



## مساله جانمایی شبکه‌ای با در نظر گرفتن سفر چند منظوره تحت شرایط احتمالی

مهرداد جانی و حسن شوندی\*

### چکیده:

در این مقاله مساله جانمایی با در نظر گرفتن شبکه‌ای از گره‌ها و یال‌ها و دو نوع تسهیل که برای جانمایی بر روی گره‌ها تعریف می‌شوند مورد بررسی قرار می‌گیرد. فرض می‌شود که سه طبقه مشتری وجود دارد که بر اساس نیاز آنها طبقه بندی شده‌اند. طبقه نوع اول و دوم در یک سفر خود تنها به یک تسهیل نوع اول یا دوم مراجعه می‌کنند، ولی مشتریان طبقه سوم در یک سفر خود به هر دو تسهیل نوع اول و دوم نیاز دارند. این مشتریان با توجه به فاصله خود از تسهیلات طبق احتمالی مشخص که تابعی از فاصله است به تسهیلات مراجعه نموده و نیاز خود را برطرف می‌کنند. با توجه به وجود رقبا در بازار، هدف مساله بیشینه کردن سهم بازار برای تسهیلات جدید است که برای حل آن در این مقاله از روش جستجوی ممنوعه استفاده شده است.

### کلمات کلیدی

جانمایی تسهیلات،  
سفر چند منظوره،  
جستجوی ممنوعه،  
تابع لاجیت،  
رقابت

### ۱. مقدمه

سفرهای چند منظوره در زندگی روزمره بسیار اتفاق می‌افتد، به طور مثال: همه روزه هنگامی که از محل کار یا تحصیل به منزل بر می‌گردیم ممکن است مقداری مواد خوراکی از فروشگاه تهیه کرده و فرزند خود را از مدرسه برداشته و در مسیر برگشت پس از اینکه به مطب پزشک رفتیم نیاز به خرید مقداری دارو داشته باشیم. اگرچه تحقیقات گسترده‌ای بر روی سفرهای چند منظوره به عنوان مثال توسط [۱]، [۲] و [۳] انجام شده است، اما مطالعات بسیار کمی بر روی جانمایی تسهیلات زمانی که سفر چند منظوره وجود دارد انجام شده است. به عنوان مثال در مقاله [۴] به بررسی جانمایی تسهیلات در شبکه با سفرهای چند منظوره پرداخته شده است. البته در بسیاری مقالات همانند [۵]، [۶]، [۷] و [۸] نیز سفرهای چند منظوره وجود دارند اما با این تفاوت که در آنها هر

تسهیل که جانمایی می‌شود به تنهایی چند خدمت را ارائه می‌دهد یعنی تسهیل چندمنظوره وجود دارد.

جانمایی تحت شرایط رقابتی نیز برای مدتهای زیادی مورد توجه محققین از جمله [۹]، [۱۰] و [۱۱] بوده است.

در مقاله [۴] مشتری برای برطرف کردن نیاز خود با توجه به فاصله خود تنها به نزدیک ترین تسهیل مراجعه می‌نماید و رقبا نیز در مساله بررسی نشده است. در مساله [۱۱] نیز سفرها به صورت یک منظوره در نظر گرفته شده‌اند. اما شرایط رقابتی و اینکه ممکن است مشتری تنها به نزدیک ترین تسهیل مراجعه نکند نیز در این مقاله بررسی نشده است. در مساله مورد بررسی ما مشتری با توجه به فاصله خود از تسهیلات مختلف با احتمالی مشخص که توسط تابع لاجیت که توسط [۱۲] ارائه شده به تسهیلات مراجعه نموده و نیاز خود را برطرف می‌کند. برای حل روش توسعه یافته در این مقاله از روش جستجوی ممنوعه که توسط [۱۳] مطرح شده و در بسیاری مقالات مانند [۱۴] برای جانمایی شبکه کاربرد داشته، استفاده شده است.

مساله مورد بررسی در این مقاله جانمایی تعداد مشخصی از دو نوع تسهیل در شبکه‌ای است که سه طبقه مشتری در آن وجود دارد. مشتریان طبقه اول و دوم در هر مراجعه به یک نوع از تسهیلات

تاریخ وصول: ۸۸/۷/۲

تاریخ تصویب: ۸۹/۶/۱۷

مهرداد جانی، دانشکده مهندسی صنایع و مکانیک، دانشگاه آزاد قزوین،

mehrdad.jani@gmail.com

\*نویسنده مسئول مقاله: دکتر حسن شوندی دانشکده مهندسی صنایع،

دانشگاه صنعتی شریف، shavandi@sharif.edu

$h$ : اندیس مکان تسهیل ها

$n$ : تعداد گره های شبکه

$\gamma$ : پارامتر تابع لاجیت

$x_{ij}^y$ : مقدار احتمال مراجعه مشتری در مکان  $z$ ام به تسهیل مکان

$z$ ام برای برآورده کردن تقاضای نوع  $x$

$x_{ij}^y$ : مقدار احتمال مراجعه مشتری در مکان  $z$ ام به تسهیل مکان

$z$ ام برای برآورده کردن تقاضای نوع  $y$

$x_{ijh}$ : مقدار احتمال مراجعه مشتری در مکان  $z$ ام به تسهیل مکان  $z$

ام برای برآورده کردن تقاضای نوع  $x$  و سپس از مکان  $z$ ام به تسهیل

مکان  $h$ ام برای برآورده کردن تقاضای نوع  $y$

$N'_x$ : مکانهایی که از قبل تسهیل نوع  $x$  در آن وجود دارد

$N'_y$ : مکانهایی که از قبل تسهیل نوع  $y$  در آن وجود دارد

$N_x$ : مکانهای کاندیدای قرار گرفتن تسهیل جدید نوع  $x$

$N_y$ : مکانهای کاندیدای قرار گرفتن تسهیل جدید نوع  $y$

$h_i^x$ : میزان تقاضای نوع  $x$  در گره  $i$ ام

$h_i^y$ : میزان تقاضای نوع  $y$  در گره  $i$ ام

$h_i^{xy}$ : میزان تقاضای نوع  $xy$  در گره  $i$ ام

$x_j^x$ : میزان تقاضای نوع  $x$  در تسهیل مکان  $z$ ام

$x_j^y$ : میزان تقاضای نوع  $y$  در تسهیل مکان  $z$ ام

$d_{ij}$ : فاصله مکان مشتری  $i$ ام تا تسهیل مکان  $z$ ام

$P_1$ : تعداد تسهیلات های جدید نوع  $x$

$P_2$ : تعداد تسهیلات های جدید نوع  $y$

$L_j^x$ : دارای مقدار ثابت صفر و یا یک بصورت زیر است :

۱ : اگر تسهیل نوع  $x$  از قبل در مکان  $z$ ام قرار داشته باشد

۰ : اگر تسهیل نوع  $x$  از قبل در مکان  $z$ ام قرار نداشته باشد

$L_j^y$ : دارای مقدار ثابت صفر و یا یک بصورت زیر است :

۱ : اگر تسهیل نوع  $y$  از قبل در مکان  $z$ ام قرار داشته باشد

۰ : اگر تسهیل نوع  $y$  از قبل در مکان  $z$ ام قرار نداشته باشد

متغیرهای تصمیم گیری مساله نیز به شرح ذیل تعریف می شوند :

$y_i^x$ : متغیر صفر و یک بصورت زیر :

۱ : احداث تسهیل جدید نوع  $x$  در مکان  $z$ ام

۰ : عدم احداث تسهیل جدید نوع  $x$  در مکان  $z$ ام

$y_i^y$ : متغیر صفر و یک بصورت زیر :

۱ : احداث تسهیل جدید نوع  $y$  در مکان  $z$ ام

۰ : عدم احداث تسهیل جدید نوع  $y$  در مکان  $z$ ام

### ۳-۲ / فرموله کردن مساله

با در نظر گرفتن تابع لاجیت برای احتمال مراجعه مشتری از مکان

$z$ ام به تسهیل مکان  $z$ ام برای تقاضای نوع  $x$  داریم:

مراجعه می کنند و مشتریان طبقه سوم در هر مراجعه به هر دو نوع تسهیل جهت برآورده کردن تقاضای خود نیاز دارند. مراجعه مشتریان از هر گروه به هر تسهیل به صورت احتمالی که تابعی از فاصله آن گره تا تسهیل مورد نظر است تعیین می شود. مساله به دنبال جانمایی تسهیلات با هدف حداکثر کردن سهم بازار است.

### ۲. مدل سازی مساله

در مساله مورد بررسی دو نوع تسهیل متفاوت وجود دارد که تسهیل نوع  $x$  و نوع  $y$  نامیده می شوند. براساس این دو نوع تسهیل و اینکه مشتری می تواند سفر دومنظوره نیز داشته باشد، سه طبقه مشتری تعریف می شود :

مشتری طبقه  $x$  : این مشتری تنها متقاضی خدمت نوع  $x$  است.

مشتری طبقه  $y$  : این مشتری تنها متقاضی خدمت نوع  $y$  است.

مشتری طبقه  $xy$  : این مشتری در یک سفرمتقاضی هر دو نوع خدمت نوع  $x$  و  $y$  است.

هدف در این مساله جانمایی  $p_1$  تسهیل نوع  $x$  و  $p_2$  تسهیل نوع  $y$  می باشد، به نحوی که با احداث تسهیلات های جدید، مجموع تقاضاهای تسهیل های جدید به مقدار بیشینه خود برسد .

### ۱-۲. فرضیات مدل

فرضیات اساسی مساله مورد نظر به شرح ذیل است :

- در برخی مکان ها ، تسهیلات های رقیب از نوع  $x$  و  $y$  از قبل احداث شده اند.

- در مکانهای مشابه، نمی توان تسهیلات های هم نوع را جانمایی کرد.

- فرض بر این است که محدودیت ظرفیت در تسهیلات ها وجود ندارد.

- مشتریان متقاضی در گره ها قرار دارند.

- میزان تقاضا در گره ها ثابت و قطعی است.

- مشتری با توجه به فاصله تا تسهیل ها، تسهیل مورد نظر را با احتمال مشخصی انتخاب می کند.

- احتمال انتخاب تسهیل ها از تابع لاجیت پیروی می کند.

- بدون کم شدن کلیت مساله فرض می شود که مشتری در یک سفر دو منظوره ابتدا تقاضای  $x$  و سپس تقاضای  $y$  را برآورده می کند.

- تمام تقاضای یک مشتری توسط تسهیلات های موجود و جدید بصورت کامل برآورده می شود .

تابع هدف در این مدل مجموع مقدار تقاضاهای نوع  $x$  و نوع  $y$  در مکانهای احداث شده تسهیل های جدید است.

### ۲-۲. پارامترها و متغیر های تصمیم گیری مساله

● پارامترهای مدل

$i$ : اندیس مکان مشتریان

$$y_k^x + L_k^x \leq 1 \quad \forall k \in N \quad (6)$$

$$y_k^y + L_k^y \leq 1 \quad \forall k \in N \quad (7)$$

$$\sum_k y_k^y = p_1 \quad (8)$$

$$\sum_k y_k^x = p_2 \quad (9)$$

$$y_j^x, y_j^y, L_j^x, L_j^y \in \{0,1\} \quad (10)$$

تابع هدف در این مدل مجموع مقدار تقاضاهای نوع  $x$  و نوع  $y$  در مکانهای احداث شده تسهیل های جدید است. محدودیت های (۱) تا (۵) قبلا شرح داده شده اند. محدودیت (۶) تضمین می کند که در مکانی که از قبل تسهیل نوع  $x$  وجود دارد، تسهیل جدید نوع  $x$  جانمایی نخواهد شد. محدودیت (۷) تضمین می کند در مکانی که از قبل تسهیل نوع  $y$  وجود دارد، تسهیل جدید نوع  $y$  جانمایی نخواهد شد. محدودیت (۸) تضمین می کند که تنها  $p_1$  تسهیل جدید نوع  $x$  جانمایی خواهند شد. محدودیت (۹) تضمین می کند که تنها  $p_2$  تسهیل جدید نوع  $y$  جانمایی خواهند شد.

### ۳. روش حل مدل

در این بخش دو روش حل ارائه می شود. روش اول یک روش شمارش صریح است که جواب بهینه مساله را تعیین می کند ولی در مساله با ابعاد بزرگ قابل استفاده نیست. این روش به منظور بررسی و اعتبار سنجی روش حل ابتکاری توسعه یافته است. روش حل دوم یک روش حل ابتکاری است که بر اساس روش جستجوی ممنوعه است.

#### ۳-۱. روش جستجوی صریح برای تعیین جواب بهینه مساله

یک روش شمارش صریح که کلیه حالت های ممکن برای جانمایی تسهیلات را بررسی می کند در محیط Turbo C++ پیاده شده است که با استفاده از این برنامه جواب بهینه مساله به دست می آید. روش کار این الگوریتم بدین شکل می باشد که تمامی زوجهای ممکن برای تقاضای نوع  $x$  و نوع  $y$  را بررسی نموده و بهترین حالت ممکن را به عنوان جواب بهینه مساله ارائه می دهد. از آن جا که میزان احتمال مراجعه مشتریان به تسهیلات با هر تغییر در جانمایی تسهیلات تغییر می کند و همین طور با توجه به این که دو نوع تسهیل وجود دارد، فضای جستجو با بزرگ شدن ابعاد مساله رشد چشمگیری پیدا می کند. در نتیجه این برنامه فقط برای مسائل

$$x_{ij}^x = \frac{y_j^x e^{-\gamma d_{ij}}}{\sum_{k \in N_x} y_k^x e^{-\gamma d_{ik}} + \sum_{k \in N'_x} y_k^x e^{-\gamma d_{ik}}}$$

$x_{ij}^y$  نیز مشابه فوق محاسبه می شود.

در سفرهای دومنظوره برای احتمال مراجعه مشتری از گره  $i$  ام به تسهیل مکان  $j$  ام برای تقاضای نوع  $x$  و تسهیل مکان  $k$  ام برای نوع  $y$  داریم:

$$x_{ijh}^x = \frac{y_j^x y_k^y e^{-\gamma^{d_{ijk}}}}{\sum_L \sum_K (y_k^y + L_k^y)(y_L^y + L_L^y) e^{-\gamma^{d_{ijk}}}}$$

حال با توجه به اینکه میزان تقاضای نوع  $x$  در گره  $i$  ام،  $h_i^x$  است و میزان تقاضای نوع  $y$  در گره  $i$  ام،  $h_i^y$  است تقاضای نوع  $xy$  در گره  $i$  ام  $h_i^{xy}$  می باشد، میزان تقاضای تسهیل مکان  $j$  ام بصورت زیر است:

$$\lambda_j^x = \sum_{i=1}^n (h_i^x x_{ij}^x + h_i^{xy} \sum_k x_{ijk}^x) \quad \forall j$$

$$\lambda_j^y = \sum_{i=1}^n (h_i^y x_{ij}^y + h_i^{xy} \sum_k x_{ijk}^y) \quad \forall j$$

با در نظر گرفتن پارامترها و متغیرهای تعریف شده و با توجه به تابعهای تعریف شده، برای جانمایی  $p_1$  تسهیل نوع  $x$  و  $p_2$  تسهیل نوع  $y$  مدل بصورت زیر فرموله شده است:

$$\max \sum_{j \in N_x \cup N_y} \lambda_j^x + \lambda_j^y \quad (1)$$

$$\lambda_j^x = \sum_{i=1}^n (h_i^x x_{ij}^x + h_i^{xy} \sum_k x_{ijk}^x) \quad \forall j$$

$$\lambda_j^y = \sum_{i=1}^n (h_i^y x_{ij}^y + h_i^{xy} \sum_k x_{ijk}^y) \quad \forall j \quad (2)$$

$$x_{ij}^x = \frac{y_j^x e^{-\gamma d_{ij}}}{\sum_{k \in N_x} y_k^x e^{-\gamma d_{ik}} + \sum_{k \in N'_x} y_k^x e^{-\gamma d_{ik}}} \quad (3)$$

$$x_{ij}^y = \frac{y_j^y e^{-\gamma d_{ij}}}{\sum_{k \in N_y} y_k^y e^{-\gamma d_{ik}} + \sum_{k \in N'_y} y_k^y e^{-\gamma d_{ik}}} \quad (4)$$

$$x_{ijk}^x = \frac{y_j^y y_k^y e^{-\gamma d_{ijk}}}{\sum_L \sum_K (y_k^y + L_k^x)(y_L^y + L_L^x) e^{-\gamma d_{ijk}}} \quad (5)$$

## ۳-۲. روش جستجوی ممنوعه

در این بخش روش جستجوی ممنوعه برای حل مساله ارائه می‌شود. دلیل انتخاب روش جستجوی ممنوعه تحقیقی است که توسط [۱۵] انجام شده و نتیجه آن این بوده است که برای حل مسایل جانمایی، روش جستجوی ممنوعه نسبت به الگوریتم ژنتیک و شبیه سازی تبرد بهتر است. این نتیجه با آزمایشات گوناگون و حل مسایل زیادی بدست آمده است. در ادامه روش جستجوی ممنوعه طراحی شده، شرح داده می‌شود. کلیه پارامترها و ویژگی های روش جستجوی ممنوعه ارائه شده به وسیله آزمایش های زیادی تنظیم شده است که خلاصه نتایج در جدول های (الف ۱)، (الف ۲)، (الف ۳) ضمیمه آورده شده است و از این نتایج در ادامه در روش جستجوی ممنوعه استفاده شده است.

## ۳-۲-۱. همسایگی

در الگوریتم جستجوی ممنوعه برای هر جواب مساله یک همسایگی از جوابها تعریف شده و سپس بهترین جواب در این همسایگی انتخاب می‌شود. این تعریف بسته به طراح الگوریتم می‌تواند به گونه‌های مختلف بیان شود. ما در این الگوریتم همسایگی را بصورت زیر تعریف می‌کنیم:

۱. فرض می‌شود  $X$  و  $Y$  دو مجموعه جواب برای جوابهای

فعلی تسهیل‌های نوع  $X$  و نوع  $Y$  باشند، یک گره از  $N_x - X$  به  $X$  و یک گره از  $N_y - Y$  به  $Y$  افزوده می‌شود، حال

مساله دارای  $p_1+1$  تسهیل از نوع  $X$  و  $p_2+1$  تسهیل نوع  $Y$  می‌باشد، تابع هدفی که اکنون نشدنی است محاسبه می‌شود.

۲. دو گره اضافه شده به  $X$  و  $Y$  حذف شده و مرحله یک تکرار می‌شود تا این مرحله برای تمامی زوج گره ها بررسی شود.

۳.  $i$  امین حل بهینه بدست آمده انتخاب شده و با  $X = XUx_{p_1+1}$  و  $Y = YUy_{p_2+1}$  نمایش داده می‌شود.

۴. یک گره از  $X$  و یک گره از  $Y$  حذف می‌شود، حال  $p_1 - 1$  تسهیل نوع  $X$  و  $p_2 - 1$  تسهیل نوع  $Y$  موجود است. تابع هدف نشدنی محاسبه می‌شود.

۵. گره حذف شده از  $X$  و  $Y$  دوباره به آنها اضافه شده و مرحله چهار را تکرار می‌کنیم تا تمامی زوج گره‌ها بررسی شوند.

۶.  $i$  امین حل بهینه بدست آمده انتخاب شده و با  $X = X - x_{p_1-1}$  و  $Y = Y - y_{p_2-1}$  نمایش داده می‌شود.

۷. بهترین گره اضافه شده و بهترین گره حذف شده را انتخاب نموده و بهترین حل  $(X, Y)$  انتخاب می‌شود.

۸. اگر زوج  $(x_{p_1+1}, y_{p_2+1})$  و زوج  $(x_{p_1-1}, y_{p_2-1})$  ممنوع نباشند، آنها را در لیست ممنوعه قرار دهید و توقف کنید.

کوچک قابل استفاده است و با هدف استفاده از آن برای اعتبار سنجی روش جستجوی ممنوعه توسعه یافته، ارائه شده است.

## ۳-۱-۱. الگوریتم روش جستجوی صریح جواب

فرض شود دو نوع تسهیل و  $l$  مکان برای جانمایی  $m$  تسهیل جدید نوع اول و  $n$  تسهیل جدید نوع دوم در مساله وجود دارد و  $i$  تسهیل نوع اول رقیب و  $j$  تسهیل نوع دوم رقیب نیز در مکانهای ثابت جانمایی شده اند. برای روش جستجوی صریح بدین صورت عمل شده است که تمامی حالت‌های توانمان  $\binom{l-i}{m}$  حالت ممکن برای جانمایی تسهیل نوع اول و  $\binom{l-j}{n}$  حالت ممکن برای جانمایی تسهیل نوع دوم بررسی شده و تابع هدف مربوطه محاسبه و حالت بهینه به دست می‌آید. بدین ترتیب  $\binom{l-i}{m} * \binom{l-j}{n}$  حالت در این الگوریتم وجود خواهد دارد.

در این قسمت با بیان مثالی نحوه رشد ابعاد فضای جواب بررسی می‌شود.

فرض شود دو نوع تسهیل و  $10$  مکان برای جانمایی وجود دارد، فرض شود از هر نوع تسهیل  $3$  مکان ثابت برای رقبا در نظر گرفته شده است و می‌خواهیم  $4$  تسهیل از هر نوع را جانمایی کنیم.

به حالت‌های زیر می‌رسیم:

چون از قبل در  $3$  مکان از  $10$  مکان موجود، تسهیل نوع اول رقیب جانمایی شده است، برای انتخاب  $4$  مکان جدید برای تسهیل نوع اول  $35$  حالت داریم.

$$\binom{7}{4} = 35$$

برای تسهیل نوع دوم نیز به همین صورت  $35$  حالت موجود است. حال با توجه به اینکه تقاضای نوع  $xy$  نیز در مساله وجود دارد، تابع هدف مساله به حالت های جانمایی توام دو نوع تسهیل وابسته است. یعنی برای این مساله فضای جواب دارای  $35 \times 35 = 1225$  حالت است. حال با بزرگ شدن تعداد مکانهایی که می‌توان تسهیل ها را در آنها جانمایی کرد و با ثابت ماندن سایر پارامترهای مثال فوق داریم:

در حالت  $n=11$ ،  $4900$  حالت

در حالت  $n=12$ ،  $15876$  حالت

در حالت  $n=13$ ،  $44100$  حالت

در حالت  $n=14$ ،  $108900$  حالت

در حالت  $n=15$ ،  $245025$  حالت

در حالت  $n=20$ ،  $23474025$  حالت

بدین ترتیب با توجه به رشد بسیار سریع ابعاد فضای جواب مساله، دسترسی به جواب قطعی بسیار زمانبر است و در حالتیکه  $n > 20$  شود، رسیدن به جواب قطعی تقریباً غیر ممکن می‌شود.

مکان خاص برای احداث وجود داشته باشد سعی می‌کنیم جوابهایی را که شامل این مکان هستند را مورد بررسی قرار دهیم، برای این منظور به روش زیر عمل می‌شود:

چنانچه در  $n-3$  جواب برتر بدست آمده در تکرارهای قبل یک مکان خاص برای خدمت وجود داشته باشد آنگاه در ادامه الگوریتم تنها جوابهایی که شامل این مکان باشند را مورد بررسی قرار می‌دهیم، یعنی در جوابهای آتی این مکان خاص برای خدمت دهی از پیش احداث شده در نظر گرفته می‌شود. پرقدرت سازی جواب، زمانی انجام می‌شود که حداقل به تعداد طول فهرست ممنوعه تکرار رخ داده باشد.

### ۳-۲-۵. متنوع سازی جواب

متنوع سازی جواب بر روی مکانهایی که در تکرارهای قبلی تسهیلی در آن احداث نشده اند، اعمال می‌شود. یعنی چنانچه یک مکان خاص در تکرارهای قبل وجود نداشته باشد آنگاه به هنگام مقایسه بین تابع هدف جوابهای یک همسایگی جدید، ابتدا تابع هدف جوابهایی که شامل این مکان خاص هستند را ۵ درصد افزایش داده و سپس با سایر جوابها مقایسه می‌شود. متنوع سازی جواب، تنها زمانی انجام می‌شود که حداقل به تعداد طول فهرست ممنوعه تکرار رخ داده باشد.

### ۳-۲-۶. الگوریتم جستجوی ممنوعه

در این بخش بر اساس اجزاء شرح داده شده در فوق، الگوریتم جستجوی ممنوعه به شرح ذیل ارائه می‌شود:

**گام ۱.** ابتدا یک فهرست ممنوعه ایجاد می‌شود که بتواند مشخصه جوابهای بدست آمده را ذخیره کند. این مشخصه شامل دو قسمت است که قسمت اول مربوط به زوج گره‌های اضافه شده به جواب است و قسمت دوم مربوط به زوج گره‌های حذف شده از جواب است.

**گام ۲.** یک جواب شدنی به عنوان جواب اولیه تولید می‌نماییم که این جواب، جواب بهینه جانمایی برای مساله بدون در نظر گرفتن تقاضاهای نوع  $XY$  در نظر گرفته شده است. (این جواب اولیه به روش جستجوی صریح که در قسمت ۱-۳-۱ بیان شده است به دست می‌آید و به دلیل اینکه تقاضای نوع  $XY$  در نظر گرفته نمی‌شود تعداد حالت‌های ممکن برای این حالت به  $\binom{l-i}{m} + \binom{l-j}{n}$  تعداد کاهش پیدا می‌کنند که تعداد این حالتها زیاد نبوده و در زمانی بسیار کوتاه قابل محاسبه می‌باشد). این جواب شدنی را به عنوان جواب بهینه در نظر می‌گیریم. لازم به ذکر است که به دلیل اینکه به غیر از محدودیت وجود رقیب در یک مکان، هیچ محدودیت دیگری در ارتباط با جانمایی تسهیل جدید در مساله وجود ندارد تمامی حالت‌هایی که در آنها تسهیل‌های نوع اول و دوم در مکان‌هایی متفاوت با تسهیل رقیب جانمایی می‌شوند، جوابهای شدنی مساله خواهند بود.

۹. اگر زوج  $(X_{p1+1}, Y_{p2+1})$  و زوج  $(X_{p1-1}, Y_{p2-1})$  ممنوع بود، اما  $(X, Y)$  بهتر از جواب قدیمی بود (یعنی معیار رضایتمندی برقرار بود) آنها را در لیست ممنوعه قرار داده و توقف کنید.

۱۰. اگر زوج  $(X_{p1+1}, Y_{p2+1})$  و زوج  $(X_{p1-1}, Y_{p2-1})$  ممنوع بودند و  $(X, Y)$  بدتر از جواب قدیمی بود، تا زمانی که  $i \leq 32$  و  $j \leq 16$ ،  $i=i+1$  و  $j=j+1$  قرار داده و به مرحله ۳ بروید.

### ۳-۲-۲. فهرست ممنوعه

در این الگوریتم، زوج گره  $(X_{p1+1}, Y_{p2+1})$  را که به عنوان زوج گره اضافه شده به تسهیل‌ها انتخاب می‌شوند را در فهرست ممنوعه قرار می‌دهیم. همچنین زوج گره‌ای که پس از اضافه شدن این گره، از تسهیل‌ها حذف می‌شوند را نیز در فهرست ممنوعه قرار می‌دهیم. یعنی دو زوج گره‌ای که در دو جواب متوالی در تسهیل‌ها تغییر می‌کنند، در فهرست ممنوعه قرار می‌گیرند و طول فهرست ممنوعه را برای زوج گره‌های اضافه شده و حذف شده به صورت زیر در نظر گرفته می‌شوند. برای زوج گره‌های اضافه شده، طول فهرست ممنوعه برابر  $\lfloor \frac{n-3}{4} \rfloor$  در نظر گرفته می‌شود. (n همان تعداد گره‌های شبکه است). برای زوج گره‌های حذف شده، طول فهرست ممنوعه  $\min\{\lfloor \frac{n-7}{4} \rfloor, \dots\}$  در نظر گرفته می‌شود. در ضمن در صورت پر شدن فهرست ممنوعه، از روش خروج به ترتیب ورود (FIFO) استفاده می‌نماییم. با توجه به اینکه در این مساله دو نوع تسهیل نوع  $X$  و نوع  $Y$  داریم، دو فهرست ممنوعه بوجود می‌آید، یکی برای مشخصه نوع  $X$  و دیگری برای مشخصه نوع  $Y$ . حال برای اضافه نمودن یک مشخصه جدید  $X$  یا  $Y$  به فهرست ممنوعه بصورت زیر عمل می‌کنیم: ابتدا اولین مشخصه در فهرست ممنوعه که نسبت به سایر مشخصه‌ها زودتر وارد فهرست ممنوعه شده (First In) را از فهرست ممنوعه حذف شده، سپس تک تک مشخصه‌ها یک خانه به بالا انتقال می‌یابند (مشخصه  $i$  به مکان  $i-1$  انتقال پیدا می‌کند) تا آخرین خانه در فهرست ممنوعه خالی شود، سپس مشخصه جدید بجای آن وارد فهرست ممنوعه می‌شود.

### ۳-۲-۳. معیارهای رضایتمندی

این معیار زمانی مورد بررسی قرار می‌گیرد که یکی از جوابهای همسایگی ممنوعه بوده ولی تابع هدف آن بهتر از تابع هدف مربوط به جواب قدیمی باشد، در اینصورت این جواب انتخاب شده و ممنوعیت جواب در نظر گرفته نخواهد شد.

### ۳-۲-۴. پرقدرت سازی جواب

پرقدرت سازی را بر روی مکان احداث خدمت دهندگان اعمال می‌کنیم، یعنی چنانچه در اغلب جوابهای خوب بدست آمده یک

در تمامی این آزمایش‌ها فاصله بین نقاط و میزان تقاضاها اعداد تصادفی در بازه [1,100] می‌باشند.

سپس برای هر کدام نمودارهای مربوط به مقدار تابع هدف و زمان پردازش نیز نمایش داده شده است.

در تمامی این مسائل تعداد مکانهایی که برای تسهیل رقبا از دو نوع در نظر گرفته شده است و از ابتدا ثابت می‌باشند، هر کدام سه مکان و تعداد مکانهایی که برای دو نوع تسهیل جدید در نظر گرفته می‌شود هر کدام برابر چهار مکان می‌باشند.

برای کدنویسی روش قطعی و روش جستجوی ممنوعه از نرم افزار Turbo C++ استفاده شده و برای اجرای کدهای نوشته شده از پردازنده ۲،۴ گیگا هرتز استفاده شده است.

در جداول (۱) مقدار تابع هدف بدست آمده از روش قطعی و روش جستجوی ممنوعه به همراه زمان پردازش آنها، بیان شده است.

در ادامه هر جدول، نمودارهای (۲) مربوط به مقایسه تابع هدف دو روش و نمودار (۳) مربوط به نمودار مقایسه بین زمان پردازش دو روش ترسیم شده است.

**گام ۳.** (گام تکرار) با توجه به تعریف همسایگی، برای جواب فعلی مراحل یافتن بهترین (X,Y) را اجرا می‌کنیم تا بهترین جواب بدست آمده در این همسایگی حاصل شود، سپس مشخصه این جواب را در فهرست ممنوعه ذخیره می‌کنیم و چنانچه تابع هدف جواب جدید بیشتر از بهترین جواب تابع هدف در دست باشد، جواب بهینه را برابر بهترین جواب در دست قرار می‌دهیم.

**گام ۴.** چنانچه تعداد تکرارهای انجام شده حداقل برابر طول فهرست ممنوعه شود آنگاه پرفدردت سازی و متنوع سازی انجام می‌پذیرد.

**گام ۵.** (گام توقف) در این گام چنانچه تعداد تکرارها به بیشترین مقدار خود رسید و یا در ۳۰ تکرار پیاپی تابع هدف تغییر پیدا نکند متوقف می‌شویم و در غیر اینصورت به گام ۳ می‌رویم.

**گام ۶.** جواب بهینه را به عنوان جواب نهایی در نظر می‌گیریم.

#### ۴. بررسی عملکرد روش جستجوی ممنوعه

در این قسمت، برای مقدار پارامتر تابع لاجیت ۰،۰۱ تعداد ۲۴ مساله آزمایشی جانمایی در ابعاد مختلف به وسیله هر دو روش جواب قطعی و روش جستجوی ممنوعه بیان شده است.

جدول ۱. نتایج بدست آمده از روش جستجوی ممنوعه و روش جواب قطعی ( $\gamma=0.01$ )

ردیف	ابعاد مساله	حافظه add	حافظه rem	تابع هدف TS	زمان TS	تابع هدف اصلی	زمان اصلی
1	9	1	0	858	0	858	1
2	9	1	0	891	0	891	0
3	9	1	0	974	1	974	1
4	10	1	0	1109	1	1110	2
5	10	1	0	804	1	804	2
6	10	1	0	910	1	910	2
7	11	2	1	1042	3	1047	9
8	11	2	1	1203	3	1204	9
9	11	2	1	1240	3	1240	9
10	12	2	1	978	6	978	35
11	12	2	1	1219	6	1219	35
12	12	2	1	1431	5	1441	34
13	13	2	1	1186	7	1186	120
14	13	2	1	1480	7	1480	119
15	13	2	1	1176	6	1176	117
16	14	2	1	1403	10	1403	358
17	14	2	1	1509	12	1512	357
18	14	2	1	1148	13	1148	358
19	15	3	2	1682	20	1682	965
20	15	3	2	1504	16	1504	967
21	15	3	2	1375	24	1375	967
22	16	3	2	1253	26	1253	2436
23	16	3	2	1560	29	1560	2286
24	16	3	2	1411	28	1411	2277

توضیحات مربوط به ستون‌های جدول:

ابعاد مساله: تعداد گره‌های شبکه

حافظه Add: تعداد حافظه‌ای که در مورد گره‌های اضافه شده

برای ممنوعیت در نظر گرفته می‌شود

حافظه Rem: تعداد حافظه‌ای که در مورد گره‌های حذف شده

برای ممنوعیت در نظر گرفته می‌شود. تابع هدف TS: مقدار تابع

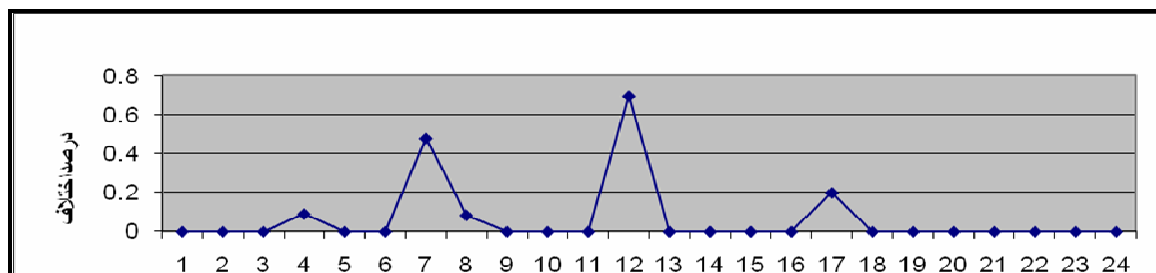
هدف به دست آمده از روش جستجوی ممنوعه

تابع هدف اصلی: مقدار تابع هدف به دست آمده از روش جواب

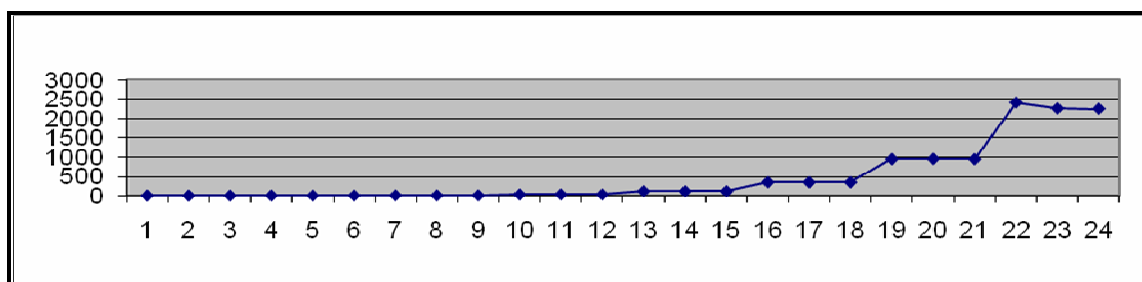
قطعی

زمان اصلی: زمان اجرای برنامه برای به دست آوردن جواب از روش  
جواب قطعی

زمان TS: زمان اجرای برنامه برای به دست آوردن جواب از روش  
جستجوی ممنوعه



نمودار ۲. اختلاف تابع هدف جستجوی ممنوعه و روش جواب قطعی



نمودار ۳. اختلاف زمان محاسبه نتیجه روش جستجوی ممنوعه و روش قطعی (برحسب ثانیه)

## مراجع

- [1] McLafferty, S.L., Ghosh, A., *Multi-Purpose Shopping and the Location of Retail Firms*, Geographical Anal, 1986, pp. 215-226.
- [2] Mulligan, G.F., *Consumer Travel Behavior: Extensions of a Multi-Purpose Shopping Model*, Geographical Anal, 1987, pp. 364-375.
- [3] Thill, J.C., *Spatial Duopolistic Competition with Multi-Purpose and Multi-Shop Shopping*, Ann Regional Sci, 1992, pp. 287-304.
- [4] Berman, O., Huang, R., *The Minisum Multipurpose Trip Location Problem on Networks*, Transportation Science, 2007, pp. 500-515.
- [5] Berman, O.R., Huang, R., *The Minisum Collection Depots Location Problem with Multiple Facilities on a Network*, J. Oper. Res, 2004, pp. 769-779.
- [6] Huang, R., *Network Location Problems with Multiple types of Facilities*, Doctoral thesis, Joseph L. Rotman School of management, University of Toronto, Toronto, Canada, 2005.
- [7] Marianov, V., *Location of Multiple Server Congestible Facilities for Maximizing Expected Demand*, when services are non-essential, Annals of operation research, 2003, pp. 125-141.
- [8] Marianov, V., Boffey, B., Galvao, R., *Linearisation of the Service Level Constraint for Location of Multi-Server Congestible Facilities*, Annals of operation research, 2007, pp. 143-162.

همانگونه که در جداول فوق مشاهده می‌نمایید تابع هدف روش جستجوی ممنوعه دارای انحراف بسیار کمی از تابع هدف روش جواب قطعی است و این در حالی است که از نظر زمان پردازش، روش جستجوی ممنوعه در تمامی مسائل دارای زمانهای کمتری می‌باشند و خصوصاً در مواردی که ابعاد مساله افزایش می‌یابد، دارای زمان بسیار کمتری از روش جواب قطعی است. لازم به ذکر است که با استفاده از نرم افزار کدنویسی شده برای روش قطعی، تنها می‌توان شبکه‌ای با ۲۰ گره را آن هم با زمان پردازش بسیار بالا حل نمود.

## ۵. نتیجه گیری

در این مقاله برای مساله‌ای که سفرهای دو منظوره با توجه به نوع خدمت دهی تسهیلات می‌تواند برای مشتریان وجود داشته باشد، یک مدل جانمایی ریاضی ارائه شده و دو روش حل شمارش صریح و روش حل جستجوی ممنوعه نیز برای حل مدل به دست آمده ارائه شد. از روش شمارش صریح برای بررسی عملکرد روش جستجوی ممنوعه استفاده شده است. نتایج محاسباتی حاکی از عملکرد مناسب روش جستجوی ممنوعه ارائه شده است. به منظور توسعه مدل ارائه شده، می‌توان سفرهای چندمنظوره و یا تغییر احتمال مراجعه مشتریان به تسهیلات براساس پارامترهایی غیر از فاصله را در مدل وارد نمود.

- [9] Hakimi, L., *locating New Facilities in a Competitive Environment.*, Mathematical programming studies, 1983, pp. 29-35.
- [10] Dobson, G., Karmarkar, U., *Competitive Location on a Network*, *Operation Research*, 1987, pp. 565-574.
- [11] Marianov, V., Rios, M., Icaza, M., *Facility Location for Market Capture When users Rank Facilities by Shorter Travel and Waiting Times*, *European Journal of Operational Research* 2008, pp. 32-44.
- [12] Mcfadden, D., *Conditional Logit Analysis of Qualitative Choice Behavior*. Zarembka (ed), *Frontiers of Econometrics*, New York, NY, Academic Press, 1974.
- [13] Glover, F., *Tabu search*, Part I. *ORSA Journal on computing* 1989, pp. 190-206.
- [14] Hatice, C., Sibel, A., Alumur, Bahar, Y., Kara, Oya, E., Karasan., *A Tabu-Search Based Heuristic for the Hub Covering Problem Over Incomplete Hub Networks*, *Computers & Operations Research*, Volume 36, Issue 12, December 2009, pp. 3088-3096
- [15] Marvin, A., Arostegui, Jr., Sukran, N., Kadipasaoglu, Basheer, M., Khumawala., *An Empirical Comparison of Tabu Search, Simulated Annealing, and Genetic Algorithms for facilities Location Problems*, *International Journal of Production Economics*, 2006, pp.742-754.