۹/۶۰	۳۷۳۲۲/۶۳
۴۰	۰/۰۰۰۲	۳/۱۰	۲۷۴۹۴/۹۸	۲۵۴۰۹/۱۴	۲۸۳۸۲/۹۸	۲۱۶۲۲/۹۵
۴۰	۰/۰۰۰۲	۴/۱۰	۱۳۳۰۱/۰۴	۱۲۸۴۶/۷۲	۱۳۵۳۳/۵۸	۱۰۷۲۶/۹۴
۴۰	۰/۰۰۰۲	۶/۱۰	۶۰۱۵/۱۳	۶۲۵۸/۲۱	۵۸۹۴/۱۰	۵۰۹۸/۲۳
۴۰	۰/۰۰۰۲	۸/۱۰	۳۸۹۴/۶۵	۴۲۴۱/۹۰	۳۶۶۶/۰۱	۳۳۲۰/۶۴

جدول ۵. تعداد مواردی که هر روش از روش‌های دیگر برتر است.

روش	تعداد دفعاتی که روش، اولین روش برتر بوده است.	تعداد دفعاتی که روش، دومین روش برتر بوده است.	تعداد دفعاتی که روش، سومین روش برتر بوده است.	تعداد دفعاتی که روش، چهارمین روش برتر بوده است.
مجموعه‌ها	۰	۱	۳۲	۷
SHDA	۰	۱	۸	۳۱
امتیاز تجمعی	۰	۳۸	۰	۲
جمع تجمعی برنولی	۴۰	۰	۰	۰

شکل ۱، چهار روش آماری موردنظر را به‌ازای دامنه‌ای از تغییرات (برحسب γ ، ضریبی از p_0) برای موارد ۱۲، ۱۳، ۲۸ و ۴۰ نشان می‌دهد. مهمترین ویژگی نمودارهای شکل ۱، این است که به‌ازای همه موارد، عملکرد روش جمع‌تجمعی برنولی از سه روش دیگر بهتر است.



شکل ۱. مقایسه عملکرد چهار روش آماری به ازای تغییرات مختلف (بر حسب γ ، ضریبی از p_0) برای موارد ۱۲، ۱۳، ۲۸ و ۴۰

مقاله، در اغلب موارد، روش‌های جمع تجمعی برنولی، مجموعه‌ها، امتیاز تجمعی و SHDA، به ترتیب عملکردی بهتر دارند؛ ولی در همه موارد، روش جمع تجمعی برنولی دارای عملکردی بهتر از سه روش دیگر است.

مراجع

- [1] Arantes, A., Carvalho, E.D.S., Medeiros, E.A.S., Farhat, C.K., Mantese, O.C., "Use of Statistical Process Control Charts in the Epidemiological Surveillance of Nosocomial Infections", *Revista de Saúde Pública*, Vol. 37, No. 6, pp. 768-774, 2003.
- [2] Paris, P.T., McCulloch, P., Steger, A.C., Benjamin, I.S., Poloniecki, J.D., "Mortality Control Charts for Comparing Performance of Surgical Units: Validation Study using Hospital Mortality Data", *British Medical Journal*, pp. 326-786, 2003
- [3] Solodky, C., Chen, H., Jones, P.K., Katcher, W., Neuhauser, D., "Patients as Partners in Clinical Research: a Proposal for Applying Quality Improvement Methods to patient Care", *Medical Care*, Vol. 36(Suppl.), pp.13-20, 1998.

۴. بحث و نتیجه‌گیری

با پیشرفت علوم و تکنولوژی، به تدریج، سطح برخی از مشخصه‌های کیفی در حوزه بهداشت و درمان بهبود یافته است؛ تا حدی که بسیاری از این مشخصه‌ها به مشخصه‌هایی نادر و کمیاب بدل شده‌اند (مانند نرخ تولدهایی با ناهنجاری‌های مادرزادی، که این نرخ در جوامع توسعه یافته بسیار ناچیز است). شاید در نگاه نخست، چنین مشخصه‌هایی نیاز به پایش و کنترل نداشته باشند؛ ولی روش‌های آماری توسعه داده شده در این زمینه نشان می‌دهند که این مشخصه‌های کیفی نیز به سبب عوامل گوناگون (انحرافات غیرتصادفی) می‌توانند از کنترل خارج شده، ناهنجاری‌های فردی و اجتماعی را موجب شوند. به کارگیری چنین روش‌های آماری و توسعه آن‌ها، لازمه بهبود مستمر در حوزه بهداشت و درمان برای هر کشور توسعه یافته و در حال توسعه است.

معروف‌ترین روش‌های توسعه داده شده در این خصوص، چهار روش مطرح شده در این مقاله هستند که بر اساس شاخص متوسط طول دنباله، نتایج شبیه‌سازی‌های صورت گرفته در این

- [18] Lie, R.T., Stein, E.V., Botting, B., Skjaerven, R., "Statistical Methods for Surveillance of Congenital Malformations: When do the Data indicate a True Shift in the Risk that an Infant is Affected by Some Type of Malformation?", International Journal of Risk and Safety in Medicine, Vol. 2, pp. 289–300, 1991.
- [19] Chen, R., "A Surveillance System for Congenital Malformations", Journal of the American Statistical Association, Vol. 73, pp. 323–327, 1978.
- [20] Wolter, C., "Monitoring Intervals Between Rare Events: a Cumulative Score Procedure Compared with Rina Chen's Sets Technique", Methods of Information in Medicine, Vol. 26, pp. 215–219, 1987.
- [21] Munford, A.G., "A Control Chart Based on Cumulative Scores", Applied Statistics, Vol. 29, pp. 252–258, 1980.
- [21] Sitter, R., Hanrahan, L.P., Anderson, L.P., DeMets, D., "The Authors' Reply", American Journal of Epidemiology, Vol. 134, pp. 917–919, 1991.
- [22] Sego, L.H., Woodall, W.H., Reynolds, Jr, M.R., "A Comparison of Surveillance Methods for Small Incidence Rates", Statistics in Medicine, Vol. 27, No. 8, pp. 1225–1247, 2008.
- [23] Page, E.S., "Continuous Inspection Schemes", Biometrika, Vol. 41, pp. 100–114, 1954.
- [24] Reynolds, Jr M.R., Stoumbos, Z.G., "A CUSUM Chart for Monitoring a Proportion When Inspecting Continuously", Journal of Quality Technology, Vol. 31, pp. 87–108, 1999.
- [25] Reynolds, Jr M.R., Stoumbos, Z.G., "A General Approach to Modeling CUSUM Charts for a Proportion", IIE Transactions, Vol. 32, pp. 515–535, 2000.
- [26] Lorden G., "Procedures for reacting to a change in distribution", Annals of Mathematical Statistics, Vol. 42, pp. 1897–1908, 1971.
- [27] Moustakides, G.V., "Optimal Stopping Times for Detecting Changes in Distributions", Annals of Statistics, Vol. 14, pp. 1379–1387, 1986.
- [28] Jensen, W.A., Jones-Farmer, L.A., Champ, C.W., Woodall, W.H., "Effects of Parameter Estimation on Control Chart Properties: a Literature Review", Journal of Quality Technology, Vol. 38, pp. 349–364, 2006.
- [29] Chen, R., Connelly, R.R., Mantel, N., "The Efficiency of the Sets and the Cuscore Techniques Under Biased Baseline Rates", Statistics in Medicine, Vol. 16, pp. 1401–1411, 1997.
- [30] Bourke, P.D., "Detecting a Shift in Fraction Nonconforming Using Run-Length Control Charts with 100% Inspection", Journal of Quality Technology, Vol. 23, pp. 225–238, 1991.
- [4] Hebert, C., Neuhauser, D., "Improving Hypertension Care with Patient-Generated Run Charts: Physician, Patient, and Management perspectives", Quality Management Health Care, Vol. 13, pp. 174–7, 2004.
- [5] Solodky, C., Chen, H., Jones, P.K., Katcher, W., Neuhauser, D., "Patients as Partners in Clinical Research: a Proposal for Applying Quality Improvement Methods to Patient Care", Medical Care, Vol. 36(Suppl.), pp. 13–20, 1998.
- [6] Montgomery, D.C., "Introduction to Statistical Quality Control", 5th ed. Wiley: New York, 2005.
- [7] Sitter, R.R., Hanrahan, L.P., DeMets, D., Anderson, H.A., "A Monitoring System to Detect Increased Rates of Cancer Incidence", American Journal of Epidemiology, Vol. 132, pp. 123–130, 1990.
- [8] Leandro, G., Rolando, N., Gallus, G., Rolles, K., Burroughs, A.K., "Monitoring Surgical and Medical Outcomes: the Bernoulli Cumulative SUM Chart, A Novel Application to Assess Clinical Interventions", Postgraduate Medical Journal, Vol. 81, pp. 647–652, 2005.
- [9] Hill, G.B., Spicer, C.C., Weatherall, J.A.C., "The Computer Surveillance of Congenital Malformations", British Medical Bulletin, Vol. 24, pp. 215–218, 1968.
- [10] Bjerkedal, T., Bakketeig, L.S., "Surveillance of Congenital Malformations and Other Conditions of the Newborn" International Journal of Epidemiology, Vol. 4, pp. 31–36, 1975.
- [11] Weatherall, J.A.C., Haskey, J.C., "Surveillance of Malformations", British Medical Bulletin, Vol. 32, pp. 39–44, 1976.
- [12] Sonesson, C., Bock, D., "A Review and Discussion of Prospective Statistical Surveillance in Public Health", Journal of the Royal Statistical Society, Series A, Vol. 166, pp. 5–21, 2003.
- [13] Woodall, W.H., "The use of Control Charts in Health-Care and Public-Health Surveillance (with Discussion)", Journal of Quality Technology, Vol. 38, pp. 89–104, 2006.
- [14] Fris'en, M., Sonesson, C., "Optimal surveillance. In Spatial and Syndromic Surveillance for Public Health", Lawson AB, Kleinman K (eds). Wiley: New York, NY, pp. 31–52, 2005.
- [15] Fris'en, M., "Statistical Surveillance: Optimality and Methods", International Statistical Review, Vol. 71, pp. 403–434, 2003.
- [16] Fris'en, M., "Evaluation of Methods for Statistical Surveillance", Statistics in Medicine, Vol. 11, pp. 1489–1502, 1992.
- [17] Barbujani, G., "A Review of Statistical Methods for Continuous Monitoring of Malformation Frequencies" European Journal of Epidemiology, Vol. 3, pp. 67–77, 1987.

- [31] Bourke, P.D., "The Geometric CUSUM Chart with Sampling Inspection for Monitoring Fraction Defective", Journal of Applied Statistics, Vol. 28, pp. 951-972, 2001.
- [32] Lucas, J.M., "Counted Data Cusums", Technometrics, Vol. 27, pp. 129-144, 1985.
- [33] Gan, F.F., "Design of Optimal Exponential CUSUM Control Charts", Journal of Quality Technology, Vol. 26, pp. 109-124, 1994.
- [34] Mathers, C.D., Harris, R.S., Lancaster, P.A.L., "A Cusum Scheme Based on the Exponential Distribution for Surveillance of Rare Congenital Malformations", Australian Journal of Statistics, Vol. 36, pp. 21-30, 1994.
- [35] Kenett, R.S., Pollak, M., "Data-Analytic Aspects of the Shiryayev-Roberts Control Chart: Surveillance of a Nonhomogeneous Poisson Process", Journal of Applied Statistics, Vol. 23, pp. 125-137, 1996.
- [36] Ewan, W.D., Kemp, K.W., "Sampling Inspection of Continuous Processes with no Autocorrelation Between Successive Results", Biometrika, Vol. 47, pp. 363-380, 1960.
- [37] Borror, C.N., Champ, C.W., Rigdon, S.E., "Poisson EWMA Control Charts", Journal of Quality Technology, Vol. 30, pp. 352-361, 1998.
- [38] Gan, F.F., "Monitoring Observations Generated from a Binomial Distribution Using Modified Exponentially Weighted Moving Average Control Chart", Journal of Statistical Computation and Simulation, Vol. 37, pp. 45-60, 1990.
- [39] Woodall, W.H., "Control Charts Based on Attribute Data: Bibliography and Review", Journal of Quality Technology, Vol. 29, pp. 172-182, 1997.
- [40] Barbujani, G., Calzolari, E., "Comparison of Two Statistical Techniques for the Surveillance of Birth Defects Through a Monte Carlo Simulation", Statistics in Medicine, Vol. 3, pp. 239-247, 1984.
- [41] Gallus, G., Mandelli, C., Marchi, M., Radaelli, G., "On Surveillance Methods for Congenital Malformations", Statistics in Medicine, Vol. 5, pp. 565-571, 1986.
- [42] Chen, R., "The Relative Efficiency of the Sets and the CUSUM Techniques in Monitoring the Occurrence of a Rare Event", Statistics in Medicine, Vol. 6, pp. 517-525.
- [43] Radaelli, G., "Using the Cuscore Technique in the Surveillance of Rare Health Events", Journal of Applied Statistics, Vol. 19, pp. 75-81, 1992.