نشریه بین المللی مهندسی صنایع و مدیریت تولید بهار ۱۳۸۸- صفحه ۲۱-۱۵

شماره ۱، جلد ۲۰، بهار ۱۳۸۸

نشریه بین المللی مهندسی صنایع و مدیریت تولید

نشریه بین المللی مهندسی صنایع و مدیریت تولید
دانشگاه علم و صنعت ایران

شابک: ۷۳۷۵-۱۰۱۸

Journal Website: http://ijiefa.iust.ac.ir/

Applying Simulated Annealing for Trip Distribution Entropy Model (Case Study)

Jamal Arkat, Masood Babakhani, & Babak Ebrahimi

Jamal Arkat, *Assistant Professor, Department of Industrial Engineering, Kurdistan University*
Masood Babakhani, *Assistant Professor, Department of Industrial Engineering, Iran University Science & Technology*
Babak Ebrahimi, *MSc. student, Department of Economy, Sharif University*

Keywords

Entropy Maximization Model, Simulated annealing, Transportation Modeling, Trip Distribution Modeling

ABSTRACT

Trip distribution is a very important step in transportation modeling context. Many decent researches have been dedicated to the importance of the models for this third step of transportation modeling. Entropy maximization model is one of thermodynamic models and is implemented in modeling various scientific Phenomenons. As the name implies, entropy maximization model tries to find the maximum entropy under which a system is supposed to be stable. Making pretty little changes to the thermodynamic nature, we can very easily use this phenomenon to distribute trips. As the problem here is an NP-hard one, simulated annealing as a meta-heuristic algorithm is used for solving the problem. At the end, a real case model of trip distribution for Iran states as an application of this algorithm is examined.

© ۱۳۸۸، جلد ۲۰، شماره ۱ (نشریه بین المللی مهندسی صنایع و مدیریت تولید)

بکارگیری بازپخت شبیه‌سازی شده در مدل آنتروپی توزیع سفر (مطالعه موردی)

جمال ارکات، مسعود باباخانی و سید بابک ابراهیمی

کلمات کلیدی

مدل بیشینه‌سازی آنتروپی، بازپخت شبیه‌سازی شده، مدلسازی حمل و نقل، مدلسازی توزیع سفر

چکیده:

توزیع سفر یکی از مراحل مهم فرآیند مدلسازی حمل و نقل می‌باشد به نحوی که بسیاری از محققان این حوزه بر اهمیت این مرحله اذعان داشته‌اند. مدل بیشینه‌سازی آنتروپی، یکی از مدل‌های ترمودینامیکی است که در مدلسازی پدیده‌های علمی مختلفی بکار گرفته شده است. همانگونه که از اسم این مدل برمی‌آید، مدل سعی دارد، بیشینه آنتروپی یا اغتشاش را برای وضعیت تعادل سیستم بدست آورد. با ایجاد مختصر تغییری در مدل حرارتی آنتروپی، می‌توان آن را در مدلسازی توزیع سفر بکار گرفت. بدلیل خاصیت ناچندجمله‌ای مسئله، از الگوریتم بازپخت شبیه‌سازی شده به عنوان یک الگوریتم متاهیورستیک جهت حل آن استفاده شده است. در انتها، مطالعه موردی از مدل توزیع سفر برای استان‌های کشور بعنوان نمونه‌ای از نحوه بکارگیری این الگوریتم مورد بررسی قرار گرفته شده است.

تاریخ وصول: ۸۵/۸/۲۱

تاریخ تصویب: ۸۶/۹/۱۹

جمال ارکات، گروه مهندسی صنایع، دانشکده فنی مهندسی، دانشگاه کردستان

دکتر مسعود باباخانی، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه علم و صنعت ایران، m.babakhani@iust.ac.ir

سید بابک ابراهیمی، دانشکده مدیریت و اقتصاد، دانشگاه صنعتی شریف، babak.ebrahimi@gsme.sharif.edu

[Downloaded from ijiepm.iust.ac.ir on 2026-09-07]

۱. مقدمه

توزیع سفر، سومین مرحله از مدلسازی حمل و نقل می‌باشد. تا کنون مدلهای زیادی جهت توزیع سفرهای ایجاد و جذب شده توسط نواحی مختلف جمعیتی ارائه شده‌اند. اگرچه کار کردن با برخی از این مدلها آسان است اما ساماندهی آنها بخوبی انجام نگرفته است.

فاکتور رشد یکنواخت، فاکتور رشد میانگین، مدل رشد دیترویت[1]، مدل فراتر[2]، مدل جاذبه[3]، برنامه‌ریزی خطی و بیشینه‌سازی آنتروپی[4]، مدلهایی هستندکه به کرات برای مدلسازی مسائل مختلف بکارگرفته شده‌اند.

از بین این مدلها، مدل بیشینه‌سازی آنتروپی در بین سایر مدلها از اهمیت بیشتری برخوردار است، زیرا تعداد زیادی از مدلهای توزیع سفر را می‌توان به صورت مدل آنتروپی فرموله نمود. برای نخستین بار مدل آنتروپی توسط ویلسون (۱۹۶۷و۱۹۷۰) ارائه شد و سپس این مدل توسط سنیور (۱۹۷۹) مورد تجدیدنظر و اصلاح قرار گرفت. توسعه‌های دیگری نیز از مدل مقدماتی ویلسون منتشر شده‌اند که مدلهایی مقید و نامقید را شامل می‌شوند (پائولو ۱۹۹۱). همچنین در برخی از مدلهای توسعه یافته ویلسون، از بسط تاملین (تاملین ۱۹۷۹) استفاده شده است که قدری با مدل سنیور تفاوت دارد. اگرچه کار کردن بر روی مدل آنتروپی از دهه ۶۰ آغاز گشته است، لیکن مقالات متعددی در مورد این مدل در دهه ۹۰ و بعد از آن چاپ شده‌اند که ازجمله آنها می‌توان به روی و فلود ۱۹۹۲، سلاتر ۱۹۹۲، پولر ۱۹۹۲، ۱۹۹۳ و ۱۹۹۴، کانتوروویچ ۱۹۹۲، گنکلاوس و یلیسا ۱۹۹۳، ماتور مک و کساوانو ۱۹۹۶ اشاره کرد. این تحقیقات نشان می‌دهد که انجام فعالیت‌های مطالعاتی در این حوزه همچنان جذاب است.

در این مقاله، مدل بیشنه‌سازی آنتروپی و کاربرد آن در توزیع سفر تشریح گردیده و نمادگذاری معمول در مدل ماکزیمم آنتروپی به همراه رویکردهایی که می‌توان برای حل آن بکار گرفت، معرفی شده‌اند. سپس نحوه بکارگیری بازپخت شبیه‌سازی شده برای حل مسئله ماکزیمم آنتروپی تشریح می‌شود و یک مثال عددی از دنیای واقعی مورد بررسی قرار می‌گیرد.

۲. مدل بیشینه‌سازی آنتروپی در مسئله توزیع سفر

در ترمودینامیک آماری، زمانی که از مدلسازی آنتروپی برای یک سیستم مشخص بحث می‌شود، فرض می‌گردد که سیستم از اجزای ماکرو[5] و میکرو[6] تشکیل شده است. همچنین مشخص است که هر سیستمی مایل است که آنتروپی خود را با افزایش تعداد اجزای میکروی مربوط به هر یک از ماکروها، بالا ببرد. تعداد عناصر میکرو که با هر جزء ماکرو در ارتباط می‌باشند، به صورت زیر محاسبه می‌گردد:

$$R = \frac{N!}{\prod_{i=1}^{n} N_i!} \qquad (۱)$$

که در این فرمول، R نشان دهنده تعداد عناصر میکرو، N تعداد عناصر منفرد یا اقلامی که به مجموعه دسته‌ها تخصیص داده شده‌اند، n تعداد دسته‌ها و N_i تعداد اقلام منفردی است که در دسته i قرار دارند. در مدلسازی توزیع سفر، تعداد سفرهایی که از مبدا i به مقصد j انجام می‌شوند را می‌توان بعنوان تعداد اقلام منفرد موجود در دسته ij در نظر گرفت. بدین ترتیب $T = \sum_{ij} T_{ij}$ مجموع کل سفرها خواهد بود و در فرمول (۱) می‌تواند جایگزین N گردد. با این اوصاف، تعداد اجزای میکرو، یعنی R مقداری است که می‌خواهیم آن را به شیوه زیر ماکزیمم سازیم (ویلسون ۱۹۶۷، ۱۹۷۰).

$$R = \frac{T!}{\prod_{i=1}^{n}\prod_{j=1}^{n} T_{ij}!} \qquad (۲)$$

که در این فرمول، مخرج از $n \times n$ عنصر تشکیل شده است که بصورت قراردادی آنها را دسته‌ها می‌نامیم. برای حل این مدل، با توجه به مسئله تحت بررسی، تابع هدف ماکزیمم‌سازی به همراه تعدادی محدودیت در نظر گرفته می‌شود براساس تئوری که به صورت مختصر توضیح داده شد و نمادگذاری که در برنامه‌ریزی حمل و نقل استفاده می‌شود، می‌توان بیشینه‌سازی تابع هدف فرمول (۲) را بهمراه سه دسته محدودیت زیر در نظر گرفت:

$$\sum_{i=1}^{n} T_{ij} = D_j \quad j = 1, 2, \ldots n \qquad (۳)$$

$$\sum_{j=1}^{n} T_{ij} = O_i \quad i = 1, 2, \ldots n \qquad (۴)$$

$$T_{ij} \geq 0 \qquad (۵)$$

که در این محدودیت‌ها، O_i و D_j به ترتیب نشان دهنده سفرهای تولید شده توسط مبدا i و جذب شده توسط مقصد j می‌باشند. به دلیل خاصیت ناچندجمله‌ای[7] بودن این مدل، بدست آوردن راه‌حل

1- *Detroit*
2- *Frater*
3- *Gravity*
4- *Entropy*
5- *Macro*
6- *Micro*
7- *Nonpolynomial*

[Downloaded from ijiepm.iust.ac.ir on 2026-09-07]

بهینه برای آن توسط الگوریتم‌های دقیق (مانند شاخه و کرانه)، امکان‌پذیر نمی‌باشد.

برخی از محققان برای تسهیل دستیابی به راه‌حل‌های مطلوب، با در نظر گرفتن تابع هدف بصورت ماکزیمم لگاریتم تابع هدف قبلی و برخی تقریب‌ها، مدل را تا حدودی ساده‌سازی کرده‌اند. تابع هدف نشان داده شده در فرمول (۲) را می‌توان به صورت فرمول (۶) بازنویسی نمود:

$$L = \ln(R) = \ln\left(\frac{T!}{\prod_{i=1}^{n}\prod_{j=1}^{n} T_{ij}!}\right) \qquad (۶)$$

تابع هدف (۶) را می‌توان با انجام اندکی محاسبات ریاضی به صورت زیر بازنویسی نمود:

$$L = \ln(T!) - \ln\left(\prod_{i=1}^{n}\prod_{j=1}^{n} T_{ij}!\right) \qquad (۷)$$

از آنجایی که مجموع کل سفرهای تولید یا جذب شده (یعنی R) مقداری ثابت می‌باشد، می‌توان از بخش اول فرمول (۷) صرفنظر نمود و تنها بخش دوم آن را در محاسبات در نظر گرفت.

$$L' = -\ln\left(\prod_{i=1}^{n}\prod_{j=1}^{n} T_{ij}!\right) \qquad (۸)$$

کار کردن با این شکل جدید تابع هدف، محاسبات را تا حدودی آسان‌تر خواهد نمود لذا در الگوریتم حلی که ارائه خواهد شد، از این شکل تابع هدف استفاده می‌شود. به طور خلاصه، مدل ریاضی بیشینه‌سازی آنتروپی برای مسئله توزیع سفر، به صورت زیر می‌باشد:

$$\max \; L' = -\ln\left(\prod_{i=1}^{n}\prod_{j=1}^{n} T_{ij}!\right)$$
$$subject\ to:$$
$$\sum_{i=1}^{n} T_{ij} = D_j \quad j = 1, 2, \ldots n$$
$$\sum_{j=1}^{n} T_{ij} = O_i \quad i = 1, 2, \ldots n$$
$$T_{ij} \geq 0$$

با حذف علامت منفی از تابع هدف، مسئله از حالت بیشینه‌سازی به حالت کمینه‌سازی تبدیل خواهد شد یا به عبارتی تابع هدف به صورت زیر تبدیل می‌شود:

$$\min \; L'' = \ln\left(\prod_{i=1}^{n}\prod_{j=1}^{n} T_{ij}!\right) \qquad (۹)$$

در ادامه از یک الگوریتم متاهیورستیک یعنی بازپخت شبیه‌سازی شده[۸] برای برطرف نمودن مشکل ناچندجمله‌ای بودن مسئله استفاده می‌شود.

بازپخت شبیه‌سازی شده، الگوریتم متاهیورستیک کارایی است که از فرایند آنیلینگ یا بازپخت اقتباس گشته و در بسیاری از مسائل بهینه‌سازی مورد استفاده قرار گرفته شده است. در این الگوریتم با استفاده از رویه تصادفی‌سازی کنترل شده، سعی می‌شود با عبور از کمینه‌های محلی، بهینه سراسری بدست آید.

۳. بکارگیری بازپخت شبیه‌سازی شده برای مدل بیشینه‌سازی آنتروپی

آنلینگ یا بازپخت شبیه‌سازی شده یکی از الگوریتم‌های نوینی است که نخستین بار توسط کیرکپاتریک و سایرین ۱۹۸۳ توسعه داده شده است.

این الگوریتم، همانند سایر الگوریتم‌های متاهیورستیک می‌کوشد تا با بکارگیری رویه کنترل شده تولید راه‌حل‌های مجاور تصادفی، مسائل پیچیده ترکیبی را حل نماید.

سهولت کاربرد و بدست آوردن راه‌حل‌های مطلوب برای مسائل دنیای واقعی، SA را به یکی از توانمندترین و پرکاربردترین هیورستیک‌هایی تبدیل کرده است که در بسیاری از مسائل بهینه‌سازی بکار گرفته می‌شود.

نام این الگوریتم از فرآیند بازپخت اقتباس شده است که در آن با کاهش دمای تدریجی یک فلز، مولکول‌های آن موقعیت‌های بهینه را در ترکیب مجموعه بدست می‌آورند. ساختار کلی الگوریتم SA در مدل مفهومی نشان داده شده در جدول ۱ بیان شده است.

در رویه نشان داده شده در جدول ۱، نمادگذاری زیر استفاده شده است:

S : راه‌حل کنونی

S^* : بهترین راه‌حل بدست آمده

$f(S)$: تابع هدف به ازای راه‌حل S

n : شمارنده تکرار

T : دمای آغازین

L : تعداد تکرارهای حلقه داخلی برای هر سطح دما

p : احتمال پذیرش راه‌حل همسایه در صورتی که از راه‌حل قبلی بهتر نباشد.

شایان ذکر است که الگوریتم ارائه شده برای مسائل کمینه‌سازی توسعه داده شده است و در صورتیکه بیشینه‌سازی یک تابع هدف مدنظر باشد، قرینه مقادیر تابع هدف باید استفاده شوند.

الگوریتم با تولید یک راه‌حل آغازین تصادفی، رویه دستیابی به جواب بهینه را آغاز می‌کند. در هر سیکل داخلی، یک راه‌حل همسایه S_n برای جواب جاری S تولید می‌شود. در صورتیکه

1- *Simulated Annealing*

[Downloaded from ijiepm.iust.ac.ir on 2026-09-07]

$\Delta \le 0$ یا بعبارتی S_n بهتر از S باشد، راه‌حل تولید شده، جایگزین راه‌حل کنونی می‌شود در غیر اینصورت، راه‌حل همسایه براساس یک معیار احتمالی ($P = e^{-\Delta/T}$) پذیرش می‌شود. مقدار دما در هر تکرار سیکل خارجی با استفاده از یک تابع کاهش دما، کاهش می‌یابد.

جدول ۱. ساختار کلی الگوریتم آنلینگ شبیه‌سازی شده

```
Initialize the SA control parameter (T0 , L)
Select an initial solution, S0
Set T=T0 , S=S0 , S*=S0 ; Calculate f(S0) ;
While the stop criterion is not reached do:
   Set n = 1 ;
   While n < L do:
      Generate solution Sn in the neighborhood of S0 ;
Calculate Δ = f(Sn) - f(S) ;
      if Δ ≤ 0
         S=Sn
      else
         generate a random number, r ∈ (0,1) ;
         if ( r ≤ p = e^(-Δ/T) ) ;
            S=Sn ; n = n+1 ;
         end
      end
      if ( f(S )< f(S*) )
         S* = Sn ;
      end
   end
   reduce the temperature T;
end
```

مهمترین ویژگی SA بعنوان یک الگوریتم متاهیورستیک، احتمال پذیرش راه‌حل‌های بدتر از راه‌حل کنونی می‌باشد که چنین ویژگی، احتمال افتادن در بهینگی محلی را از تا حدود زیادی کاهش می‌دهد.

واضح است که با کاهش دما، احتمال پذیرش جواب‌های بدتر، کاهش می‌یابد. کارکرد الگوریتم به تعریف پارامترهای کنترلی زیر بستگی دارد:

- دمای اولیه (T)، باید به اندازه کافی بزرگ در نظر گرفته شود بگونه‌ای که در اولین تکرار الگوریتم احتمال پذیرش یک جواب بدتر، حداقل برابر ۸۰ درصد باشد.
- معمول‌ترین تابع کاهش دمایی که در خلال الگوریتم بکار گرفته می‌شود، تابع هندسی ($T_i = C\,T_{i-1}$) است که در آن C (فاکتور کاهش دما) کوچکتر از یک می‌باشد و معمولا بصورت $0.70 \le C \le 0.95$ انتخاب می‌شود.
- طول هر سطح دمایی (L) تعیین کننده تعداد جواب‌هایی است که در هر سطح دما پذیرش می‌شوند.
- معیار توقف، به معنی دستیابی سیستم به یک سطح انرژی مشخص است و معمولا به یکی از سه شیوه زیر تعریف می‌شود:
  - تعداد کل جواب‌های تولید شده
  - استفاده از دمای انجماد
  - استفاده از نرخ پذیرش (نسبت بین تعداد راه‌حل‌های پذیرفته شده به تعداد کل جواب‌های تولید شده)

واضح است که انتخاب هر یک از پارامترهای چهارگانه عنوان شده به ماهیت مسئله تحت بررسی، بستگی دارد. علاوه بر پارامترهای کنترل، دو مورد مهم دیگری که باید بدان‌ها توجه شود، شیوه تولید جواب اولیه و شیوه تولید جواب‌های همسایه است که این دو مورد نیز به ماهیت مسئله تحت مطالعه بستگی دارند. در مسئله موردنظر، پارامترهای SA بصورت زیر تعریف شده‌اند:

- دمای اولیه بگونه ای انتخاب می‌شود که احتمال پذیرش اولین جواب همسایه بدتر، برابر ۹۰ درصد باشد.
- از تابع کاهش دمای هندسی استفاده می‌شود.
- طول هر سطح دمایی برابر ۱۰ راه‌حل در نظر گرفته شده است.
- معیار توقف براساس دمای انجماد تعریف شده است. دمای انجماد بگونه‌ای تنظیم می‌شود که احتمال پذیرش راه‌حل همسایه بدتر، نزدیک صفر (حدود ۰/۰۰۰۰۰۱) باشد.

در الگوریتم ارائه شده، نخستین راه‌حل بصورت تصادفی تولید می‌شود.

هر راه‌حل، یک ماتریس مبدا - مقصد یا بعبارتی OD می‌باشد. راه‌حل اول بگونه‌ای تولید می‌شود که مجموع تعداد سفرهای تولید شده توسط یک مبدا و جذب شده توسط یک مقصد، برابر مقادیر از پیش تعیین شده‌ای باشند.

نحوه تولید راه‌حل همسایه بدین ترتیب است که چهار عنصر از ماتریس OD بصورت تصادفی و بگونه‌ای انتخاب می‌شوند که چهارگوشه یک مستطیل را تشکیل دهند. سپس مقداری از پیش تعیین شده که در مقایسه با عناصر ماتریس OD کوچک می‌باشد، به ترتیب بصورت یکی در میان به این چهار عنصر ماتریس افزوده و کم می‌شود.

این عملیات باعث می‌شود که ماتریس OD یا بعبارتی راه‌حل همسایه تولید شده، بصورت شدنی باقی بماند و مجموع سطر و ستون‌ها ثابت باقی بماند.

شکل ۱ و ۲ بترتیب یک ماتریس OD فرضی را بهمراه همسایه تولید شده نشان می‌دهد. در این دو ماتریس عناصری که با رنگ مشکی نشان داده شده‌اند، عناصر انتخاب شده برای افزودن یا کاستن مقدار از پیش تعیین شده (مثلا برابر ۱۰) می‌باشند. همانگونه که اشکال ۱ و ۲ نشان می‌دهند، مقادیر تولید و جذب سفر برای شهرهای مختلف در روند تولید راه‌حل همسایه، ثابت باقی می‌مانند.

[Downloaded from ijiepm.iust.ac.ir on 2026-09-07]

0	17	11	55	4	11	100	7	20	25	250
10	0	3	21	1	7	42	2	14	18	118
11	2	0	11	1	5	23	1	10	10	74
51	31	32	0	8	32	309	13	123	91	690
3	1	1	5	0	2	14	0	4	5	35
2	1	1	10	0	0	22	0	5	5	46
49	28	18	111	10	37	0	13	71	93	430
2	1	1	3	0	1	13	0	4	4	29
24	13	7	80	2	10	154	6	0	30	326
45	17	12	109	6	17	351	12	82	0	651
197	111	86	405	32	122	1028	54	333	281	2649

شکل ۱. یک ماتریس OD تصادفی برای ۱۰ شهر

0	17	11	65	4	11	100	7	10	25	250
10	0	3	21	1	7	42	2	14	18	118
11	2	0	11	1	5	23	1	10	10	74
51	31	32	0	8	32	309	13	123	91	690
3	1	1	5	0	2	14	0	4	5	35
2	1	1	10	0	0	22	0	5	5	46
49	28	18	101	10	37	0	13	81	93	430
2	1	1	3	0	1	13	0	4	4	29
24	13	7	80	2	10	154	6	0	30	326
45	17	12	109	6	17	351	12	82	0	651
197	111	86	405	32	122	1028	54	333	281	2649

شکل ۲. راه‌حل همسایه تولید شده برای ماتریس OD در شکل(۱)

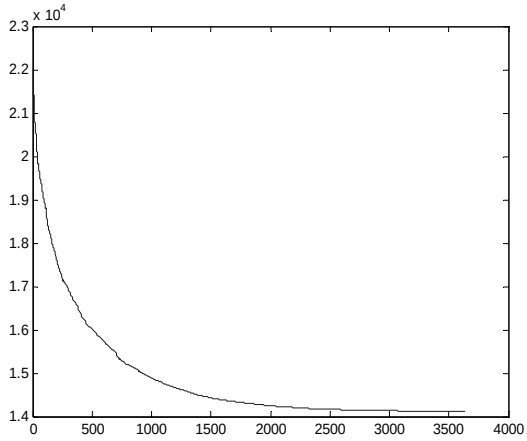
۴. مطالعه موردی؛ حل یک مسئله دنیای واقعی با الگوریتم SA

مسئله‌ای که در این مقاله بعنوان مثال عددی مورد بررسی قرار گرفته است، مسئله توزیع سفر در کشور ایران است که بدلیل وسعت این کشور و حجم بالای سفرهای بین‌استانی، آن را می‌توان به عنوان یک مسئله در مقیاس بزرگ تلقی کرد. نواحی جمعیتی برای این مسئله، استان‌های کشور ایران در نظر گرفته شده‌اند و لذا در مجموع ۲۸ ناحیه جمعیتی بعنوان کاندیداهای تولید و جذب سفر مطرح می‌باشند. با این اوصاف هر راه‌حل برای این مسئله، یک ماتریس ۲۸ در ۲۸ خواهد بود که عناصر آن نشان دهنده حجم سفرهای انجام شده بین دو ناحیه جمعیتی مربوط به آن عنصر می‌باشند.

شکل ۳ ماتریس OD نهایی را برای این مسئله نشان می‌دهد که در آن، تعداد سفرهای انجام شده بین هر جفت استان نشان داده شده است. حجم سفرهای انجام شده بین استان‌های مختلف باید در ضریب ۱۰۰۰ ضرب شود تا مقدار واقعی بدست آید. شکل ۴ نحوه دستیابی SA به بهترین جواب را نشان می‌دهد. اگرچه بطور قطع نمی‌توان گفت که بهترین جواب بدست آمده توسط SA جواب بهینه می‌باشد، لیکن روند حرکت الگوریتم دستیابی به یک نقطه تعادل را نشان می‌دهد.

ماهیت الگوریتم بگونه‌ای است که با احتمال زیادی می‌توان گفت که جواب بدست آمده یک بهینه سراسری است. تابع هدف بهترین جواب به دست آمده توسط الگوریتم بازپخت شبیه‌سازی شده، برابر ۱۴۱۱۹ واحد می‌باشد. به منظور نشان دادن کارایی الگوریتم ارائه شده در حل مدل آنتروپی توزیع سفر، مثال عددی ذکر شده توسط نرم‌افزار Lingo نسخه 8.0 حل شده است. شایان ذکر است که این نرم‌افزار صرفا برای حالات خاصی از برنامه‌های غیرخطی، قادر است جواب بهینه سراسری را تضمین نماید و در سایر مسائل، از عنوان بهینه محلی برای بهترین جواب بدست آمده استفاده می‌نماید.

به دلیل ماهیت غیرخطی مدل و تعداد زیاد محدودیت‌ها و متغیرهای موجود، حل مثال عددی ذکر شده توسط این نرم‌افزار، حدود ۶ ساعت طول کشیده است. تابع هدف بهترین جوابی که طی این زمان، توسط Lingo به دست آمده است، ۱۵۲۵۰ واحد می‌باشد که حدود ۸ درصد از جواب بدست آمده توسط بازپخت شبیه‌سازی شده بزرگتر (نامطلوب‌تر) می‌باشد این در حالی است که الگوریتم متاهیورستیک ارائه شده، برای حل مسئله عنوان شده، زمانی کمتر از یک دقیقه را صرف نموده است. این موضوع به خوبی توانایی الگوریتم ارائه شده را در حل مسائل در مقیاس بزرگ نشان می‌دهد.



شکل ۴. نحوه دستیابی SA به جواب بهینه

از طرفی از آنجایی که الگوریتم ارائه شده، از نوع الگوریتم‌های متاهیورستیک می‌باشد، راه‌حل اولیه ارائه شده، در جواب نهایی آن تاثیر چندانی نخواهد گذاشت، لذا انتظار داریم در تکرارهای مختلف این الگوریتم، راه‌حل‌های نهایی یکسانی را به دست آوریم. برای آزمودن این واقعیت، الگوریتم ارائه شده، ۲۰ مرتبه در مثال عددی ذکر شده، به کار گرفته شده است. دامنه تغییرات بهترین جواب به دست آمده توسط این الگوریتم در ۲۰ مرتبه اجرا، کمتر از ۱۰ واحد بوده است که در مقایسه با مقیاس راه‌حل نهایی، تغییرات نسبتا ناچیزی به شمار می‌رود.

[Downloaded from ijiepm.iust.ac.ir on 2026-09-07]

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
1	0	12	10	56	2	12	123	4	22	28	9	5	8	20	16	11	6	16	9	2	6	14	4	16	14	19	8	11
2	10	0	3	26	1	6	55	2	14	15	2	2	3	10	7	4	2	7	5	1	3	6	2	8	4	8	4	4
3	7	3	0	14	0	3	34	1	7	8	1	1	2	6	4	2	1	4	2	0	2	4	1	4	3	5	2	3
4	63	34	30	0	11	40	373	16	96	102	33	29	34	67	50	47	23	64	40	12	32	70	25	79	63	99	41	51
5	3	1	1	8	0	1	18	0	3	4	1	0	1	2	1	1	0	2	1	0	1	2	0	2	2	2	1	1
6	4	1	1	11	0	0	27	0	5	5	1	1	1	3	3	1	1	2	1	0	1	2	1	2	2	4	1	2
7	58	30	21	130	10	37	0	16	85	107	24	21	31	84	50	43	22	67	42	11	35	49	23	63	50	80	34	46
8	2	1	0	6	0	1	17	0	3	4	0	0	1	2	1	1	0	2	1	0	1	1	0	2	1	2	1	1
9	23	13	7	69	3	13	165	5	0	35	8	7	10	27	19	14	7	19	15	3	10	18	8	25	19	29	13	16
10	46	23	15	123	8	26	360	13	76	0	19	17	22	48	35	30	15	49	28	8	23	39	19	55	42	61	28	36
11	4	2	1	13	0	2	37	1	7	8	0	1	1	4	3	2	1	4	2	0	2	3	1	5	3	6	2	3
12	18	9	6	57	3	9	152	4	26	34	6	0	9	21	17	11	5	16	10	2	9	17	7	19	17	25	11	14
13	4	1	1	11	0	2	36	0	6	7	1	1	0	4	2	2	1	3	2	0	1	3	1	3	3	4	2	3
14	26	12	8	73	3	16	160	5	38	44	10	8	12	0	20	15	8	24	15	4	12	20	8	27	22	34	12	20
15	10	4	3	32	1	6	109	2	14	19	3	3	4	12	0	5	3	9	6	1	5	8	3	11	9	13	6	8
16	7	2	2	20	0	3	57	1	8	12	2	2	2	7	5	0	1	5	3	1	2	5	2	7	7	8	3	5
17	5	2	2	15	0	3	50	1	8	10	2	2	2	6	4	3	0	5	3	0	2	4	2	6	4	7	3	4
18	10	5	4	32	1	5	108	3	14	19	3	3	4	12	8	6	3	0	6	1	4	8	3	11	10	14	6	8
19	5	3	2	18	1	3	51	1	8	13	2	2	2	6	5	4	1	6	0	1	3	5	2	7	5	8	4	5
20	0	0	0	3	0	0	7	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
21	7	2	2	19	0	3	58	1	9	12	2	1	3	6	5	3	2	5	3	1	0	5	2	6	6	10	3	4
22	13	6	5	39	1	7	115	3	19	23	4	4	5	15	11	8	4	12	9	2	6	0	6	16	11	18	7	11
23	9	5	3	29	1	6	92	2	14	17	3	2	4	10	8	5	2	8	6	1	4	8	0	10	8	13	5	8
24	13	6	4	38	1	7	121	3	20	22	4	4	5	14	11	8	4	12	7	2	5	11	5	0	11	18	7	11
25	22	9	7	53	2	13	166	4	31	37	7	7	10	24	17	11	6	17	11	3	10	17	7	23	0	27	12	17
26	35	16	12	101	5	20	272	8	51	59	12	11	14	40	28	19	10	30	20	5	16	26	12	36	29	0	20	27
27	12	6	4	34	1	7	97	2	17	20	3	3	5	13	9	6	3	10	7	2	5	10	4	12	10	15	0	9
28	16	8	5	50	2	9	133	4	25	30	6	5	7	18	12	10	5	15	9	3	8	14	6	19	16	23	10	0

شکل ۳. راه‌حل نهایی به دست آمده توسط بازپخت شبیه‌سازی شده

۵. نتیجه‌گیری

در این مقاله، مدل آنتروپی بعنوان آلترناتیوی برای تحلیل و بررسی فاز سوم مسائل حمل و نقل یعنی توزیع سفر مورد بررسی قرار گرفت. بدلیل وجود عبارت‌های ناچندجمله‌ای (لگاریتمی و فاکتوریلی) مدل آنتروپی ایجاد شده برای توزیع سفر، از نوع مسائل NP-hard می‌باشد. بکارگیری الگوریتم‌های معمول بهینه‌سازی (الگوریتم‌های بزرگترین شیب) در این گونه مسائل، احتمال افتادن در تله بهینگی محلی را افزایش می‌دهد. برای جلوگیری از بروز این مشکل، الگوریتم‌های متاهیورستیک مورد استفاده قرار گرفته‌اند.

در الگوریتم‌های متاهیورستیک، برخلاف الگوریتم‌های بزرگترین شیب، همواره احتمال پذیرش راه‌حل‌های بدتر از راه‌حل جاری، وجود دارد لذا انتقال این الگوریتم‌ها از راه‌حل بهینه محلی و حرکت به سوی بهینه سراسری، همواره امکان‌پذیر است. بر این اساس، برای حل مدل مطرح شده در مقاله، یک الگوریتم بازپخت شبیه‌سازی شده، بعنوان یک متاهیورستیک توانمند بکار گرفته شده است. بکارگیری الگوریتم حل طراحی شده برای مدل آنتروپی توزیع سفر در یک مسئله دنیای واقعی، توانایی آن را در دستیابی به جواب بهینه سراسری نشان می‌دهد. نویسندگان مقاله بر این باورند که توسعه الگوریتم‌های متاهیورستیک دیگر نظیر الگوریتم ژنتیک و الگوریتم ممتیک، می‌تواند حوزه جذابی برای مطالعات آتی باشد.

مراجع

[1] Wilson, A.G., *A Statistical Theory of Spatial Distribution Models*, Transportation research 1: 1967, pp. 253-269.

[2] Wilson, A.G., *Entropy in Urban and Regional Modeling.* Pion, London, 1970.

[3] Senior, M.L., *From Gravity Modeling to Entropy Maximizing: A Pedagogic Guide*. Progress in Human Geography 3: 1979, pp. 179-210.

[4] Paulov, J., *The Zone-Size-Dependent Entropy Formula and Spatial Interaction Modeling: A Note on Some Implications*. Environment and Planning A 23: 1991, pp. 557-570.

[5] Paulov, J., *The Zone-Size-Dependent Entropy Formula and Spatial Interaction Modeling: An Additional Note*, 1999.

[Downloaded from ijiepm.iust.ac.ir on 2026-09-07]

[6] Tomlin, S.G., *A Kinetic Theory of Urban Dynamics*. Environment and Planning A 11: 1979, pp. 97-106.

[7] Roy. J.R., Flood, J., *Interregional Migration Modeling Via Entropy and Information Theory.* Geographical Analysis 24: 1992, pp. 16-34.

[8] Slater, P.B., *Equilibrium and Nonequilibrium Statistical Thermo Dynamical Approaches to Modeling Spatial Interaction Dynamics.* Environment and Planning A 22: 1992, pp. 441-446

[9] Pooler, J., *Spatial Uncertainty and Spatial Dominance in Interaction Modeling: A Theoretical Perspective on Spatial Competition.* Environment and Planning A 24: 1992, pp. 995-1008.

[10] Pooler, J., *Structural Spatial Interaction.* Professional Geographer 45: 1993, pp. 297-305.

[11] Pooler, J., *An Extended Family of Spatial Interaction Models.* Progress in Human Geography 18: 1994, pp.17-39.

[12] Kantorovich Ye G, *Equilibrium Models of Spatial Interaction with Locational-Capacity Constraints.* Environment and Planning A 24: 1992, pp. 1077-1095.

[13] Goncalves MB, Ulyssea-Neto I., *The Development of a New Gravityopportunity Model for trip distribution.* Environment and Planning A 25: 1993, pp. 817-826.

[14] Mathur, M.C., Kesavan, H.K., *Equivalence Between Entropy and Network Models for Transportation Systems*. International Journal of General Systems 24: 1996, pp. 341-357.

[15] Rossi, T.F., McNeil, S., Hendrickson, C., *Entropy Model for Consistent Impact Fee Assessment.* Journal of Urban Planning and Development/ASCE, 1989, 115:54-63.

[16] Torrens, Paul M., *How Land-Use-Transportation Models Work*, Centre for Advanced Spatial Analysis, University College London, April 2000.

[17] Holland, J.H., *Adaptation in Natural and Artificial Systems*. The University of Michigan Press, Ann Arbor, 1975.

[18] Kirkpatrick, S., Gelatt, C., Vecchi, M., *"Optimization by Simulated Annealing"*. Science 220, 4598, 1983, pp. 671–680.

[Downloaded from ijiepm.iust.ac.ir on 2026-09-07]