

## MATHEMATICAL MODELING AND SIMULATION OF HEAT AND MASS TRANSFER EFFECTS ON REMOVAL EFFICIENCY OF PARTICULATE MATTERS IN VENTURI TYPE SCRUBBERS

Amir Rahimi & Anis Bakhshi

Department of Chemical Engineering, College of Engineering  
University of Isfahan, Isfahan, Iran,  
rahimi@eng.ui.ac.ir

**Abstract:** In present study a mathematical model is developed in order to examine the effects of heat and mass transfer on removal efficiency of particulate matters in Venturi type scrubbers. The governing equations including the particulate concentration, gas temperature, droplets temperature, droplets diameter, and droplets velocity equations are obtained by using the conservation laws and solved numerically. To validate the mathematical model, necessary data was measured and collected in a commercial cement plant that uses this type of scrubbers for controlling of air pollution. A good agreement between plant data and the model predictions is noticed in general, and results obtained from the model reveal that the existing of temperature difference between gas and liquid droplets decreases the overall removal efficiency of particulate matters. This is due to very rapid reduction of relative velocity between droplets and gas, resulted from heat and mass transfer between them especially in throat section of Venturi. The effects of variation of various operating parameters on extent of reduction in removal efficiency were examined by using the model. This study confirms that in most industrial applications of Venturi scrubbers it is necessary to use a direct or an indirect cooling tower for decreasing of gas temperature before entering the Venturi.

## مدلسازی ریاضی و شبیه سازی تاثیر انتقال جرم و حرارت بر راندمان جداسازی ذرات جامد در شوینده‌های ونتوری

امیر رحیمی و انیس بخشی

**چکیده:** در این مطالعه تأثیر انتقال جرم و حرارت ناشی از تفاوت دمای گاز ورودی و سیال تزریقی و میزان رطوبت اولیه گاز بر راندمان جداسازی ذرات جامد آلاینده توسط یک شوینده ونتوری مورد مدلسازی ریاضی و شبیه‌سازی قرار گرفته است. بدین منظور معادلات حاکم بر عملکرد این سیستم شامل معادله اصلی تغییرات غلظت جزء آلاینده همراه گاز، و سایر معادلات لازم شامل معادله تغییرات دمای گاز، دمای قطرات، سرعت قطرات، رطوبت گاز و اندازه قطرات تبیین و با استفاده از روش‌های عددی حل گردیده است. نتایج مدل با مقادیر اندازه گیری شده مربوط به عملکرد یک شوینده ونتوری مورد استفاده در صنعت سیمان مقایسه گردیده و تطابق قابل قبولی در پیش بینی های مدل و این اندازه گیری‌ها مشاهده گردید. نتایج این بررسی نشان می‌دهد وجود اختلاف دما بین گاز ورودی و آب تزریقی در گلوگاه تا حدود زیادی راندمان جداسازی ذرات را کاهش می‌دهد که دلیل اصلی آن کاهش سرعت نسبی بین قطرات و گاز ناشی از سرمایش ناشی از تبخیر (cooling effect of evaporation) می‌باشد. این

تاریخ وصول: ۸۶/۲/۱۲

تاریخ تصویب: ۸۷/۱۲/۱۷

دکتر امیر رحیمی، گروه مهندسی شیمی، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه اصفهان، rahimi@eng.ui.ac.ir

انیس بخشی، گروه مهندسی شیمی، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه اصفهان

موضوع باعث کاهش راندمان جداسازی یک قطره (Target Efficiency) گردیده و بطور کلی راندمان جداسازی شوینده را کاهش می‌دهد. همچنین مشخص گردید بسته به مقدار رطوبت ورودی امکان رشد یا تبخیر قطرات وجود داشته و این عامل نیز تاثیر قابل توجهی بر راندمان هدف یک قطره و راندمان کلی سیستم دارد. تأثیر پارامترهای عملیاتی شامل دمای گاز ورودی، رطوبت آن و اندازه قطرات آب بر میزان جداسازی و تغییرات اندازه قطرات مورد بررسی قرار گرفته است. با توجه به نتایج این بررسی لزوم استفاده از برج‌های خنک‌کننده گاز قبل از ورود آن به شوینده و نتوری جهت حصول راندمان مطلوب جداسازی مورد تأیید قرار گرفت.

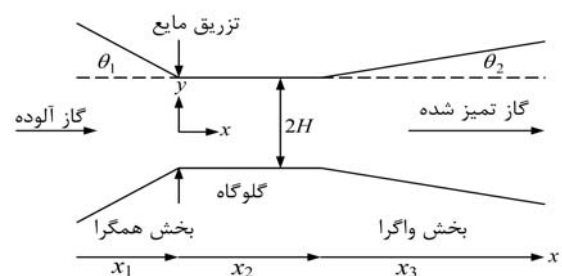
### کلمات کلیدی: شوینده و نتوری، رشد قطرات، تبخیر قطرات، مدلسازی

#### ۱. مقدمه

امروزه توسعه تکنیک‌های جدید و یا بهینه سازی تکنیک‌های موجود در کنترل آلودگی هوا به منظور هماهنگ شدن با قواعد و قوانین تدوین شده جدید که حد مجاز انتشار آلاینده‌ها را در اتمفسر مورد توجه قرار می‌دهد و نسبت به گذشته چه از نظر تعداد، تنوع و چه به لحاظ دقت گسترش روزافزونی یافته‌اند، همواره از موضوعات مورد علاقه محققان بوده است.

در این میان توجه به بهینه‌سازی و شناخت بهتر شوینده‌های و نتوری به عنوان ابزاری کارآمد جهت کنترل آلودگی هوا نیز موضوع مطالعات بسیاری از محققان بوده است [۱] و [۲]. قابلیت جذب همزمان گازهای آلوده و ذرات جامد ویژگی منحصر بفرد این سیستم‌ها در مقایسه با دیگر سیستم‌های موجود می‌باشد.

مزایای این سیستم شامل راندمان بالا برای ذرات بسیار ریز، هزینه اولیه پایین، اشغال فضای کم، عدم وجود قسمت متحرک، و قابلیت جداسازی همزمان گاز آلاینده و ذرات جامد کاربرد آن در صنایعی که مشکل دفع پساب خروجی از آن را ندارند به شدت افزایش داده است. انعطاف‌پذیری مناسب این سیستم‌ها در برابر تغییرات شرایط گاز ورودی شامل دما، غلظت و ورودی آلاینده، رطوبت گاز ورودی و دبی حجمی گاز از دیگر دلایل مقبولیت این سیستم‌ها به شمار می‌آید، با وجود محاسن ذکر شده فوق افت فشار نسبتاً بالا در مقایسه با دیگر سیستم‌های موجود و مشکلات خوردگی و دفع پساب تولیدی حاصل از معایب این سیستم‌ها به شمار می‌آید. شماتیک یک شوینده و نتوری در شکل ۱ نشان داده شده است.



شکل ۱. شماتیک یک شوینده و نتوری

در بخش گلوگاه بیشترین مقدار جداسازی ذرات جامد یا آلاینده‌های گازی همراه گاز تحت تأثیر اختلاف سرعت نسبی بالا بین قطرات مایع تزریقی و گاز جاری اتفاق می‌افتد. در بخش واگرا نیز بخشی از فشار استاتیک گاز در اثر کاهش سرعت گاز، بازیابی شده و بطور همزمان جداسازی ذرات جامد یا گاز آلوده نیز به دلیل اختلاف سرعت مجدد (کاهش سرعت گاز و ماندگی اینرسی قطرات) ادامه می‌یابد. مایع تزریق شده در ابتدا و یا قبل از گلوگاه توسط گاز آلوده که با سرعت بالا در حرکت است به قطرات بسیار ریز مایع تبدیل شده و این مسئله باعث ایجاد سطح تماس بسیار زیاد و تشدید پدیده انتقال جرم و حرارت و جداسازی بین مایع و گاز آلوده می‌گردد. لازم به ذکر است مکانیسم‌های غالب جداسازی ذرات جامد در یک شوینده و نتوری مکانیسم برخورد (Inertial Impaction) و مکانیسم تماس مماسی (Direct Interception) هستند. مطالعات مربوط به پیش بینی یا مدلسازی راندمان جداسازی آلاینده‌ها در یک شوینده و نتوری نزدیک به ۵۰ سال قدمت داشته و امروزه با بکارگیری روش‌های عددی در حل معادلات حاکم بر عملکرد شوینده‌های و نتوری، موفقیت‌های خوبی در پیش‌بینی راندمان جداسازی حاصل گردیده است. خلاصه ای جامع از روند انجام تحقیقات توسط Rahimi ارائه گردیده است [۳]. راندمان جداسازی در یک شوینده و نتوری به شدت تابع پیچیده‌ای از پارامترهای مختلف نظیر نسبت مایع به گاز، ابعاد فیزیکی دستگاه، سرعت گاز در گلوگاه، اندازه قطرات ایجاد شده و توزیع اندازه آن‌ها، میزان فیلم مایع روی دیواره‌ها، توزیع اندازه ذرات آلاینده، نوع گاز جداشونده و میزان انتقال جرم و حرارت می‌باشد. بدلیل این پیچیدگی‌ها و علیرغم مطالعات بسیار زیادی که در این ارتباط توسط محققین صورت گرفته است هنوز روابط همبسته مناسبی که بتوان با استفاده از آنها میزان راندمان جداسازی یک شوینده و نتوری را برآورد نمود ارائه نگردیده است و یا در صورت وجود چنین روابطی این روابط از دقت مناسبی برخوردار نیستند. در این ارتباط می‌توان به مطالعه صورت گرفته توسط Sheih و Taheri [۴] که در آن با استفاده از یک مدل پخش - جابجایی برای اولین بار مسأله توزیع غیریکنواخت قطرات در مقطع شوینده و نتوری در نظر گرفته شد اشاره نمود. همچنین در مطالعات بعدی انجام شده توسط Fathikalajahi مسأله تأثیر توزیع غیریکنواخت قطرات و توزیع اندازه قطرات ایجاد شده بر راندمان جداسازی ذرات آلاینده مورد بررسی قرار گرفت [۵] و [۶].

جداسازی ذرات جامد) وجود دارد مورد بررسی قرار گیرد و تأثیر این پدیده ها بر راندمان کلی جداسازی نشان داده شود.

## ۲. مدلسازی ریاضی

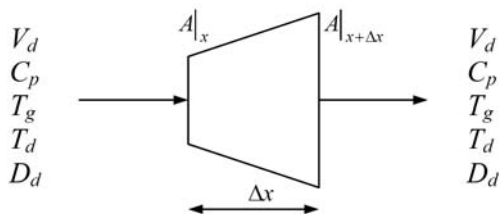
در این بخش و با استفاده از قوانین بقا و فیزیکی موجود و منطبق با ساختار فیزیکی و عملیاتی یک شوینده ونتوری، معادلات حاکم بر عملکرد یک شوینده ونتوری در حالتی که تفاوت دمای گاز ورودی و مایع تزریقی قابل توجه می باشد تبیین گردیده است. طبیعی است که تحت این شرایط عملکرد شوینده ونتوری به رطوبت گاز ورودی، اندازه قطرات، اختلاف دمای بین قطرات و گاز بستگی دارد و بیشترین فرایندهای انتقال (جرم و حرارت) در ناحیه تزریق مایع (گلوگاه) اتفاق می افتد. چون در این ناحیه گرادیان سرعت بین قطرات و گاز آلوده و سطح تماس بسیار بالا است.

فرضیات به کار برده شده در مدلسازی شوینده ونتوری غیرهمدما به قرار زیر است:

۱. توزیع غلظت قطرات در سطح مقطع کانال به صورت یکنواخت است.
  ۲. سرعت اولیه قطرات مایع در جهت حرکت گاز ناچیز فرض می شود.
  ۳. حرکت قطرات و ذرات آلاینده در جهت محور ونتوری بوده و صرفاً توسط مکانیسم جابجایی همراه با توده گاز صورت می پذیرد.
  ۴. برخورد قطرات به یکدیگر که منجر به افزایش اندازه می شود، صورت نمی پذیرد و قطرات شکسته نمی شوند.
  ۵. جداسازی ذرات آلاینده صرفاً توسط مکانیسم برخورد و گیرافتادن صورت می پذیرد.
  ۶. گاز در حال حرکت در شوینده های ونتوری تبادل حرارتی با محیط بیرون ندارد (شوینده آدیاباتیکی فرض می شود).
- در ادامه بر اساس فرضیات ارائه شده فوق معادلات مربوط به تغییرات غلظت آلاینده و سایر معادلات مؤثر بر آن تبیین می گردد.

### معادله تغییرات غلظت ذرات

با در نظر گرفتن المان طولی از ونتوری مطابق شکل زیر و استفاده از قانون بقای جرم برای جز جدا شونده (ذرات جامد) می توان نوشت:



شکل ۲. المان طولی مفروض از شوینده ونتوری به منظور

### استخراج معادلات حاکم

$$GC_p|_x - GC_p|_{x+\Delta x} - C_p E|V_r| \frac{L}{V_d} \frac{1.5 \times D_d^2}{D_{sd}^3} = 0 \quad (1)$$

مطالعات انجام شده قدیمی تر در این خصوص عموماً با در نظر گرفتن توزیع یکنواخت غلظت قطرات منجر به ارائه راه حل های تحلیلی متنوعی از سوی محققان گردیده است که عمدتاً از دقت مناسبی جهت کاربردهای طراحی برخوردار نیستند [۷] و [۸]. همچنین توسط Viswanathan مطالعاتی در ارتباط با راندمان جداسازی یک شوینده ونتوری صورت گرفته است که نتایج حاصل از این مطالعات با توجه به لحاظ شدن برخی روابط دقیق تر در خصوص میزان تشکیل فیلم مایع، توزیع اندازه قطرات و عبارت مربوط به منبع تولید قطرات (Source Term) در معادلات پخش-جابجایی گام های نسبتاً موفقی در زمینه نکات مبهم عملکرد این دستگاه ها به شمار می آید [۹] و [۱۰]. باید متذکر شد که حتی مدل های بسیار پیشرفته امروزی نیز به دلیل بهره گیری از برخی روابط تجربی در پیش بینی برخی مقادیر کلیدی نظیر اندازه قطرات ایجاد شده مایع و مقادیر نفوذ گردابه ای قطرات و ذرات جامد در برخی از موارد از دقت کافی برخوردار نیستند. از سویی دیگر نگاهی به تمام مطالعات قبلی در این خصوص نشان می دهد که موضوع تبادل جرم و حرارت منتج از اختلاف دمای گاز و مایع تزریقی مورد توجه قرار نگرفته است.

توجیه ارائه شده مبنی بر زمان ماند بسیار اندک گاز در سیستم (کمتر از ثانیه) که عمدتاً در خصوص عدم لحاظ این پدیده ها در مدلسازی های ارائه شده مورد استناد واقع شده چندان منطقی به نظر نمی رسد، چرا که در عین حالیکه زمان ماند گاز بسیار اندک بوده، سطح تبادل جرم و حرارت از یکسو و اختلاف سرعت نسبی دو فاز بسیار بالا بوده و شدت های تبادل حرارت و جرم بسیار قابل توجه است، به طوری که اندازه گیری های صورت گرفته در خصوص مقادیر رطوبت و دمای گاز خروجی از یک نمونه عملیاتی مورد استفاده در کارخانه سیمان اصفهان مؤید تغییرات قابل توجه این پارامترها نسبت به مقادیر ورودی است [۳]. از سویی از آنجا که تمامی پدیده های انتقال از جمله جدایش آلاینده ها از اصول یکسان پیروی نموده و پارامترهای تأثیرگذار بر آنها نظیر اختلاف سرعت نسبی، سطح تماس گاز، اندازه قطرات و گرادیان های غلظت و دما مشترک می باشند نمی توان در جایی به بالا بودن راندمان جداسازی ذرات جامد توسط شوینده های ونتوری به دلیل قابل توجه بودن مقادیر پارامترهای یاد شده اشاره نمود و در جایی دیگر اهمیت پدیده هایی نظیر انتقال حرارت و جرم در نظر گرفته نشود، در حالیکه عوامل مؤثر بر شدت این پدیده ها دارای مقادیر و محدوده های یکسان هستند. بدین لحاظ در این تحقیق سعی گردیده است با استفاده از اصول مدلسازی رفتار یک شوینده ونتوری که در آن به دلیل اختلاف دمای گاز و مایع تزریقی از یکسو و تأثیر رطوبت گاز ورودی احتمال رشد یا تبخیر قطرات و همچنین تغییرات شدید سرعت گاز (و در نتیجه تغییر راندمان

حرکت گاز و نحوه قرار گرفتن شوینده، نیروهای دیگر شامل نیروی وزن و شناوری نیز ممکن است بر قطرات اعمال گردد. با این وجود با توجه به زمان ماند اندک در شوینده از نیروهای وزن و شناوری صرفنظر می‌گردد. با استفاده از قانون دوم نیوتن معادله تغییرات سرعت قطره به شکل زیر قابل بیان است:

$$\frac{dV_d}{dx} = \frac{3\mu_g(V_g - V_d)}{4D_d^2 \rho_d V_d} C_{DN} \quad (7)$$

به طوری که در این معادله  $C_{DN}$  ضریب درگ تغییر یافته است که از رابطه زیر محاسبه می‌شود.

$$C_{DN} = C_D \text{Re}_d \quad (8)$$

نگاهی به معادله (۴) به خوبی نشان می‌دهد جهت برآورد دقیق تغییرات  $C_p$  در طول ونتوری و در نهایت محاسبه راندمان کل نیاز به دانستن مقادیر اندازه قطرات، دمای گاز و سرعت نسبی بین گاز و قطرات می‌باشد.

از سویی با عنایت به سطح تماس بسیار زیاد گاز و مایع ناشی از اتمایز شدن آب تزریقی و ایجاد قطرات ریز شدت‌های انتقال جرم و حرارت قابل توجه بوده و تمامی پارامترهای ذکر شده فوق دچار تغییرات شدید خواهند شد. لذا ضروری است جهت پیش‌بینی دقیق تغییرات غلظت، معادلات مربوط به تغییر هر یک از پارامترهای ذکر شده نیز به دست آمده و به طور همزمان با معادله (۴) حل شود.

## ۱-۲. معادلات تبادل جرم و حرارت

در بسیاری از فرایندهای طبیعی و صنعتی انتقال جرم و حرارت بین قطرات و گاز ورودی روی می‌دهد. در فرآیندهای صنعتی تبخیر قطرات در محیط‌هایی با دمای بالا از اهمیت برخوردار است. بنابراین در چنین شرایطی انتقال جرم از قطره یا به قطره موضوع اصلی تحقیقات تئوری و آزمایشگاهی است. همانگونه که پیشتر گفته شد در اغلب موارد شوینده‌های ونتوری در شرایط دمایی بالا کار می‌کنند. واضح است که انتقال جرم و حرارت تأثیر بسیار مهمی بر کارایی این گونه سیستم‌ها دارد. در چنین مواردی تبخیر و یا میعان تأثیر بسیار مهمی بر بازده قطرات آب برای جمع‌آوری آلاینده‌ها و افت فشار گاز دارد. قطر قطره در تماس با گاز گرم ممکن است بزرگ و یا کوچک شود که این امر بستگی به میعان و یا تبخیر آب از روی سطح آن دارد. این مسأله مستقیماً بر روی راندمان جداسازی تأثیر می‌گذارد چرا که اندازه قطره پارامتری مهم در معادله بازده جداسازی به شمار می‌آید (معادله ۶). لذا توانایی پیش‌بینی تغییرات دما، جرم و سرعت برای قطراتی که در جریان گاز داغ شناورند بسیار مهم است. بدین لحاظ در ادامه معادلات مربوط به کلیه پارامترهایی که به علت وجود فرآیندهای انتقال جرم و حرارت متغیر هستند، بدست آمده و مورد بحث قرار گرفته است.

که در آن  $G$  دبی حجمی موضعی گاز می‌باشد. معادله (۱) به صورت زیر ساده می‌شود:

$$\frac{d(GC_p)}{dx} = \frac{-1.5 \times C_p E |V_r| LD_d^2}{D_{sd}^3 V_d} \quad (2)$$

با توجه به متغیر بودن  $G$ ،  $nRT_g / P$  در اثر تغییر دمای گاز ناشی از تبادل جرم و حرارت، معادله (۲) به صورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$C_p \frac{dG}{dx} + G \frac{dC_p}{dx} = \frac{-1.5 C_p E |V_r| LD_d^2}{D_{sd}^3 V_d} \quad (3)$$

با فرض ناچیز بودن تغییرات مول کلی گاز عبوری و فشار می‌توان تغییرات  $G$  را صرفاً تابع دما فرض نمود و بدین لحاظ معادله (۳) را به شکل زیر خلاصه و نهایی نمود:

$$\frac{dC_p}{dx} = \frac{-1.5 C_p E |V_r| LD_d^2}{D_{sd}^3 V_d G} - \frac{C_p}{T_g} \frac{dT_g}{dx} \quad (4)$$

در معادله (۴)،  $E$  راندمان جداسازی یک قطره می‌باشد که تحت عنوان راندمان هدف (Target Efficiency) شناخته می‌شود. به لحاظ تعریف  $E$  به صورت نسبت سطح دو دایره که اولی سطح مقطع دایره‌ای با شعاع برابر با دامنه جذب ذرات موجود در گاز توسط قطره و دومی سطح مقطع دایره‌ای با قطر قطره می‌باشد، مشخص می‌گردد. در این مطالعه جهت محاسبه  $E$  از رابطه معروف و مورد تأیید ارائه شده توسط Calvert و همکاران [۸] استفاده شده است. این رابطه راندمان جداسازی یک قطره را تحت تأثیر دو مکانیسم برخورد و گیر افتادن برآورد می‌نماید.

$$E = \left( \frac{K}{K + 0.7} \right)^2 \quad (5)$$

در این معادله  $K$  پارامتر برخورد است که با معادله زیر محاسبه می‌شود:

$$K = \frac{\rho_p D_p |V_r|}{9\mu_g D_d} \quad (6)$$

## معادله تغییرات سرعت قطره

در شوینده‌های ونتوری افزایش سرعت حرکت قطرات در جهت جریان ناشی از اعمال نیروی درگ گاز می‌باشد. بسته به جهت

$$\frac{dT_g}{dx} = \frac{-6LD_d^2}{D_{sd}^3 \dot{m}_g C_{pg} V_d} \left[ h(T_g - T_d) \right. \\ \left. \times K_y M_v C_{pv} (Y_b - Y^{sat})(T_g - T_{ref}) \right] \quad (12)$$

ضرایب انتقال حرارت و جرم با استفاده از روابط اصلاح شده مربوط به *Ranz* و *Marshall* [۱۱] که توسط *Downing* [۱۲] اصلاح و جهت کاربرد در این نوع سیستم‌ها بهینه شده‌اند به دست می‌آید. همچنین از معادله ارائه شده توسط *Boll* [۷] جهت محاسبه قطر متوسط ذرات به صورت زیر استفاده شده است:

$$D_{sd} = \left[ \left( \frac{5000}{V_g - V_d} \right) + 29 \left( \frac{1000L}{G} \right)^{1.5} \right] (10^{-6}) \quad (13)$$

### محاسبه سطح مقطع عبوری گاز

با توجه به ساختار فیزیکی نشان داده شده در شکل ۱ مقدار سطح مقطع عبوری گاز در هر نقطه را می‌توان از روابط ارائه شده زیر محاسبه نمود. بدیهی است که مقدار سرعت گاز در هر نقطه بر اساس دبی حجمی اولیه گاز و سطح مقطع عبوری به راحتی قابل محاسبه خواهد بود.

$$\begin{cases} A = 2W(H + (x_1 - x) \tan \theta_1) & x \leq x_1 \\ A = 2WH & x = x_1 \\ A = 2W(H + (x - x_2) \tan \theta_2) & x \geq x_2 \end{cases} \quad (14)$$

معادلات یاد شده فوق شامل معادلات مربوط به تغییرات غلظت آلاینده، دمای گاز، دمای قطرات، قطر قطرات و سرعت حرکت قطرات (معادلات ۴، ۷، ۹، ۱۰ و ۱۲) مستقل از یکدیگر نبوده و لزوماً با روش عددی قابل حل می‌باشند. دلیل این امر وابستگی پارامترهای یاد شده به یکدیگر در سمت راست معادله مورد اشاره است. این معادلات با استفاده از روش عددی رانگ‌گاتا درجه چهار حل گردیده است. برنامه کامپیوتری تهیه شده برای حل همزمان معادلات جرم و انرژی مربوط به سیستم به کمک نرم افزار MATLAB تهیه شده است. این برنامه قادر است تا پارامترهایی چون سرعت، دما، و قطر قطرات و همچنین سرعت و دمای گاز را در مقاطع مختلف ونتوری محاسبه نماید و برآورد را به صورت گرافیکی نمایش دهد.

### ۳. نتایج

پس از حل معادلات حاکم و به منظور بررسی دقت مدل در خصوص پیش‌بینی مقادیر برخی از پارامترهای خروجی نتایج مدل با اندازه‌گیری‌های انجام شده مربوط به یک شوینده ونتوری عملیاتی در کارخانه سیمان اصفهان مقایسه گردید. اندازه‌گیری‌های انجام شده مربوط به دمای مایع خروجی، دمای خشک و تر گاز خروجی، رطوبت

### معادله تغییرات قطر قطره

تغییرات اندازه قطرات در طول شوینده ونتوری بر اساس معادله موازنه جرم قابل بیان است. اگر فشار جزئی بخار آب در توده گاز از فشار جزئی در سطح قطره بیشتر باشد، قطر قطرات به دلیل میعان افزایش می‌یابد در حالی که اگر فشار جزئی بخار آب در توده گاز کمتر از فشار جزئی در سطح قطره باشد، قطرات به دلیل تبخیر کوچک می‌شوند. بدین لحاظ معادله زیر جهت توضیح تغییرات اندازه قطره در طول ونتوری به دست می‌آید [۳].

$$\frac{dD_d}{dx} = \frac{2K_j M_v (P_b - P_{sat})}{\rho_d V_d} \quad (9)$$

### معادله تغییرات دمای قطره

قطرات ایجاد شده در ابتدای گلوگاه به دلیل تبادل حرارت جابجایی ناشی از اختلاف دما با گاز از یکسو و تبخیر یا میعان از سوی دیگر دچار تغییر انرژی درونی شده و معادله رفتار دمای آن به شکل زیر قابل بیان است:

$$\frac{dT_d}{dx} = \frac{6h(T_g - T_d)}{\rho_d C_{pd} D_d V_d} - \frac{6N_A M_v}{C_{pd} \rho_d D_d V_d} \\ \times [\lambda - C_{pd} (T_g - T_{ref})] \quad (10)$$

### معادله تغییرات دمای گاز

در سیستم‌های پاششی دمای گاز به علت انتقال حرارت به قطرات و تبخیر قطرات تغییر می‌یابد. به علت وجود اختلاف دما بین سطح قطرات و گاز، انتقال حرارت با مکانیسم جابجایی بین آن‌ها رخ می‌دهد. همچنین بخشی از انرژی گاز صرف بالا بردن دمای بخار حاصل، از دمای سطح قطره تا دمای گاز می‌شود. با کاربرد معادله بقای انرژی برای جریان پایدار درون حجم کنترل دیفرانسیلی در هر نقطه از شوینده ونتوری، معادله زیر برای بیان تغییرات دمای گاز حاصل می‌شود:

$$\frac{d}{dt} [\dot{m}_g C_{pg} (T_g - T_{ref})] = -n_d h \pi D_d^2 (T_g - T_d) \\ - n_d N_A M_v C_{pv} \pi D_d^2 (T_g - T_{ref}) \quad (11)$$

در معادله (۱۱)،  $N_A$  شار انتقال جرم و  $n_d$  تعداد قطرات مایع ورودی به ازای واحد زمان است که با استفاده از میزان مایع تزریقی و قطر اولیه قطرات به دست می‌آید. با جایگزینی معادلات مربوط به تعداد قطرات به ازاء واحد زمان و شار انتقال جرم در معادلات تغییرات دمای گاز، این معادله به فرم نهایی زیر خلاصه می‌شود:

نیاز دیگر با شدت بیشتری محسوس می‌باشد. با این وجود بررسی نتایج این مدل با اندازه‌گیری‌های انجام شده فوق و همچنین روند تغییرات پارامترهای یاد شده بر اساس نتایج مدل چه به لحاظ کمی و چه به لحاظ کیفی مبین دقت و صحت نسبی مدل تبیین شده است. در شکل ۳ تغییرات راندمان جداسازی ذرات جامد در طول ونتوری و برای دو حالت وجود و عدم وجود انتقال جرم و حرارت نشان داده شده است.

گاز خروجی و راندمان جداسازی کلی می‌باشد. شرایط عملیاتی این نمونه صنعتی در جدول ۱ آورده شده است. لازم به ذکر است بطورکلی داده‌های آزمایشگاهی و عملیاتی محدودی در خصوص عملکرد شوینده‌های ونتوری در دسترس می‌باشد، کما این که کمبود این اطلاعات در خصوص پارامترهای مورد نیاز جهت بررسی دقت این مدل شامل اندازه قطرات، دمای گاز، دمای قطره، راندمان موضعی در طول ونتوری و بسیاری از پارامترهای مورد

جدول ۱. شرایط عملیاتی و مشخصات شوینده ونتوری مورد استفاده در کارخانه سیمان اصفهان (۱۳۸۰)

۱/۹	طول بخش همگرایی، m	۱۶/۵۴	دبی حجمی گاز، $m^3/s$
۰/۴۵	ارتفاع گلوگاه، m	۴۷۳	دمای گاز ورودی، K
۲/۶۵	طول بخش واگرایی، m	۳۵۰	دمای گاز خروجی، K
۰/۴۸	رطوبت مطلق گاز ورودی، kg/kg	۰/۰۰۰۳۴	نسبت گاز به مایع، $m^3/m^3$
۲۱/۹	زاویه همگرایی، درجه	۰/۴۵	طول گلوگاه، m
۵/۴	زاویه واگرایی، درجه	۰/۳۵۶	عرض ونتوری، m

مطابق با شکل ۴ کاهش راندمان هدف در حضور پدیده‌های انتقال جرم و حرارت با شیب بسیار بیشتر و در فاصله کمتری از نقطه تزریق مایع حاصل می‌شود. یادآوری می‌شود راندمان هدف یک قطره با کاهش سرعت نسبی قطره و گاز به سمت صفر میل می‌کند (معادلات ۵ و ۶). لذا طبیعی است که در حضور انتقال جرم و حرارت بین قطرات و گاز که باعث کاهش سریع‌تر و شدیدتر سرعت نسبی دو فاز می‌شود، روند میل کردن راندمان هدف به سمت صفر سریع است. در شکل ۵ مقایسه جالب توجهی بین سرعت گاز و قطرات در حالت عملکرد همدمای و غیرهمدمای نشان داده شده است. منظور از عملکرد همدمای فرض عدم بروز پدیده‌های انتقال جرم و حرارت می‌باشد. در این حالت همانگونه که مشاهده می‌شود اختلاف سرعت بین گاز و قطرات همواره قابل توجه است و اساساً انتظار راندمان بالاتر وجود دارد. در شکل ۶ تغییرات دمای گاز و قطرات در طول شوینده نشان داده شده است. همانگونه که مشاهده می‌شود در بخش گلوگاه دمای گاز به طور ناگهانی و تحت سرمایش ناشی از انتقال حرارت جابجایی شدید بین خود و قطرات کاهش می‌یابد. دلیل این امر بالا بودن سطح تماس و ضرایب انتقال جرم و حرارت ناشی از سرعت نسبی قابل توجه بین گاز و مایع می‌باشد. همان‌طور که در شکل قابل مشاهده است دمای نهایی قطرات همان دمای آدیاباتیک یا دمای تر گاز ورودی است که اندازه این دما متناسب با رطوبت و دمای گاز ورودی می‌باشد. همانگونه که از این شکل مشخص می‌گردد دمای پیش بینی شده برای قطرات بسیار نزدیک به مقدار اندازه‌گیری شده بوده و این امر مؤید دقت نتایج مدل می‌باشد. همچنین مطابق با مقدار ذکر شده در جدول ۱ برای دمای گاز خروجی مشاهده می‌گردد که این مقدار درست برابر با مقدار پیش‌بینی صورت گرفته توسط مدل در شکل ۶ می‌باشد. در شکل ۷ تغییرات قطر قطره بر حسب طول ونتوری نشان داده شده است. در ابتدا به دلیل بالا بودن رطوبت

همانگونه که به راحتی قابل مشاهده است در نظر نگرفتن اثرات انتقال جرم و حرارت باعث می‌گردد راندمان جداسازی بسیار بیشتر از مقدار واقعی پیش‌بینی گردد. همچنین در این شکل نتایج حاصل از دو حالت یاد شده با مقدار راندمان کلی جداسازی اندازه گیری شده مربوط به ذرات با ابعاد ۵ میکرون مقایسه گردیده است و همانگونه که مشخص است. پاسخ مربوط به مدلی که در آن اثرات انتقال جرم و حرارت لحاظ گردیده است به مقدار واقعی راندمان نزدیک‌تر است. کما اینکه هنوز هم مقدار پیش بینی این مدل از مقدار واقعی بیشتر است که این امر مسلماً مربوط به تأثیر وجود توزیع غلظت قطرات در مقطع شوینده است که در این مطالعه جهت بررسی سایر اثرات لحاظ نگردیده است. همچنین در شکل ۴، تغییرات راندمان هدف یک قطره در طول ونتوری نشان داده شده است.

همانگونه که ملاحظه می‌گردد وجود انتقال جرم و حرارت باعث کاهش راندمان هدف قطرات در مقایسه با حالت همدمای گردیده است و همین عامل نیز دلیل کاهش راندمان کلی مطابق با نتایج شکل ۲ است. برای بیان هر چه بهتر دلایل تفاوت‌های مشاهده شده در شکل‌های ۳ و ۴، تغییرات سرعت گاز و قطره در طول ونتوری و برای دو حالت یاد شده در شکل ۵ نمایش داده شده است. همانگونه که به خوبی از این شکل قابل مشاهده است وجود تبادل حرارت بین گاز و قطرات و تبادل جرم ناشی از تبخیر یا میعان باعث کاهش شدید و آبی سرعت گاز در طول گلوگاه گردیده و این موضوع باعث کاهش سرعت نسبی بین گاز و قطرات در بخش گلوگاه می‌گردد و از آنجا که میزان راندمان هدف یک قطره تابع اختلاف در سرعت نسبی قطرات و گاز بوده مقدار این پارامتر و در نتیجه راندمان کلی کاهش یافته است.

ثابت رسیده و این دما در طول شوینده ثابت می‌ماند. ضمن این‌که دمای نهایی تمام قطره‌ها تقریباً یکسان و برابر است. در شکل ۱۲ اثر دمای اولیه مایع تزریقی بر روند تغییرات اندازه قطرات و در نتیجه تغییر راندمان هدف و راندمان جداسازی کلی نشان داده شده است.

در این شکل رطوبت اولیه گاز ورودی نیز برابر  $0.4$  فرض شده که مقدار قابل توجهی است. نگاهی به نتایج ارائه شده در این شکل نشان می‌دهد که دمای اولیه مایع تزریقی تأثیر قابل توجهی بر رشد یا تبخیر قطره خصوصاً در ابتدای گلوگاه دارد چرا که علیرغم بالا بودن رطوبت اولیه گاز و احتمال بروز پدیده میعان بالا بودن دمای قطره، مانع از میعان گردیده و همانگونه که برای دمای ورودی  $350\text{K}$  نشان داده شده قطرات در کل طول ونتوری کاهش اندازه خواهند داشت. در خصوص سایر دماها نیز تا افزایش کافی دمای قطرات احتمال رشد وجود دارد.

این موضوع به عنوان تأییدی بر لزوم گرمایش یا سرمایش مایع تزریقی نیست چرا که به دلیل تأثیر عوامل متفاوت نمی‌توان صراحتاً اعلام نمود که رشد قطرات یا تبخیر آنها باعث افزایش یا کاهش راندمان جداسازی می‌گردد.

همچنین در شکل ۱۳ تأثیر مقدار دمای ورودی گاز بر روی راندمان جداسازی نشان داده شده است. با توجه به شکل می‌توان گفت که با افزایش دمای گاز ورودی راندمان جداسازی کاهش می‌یابد.

دلیل این امر افزایش شدت تبادل حرارت و جابجایی بین قطرات و گاز به دلیل افزایش نیروی راننده انتقال حرارت و کاهش سریعتر سرعت گاز در بخش گلوگاه ونتوری است. بر اساس نتایج این شکل می‌توان به خوبی و با صراحت اعلام نمود که وجود یک برج خنک‌کننده گاز قبل از شوینده ونتوری می‌تواند نقش مؤثری در افزایش کارایی ونتوری داشته باشد، کما اینکه این امر در خصوص بسیاری از کاربردهای صنعتی شوینده‌های ونتوری قابل مشاهده است.

#### ۴. نتیجه‌گیری

تأثیر پدیده‌های انتقال جرم و حرارت بین گاز ورودی به شوینده ونتوری و مایع تزریقی بر اساس یک مدل یک بعدی و با لحاظ نمودن دقیق معادلات تبادل جرم و حرارت مورد بررسی قرار گرفت.

نتایج این بررسی نشان می‌دهد لحاظ نمودن تأثیر رشد یا تبخیر قطرات و کاهش سرعت ناشی از تبادل حرارت جابجایی با قطرات می‌تواند منجر به خطای فاحشی در پیش‌بینی راندمان جداسازی کلی یک شوینده ونتوری گردد. همچنین بر اساس نتایج این مطالعه استفاده از یک برج خنک‌کن جهت سرمایش گاز قبل از ورود آن به شوینده می‌تواند تأثیر منفی تبادل حرارت و جرم بر راندمان جداسازی شوینده ونتوری را تا حد ممکن کاهش دهد. همچنین تأثیر پارامترهای مختلف عملیاتی بر میزان اثرگذاری پدیده‌های یاد شده در عملکرد شوینده‌های ونتوری بررسی گردید.

گاز ورودی، فشار جزئی بخار آب در توده گاز از فشار جزئی در سطح قطره بیشتر است، در نتیجه قطر قطرات به دلیل پدیده میعان افزایش می‌یابد. پس از مدتی مجدداً قطر قطره روند کاهشی داشته که دلیل آن افزایش دمای قطره و در نتیجه افزایش فشار جزئی بخار آب در سطح قطره و بروز پدیده تبخیر می‌باشد. بدیهی است این تغییرات نقش مهمی در راندمان هدف یک قطره منفرد دارد چرا که این پارامتر به شدت تابع اندازه قطرات می‌باشد.

همچنین در شکل ۸ مقایسه‌ای بین تغییرات رطوبت و قطر قطره در طول ونتوری انجام شده است. همانطور که نشان داده شده روند تغییرات قطر و رطوبت معکوس می‌باشد.

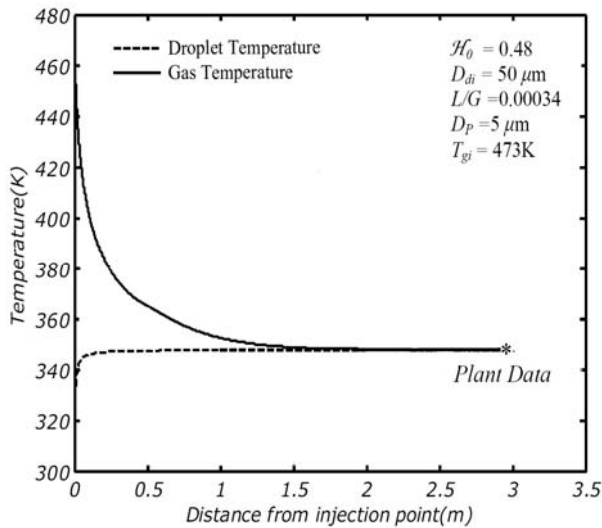
زمانی که قطر افزایش می‌یابد رطوبت کاهش نشان داده که این موضوع به دلیل میعان است و در حالتی که رطوبت افزایش دارد، قطر کاهش می‌یابد که این به دلیل تبخیر قطرات و اضافه شدن بخار آب تولیدی به موجودی رطوبت گاز است. همچنین نتایج ارائه شده در این شکل نشان می‌دهد که مقدار پیش‌بینی شده رطوبت گاز خروجی توسط مدل دقیقاً برابر با مقدار اندازه‌گیری شده (بر اساس دمای خشک و تر گاز ورودی) مربوط به واحد عملیاتی است که این موضوع نیز مؤید دقت نتایج مدل ارائه شده می‌باشد.

در شکل ۹ تغییرات قطر قطرات در طول ونتوری برای رطوبت‌های اولیه متفاوت نشان داده شده است. هدف از ارائه این شکل بررسی تأثیر میزان رطوبت گاز ورودی بر رشد یا تبخیر قطرات است.

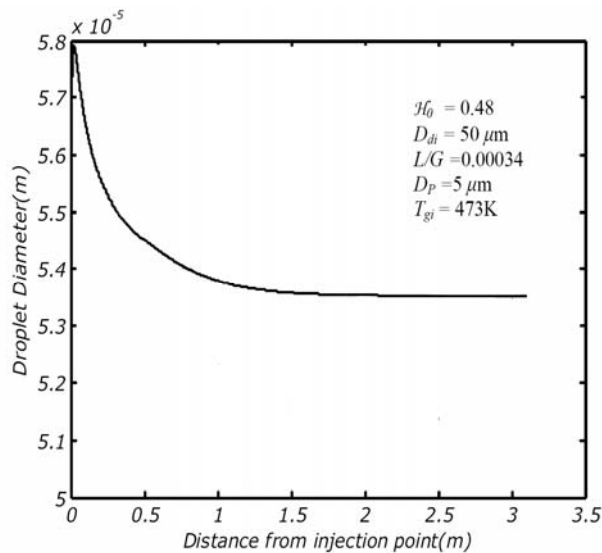
همانگونه که مشخص شده است، در رطوبت‌های ورودی بالا به دلیل سرمایش ناگهانی در اثر تبادل حرارت جابجایی از یکسو و بالاتر بودن فشار جزئی بخار آب در توده گاز میعان رخ داده و قطرات رشد می‌نمایند و پس از آن به دلیل افزایش دمای قطرات تبخیر قطره صورت می‌گیرد. همچنین این شکل نشان می‌دهد که در رطوبت‌های اولیه اندک تغییرات قطر قطرات صرفاً کاهشی می‌باشد. در شکل ۱۰ نیز تأثیر میزان رطوبت ورودی بر تغییرات دمای گاز و قطرات تزریقی نشان داده شده است.

ملاحظه می‌شود که در شرایطی که رطوبت گاز ورودی بالاتر است دمای نهایی قطرات و گاز نیز بالاتر است که دلیل آن بالاتر بودن دمای آدیاباتیک اشباع گاز ورودی است و حداکثر سرمایش گاز نیز تا این دما صورت می‌پذیرد. همچنین در حالتی که رطوبت بالاتر است روند تغییرات دمای گاز و قطرات نیز سریعتر است که دلیل آن نیز بروز همزمان پدیده‌های میعان و انتقال حرارت جابجایی است.

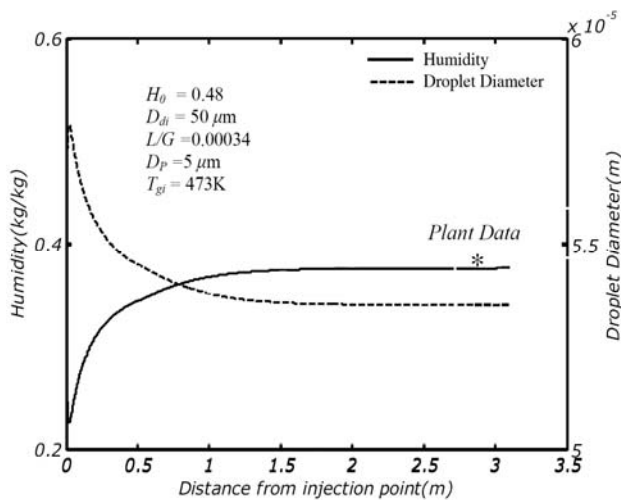
در شکل ۱۱ تغییرات دمای قطرات با اندازه‌های مختلف نشان داده شده است. هدف از ارائه این شکل بررسی تأثیر اندازه اولیه قطرات بر روند تغییرات دمای آن‌ها است. ملاحظه می‌شود که قطرات با اندازه کوچکتر بسیار سریع‌تر از قطرات درشت به دمای



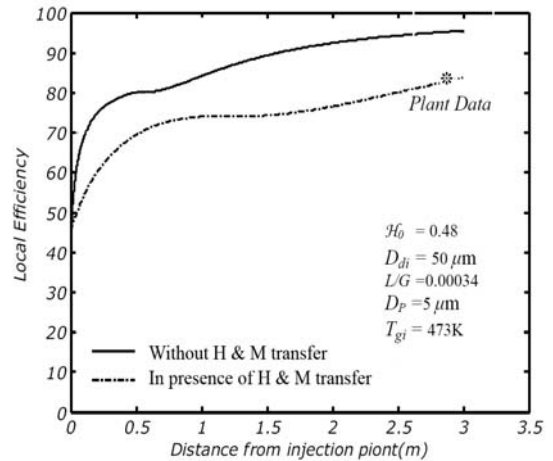
شکل ۶. تغییرات دمای گاز و قطره در طول ونتوری



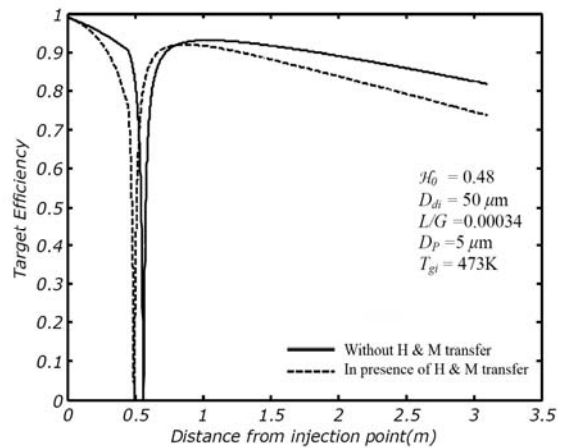
شکل ۷. تغییرات قطر قطره در طول ونتوری



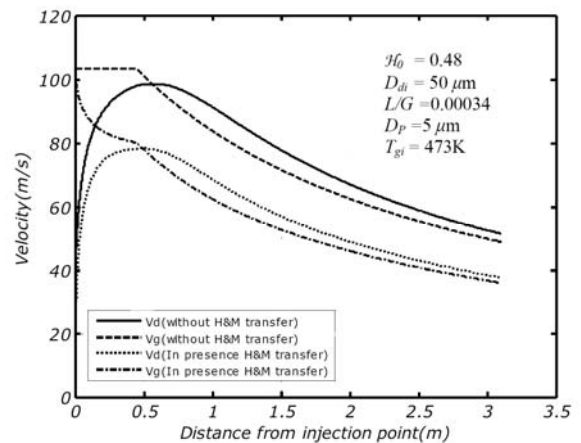
شکل ۸. تغییرات قطر و رطوبت در طول ونتوری



شکل ۳. تغییرات راندمان جداسازی ذرات جامد در طول ونتوری و مقایسه، نتایج مربوط به وجود و عدم وجود پدیده‌های انتقال جرم و حرارت

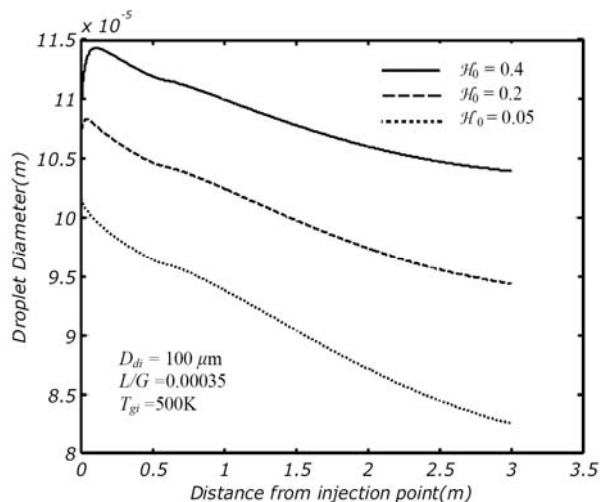
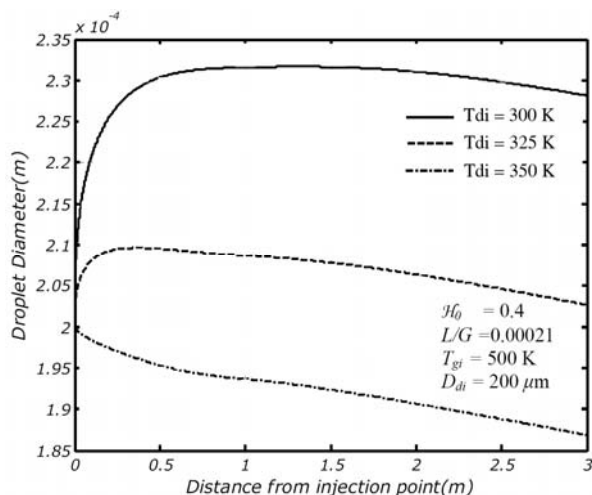


شکل ۴. تغییرات راندمان هدف مربوط به یک قطره در طول ونتوری و مقایسه نتایج مربوط به وجود و عدم وجود پدیده‌های انتقال جرم و حرارت



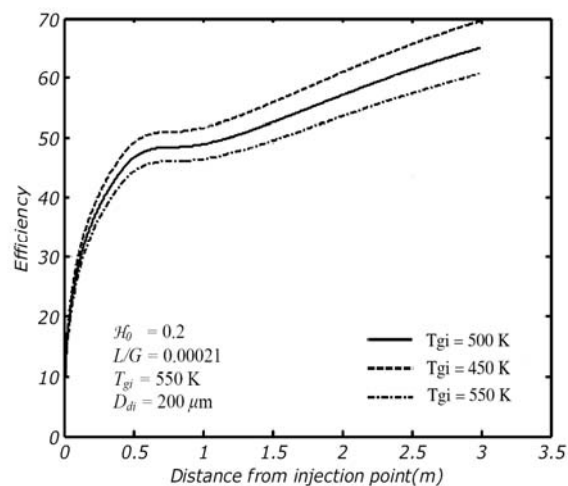
شکل ۵. تغییرات سرعت گاز و قطره در طول ونتوری و مقایسه نتایج مربوط به وجود یا عدم وجود پدیده‌های انتقال جرم و حرارت



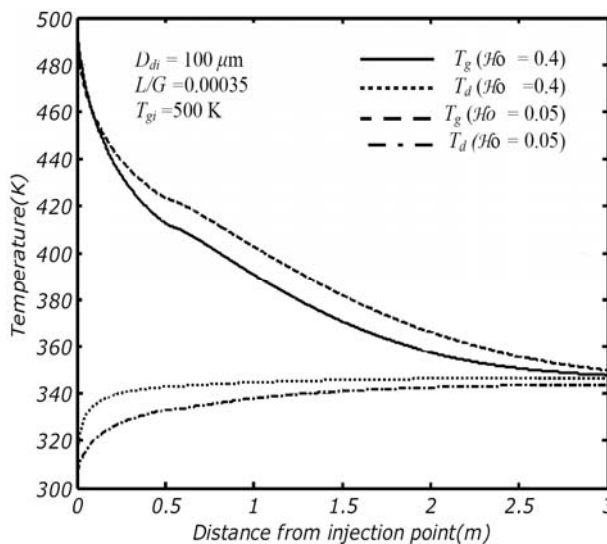


شکل ۹. تأثیر تغییرات رطوبت گاز ورودی بر قطر قطره در طول ونتوری

شکل ۱۰. تأثیر تغییرات رطوبت گاز ورودی بر قطر قطره در طول ونتوری



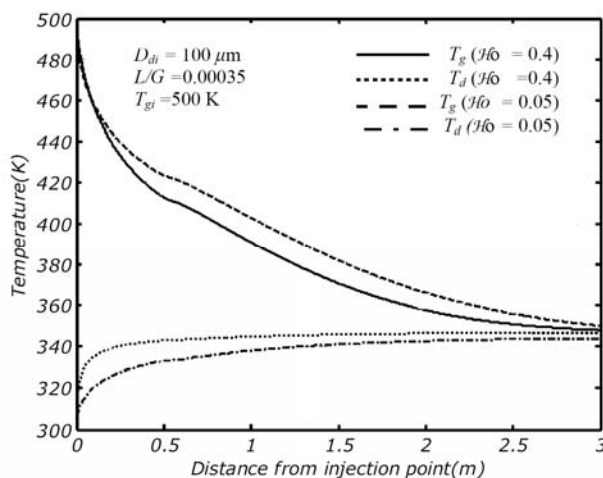
شکل ۱۱. تأثیر تغییر دمای گاز ورودی بر راندمان جداسازی موضعی



شکل ۱۲. تأثیر تغییر میزان رطوبت گاز ورودی بر دمای گاز و قطره در طول ونتوری

نمادها و علائم اختصاری

سطح مقطع عبوری گاز، $m^2$	$A$
ضریب درگ، بدون بعد	$C_{DN}$
گرمای ویژه، $J / kg.K$	$C_p$
قطر قطره، $m$	$D_d$
قطر اولیه قطره، $m$	$D_{di}$
قطر متوسط اولیه قطرات، $m$	$D_{sd}$
راندمان جداسازی یک قطره	$E$
نیروی درگ، $N$	$F_D$
دبی حجمی گاز، $m^3 / s$	$G$
نصف ارتفاع ونتوری، $m$	$H$
ضریب انتقال حرارت جابجایی، $W / m^2.K$	$h$
ضریب هدایت حرارتی، $W / m.K$	$k$
انتقال حرارت و انتقال جرم	$H, M$
ضریب انتقال جرم، $kmol / N.s$	$k_j$



شکل ۱۳. تأثیر تغییر قطر قطره بر دمای قطره در طول ونتوری

- [5] Fathikalajahi, J., Taheri, M., Talaie, M.R., "Theoretical Study of Liquid Droplets Dispersion in a Venturi Scrubber", J. Air & Waste Manage. Assoc., Vol. 45, 1995, pp.181-185.
- [6] Fathikalajahi, J., Taheri, M., Talaie, M.R., "Theoretical Study of Non-niform Droplet Concentration Distribution on Venturi Scrubber Performance", Part. Sci. Tech., 1996, pp. 14- 153.
- [7] Boll, R.H. "Particle Collection and Pressure Drop in Venturi Scrubbers", Ind. Eng. Chem. Fundam., 1973, pp. 12-40.
- [8] Calvert, S., Lundgern, D., Mehta, D., "Venturi Scrubber Performance", J. Air Pollut. Control Assoc., 1972, pp. 22-529.
- [9] Viswanathan, S., Gnyp, W.A., Plerre, St.C., "Examination of Gas Liquid in a Venturi Scrubber", Ind. Eng. Chem. Fundam., Vol. 23, 1984, pp. 303-308.
- [10] Viswanathan, S., "Modeling of Venturi Scrubber Performance", Industrial and Engineering Chemistry Reasearch, Vol.36, 1997, pp. 4308-4317.
- [11] Ranz, E.E., Marshall, W.R., "Evaporation from Drops" Chemical Engineering Progress, Vol 48, 1952, pp.141,173.
- [12] Downing, C.G. "The Evaporation of Drops of Pure Liquids at Elevated Temperature", AIChE, Vol. 12, 1966, pp. 760-766.

دبی حجمی مایع، $m^3/s$	$L$
جرم مولکولی بخار، $gr/grmol$	$M_v$
دبی جرمی گاز، $kg/s$	$\dot{m}_g$
دبی جرمی مایع، $kg/s$	$\dot{m}_d$
تعداد ذرات آلاینده	$n$
تعداد قطرات مایع	$n_d$
عدد ناسلت، بدون بعد	$Nu$
فشار، Pa	$P$
فشار بخار اشباع آب در دمای قطره، Pa	$P_{sat}$
فشار جزئی بخار آب در توده گاز، Pa	$P_b$
عدد رینولدز، بدون بعد	$Re$
عدد اشمیت، بدون بعد	$Sc$
عدد شروود، بدون بعد	$Sh$
زمان، s	$t$
دمای قطره، K	$T_d$
دمای گاز، K	$T_g$
دمای مبنا، K	$T_{ref}$
سرعت گاز، $m/s$	$V_g$
سرعت قطره، $m/s$	$V_d$
سرعت گاز در گلوگاه، $m/s$	$V_{gth}$
سرعت نسبی گاز و قطره، $(V_g - V_d)$ ، $m/s$	$V_r$
عرض و نوری، m	$W$
فاصله در طول محور، m	$x$
کسر مولی اشباع بخار آب در سطح قطره	$y_{sat}$
کسر مولی بخار آب در توده گاز	$y_b$
دانسیته مایع، $kg/m^3$	$\rho_l$
دانسیته گاز، $kg/m^3$	$\rho_g$
ویسکوزیته گاز، $kg/m.s$	$\mu_g$
ویسکوزیته مایع، $kg/m.s$	$\mu_l$
گرمای نهان تبخیر، $J/kg$	$\lambda$
راندمان	$\eta$

### مراجع

- [1] Talaie M. R., Fathikalajahi J., Taheri, M.. "Mathematical Modeling of  $SO_2$  Absorption in a Venturi Scrubber", Air & Waste Management Assoc., Vol. 47, 1997, pp. 1211-1215.
- [2] Taheri M., Hains, G. F. "Optimization of Factors Affecting Scrubber Performance", J. Air. Pollut. Control. Assoc., Vol. 19, 1969, pp. 427.
- [3] Rahimi A., "Simulation of Air Pollutants Removal in a Non-isothermal Venturi Scrubber" Ph.D. Thesis, Chemical Engineering Department, University of Shiraz, Shiraz, Iran, 2002.
- [4] Taheri M., Sheih. Ch., "Mathematical Modeling of Atomizing Scrubber", AIChE. J, 1975, Vol 21, pp.153.