International Journal of Industrial Engineering & Production Management (2011)

September 2011, Volume 22, Number 2
pp. 113-126

http://IJIEPM.iust.ac.ir/

Integration of Production Planning and Scheduling in Multi-Products Continuous Process Industries

Mohammad Ranjbar* & Mostafa Naghizadeh

Mohammad Ranjbar, *Department of Industrial Engineering, Faculty of Engineering, Ferdowsi University of Mashhad*
Mostafa Naghizadeh, *Department of Industrial Engineering, Faculty of Engineering, Payam Noor Tehran University*

Keywords

Production planning and scheduling,
Continuous process industries,
Integration

ABSTRACT

One of the main elements of each supply chain is production. Production planning in multi-products process industries in which products are subjected to the complicated operational constraints is a very hard work because production of computed optimal volume should be compatible with operation scheduling constraints of production system. Thus, integration idea has been proposed for required decisions of these two problems. The main dilemma in integration is how to make relation between production planning problem with middle term time interval and production scheduling problem with short term time interval. In this paper, we formulate and integrate production planning and operation scheduling problems in continuous process industries with multi products and capability of saving partial products in short and long terms time intervals. In continue, a heuristics solution approach has been proposed and its performance has been evaluated using a practical case study..

© 2011 IUST Publication, IJIEPM. Vol. 22, No. 2, All Rights Reserved

*
Corresponding author. Mohammad Ranjbar
Email: *m_ranjbar@um.ac.ir*

[Downloaded from ijiepm.iust.ac.ir on 2026-09-05]

نشـــریه بین المللـــی مهنـــدسی صنـــایع و مدیـــریت تولیـــد

شمـــاره ۲، جلـــد ۲۲، تابستـــان ۱۳۹۰
صفحـــه ۱۱۴-۱۲۶

نشریه بین المللی مهندسی صنایع و مدیریت تولید دانشگاه علم و صنعت ایران

ISSN: 2008-4870

http://IJIEPM.iust.ac.ir/

یکپارچه سازی برنامه‌ریزی و زمانبندی تولید در صنایع فرآیندی چند محصولی با سیستم تولیدی پیوسته

محمد رنجبر* و مصطفی نقی‌زاده

کلمات کلیدی

برنامه‌ریزی و زمانبندی تولید،
صنایع فرآیندی پیوسته،
یکپارچه سازی

چکیده:

یکی از ارکان اصلی هر زنجیره تامین بخش تولید است. برنامه‌ریزی تولید در صنایع فرآیندی چند محصولی که تولید محصولات در معرض محدودیت های عملیاتی پیچیده قرار دارد، کار بسیار دشواری است زیرا تولیدحجم بهینه محاسبه شده باید با محدودیت های زمانبندی عملیات سیستم تولیدی سازگار باشد. از این رو ایده یکپارچه سازی مطرح شده تا تصمیم گیری های مرتبط با این دو مساله در کنار یکدیگر انجام شود. مساله اصلی در یکپارچه سازی نحوه ایجاد ارتباط بین مساله برنامه‌ریزی تولید با بازه زمانی میان مدت و مساله زمانبندی تولید با بازه های زمانی کوتاه مدت است. در این مقاله به فرمولبندی و یکپارچه سازی برنامه‌ریزی تولید و زمانبندی عملیات تولیدی در صنایع فرایندی پیوسته و چند محصولی با قابلیت ذخیره سازی محصولات میانی در بازه های کوتاه مدت و بلند مدت خواهیم پرداخت. در ادامه، یک الگوریتم حل ابتکاری برای مساله فوق ارائه شده و کارایی آن در یک مطالعه موردی و عملی مورد ارزیابی قرار گرفته است...

۱. مقدمه

رشد روز افزون صنایع دردهه‌های اخیر و رقابت‌های شدید در بازار، سبب توسعه مدلهای بهینه‌سازی در سیستم‌های تولیدی مختلف شده است. در سالهای اخیر، توسعه مدلهای برنامه‌ریزی تولید در صنایع فرآیندی مانند صنعت نفت و گاز، صنایع پتروشیمی، صنایع معدنی و صنایع غذایی بهینه‌سازی به شدت مورد توجه قرار گرفته است. در این صنایع، مساله برنامه‌ریزی تولید عموماً تولید، نگهداری و فروش محصول در بازه‌های میان مدت یا بلند مدت را پوشش می‌دهد در حالیکه مساله زمانبندی تولید به تعیین توالی فرآیندها و موازنه جرمی بین مراحل مختلف در بازه‌های زمانی کوتاه مدت می پردازد. به دلیل ارتباط نزدیک این دو مساله و تاثیرگذاری آنها بر یکدیگر، ایده مدلسازی یکپارچه مطرح گردیده و با توجه به وابستگی این مدلها به شرایط مساله مدل های مختلفی برای صنایع تولیدی مختلف ایجاد شده است.

برای صنایع‌فرآیندی، تقسیم بندی‌های مختلفی وجود دارد. از نظر شیوه تولید محصول این صنایع به سه دسته کلی فرآیندهای تولید دسته‌ای[۲]، تولید پیوسته [۳] و تولید نیمه پیوسته[۴] تقسیم می‌شوند. در تولید دسته‌ای حجم مشخصی از مواد بصورت همزمان وارد یک یونیت عملیاتی شده و فرآیند شیمیایی و یا فیزیکی خاصی بر روی آن صورت می گیرد. منظور از یونیت در این جا مجموعه ای از یک یا چند ماشین است که در آنها عملیات خاصی بر روی محصول انجام می شود. در فرآیندهای پیوسته جریان مواد در یونیت های عملیاتی مانند حرکت سیال در خطوط لوله است. از نظر تعداد محصولات این صنایع به دو دسته تک محصولی و چند محصولی

تاریخ وصول: ۸۹/۵/۳۱
تاریخ تصویب: ۸۹/۱۰/۲۱

***نویسنده مسئول مقاله: دکتر محمد رنجبر**، دانشگاه فردوسی مشهد، دانشکده مهندسی، گروه مهندسی صنایع. *m_ranjbar@um.ac.ir*
مصطفی نقی‌زاده دانشگاه پیام نور تهران، دانشکده مهندسی، گروه مهندسی صنایع. *ie.naghizadeh@gmail.com*

۱- *batch processing*
۲- *Continuous processing*
۳- *Semi continuous processing*

[Downloaded from ijiepm.iust.ac.ir on 2026-09-05]

تقسیم می‌شوند. تولید چند محصول می تواند از طریق یک شبکه عملیاتی با چند خروجی انجام شود. این شبکه می تواند بصورت چند هدفه نیز عمل نماید، بدین معنی که حجم مشخصی از مواد خام مورد نیاز برای تولید هر محصول بارعایت توالی مشخص شده در برنامه زمانبندی تولید بصورت دسته‌ای یا پیوسته در فرایندهای مورد نیاز به جریان افتد. ایده یکپارچه سازی در برخی از سیستم های تولیدی با شرایط متفاوت، بررسی و برای مدلسازی آنها ایده هایی مطرح شده است. مساله‌ای که در این مقاله به آن پرداخته می شود یکپارچه سازی برنامه‌ریزی تولید و زمانبندی عملیاتی در صنایع فرآیندی پیوسته، چند محصولی، چند هدفه و با قابلیت ذخیره سازی محصولات میانی و نهایی است. به عنوان مثال می توان نمونه چنین سیستم هایی را درصنایع فرآوری مواد معدنی و یا درصنایع تولید کنستانتره میوه مشاهده نمود.

در این مقاله، مساله فوق در حالت ثابت بودن تقاضاها، مجاز بودن کمبود و تولید سفارشی مدلسازی شده و سپس روشی جهت مدل‌سازی ذخیره‌سازی محصولات میانی و نهایی مطرح شده است. در انتها الگوریتمی ابتکاری جهت یکپارچه سازی دو مساله ارائه و کارائی این الگوریتم در یک مساله واقعی مورد بررسی قرار گرفته است.

ساختار این مقاله به شرح زیر است : در بخش دوم به مرور ادبیات پرداخته می شود. بخش سوم به معرفی کامل مساله مورد نظر، فرضیات و محدودیت ها، اهداف و معرفی مدلسازی پیشنهادی جهت برنامه‌ریزی و زمانبندی تولید می پردازد. بخش چهارم به تشریح مدل یکپارچه سازی پیشنهادی برای مساله اختصاص دارد. در بخش پنجم، الگوریتم پیشنهادی با استفاده از یک مساله واقعی مورد بررسی قرار می‌گیرد. نتیجه گیری و پیشنهادات نیز در فصل ششم ارائه می شود.

۲. مرور ادبیات

۲-۱. مساله برنامه ریزی تولید

علیرغم آن که برنامه‌ریزی و زمانبندی تولید دارای مفاهیمی مشترک درمیان همه سیستم های تولیدی هستند اما فرمولبندی آنها تا حدود بسیار زیادی تابع خصوصیات محیط تولیدی مورد بررسی، شیوه تولید محصول،تعداد محصولات، شیوه پاسخ به تقاضا و بسیاری عوامل دیگر می باشد. بطور کلی فرمولبندی این مساله به دو شیوه عمومی واندازه بندی دسته ها انجام شده که یراپتریتو و همکاران[۱] در یک مرور کلی به تفصیل به معرفی این دو فرمولبندی پرداخته اند.

۲-۲. مساله زمانبندی عملیات

بر مبنای شیوه تولید، تعداد محصولات و خصوصیات فیزیکی و شیمیایی فرایندها، مدل های مختلفی برای زمانبندی در صنایع فرایندی پیشنهاد شده است. همه این مدل ها به دو گروه کلی فرآیندهای ناپیوسته[۱] ومدلهای مبتنی بر شبکه[۲] تقسیم می‌شوند. درگروه نخست، فرایندهای ناپیوسته را به صورت زنجیره ای از فعالیتهای بدون ارتباط جرمی با یکدیگرفرض می‌کنند. ایده اولیه این گونه مدل سازی را می توان درکارهای پینتو و گراسمن [۲] جستجو کرد.

درگروه دوم، فرآیند ها با یکدیگر از طریق تبادل جرم در ارتباط هستند ولازم است موازنه جرم بین آنها برقرار شود [۳]. در مواجهه با مساله زمان دو شیوه عمومی زمان بندی گسسته[۳] و پیوسته [۴] وجود دارد.

در شیوه زمانبندی گسسته، دوره زمانی به تعدادزیادی فاصله کوتاه و مساوی تقسیم می شود و نقاط آغاز و پایان رویدادها به ابتدا و انتهای این فواصل اختصاص می‌یابند. ارائه مدل‌های زمان پیوسته به اوایل دهه ۹۰ میلادی باز می گردد. در پژوهش های مرتبط با صنایع فرایندی ژانگ وسارجنت[۴] نخستین مدل های‌زمان بندی پیوسته را به منظور زمان بندی فرآیندهای ناپیوسته ارائه دادند. پس ازآن نیز مدل های مختلفی درهمین راستا پدید آمد. نخستین آنها مدل های مبتنی بر شکاف زمانی بود[۲]. در سال‌های اخیر نیز مدل های دیگری از جمله وقوع رویدادها روی یونیت‌ها و مدل‌های مبتنی‌بر اولویت ارائه شده‌اند [۱].

۲-۳. یکپارچه سازی

گرایش به سمت بهینه سازی در دهه های اخیرمنجر به ایجاد سیستم های تولیدی چند محصولی شد که برنامه‌ریزی تولید دراین سیستمها کار بسیار دشواری است زیرا تولیدحجم بهینه محاسبه شده بایستی با توجه به محدودیت های سیستم سازگار باشد. از این رو ایده یکپارچه سازی مطرح شد تا تصمیم گیری های مرتبط با این دو مساله در کنار یکدیگر انجام شود. مساله اصلی در یکپارچه سازی نحوه ایجاد ارتباط بین مساله برنامه‌ریزی تولید با بازه زمانی میان مدت و مساله زمانبندی با بازه های زمانی کوتاه مدت است. ایده اولیه یکپارچه‌سازی توسط کریسولوریس و همکاران [۵] مطرح شد.

پس از آن برای یکپارچه سازی سه ایده کلی مطرح و مورد استفاده قرار گرفت. ایده اول مدل برنامه‌ریزی همراه با جزییات زمان بندی‌است. در این مدل محدودیت های مربوط به منابع و هزینه به مدل زمانبندی اضافه شده و یک مدل زمانبندی همراه با جزئیات بدست می آید. سپس همه بازه ها به هم مرتبط می‌شوند و یک مدل یکپارچه بدست می آید. ایده دوم استفاده از مدلهای

۱- *Noncontinous*
۲- *Network base models*
۳- *discrete time*
۴- *Continuous-time*

[Downloaded from ijiepm.iust.ac.ir on 2026-09-05]

تجمیع و رهاسازی است. این مدل‌ها مدلی تخمینی از مدل اصلی اولیه هستند که در آنها برخی از محدودیت ها از مدل اصلی یکپارچه حذف و یا برخی از تصمیمات در فرمولبندی مدل اصلی تجمیع می شوند[۶]. روش دیگر استفاده از مدلهای جایگزینی است که ایده بر اساس ایجاد محدودیت هایی است که درآن فضای جواب موجه برای مساله زمانبندی به صورت تابعی از مقدار تولید مورد نظر برای محصول در هر دوره زمانی تعریف می شود[۷].

استراتژی های حل پیشنهاد شده برای حل مساله یکپارچه به سه دسته سلسله مراتبی، تکرار شونده و فضای کامل تقسیم می‌شوند. در استراتژی حل سلسله مراتبی و تکرارشونده، مقدار تولید بدست آمده از مسئله یکپارچه سازی شده به عنوان ورودی مساله زمانبندی همراه جزئیات بکار می رود. اگر جریان اطلاعات فقط از بالا به پایان باشد استراتژی سلسله مراتبی و اگر جریان بصورت رفت و برگشتی باشد استراتژی تکرارشونده خواهد بود. اگر فرمولبندی یکپارچه شامل زمانبندی جزئی شده برای کل دوره برنامه ریزی تولید باشد، آنگاه مدل به دست آمده، مدل فضای کامل خواهد بود.

در این مقاله جهت فرمول‌بندی مساله زمانبندی از ایده‌زمانبندی پیوسته مبتنی بر توالی عملیات روی یونیت ها استفاده شده واین ایده بر مبنای فرضیات و پیوستگی فرآیند بسط داده شده است. محدودیت های مساله برنامه‌ریزی با توجه به فرضیات مساله توسط نویسندگان تنظیم و در زمینه یکپارچه سازی نیز مدلی بر مبنای ایده جایگزینی برخی محدودیت های زمانبندی در مساله برنامه‌ریزی ایجاد و به دلیل پیوسته بودن فضای حل، روشی جهت حل مدل توسعه یافته ارائه شده است.

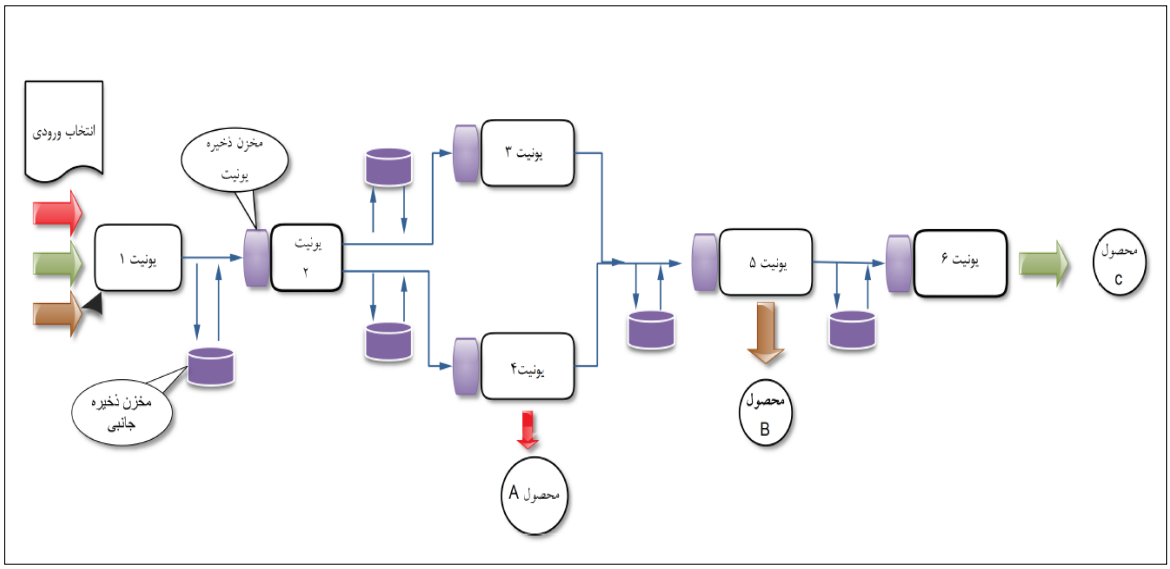
با توجه به اینکه اساس ارائه مساله مورد بررسی، سیستم‌های تولیدی خاصی می باشد لذا کارهای صورت گرفته در این زمینه بسیار کم بوده و شاید بتوان نزدیکترین کار به این پژوهش را کار سانگ و ماروالیس [۷] در مدل‌سازی و حل مساله در شرایط تولید فرآیندی دسته‌ای دانست که روشی را جهت یکپارچه سازی بر مبنای ایده جایگزینی و با استفاده از تصویر کردن فضای حل ارائه نموده‌اند .

۳. تشریح مساله و فرمولبندی

در سیستم مورد بررسی در این پژوهش، چندین ماده خام تولیدی می توانند بصورت پیوسته وارد یونیت ها شده، تحت عملیات قرار گرفته و چندین محصول مختلف تولید نمایند. برخی افزودنی‌ها ممکن است در برخی از مراحل تولید به مواد اولیه افزوده شده و ممکن است مقداری دورریز شود.

در هر لحظه از زمان فقط یکی از محصولات در داخل سیستم تولیدی در حال پردازش خواهد بود. شرایط فیزیکی وشیمیایی مواد قبل و بعد از ورود به هر یونیت متفاوت است و به عبارت دیگر حالت ماده در هر یونیت در اثر انجام یک کار روی آن تغییر می‌کند. در حین فرآیند تولید ممکن است ترکیب یا جداسازی نیز رخ دهد. یعنی یک حالت ماده تبدیل به چند حالت شود و یا برعکس. نرخ عملیاتی یونیت‌ها برابر نیست، لذا قبل از هر یونیت یک مخزن ذخیره سازی با ظرفیت محدود وجود دارد. بعضی از حالت های مواد را پس از برخی از یونیت ها می توان در مخازن ذخیره سازی جانبی در کنار خط تولید ذخیره نمود. برای این کار محدودیت فضا وجود ندارد. تولید محصولات فقط در صورت وجود تقاضا صورت می گیرد.

سفارشات قطعی بوده و تقاضاهای بدون پاسخ از دست رفته تلقی می شوند. شکل (۱) نمونه‌ای از شبکه‌های فرایندی مورد بررسی را نشان می‌دهد.



شکل ۱. مثالی از شبکه های فرآیندی مورد بررسی

[Downloaded from ijiepm.iust.ac.ir on 2026-09-05]

۳-۱. فرضیه ها

الف) زمان و هزینه جابجایی مواد بین ماشین‌ها صفر فرض می‌شود.
ب) ماشین آلات فاقد خرابی خواهند بود.
ج) قطع هیچ عملیاتی مجاز نیست، یعنی هر عملیات به محض شروع تا لحظه خاتمه بطور پیوسته ادامه می‌یابد.
د) محدودیتی برای منابع (مواد خام ورودی)وجود ندارد.
ه) دوره برنامه‌ریزی تولید یک یا چند ماهه و تحویل سفارشات بصورت روزانه در انتهای هر روز انجام می شود .
و) هزینه کل شامل هزینه‌های‌کار ماشین بر روی مواد، نگهداری محصول میانی و نهایی و هزینه‌های راه اندازی یونیت‌ها است.
ز) نرخ عملیاتی هر یونیت روی هر نوع جریان ورودی به لحاظ شرایط عملکردی و کیفیتی دارای یک نقطه بهینه است که بصورت ثابت و غیر قابل تغییر فرض می شود.
ح)کمبود تقاضا مجاز می باشد .

۳-۲. ایده مورد استفاده برای یکپارچه سازی

ایده مورد استفاده در این مقاله طرحی توسعه یافته بر اساس مدل های جایگزینی [۷] است. در این روش، یک چرخه بین مساله برنامه‌ریزی تولید و زمانبندی تولید وجود دارد بطوریکه در ابتدا مساله برنامه‌ریزی مقادیر تولید بهینه را تعیین کرده و به مساله زمانبندی می‌دهد اما این مقادیر ممکن است از دیدگاه زمابندی موجه نباشد. در صورتیکه زمانبندی این مقادیر موجه نباشد بازخورد مساله زمانبندی به مساله برنامه‌ریزی وارد و مقادیر تولید را اصلاح می‌کند. این کار آنقدر ادامه می‌یابد تا یک جواب موجه به دست آید. در برنامه‌ریزی تولید، مقادیر تولید با استفاده از حداکثر ظرفیت تولید برای محصولی که می تواند بیشترین حجم تولید را در یک دوره زمانبندی داشته باشد تنظیم می‌گردد. آنگاه مساله حل و در صورت امکان پذیر نبودن حجم تولیدی محاسبه شده، مقدار تولید هر محصول در هر دوره بوسیله روش مناسبی اصلاح می‌گردد و مساله مجددا حل می‌شود. بنابر این از یک روش حل تکراری برای به دست آوردن جواب استفاده می‌شود.

۳-۳. مدلسازی مساله برنامه‌ریزی تولید

در مدلسازی مساله برنامه‌ریزی تولید مجموعه محصولات نهایی که همان حالت های نهایی مواد هستند با نماد SP نمایش داده می شود. هر یک از محصولات تولیدی $s \in SP$ دارای تقاضای $d_s{}^t$ در انتهای دوره t ام هستند. منظور از دوره، فاصله زمانی بین دو موعد تحویل کالاست. همچنین فرض می‌شود که طول دوره ها ثابت و تحویل محصول در انتهای هر دوره تولیدی صورت می‌گیرد. در صورت فروش هر واحد محصول معادل c_s واحد سود کسب می‌کنیم و به ازاء نگهداری هر واحد از هر محصول $s \in SP$ بین دو روز معادل h_s واحد می‌پردازیم. از آنجا که برای یکپارچه سازی ایده جایگزینی را انتخاب کرده‌ایم از یک مقدار جایگزین حداکثر تولید برای هر دوره استفاده می کنیم. این مقدار را با نماد B نمایش می‌دهیم. مقدار B با توجه به بیشینه مقدار تولید محصولات در سیستم تولیدی تعیین می گردد، بدین معنی که ابتدا با فرض تولید تک محصولی، بیشینه مقدار تولید هر یک از محصولات را در یک دوره تولیدی محاسبه می کنیم. بیشینه مقدار در بین مقادیر بدست آمده همان B خواهد بود. $Q_s{}^t$ مقدارکل تولید یک محصول در دوره t ام است. از این مقدار، مقداری به تقاضای دوره جاری تخصیص یافته ($P_s{}^t$) و مقداری نیز برای تامین تقاضای محصول در دوره های بعدی ذخیره سازی می‌شود ($E_s{}^t$). در صورت کمبود محصول نهایی نسبت به تقاضای درخواست شده، به اندازه $G_s{}^t$ کمبود وجود خواهد داشت. خلاصه نمادهای مورد استفاده در فرمولبندی برنامه‌ریزی تولید در جدول ۳-۱ آمده است.

جدول ۱. نمادهای مورد استفاده در فرمولبندی برنامه‌ریزی تولید

SP	مجموعه محصولات $SP = S_{p1}, S_{p2}, ..$
T	مجموعه روزهای یک دوره برنامه‌ریزی تولید $T=\{1,2,...,30\}$
D_s^t	نرخ تقاضای محصول در انتهای روز $t \in T$
c_s	قیمت فروش هرواحد از محصول $s \in SP$
h_s	هزینه هر واحد ذخیره سازی محصول $s \in SP$ در مخازن جانبی بین دو روز
B	بیشینه مقدار تولید محصولات درحالت تولید تک محصولی
Q_s^t	مقدار کل محصول تولیدی درروز $t \in T$
P_s^t	مقداری از کل محصول تولیدی$s \in SP$ در هرروز که به تقاضای آن محصول در همان روز اختصاص می‌یابد
E_s^t	مقدار مازاد محصول $S \in SP$ درانتهای دوره $t \in T$ که به تقاضای آن محصول در روزهای آتی اختصاص می یابد
G_s^t	مقدار کمبود محصول $S \in SP$ درانتهای روز $t \in T$

[Downloaded from ijiepm.iust.ac.ir on 2026-09-05]

با استفاده از نمادهای بالا، می‌توان مساله برنامه‌ریزی تولید را بصورت زیر فرموله کرد:

$$MIN \sum_{t\in T}(\sum_{s\in S}(h_s.{E_s}^t)+({c_s}.{G_s}^t))$$

$${G_s}^t = {D_s}^t - {P_s}^t - {E_s}^{t-1}\ ;\ \forall s \in SP\ , t \in T \qquad (۱)$$

$${E_s}^t - \sum_{t'>t} {G_s}^{t'} \le 0\ ;\ \forall s \in SP\ , t, t' \in T \qquad (۲)$$

$$\sum_s ({P_s}^t + {E_s}^t) \le B\ ;\quad \forall t \in T \qquad (۳)$$

$${Q_s}^t = {P_s}^t + {E_s}^t\ ;\quad \forall s \in SP\ , t \in T \qquad (۴)$$

$${E_s}^t = 0\ ;\quad \forall s \in SP\ , t = end\ day \qquad (۵)$$

$${E_s}^t \ge 0\ ;\quad \forall s \in SP\ , t \in T \qquad (۶)$$

$${G_s}^t \ge 0\ ;\quad \forall s \in SP\ , t \in T \qquad (۷)$$

$$0 \le {P_s}^t \le {D_s}^t\ ;\quad \forall s \in SP\ , t \in T \qquad (۸)$$

معادله (۱) بیانگراین است که مقدار کمبود هر محصول در هر دوره برابر با اختلاف تقاضای موجود در آن دوره با مجموع تولید اختصاص یافته به تقاضا برای آن محصول و مقادیر ذخیره سازی شده در دوره های پیشین برای مصرف در آن دوره است. معادله (۲) بیان می کند که مقداری از یک محصول که جهت مصرف در دوره های آتی در یک دوره تولید می‌شود حداکثر می تواند برابر کل کمبودهای آن محصول در دوره های آتی باشد. معادله (۳) نیز بیانگر این است که مجموع کل مقادیر تولیدی از همه محصولات در هر روز بایستی کمتر از حداکثر مقدار تولید مجاز یا همان B باشد. این معادله در حقیقت ایجاد کننده یک مرز اولیه برای مساله زمانبندی عملیات در هر دوره است. ممکن است تولید مجموع محصولات به اندازه B در یک دوره امکان پذیر نباشد. آنگاه پس از تصحیح، مقدار تصحیح شده جدید جایگزینB خواهد شد. معادله (۴) جهت استفاده در الگوریتم تکرارشونده پیشنهادی برای یکپارچه سازی در نظر گرفته شده است. مقدار تولید روزانه هر یک در برخی از مراحل الگوریتم تکرارشونده تثبیت می شود ولی اجزاء تشکیل دهنده آن یعنی ${P_s}^d$ و ${E_s}^d$ می توانند تغییر نمایند.

معادله (۵) بیان می دارد که درانتهای روز آخر بازه برنامه ریزی تولید نبایستی محصولی به عنوان ذخیره بر جای مانده باشد. معادلات (۶و۷) بیانگر این هستند که مقادیر ذخیره سازی محصول تولیدی و کمبود هر محصول نمی توانند عددی منفی باشند. معادله (۸) نشان می دهد که مقداری از کل تولید هر محصول در هر دوره که به برآوردن تقاضای همان دوره اختصاص می یابد حداکثر می تواند به اندازه تقاضای محصول درآن دوره باشد. تابع هدف در این فرمول بندی بصورت کمینه سازی هزینه‌های نگهداری محصول و سود از دست رفته تعریف می شود.

۳-۴. مدلسازی مساله زمانبندی تولید

فلوداس و لین [۸] بامقایسه ایده های مختلف در خصوص زمانبندی سیستم های تولیدی فرآیندی نشان داده‌اند که کاربرد مدل های مبتنی بر اولویت منجر به کاهش تعداد متغیر های صفر و یک نسبت به مدل های مبتنی بر وقوع رویدادها روی یونیت‌ها می‌شود. بدین جهت در مدلسازی مساله زمانبندی در شرایط مذکور از این ایده بهره گرفته و مساله را فرمولبندی نموده ایم.

در فرمولبندی پیشنهادی برای زمانبندی تولید هر کار فقط می-تواند بر روی یک یونیت خاص انجام شود. هر کار تولید کننده یک یا چند حالت خاص ماده و مصرف کننده یک یا چندحالت خاص دیگر است. فرآیند تولید محصول شامل زنجیره ای از کارهاست که بایستی به ترتیب مشخص شده در دستور العمل تولید انجام شوند.

برای مدلسازی مساله ذخیره و برداشت در مخازن جانبی، هر یک از آنها را به عنوان یک کار در نظر گرفته ایم. ذخیره سازی و برداشت برای جلوگیری از مواجهه با کمبود صورت می گیرد. ممکن است با توجه به فرآیند تولید یک محصول یکی از کارهای زنجیره تولید آن حالت گلوگاهی داشته باشد. در این حالت می توان با ذخیره سازی حالتی از ماده که آن کار آن را تولید می کند، در دوره های زمانبندی ای که تولید حالت آزاد تری دارد (تامین تقاضاها براحتی امکان پذیر است) این مشکل را بر طرف نمود.

در جدول۲ نمادهای مورد استفاده دراین فرمولبندی مساله زمانبندی تولید بطور خلاصه آورده شده است.

جدول ۲. نمادهای فرمولبندی زمانبندی تولید

نماد	شرح
I	مجموعه همه کارها $I = \{I_1, I_2, \dots I_N\}$
I_j	مجموعه کارهایی که می توانند توسط یونیت j انجام شود
I_{s^+}	مجموعه کارهایی که می‌توانند ماده حالت s را تولید نمایند
I_{s^-}	مجموعه کارهایی که می‌توانند ماده حالت s را مصرف نمایند

[Downloaded from ijiepm.iust.ac.ir on 2026-09-05]

I_{st^+} کار ذخیره سازی ماده با حالت s درمخازن ذخیره جانبی

I_{st^-} کار برداشت ماده با حالت s ازمخازن ذخیره جانبی

J مجموعه همه یونیت ها $J = \{j_1, j_2, \dots j_N\}$

$J_{ii'}$ یونیتی که کارهای i و i' می توانند برروی آن انجام شوند

S مجموعه همه حالت های مواد $S = SI \cup SP$

SI مجموعه همه حالت‌های میانی مواد $= SI = \{s_1, s_2, \dots s_{NI}\}$

Ta مجموعه مخازن ذخیره‌سازی میانی مواد $Ta = \{Ta_1, Ta_2, \dots Ta_{NT}\}$

Ta_s مخزن ذخیره سازی میانی جهت ذخیره ساز ی ماده با حالت s

$Ta_{ss'}$ مخزن ذخیره سازی میانی مناسب جهت ذخیره سازی ماده با حالت s ونیز ماده با حالت s'

H طول دوره زمانبندی

M یک عدد بسیار بزرگ

$\rho_{is}{}^{+}$ درصدی از کل محصول حاصل ازکار i_s+ که ماده با حالت s است.

$\rho_{is}{}^{-}$ درصدی از کل مواد مصرفی درکار i_s- که ماده با حالت s است.

$\tau_{ii'_J}$ زمان لازم برای تمیز کردن و آماده سازی یونیت j بین دو فرآیند متوالی i و i'

$C_{\tau ii'_J}$ هزینه تمیز کردن و آماده سازی یونیتj بین دو کار متوالی i و i'

$\sigma_{ss'_{Ta}}$ زمان لازم برای تمیز کردن مخزن ذخیره سازی Ta بین ذخیره سازی ماده با حالت s و ماده با حالت s'

$C_{ss'_{Ta}}$ هزینه تمیز کردن مخزن ذخیره سازی Ta بین ذخیره سازی ماده با حالت s و ماده با حالت s'

r_{ij} نرخ تولید یونیت jدر هنگامی که کار i توسط آن انجام می شود.(تن در ساعت)

ϑ_{Ta} ماکزیمم ظرفیت مخزن ذخیره سازی میانی Ta (برحسب تن)

C_i زمان تکمیل و اتمام کار i

Y_{ij} متغیر صفر ویک مربوط به اختصاص انجام کار i در یونیت j، درصورت اختصاص کار i به یونیت jاین متغیر یک و در غیر این صورت صفر خواهد بود.

$l_{ij}{}^{d}$ مدت زمان انجام فرآیند i روی یونیت j

$x_{ii'}$ متغیر صفر و یک مربوط به انجام کار i قبل ازکار i' (اگر کارi قبل/ز کار i' انجام شود، یک و درغیر این صورت صفر است.

$z_{ii'}$ متغیرصفر و یک که اگرآغاز کار $i' \in I_s-, I_{st}+$ پس از اتمام کار $i \in I_s+, I_{st}-$ باشد یک و در غیر این صورت صفر است.

$u_{ii'}$ متغیرصفر و یک دلالت کننده بر اختصاص ماده با حالت s (تولید شده توسط $i \in I_s+, I_{st}-$) به کار مصرف کننده آن $i' \in I_s-, I_{st}+$

w_{sTa} متغیرصفر ویک دلالت کننده براختصاص ماده حالت s تولید شده توسط کار $i \in I_s+, I_{st}-$ به مخزن ذخیره سازی میانی Ta

$vs_{ii'}$ مقدارجبرانی ماده حالت s که جهت انجام کار مصرفی $i' \in I_s-, I_{st}+$ در زمانی اتمام کار $i \in I_s+, I_{st}-$ نیاز است.

$IT_s{}^{d}$ زمان آغاز ذخیره سازی میانی ماده حالت s

$Q_i{}^{d}$ مقدار کل محصول تولیدی توسط کار i

حال با استفاده از نمادهای فوق، می‌توان مساله زمانبندی تولید را بصورت زیر فرمول‌بندی کرد.

$$MIN \sum\sum C_{\tau ii'_J}.x_{ii'} + \sum\sum \sigma_{SS'_{Ta}}.\ w_{s\,Ta})$$

$$C_{i'} - l_{i'} \geq C_i + \tau_{ii'_J} - H(1 - x_{ii'}) - H(2 - Y_{ij} - Y_{i'j}); \quad (۹)$$

$$\forall i, i' \in I\ , i < i'\ , j \in Jii'$$

$$C_i - l_i \geq C_{i'} + \tau_{i'i_J} - H(x_{ii'}) - H(2 - Y_{ij} - Y_{i'j}); \quad (۱۰)$$

$$\forall i, i' \in I\ , i < i'\ , j \in Jii'$$

$$C_i - l_i \leq C_{i'} - l_{i'} + H(1 - u_{ii'}); \quad (۱۱)$$

$$\forall i \in I_s+, I_{st}-, i' \in I_s-, I_{st}+, s \in SI$$

$$C_i \leq C_{i'} + H(1 - u_{ii'}); \quad (۱۲)$$

$$\forall i \in I_s+, I_{st}-, i' \in I_s-, I_{st}+, s \in SI, d \in k$$

$$IT_s \leq C_i - l_i;\ \forall i \in I_s+, I_{st}-, s \in SI \quad (۱۳)$$

$$IT_{s'} \geq C_i + \sigma_{SS'_{Ta}} - H(1 - x_{ii'}) - H(2 - w_{s\,Ta} - w_{s'\,Ta}); \quad (۱۴)$$

$$\forall i, i' \in I | Jii' \neq \emptyset, i < i'\ , s \in SI, t \in Tss'$$

[Downloaded from ijiepm.iust.ac.ir on 2026-09-05]

$$IT_s \geq C_{i'} + \sigma - H(x_{ii'}) - H(2 - w_{st} - w_{s't}); \quad (۱۵)$$
$$\forall i, i' \in I | Jii' \neq \emptyset, i < i', s \in SI, t \in Tss'$$

$$C_{i'} - l_{i'} - C_i \leq Hz_{ii'}; \quad (۱۶)$$
$$\forall i \in I_s+, I_{st}-, i' \in I_s-, s \in S$$

$$vs_{ii'} \leq M(1 - z_{ii'}) + \vartheta_{Ta}.z_{ii'}; \quad (۱۷)$$
$$\forall i \in I_s+, I_{st}-, i' \in I_s-, s \in S$$

$$vs_{ii'} \leq (\rho_{i's}-).r_{i'}\,(C_i - C_{i'} + l_{i'}) + M.z_{ii'} + M(1 - Y_{i'j}); \quad (۱۸)$$
$$\forall i \in I_s+, I_{st}-, i' \in I_s-, j \in J_{i'}, s \in S$$

تابع هدف مسئله زمانبندی کمینه سازی مجموع هزینه های تمیزکاری مخازن میانی و هزینه های تنظیم یونیت ها بین دو کار است. محدودیت های (۹) و (۱۰) بیانگر توالی انجام کارها روی یونیت ها می‌باشند.

زمان اتمام کار i که در یونیتj انجام می شود حد پایینی برای زمان آغاز کارi' است که قرار است پس از آن روی یونیت jانجام شود. در هر دوره زمانبندی برای دوکار متوالی که بتوانند روی یک یونیت انجام شوند یعنی $i', i \in Jii'$ اگرابتدا کار i و سپس کار i' انجام شود آنگاه $x_{ii'} = 1$ خواهد شد و در حالت عکس این مورد $x_{i'i} = 1$ در سایر حالات $x_{ii'}$ بی معنی و برابر صفر است. همواره تنها یکی از دو معادله (۹) و (۱۰) فعال بوده و دیگری غیر فعال خواهد بود.

در ضمن در این معادلات زمان لازم برای تمیز کردن و آماده سازی یونیت jبین دو فرآیند متوالی i و i' نیز در نظر گرفته شده است. محدودیت های (۱۱) و (۱۲) نشان دهنده تامین مقدار ماده مورد نیاز در هر فرآیند می‌باشند.

در هر دوره زمانبندی، اگر ماده حالت s تولید شده توسط کار $i \in I_s+, I_{st}-$ به کار مصرفی $i' \in I_s-, I_{st}+$ اختصاص یابد آنگاه $u_{ii'} = 1$ و در غیر اینصورت $u_{ii'} = 0$ خواهد شد. معادلات (۱۱) و (۱۲) بیانگر آن است که کار $i \in I_s+, I_{st}-$ که ماده حالت s را تولید می‌کند بایستی حتماً قبل از کار مصرف کننده آن یعنی $i' \in I_s-, I_{st}+$ آغاز شود و بایستی قبل یا همزمان با آن پایان یابد. محدودیت‌های (۱۳)، (۱۴) و (۱۵) مربوط به زمان آغاز و پایان ذخیره سازی مخازن میانی هستند. هرکار تولید کننده ماده حالت s قسمتی از محصول خود را به مخزن ذخیره میانی Ta ارسال می کند.

زمان پایان این ذخیره سازی پس از انجام تولید ماده حالت s توسط همه کارهایی است که می‌توانند تولیدآن را انجام دهند. به علاوه به محض آنکه آخرین کار مصرف کننده ماده حالت s به پایان برسد کار ذخیره سازی نیز بایستی پایان یابد. از طرفی در هر زمان، تنها یک ماده حالت s می‌تواند در مخزن ذخیره میانی جای گیرد و ترکیب مواد با حالات مختلف مجاز نیست، اما ترکیب ماده حالت s تولید شده توسط چند کار در یک مخزن مجاز می باشد.

اگر کارهای i, i' بخواهند در یونیت j اجرا شوند و کار i قبل از i' اجرا شود $x_{ii'} = 1$ خواهد شد و ماده حالت s تولید شده توسط کار i زودتر از و ماده حالتs' تولیدی توسط i' در مخزن ذخیره میانی ذخیره خواهد شد. جفت معادلات (۱۴) و (۱۵) به همین منظور در نظرگرفته شده اند و همیشه یکی از این دو فعال بوده و دیگری غیر فعال خواهد بود.

ظرفیت ذخیره سازی در مخازن میانی توسط محدودیت‌های (۱۶)، (۱۷) و (۱۸) نشان داده شده‌اند. مخازن ذخیره میانی دارای ظرفیت محدودی هستند.

مقدار محصول ذخیره شده در آنها هیچ گاه نمی تواند از ϑ_{Ta} بیشتر شود. این محدودیت در حالتی که نرخ تولید ماده حالت S که توسط کار $i \in I_s+, I_{st}-$ پدید می‌آید از نرخ مصرف در مصرف کننده همزمان آن یعنی کار $i' \in I_s-, I_{st}+$ بیشتر باشد فعال خواهد شد. برای تعیین وضعیت ذخیره سازی در مخازن میانی باید نخست وضعیت تولید کننده و مصرف کننده ماده حالت s نسبت به یکدیگر مشخص گردد.

بدین منظور متغیر باینری $z_{ii'}$ را تعریف می‌کنیم. چنانچه کار مصرفی$i' \in I_s-, I_{st}+$ پس از اتمام کار تولیدی $i \in I_s+, I_{st}-$ آغاز شود خواهیم داشت $z_{ii'} = 1$ خواهد شد و در این صورت بایستی تمام مقدار ماده حالت s مورد نیاز کار مصرفی از طریق مخزن میانی تامین گردد. وقتی که کار $i \in I_s+, I_{st}-$ به پایان می رسد مقداری ماده حالت s جهت مصرف در کار $i' \in I_s-, I_{st}+$ بایستی در مخزن جانبی وجود داشته باشد تا در ادامه مصرف شود.

این مقدارکه متغیر $vs_{ii'}$ نامیده شده با توجه به متغیر $z_{ii'}$ تعیین می شود (معادلات ۱۶و۱۷). جهت اطمینان بیشتر، در حالتی که کار i در حال تامین ماده حالت s برای چندین کار دیگر است، کل حجم تولیدی آن که در حالت تولید و مصرف همزمان تولید می شود بایستی کمتر از کل ظرفیت ذخیره سازی میانی برای ماده حالت s باشد (معادله ۱۸)

[Downloaded from ijiepm.iust.ac.ir on 2026-09-05]

۴. روش حل پیشنهادی

روش حل شامل الگوریتمی جدید برای حل مساله است که توسط نویسندگان مقاله طراحی شده است. الگوریتم پیشنهادی درحقیقت روشی تقریبی برای یافتن پاسخ های مساله یکپارچه شده می باشد.

در این الگوریتم ابتدا مساله برنامه‌ریزی تولید حل می گردد. آنگاه مقادیر تولید هر روز بصورت داده های مجزا به مسائل زمانبندی عملیاتی داده می شود.

مساله زمانبندی برای هر روز بصورت مجزا حل می گردد. چنانچه تولید مقادیر خواسته شده از سوی مساله برنامه‌ریزی امکان پذیر نباشد، جواب موجه به یکی از دو روش کاهش پله ای و یا ذخیره سازی و برداشت اصلاح می‌گردد. پس از حل مساله برنامه‌ریزی تولید، جواب های آن به ازاء هر روز در مساله زمانبندی قرار داده می شود.

فرمولبندی مساله زمانبندی ابتدا با فرض غیر مجاز بودن کلیه کارهای ذخیره سازی جانبی و با استفاده از مقادیر ورودی از مساله برنامه‌ریزی تولید حل می‌گردد.

با توجه به این که تابع هدف مساله زمانبندی کمینه سازی است، این مساله در صورت یافتن جواب موجه، جواب بهینه را ارائه می کند. آنگاه دوره هایی که مساله زمانبندی در آنها جواب ناموجه دارد تعیین می شوند.

بمنظور ایجاد جواب موجه در همه دوره ها، ابتدا آخرین دوره ای که مساله زمانبندی در آن فضای جواب نا موجه دارد را تعیین می کنیم. آخرین دوره زمانبندی دارای پاسخ موجه قبل از دوره ناموجه مذکور را نیز تعیین می کنیم. اگر هیچ دوره موجهی قبل از دوره ناموجه فعلی وجود نداشته باشد فقط الگوریتم کاهش پله ای را اجرا کرده و در غیر اینصورت هر دو الگوریتم کاهش پله ای و ذخیره سازی و برداشت را اجرا می‌کنیم.

۴-۲. الگوریتم کاهش پله‌ای

ایده اصلی در این الگوریتم کاهش مقادیر تولید محصولات مختلف از طریق سناریو سازی و سپس بررسی و مقایسه سناریوها از طریق یک تابع هدف است. بدین منظور ابتدا برای مسئله یک ضریب کاهش α در نظر می گیریم. آنگاه تعدادی سناریو جهت کاهش مقادیر ورودی به مسئله زمانبندی ایجاد می کنیم. این سناریوها شامل کاهش α درصدی هر یک از مقادیر ورودی به مساله بصورت جداگانه و یا ترکیبی از کاهش مقادیر در آنهاست.

سپس سناریوهایی را که منجر به ایجاد یک جواب موجه برای مساله زمانبندی می شوند شناسایی و سناریویی که مجموع سود از دست رفته در آن کمتر از بقیه باشد را انتخاب می کنیم. چنانچه در اولین مرحله از کاهش پله‌ای موفق به یافتن پاسخ موجهی نشدیم، مقدار α را به همان اندازه افزایش داده و مجددا سناریوها را بررسی می‌کنیم. روند مذکور تا یافتن پاسخ موجه ادامه خواهد یافت.

۴-۳. الگوریتم ذخیره سازی و برداشت

ناموجه بودن پاسخ مساله زمانبندی ناشی از وجود تقاضای تولید بیش از حد امکانپذیر و به عبارت دیگر نیاز به تخصیص مدت زمان تولیدی برخی کارها به تقاضای زمان تولیدی بیش از حد مجاز است.

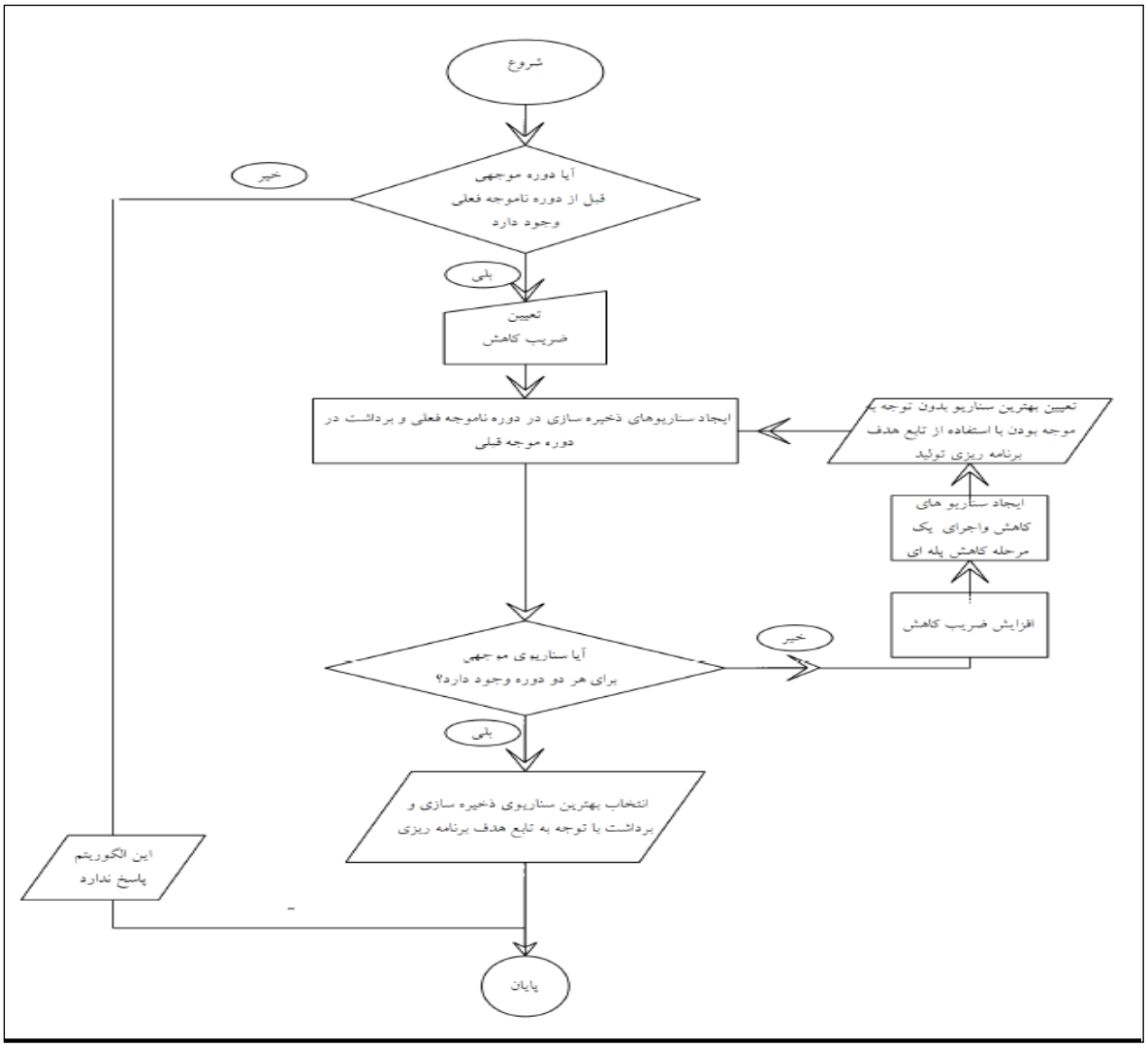
یک راه جهت ایجاد جواب موجه برای مساله زمانبندی این است که بخشی از تولید میانی به دوره‌ای قبل از آن که زمانهای تولید آزادتری دارند اختصاص یافته و مقداری محصول میانی در آنجا تولید و ذخیره سازی گردد و در دوره فعلی با برداشت این مقادیر از مخازن، ذخیره کمبود تولید در یک مرحله خاص جبران گردد. روش اجرایی الگوریتم ذخیره‌سازی و برداشت که در شکل(۲) نشان داده شده است، بصورت زیر خواهد بود.

پس از یافتن پاسخ موجه و بهینه از طریق الگوریتم کاهش پله-ای، مقادیر مدت زمان اجرای هر کار روی هر یونیت (l_i) به ازاء همه کارها را با مقادیر مدت زمان اجرای هر کار روی هر یونیت(l_{i^*}) در پاسخ موجه و بهینه الگوریتم کاهش پله‌ای مقایسه می کنیم. حداکثر اختلاف موجود را ΔL می نامیم.

آنگاه سناریوهای مختلفی جهت کاهش مدت تولید هر یک از محصولات میانی در یونیت مختلف در دوره ناموجه فعلی در نظر گرفته و برای جبران این کاهش، مدت زمان کار برداشت آن محصول میانی را با توجه به نرخ های عملیاتی افزایش می‌دهیم. برای ایجاد این سناریو ها از معیار ΔL استفاده می‌کنیم و با استفاده از آن، سناریوهای کاهش مدت زمان انجام کار تولید کننده محصول میانی و افزایش مدت زمان کار برداشت همان محصول میانی از مخزن ذخیره جانبی را ایجاد می کنیم. برداشت یک مقدار از ماده از مخزن ذخیره تنها در صورتی مجاز است که مقدار معادل این برداشت در دوره‌های پیشین تولید و ذخیره سازی شده باشد.

لذا به ازاء ایجاد هر سناریوی برداشت از ذخیره جانبی در دوره ناموجه فعلی، بایستی سناریوی متناظر افزایش تولید و ذخیره سازی مقادیر تولید شده در دوره دارای جواب موجه که در مرحله پیش تعیین شده ایجاد و موجه بودن حل آن با فرض تولید اضافه‌تر بررسی گردد. مقادیر مربوط به مدت زمان انجام کارهای اضافی جهت ذخیره سازی محصول در انتهای هر تکرار الگوریتم تثبیت می شود. اگر امکان ذخیره سازی محصول در چندین دوره موجه قبل از دوره ناموجه فعلی مجاز گردد الگوریتم قادر به یافتن جواب نخواهد بود. از این رو تنها نزدیکترین دوره دارای فضای جواب موجه جهت ذخیره سازی انتخاب می شود.

[Downloaded from ijiepm.iust.ac.ir on 2026-09-05]



شکل۲. الگوریتم ذخیره‌سازی و برداشت

۴-۴. پیش بینی قبل از تثبیت مقادیر

اگر الگوریتم دوم جواب بهتری نسبت به الگوریتم کاهش پله‌ای داشته باشد بایدرویداد پس از تثبیت مقادیر حاصل ازاجرای الگوریتم دوم بررسی گردند.

چنانچه پس از ثبیت مقادیر و حل مجدد برنامه‌ریزی تولید مقدار تابع هدف مساله برنامه‌ریزی تولید حاصل از داده های الگوریتم ذخیره سازی و برداشت بهتر ازمقدار تابع هدف حاصل از داده-های ا لگوریتم کاهش پله‌ای باشد، پاسخ اصلاحی الگوریتم ذخیره سازی و برداشت انتخاب خواهد شد و در غیر اینصورت پاسخ الگوریتم کاهش پله‌ای. این کار بدان جهت صورت می گیرد که ممکن است الگوریتم ذخیره سازی و برداشت میزان پاسخ به تقاضاها در یک دوره ناموجه را با قبول هزینه های ذخیره سازی میانی بهبود بخشد اما ممکن است بتوان همین حجم تقاضا و یا بیشتر ازآن را پس از اجرای الگوریتم کاهش پله ای در دوره موجه قبلی جبران نمود.

۴-۵. مقایسه جواب های الگوریتم های کاهش پله ای و ذخیره سازی - برداشت

تابع هدف الگوریتم کاهش پله ای بصورت کمینه سازی سود از دست رفته نشان داده می شود :$MIN \sum_S(c_s . P_s^{\ d})$

در حالی که تابع هدف الگوریتم ذخیره سازی و برداشت شامل دوجزء است: هزینه نگهداری محصول میانی و هزینه سود از دست رفته

$$MIN(\sum_S (c_s . P_s^{\ d}) + delta\ d * (\sum_S (h'_s . e_s^{\ d}))$$

که درآن h'_s هزینه نگهداری محصول S میانی و e_s مقدار ذخیره شده ازآن در دوره موجه قبلی و $delta\ d$ فاصله روز موجه قبلی و روز ناموجه فعلی است. پاسخ های نهایی هر یک از الگوریتم ها بهترین پاسخ در میان سناریوهای همردیف خود بوده

[Downloaded from ijiepm.iust.ac.ir on 2026-09-05]

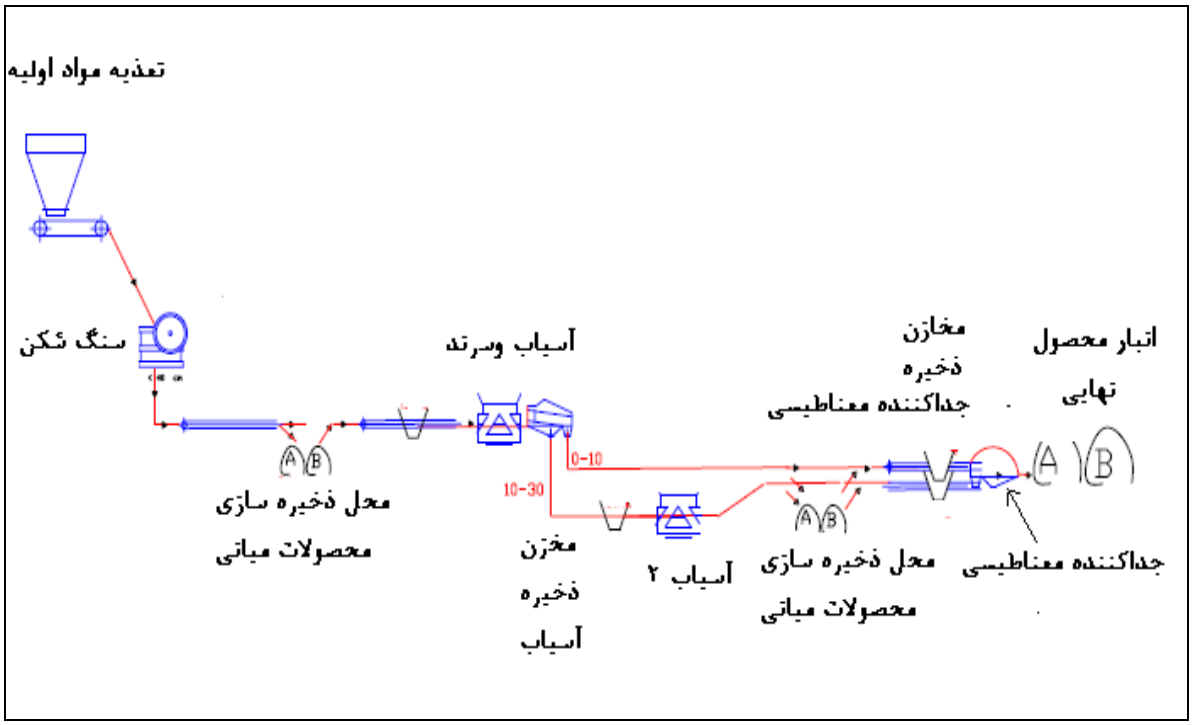
اند. در این مرحله بایستی بهترین پاسخ این دو الگوریتم با هم مقایسه و کمترین آنها انتخاب گردد.

۴-۹. شرط پایان

شرط پایان جستجو و حل، رسیدن به حالتی است که درآن همه روزها تثبیت شده باشند و یا مسئله زمانبندی در هیچ روزی و دوره ای ناموجه نباشد.

۵. مطالعه موردی

ایده مطرح شده در این مقاله و مدلسازی صورت گرفته بر مبنای سیستم‌های فرآوری مواد معدنی بوده و لذا در این بخش به تشریح یکی از خطوط فرآوری سنگ آهن که شمایی از آن در شکل(۳) قابل مشاهده است، می پردازیم .سیستم تولید در فرآیند مورد بررسی پیوسته بوده و در آن امکان تولید دو محصول با نرخ عملیاتی مختلف روی یونیت ها وجود دارد. انتخاب محصول و حجم تولید آن برمبنای تقاضاهای بازار انجام می شود.



شکل ۳. فرآیند تولید سیستم مورد بررسی

۵-۱. اطلاعات مربوط به مساله نمونه

در سیسستم خردایش مورد بررسی، دو نوع سنگ معدنی با عیارهایی متفاوت مورد خردایش و فرآوری قرار می گیرند که آنها را مواد خام ورودی نوع A و B می‌نامیم. به دلیل تفاوت های شیمیایی و فیزیکی، زمان خردایش این دو روی یونیت های مختلف متفاوت است. مواد خام ورودی (نوع A یا B) حالات اولیه مواد می‌باشند که آنها را S1 و S2 می نامیم. موادخام در نخستین گام در سنگ شکن اولیه خرد می شوند. محصول این مرحله سنگ هایی با ابعاد کمتر از ۲۰۰mm هستند که در حقیقت به ترتیب و برحسب نوع ماده خام اولیه، حالت های S3و S4 نامیده می شوند. سپس هر یک از این مواد دریک آسیاب به ابعاد کمتر از ۳۰mm در می آید.

بلافاصله پس از این آسیاب یک سرند جداکننده وجود دارد که سنگ هایی با ابعاد کمتر از ۱۰mm و سنگ هایی با ابعاد ۱۰-۳۰mm را از یکدیگر جدا می کند. سنگ هایی با ابعاد ۱۰-۳۰mm را به ترتیب و برحسب نوع ماده خام اولیه، حالت‌های S5وS6 نامیده وسنگ هایی با ابعاد کمتر از ۱۰mmبه را نیز حالت های S10,S9 می نامیم. سنگ های با ابعاد ۱۰-۳۰mm بایستی یک مرحله دیگر تحت خردایش قرار گیرند. بدین منظور از یک آسیاب شماره ۲ استفاده نموده و ابعاد آنها را به کمتر از ۱۰mm می رسانیم. محصول این مرحله نیز بر حسب نوع ورودی یکی از حالت های S7وS8 خواهد بود. آخرین مرحله از عملیات، جداسازی مغناطیسی است که در این مرحله سنگ های خرد شده حاوی عناصر شیمیایی مورد نظر یعنی آهن از سنگ های فاقد آهن جداسازی می شود. مواد ورودی این مرحله بر حسب ورودی ترکیبی S7 و S9 و یا S10 و S8 خواهد بود. حالتهای محصولات نهایی نیز مانند مراحل قبل بر حسب نوع ماده خام ورودی S12وS11 نامیده می شوند.

[Downloaded from ijiepm.iust.ac.ir on 2026-09-05]

درصد محصول و باطله نیز تا حدود زیادی به نوع توده معدنی بستگی داشته و عموما ثابت می باشد به دلیل آنکه مواد خام ورودی از رگه‌های مختلف توده های معددنی برداشت می شود زمان عملیاتی خردایش و جداسازی آنها روی یک ماشین ها همیشه مقدار ثابتی ندارد. اما این مقدار در یک دوره برنامه‌ریزی سفارشات که عموما بصورت ماهانه است تغییر قابل ملاحظه ای نداشته و ثابت فرض می شود.

به علت این تغییرات در دوره های مختلف و بمنظور بالانس نمودن خط تولید قبل از هر یونیت عملیاتی یک مخزن ذخیره میانی در نظر گرفته شده که مقداری از مواد را قبل از آغاز عملیات و درحین انجام عملیات در خود جای می‌دهد. بدلیل محدودیت های ذکر شده این مخازن که از این پس آنها را مخازن میانی می‌نامیم تنها می توانند یک حالت خاص از ماده را درخود جای دهند و ترکیب دو ماده (دوحالت مختلف) درآنها مجاز نیست.

از سوی دیگر پس از انجام خردایش اولیه برای حالت‌های S3وS4 و نیز پس از آسیاب های اول و دوم یعنی برای حالتهای S7 وS8 ونیز S9 و S10 مخازن ذخیره سازی جانبی پیش بینی شده است.

این مخازن خارج از خط اصلی تولید بوده و ظرفیتی نامحدود برای هر یک از حالات دارند. جهت ذخیره سازی و برداشت محصول در این مخازن بایستی از تجهیزات ذخیره سازی و برداشت خاصی استفاده نمود.

در جدول شماره ۳ نیز کارهای قابل انجام بر روی چند یونیت، مواد مصرفی و مواد تولیدی هریک از این کارها و نرخ تولید کار بر روی یونیت نشان داده شده است.

جدول ۳. اطلاعات مربوط به مساله نمونه

یونیت ها	کارهای قابل انجام بر روی یونیت ها، مواد تولیدی مصرفی و نرخ عملیاتی‌کارها		
M1 سنگ شکن	کارهای قابل انجام بر روی یونیت	i1	i2
	حالت های ماده تولیدی	S3	S 4
	حالت های ماده مصرفی	S1	S2
	نرخ تولید کار (تن درساعت)	۱۵۰	۲۵۰
M2 آسیاب وسرند	کارهای قابل اجرا روی‌یونیت	i3	i4
	حالت های ماده تولیدی	S5 ,S 9	S6,S10
	حالت های ماده مصرفی	S 3	S 4
	نرخ تولید کار (تن درساعت)	۲۰۰	۲۰۰
M3 آسیاب۲	کارهای قابل اجرا روی‌یونیت	i5	i6
	حالت های ماده تولیدی	S 7	S 8
	حالت های ماده مصرفی	S 5	S 6
	نرخ تولید کار (تن درساعت)	۱۰۰	۱۰۰

قیمت فروش محصولات در حال حاضر مطابق داده های جدول ۴ تعیین می شود. مقادیر تقاضا از داده‌های واقعی یک ماه انتخاب شده است.

جدول ۴. قیمت فروش محصول

محصول	S11	S12
قیمت فروش به ازائ هر تن (به هزارریال)	۳۰۰	۲۵۰

۵-۲. پیاده سازی الگوریتم از طریق برنامه نویسی

فرمولبندی و الگوریتم پیشنهاد شده برای مساله معرفی شده در نرم افزار MATLAB پیاده سازی شده است. فرمولبندی برنامه‌ریزی تولید توسط یک تابع حل مسائل برنامه‌ریزی خطی حل می‌گردد. این تابع با استفاده از روش‌های سیمپلکس و سیمپلکس دوگان به حل مساله می‌پردازد. نرم افزار MATLAB به راحتی امکان حل این مساله را با استفاده از توابع حل مساله خطی فراهم می سازد. داده‌های مساله برنامه‌ریزی تولید به تابع حل مساله زمانبندی داده می‌شود.

در نخستین اجرا، این مساله باید با فرض عدم وجود مخازن ذخیره جانبی و در حقیقت صفر بودن مدت زمان اجرای کلیه کارهای مربوط به ذخیره سازی یا برداشت ماده از مخازن ذخیره جانبی حل گردد.

سپس در مراحل بعد، وجود برخی از آنها در هر مرحله اجرای الگوریتم مجاز خواهد شد. برای حل این مساله از یک تابع حل مسائل عدد صحیح خطی به نام CPLEX و XA موجود درجعبه ابزار بهینه سازی نرم افزار MATLAB با نام تجاری Tomlab استفاده شد. این دو تابع بر مبنای الگوریتم حد و شاخه بنا شده اند و استراتژی های مختلف الگوریتم حد و شاخه در آنها براحتی قابل پیاده سازی و تنظیم می باشد.

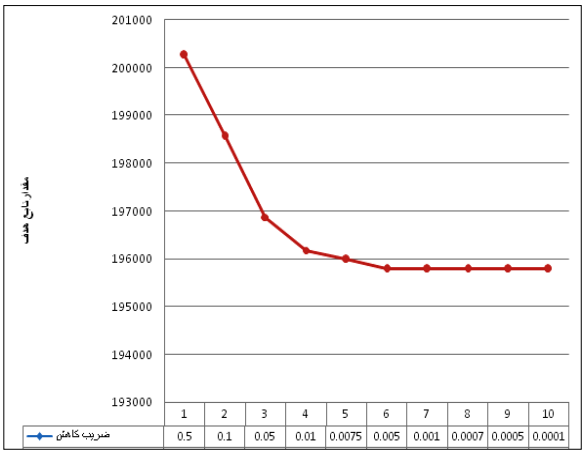
۵-۲-۱. پیاده سازی الگوریتم کاهش پله‌ای

در پیاده‌سازی این الگوریتم باید به دو نکته اساسی توجه نمود:

الف. نرخ کاهش: نرخ کاهش تاثیر بالایی در سرعت و دقت الگوریتم دارد.

یک نرخ کاهش بزرگ ممکن است به فاصله گرفتن جواب از بهترین حالت ممکن منجر گردد در حالیکه یک نرخ کاهش کوچک ممکن است سرعت الگوریتم را بسیار کاهش دهد. از این رو در نظر گرفتن یک موازنه در این انتخاب ضروری است. تنظیم آزمایشات نشان داد که نرخ های کاهش کوچکتر از ۰.۰۰۵ تاثیر چندانی درجواب مساله ندارند. از این رو این مقدار به عنوان نرخ کاهش انتخاب گردید. نتایج تنظیم آزمایشات برای تعیین نرخ کاهش در نمودار شکل ۴ قابل مشاهده است.

[Downloaded from ijiepm.iust.ac.ir on 2026-09-05]



شکل ۴. تاثیر نرخ کاهش بر مقدار تابع هدف مساله نمونه

ب. تعداد وشیوه مقداردهی به سناریوها: تعداد و شیوه سناریو سازی نیز مانند نرخ کاهش در پاسخ های مساله تاثیر بسزایی دارند. افزایش سناریوها سرعت الگوریتم را بسیار کاهش می دهد و کاهش آنها نیز به فاصله گرفتن جواب از بهترین حالت ممکن می انجامد.

از سویی دیگر نحوه اختصاص مقادیر در هر سناریو نیز نکته مهمی است که بایستی مورد توجه قرار گیرد. برای مساله مورد بررسی سناریو سازی به شیوه زیر صورت گرفته است. لازم به ذکر است با توجه به اینکه مقادیر توسط یک ضریب بسیار کوچک کاهش می‌یابند، سناریوهای ایجاد شده تا حدود زیادی همه حالتهای ممکن را پوشش می‌دهند. به عبارت دیگر انتخاب یک ضریب کوچکتر منجر به ایجاد سناریوهای دقیق تر می شود. جدول ۶ سناریوهای الگوریتم کاهش پله‌ای را نشان می‌دهد. هر کدام از سناریوها، درصدی از ضریب کاهش است که به کاهش مقدار S11 و S12 اختصاص می یابد.

جدول ۵. سناریوهای الگوریتم کاهش پله ای

سناریو	S11	S12
۱	٪۱۰۰	٪۰
۲	٪۰	٪۱۰۰
۳	٪۱۰۰	٪۱۰۰
۴	٪۵۰	٪۵۰

۵-۲-۴. الگوریتم ذخیره سازی و برداشت

در پیاده سازی این الگوریتم نیز همانند الگوریتم قبلی تعداد سناریوها و نحوه تخصیص مقادیر به آنها بایستی تنظیم گردد. در مساله مورد بررسی سناریو ها بصورت مقادیر ارائه شده در جدول ۷ تشکیل و مقداردهی شده اند. هر سناریو درصدهای اختصاص ΔL به یکی از ΔLi ها را نشان می‌دهد.

جدول ۶. سناریوسازی برای الگوریتم ذخیره سازی و برداشت

سناریو	ΔL11	ΔL12	ΔL17	ΔL18
۱	٪۱۰۰	٪۰	٪۰	٪۰
۲	٪۰	٪۱۰۰	٪۰	٪۰
۳	٪۰	٪۰	٪۱۰۰	۰
۴	٪۰	٪۰	٪۰	٪۱۰۰
۵	٪۵۰	٪۵۰	٪۰	٪۰
۶	٪۰	٪۰	٪۵۰	٪۵۰

سناریوهای بالا بر مبنای نقاط برداشت از مخازن ذخیره جانبی در دوره ناموجه تنظیم شده اند.

در این سناریو ها مقادیر برداشت از مخازن مقداری مثبت پیدا می کنند و به همان نسبت میزان کلیه کارهای قبلی آن کاهش می یابد. این کاهش می تواند به ازاء برخی سناریوها به موجه شدن مساله زمانبندی بیانجامد که از میان آنها بهترین را انتخاب می کنیم.

۵-۳. بررسی نتایج

محاسبات مربوط به برنامه مرتبط با الگوریتم پیشنهادی در یک سیستم خانگی AMD-Atolon-X240-2.82 GHz با 2MB حافظه انجام شده و در این سیستم زمان رسیدن الگوریتم به جواب نهایی برای داده های مسئله نمونه ۱۸۳ ثانیه بود.

مقدار تولید اختصاص دهی شده به تقاضای هر روز، مقدار تولید مازاد و کمبود تولید برای برخی روزها به عنوان نمونه در جدول (۷) آمده است (مقادیر به تن محاسبه شده اند).

جدول ۷. نمونه پاسخ های نهایی برای مقدار تولید روزانه،مازادوکمبود هرمحصول در هر روز

تقاضای محصول ۱	۸۰۰	۱۰۰	۴۰۰
تولید محصول ۱	۴۸۸	۲۱۲	۴۰۰
کسری محصول ۱	۳۱۲	۰	۰
مازاد محصول ۱	۰	۱۱۲	۱۱۲
تقاضای محصول ۲	۸۰۰	۱۰۰	۳۰۰
تولید محصول ۲	۰	۴۰۰	۱۸۸
کسری محصول ۲	۸۰۰	۰	۰
مازاد محصول ۲	۰	۳۰۰	۱۸۸
تقاضای محصول ۱	۸۰۰	۱۰۰	۴۰۰

پاسخ نهایی مسئله زمانبندی تولید برای پنج نمونه از کارها و برای روزهای ۱۶و۱۷ به عنوان نمونه در درجدول (۸) آورده شده است.

[Downloaded from ijiepm.iust.ac.ir on 2026-09-05]

جدول ۸. زمانبندی یونیت کارها برای روزهای ۱۶و۱۷

زمانبندی کارها در روز۱۶		زمانبندی کارها در روز ۱۷		
زمان پایان	زمان شروع	زمان پایان	زمان شروع	کارها
۵.۳۳	۰	۲.۸۳	۰	۱
۷.۳۴	۵.۸۳	۶.۵۲	۳.۳۳	۲
۵.۳۳	۱.۳۳	۲.۸۳	۰.۷۱	۳
۷.۷۱	۵.۸۳	۷.۳۲	۳.۳۳	۴
۵.۳۳	۱.۳۳	۲.۸۳	۰.۷۱	۵

مقدار تابع هدف پاسخ نهایی الگوریتم برای مساله نمونه به تفکیک اجزاء تشکیل دهنده کل هزینه در جدول (۹) ارائه شده است (مقادیر به هزار ریال محاسبه شده‌اند).

جدول ۹. مقادیر نهایی تابع هدف مساله برای مساله نمونه

مجموع سود از دست رفته و هزینه نگهداری محصول نهایی	هزینه‌های نگهداری محصول میانی	مقدارکل تابع هدف مساله
۱۹۴۷۳۹	۱۰۴۶	۱۹۵۷۸۶

قبل از پیاده‌سازی برنامه ارائه شده در این مقاله، درسیستم تولیدی مورد بررسی برنامه تولیدی خاصی وجود نداشت. بررسی مدارک بخش تولید، نشان می‌داد مجموع سود از دست رفته ، هزینه نگهداری محصول نهایی و هزینه نگهداری محصولات میانی قبل از پیاده سازی این برنامه حدودا ۳۰۹۰۰۰ واحد بوده و پیاده سازی این برنامه تاثیر بسزایی در افزایش سود در برداشت.
برای ارزیابی عملکرد الگوریتم های طراحی شده، مجددا مساله نمونه را توسط الگوریتم ارائه شده حل نمودیم اما این بار جهت اصلاح دوره های دارای جواب ناموجه تنها از الگوریتم کاهش کاهش پله ای استفاده نمودیم. در این حالت پاسخ نهایی مساله برابر با ۲۰۴۷۸۱ هزار ریال به دست آمد. این مقایسه نشان می دهد که ترکیب دو الگوریتم طراحی شده در کنار به ایجاد پاسخ بسیار بهتری نسبت به استفاده از روش کاهشی منتهی می گردد.

۶. زمینه‌های تحقیقاتی آینده

با انجام این پژوهش افق جدیدی در زمینه مسائل بهینه‌سازی ترکیبی به خصوص در زمینه برنامه‌ریزی و زمانبندی تولید در صنایع فرآیندی گشوده شد. در این زمینه در تحقیقات آینده می‌توان عدم قطعیت را که یکی از مسائلی است که عموماً سیستم‌های تولیدی با آن روبرو هستند، در نظر گرفت. عدم قطعیت می‌تواند در مورد تقاضا، کارکرد ماشین‌آلات، زمان های عملیاتی و سایر موارد مطرح شده در بخشهای گذشته باشد. همچنین، چون الگوریتم پیشنهادی نوعی الگوریتمی تقریبی است، لذا می‌توان با ارائه پیشنهاداتی به بهبود آن با استفاده از استراتژی‌های دیگر پرداخت. همچنین الگوریتم‌های پیشنهادی جهت اصلاح دوره‌هایی با جواب ناموجه، کاملاً ابتکاری هستند، بنابراین ایجاد الگوریتم‌های کاراترجهت اصلاح جوابهای ناموجه می تواندپژوهش مفیدی باشد.

مراجع

[1] Ierapetritou, M.G., Li, Z., Marianthi, G., "*Integrated Production Planning and Scheduling using a Decomposition Framework*", Chemical Engineering Science, vol. 64, 2009, pp. 3585-3597.

[2] Pinto, J. M., Grossmann, I.E., "*A Continuous Time Mixed Integer Linear Programming Model for Short Term Scheduling of Multi-Stage Batch Plants*", Industrial and Engineering Chemistry Research, Vol. 34, 1995, pp. 30-37.

[3] Kondili, E., Pantelides, C.C., Sargent, R.W.H., "*A General Algorithm for Short-Term Scheduling of Batch Operations, Part 1. MILP Formulation*", Computers and Chemical Engineering, vol. 17, 1993, pp. 211-227.

[4] Zhang, X., Sargent, R.W.H., "*The Optimal Operation of Mixed Production Facilities-General Formulation and Some Approaches for the Solution*", Computers and Chemical Engineering, vol. 20, 1996, pp. 897-904.

[5] Chryssolouris, G., Chan, S., "*An Integrated Approach to Process Planning and Scheduling*", Annals of the CIRP .vol.34, 1985, pp. 413–417.

[6] Maravelias, C.T., "*A Decomposition Framework for the Scheduling of Single and Multi-Stage Processes*", Computers & Chemical Engineering, vol.30, 2006, pp. 407-420.

[7] Sung, C., Maravelias, C.T., "*A Projection-Based Method for Production Planning of Multiproduct Facilities*", AIChE Journal, vol. 10, 2009, pp. 13-22.

[8] Harjunkoski, I., Grossmann, I.E., "*Decomposition Techniques for Multistage Scheduling Problems Using Mixed-Integer and Constraint Programming Methods*", Computers & Chemical Engineering, Vol. 26, 2001, pp. 1533-1545.

[Downloaded from ijiepm.iust.ac.ir on 2026-09-05]