

تحلیل دینامیکی غیرخطی هندسی سدهای بتنی قوسی

جواد مرادلو، محمدتقی احمدی و شهرام وهدانی

چکیده: در این مطالعه با مروری بر ادبیات فنی سدهای بتنی قوسی و سازه‌های بتنی مشابه، مدل‌های تحلیل رفتار غیرخطی هندسی بررسی شده و با در نظر گرفتن ویژگی‌های خاص سدهای بتنی قوسی، مدل مناسبی برای تحلیل غیرخطی هندسی این سازه‌ها ارائه شده است. در این مقاله توانایی‌های کد نگاشته شده توسط مولفین در تحلیل مسائل مختلف سازه‌ای با رفتار غیرخطی هندسی ارائه گردیده و پس از صحت‌سنجی با نتایج مراجع معتبر، تحلیل دینامیکی غیرخطی هندسی سد بتنی قوسی ماروپوینت تحت زلزله‌السنترو با استفاده از مدل سنت و نانت-کیرشهف ارائه گشته است. در این تحلیل پی صلب فرض شده و اندرکنش آب و سازه با ایده جرم افزوده مدل شده است. نتایج نشان می‌دهند که با استفاده از مدل رفتاری تغییر شکل‌های بزرگ سنت و نانت کیرشهف، جابجایی‌های سد در بارگذاری دینامیکی زلزله کاهش می‌یابد. این کاهش برای جابجایی بیشینه تاج سد ۸ درصد می‌باشد. از طرف دیگر در حالت کلی تاریخچه زمانی نتایج تنش‌ها نشانگر افزایش تنش‌های کششی و کاهش تنش‌های فشاری می‌باشد. این تغییرات برای تنش‌های کششی اوج افزایشی در حدود ۶ درصد و برای تنش‌های فشاری اوج کاهش در حدود ۹ درصد را نشان می‌دهد. به نظر می‌رسد در بارگذاری‌های شدید لرزه‌ای، لحاظ کردن تاثیرات رفتار غیرخطی هندسی در پاسخ دینامیکی سدهای بتنی قوسی ضروری می‌باشد.

واژه‌های کلیدی: سد بتنی قوسی، رفتار غیرخطی هندسی، جابجایی‌های بزرگ، مدل سنت و نانت-کیرشهف

۱. مقدمه

سدهای بتنی قوسی از جمله سازه‌هایی هستند که با توجه به اهمیت و فاجعه آمیز بودن شکست احتمالی آنها، ارزیابی مستمر ایمنی آنها اهمیت فراوان دارد. مطالعات درباره این سازه‌ها در دهه‌های اخیر رشد چشمگیری داشته است. با این وجود به علت پیچیدگی ذاتی سدهای بتنی قوسی، هنوز موارد مبهم زیادی وجود دارند که بایستی مورد توجه بیشتری قرار گیرند.

مدلسازی رفتار غیرخطی درزه‌ها و رفتار مادی این سازه‌ها از این دسته موارد به شمار می‌رود [۱]. علاوه بر موارد فوق در زمینه

این مقاله در تاریخ ۸۴/۲/۱۵ دریافت و در تاریخ ۸۶/۴/۲۸ به تصویب نهایی رسیده است.

جواد مرادلو، دکترای سازه‌های هیدرولیکی، فارغ التحصیل دانشکده فنی و مهندسی عمران، دانشگاه تربیت مدرس، ajmoradloo@yahoo.com

دکتر محمدتقی احمدی، استاد دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه تربیت مدرس، mahmadi@modares.ac.ir

دکتر شهرام وهدانی، دانشیار دانشکده فنی دانشگاه تهران، shvahdani@ut.ac.ir

تحلیل و طراحی سدهای بتنی قوسی مواردی وجود دارند که کلاً مورد بی توجهی قرار گرفته‌اند. یکی از این موارد تحلیل غیرخطی هندسی در محدوده جابجایی‌های بزرگ تحت اثر زمین‌لرزه‌های شدید می‌باشد. گذشته از اهمیت شفاف‌سازی این مساله از دیدگاه علمی، امروزه این مساله از نظر کاربردی نیز اهمیت فراوانی پیدا کرده است. ساخت سدهای جدید در ساختگاه‌هایی با زلزله‌خیزی بالا و حتی بعضاً ساخت سد بر روی گسل‌های فعال، (سد شیروان در ایران، سدکلاید در نیوزیلند و سد استنو در یونان) از این موارد به شمار می‌روند که در همه این موارد بررسی رفتار واقعی سد در طی زلزله نیاز اساسی به تحلیل‌های غیرخطی هندسی دارد. [۱، ۲، ۳].

در این مطالعه فورمولاسیون مناسب برای تحلیل غیرخطی هندسی سدهای بتنی قوسی ارائه شده و توانایی‌های عددی برنامه نگاشته شده تنها از منظر رفتار غیرخطی هندسی ارائه شده است. برای نشان دادن اهمیت مساله تحلیل‌های غیرخطی هندسی در سدهای بتنی قوسی، با استفاده از نرم افزار نوشته شده توسط مولفین،

در این تحقیق کرنشها کوچک فرض شده و از توصیف لاگرانژی به هنگام شده استفاده شده است. پولاک و دیگران [۲۲] متدولوژی تحلیل رفتار غیرخطی سازه‌های پوسته‌ای بتن مسلح را ارائه کردند. هر دو رفتار غیرخطی هندسی و مادی در مدل لحاظ شده است. در این تحقیق از مدل ترک اندود چرخشی برای مدلسازی ترک استفاده شده است. برای احتساب رفتار غیرخطی هندسی از فورمولاسیون لاگرانژی تام و مدل سنت ونانت-کیرششف استفاده شده است. برای مقابله با قفل شدگی برشی از المان پوسته به همراه انتگرالگیری گزینشی و کاهش یافته استفاده شده است.

اسموند [۲۴] تحلیل غیرخطی هندسی و مادی پوسته‌های بتنی مسلح با تیرهای لبه را انجام دادند. رفتار غیرخطی مدل شده شامل رفتار غیرخطی مادی و غیرخطی هندسی به علت جابجاییها و دوران های محدود می‌باشد. مدل بتن بر اساس الاستیسیته غیرخطی با فرض مصالح ارتوتروپیک بنا شده است. از مدل سنت ونانت-کیرششف و دیدگاه لاگرانژی به هنگام شده در مدلسازی رفتار غیرخطی هندسی استفاده شده است.

این مدل به خصوص برای سازه‌های بتنی که کرنش خرد شدگی بتن از مرتبه 3×10^{-3} می باشد مناسب است. ساتورپان [۲۵] تحلیل رفتار غیرخطی دالهای بتنی مسلح را انجام دادند. در کار وی هر دو رفتار غیرخطی مادی و هندسی لحاظ شده است. رفتار غیرخطی مادی بتن با احتساب پلاستیسیته در فشار و ترک خوردگی در کشش مدل شده است. از فورمولاسیون لاگرانژی تام و مدل سنت ونانت-کیرششف برای مدلسازی رفتار غیرخطی هندسی استفاده شده است. روکا و دیگران [۲۶] آنالیز رفتار غیرخطی سازه‌های بتنی مسلح با احتساب پیش تنیده کننده ها را انجام دادند. در این تحقیق از دیدگاه لاگرانژی به هنگام شده برای مدلسازی رفتار غیرخطی هندسی استفاده شده است. از مدل هایپوالاستیک دو بعدی یکنولد و داروین استفاده شده است. رفتار بتن در کشش به صورت ماده الاستیک-شکننده کامل مدل شده است. باته و دیگران [۲۷] با ارائه ویژگیهای مدل بتن به کار رفته در نرم افزار ADINA و برخی کاربردهای آن، برای مدلسازی تغییر مکانهای بزرگ سازه های بتنی، استفاده از تنشهای دوم پیولا-کیرششف و کرنش-گرین (مدل سنت ونانت-کیرششف) را پیشنهاد می کنند.

۳. فورمولاسیون مدل تغییر شکل‌های بزرگ

مدل المان محدود تغییر شکل‌های بزرگ دارای سه بخش اساسی می‌باشد [۲۸]: الف) توصیف شبکه المان محدود و معادلات حاکم، ب) رابطه مشخصه و ج) خطی سازی معادله و الگوریتم حل.

الف: توصیف شبکه المان محدود و معادلات حاکم

در حالت کلی چهارتوصیف برای توصیف سینماتیک حرکت در مسائل غیر خطی هندسی در مراجع ارائه شده‌اند [۲۹]: توصیف اوپلری یا فضائی، توصیف لاگرانژی یا مادی، توصیف اوپلری-

تحلیل دینامیکی غیرخطی هندسی سد بتنی قوسی مارپوینت تحت زلزله السنترو ارائه گشته است. در این تحلیل تنها رفتار غیرخطی هندسی لحاظ گشته و از رفتار غیرخطی مادی، رفتار غیرخطی درزه‌ها و اندرکنش پی و سازه در مدل صرفنظر شده است. در این تحقیق اندرکنش آب و سازه با ایده جرم افزوده مدل شده است. نتایج این تحلیل‌ها نشانگر اهمیت احتساب رفتار غیرخطی هندسی در تحلیل‌های این سازه‌ها می‌باشند.

۲. تاریخچه مطالعات

مطالعات غیرخطی صورت گرفته در زمینه سازه سدهای بتنی قوسی را می توان به دو دسته تقسیم کرد :

- ✓ مدلسازی رفتار غیرخطی درزه‌ها، اعم از درزه‌های انقباض، درزه‌های مراحل ساخت و درزه‌های بین سد و پی آن.
- ✓ مدلسازی رفتار غیرخطی مادی بتن شامل مدلهای ترک خوردگی، مدلهای پلاستیک و مدلهای مکانیک آسیب پیوسته از تحقیقات دسته نخست به عنوان نمونه می‌توان به مطالعات احمدی و دیگران [۴]، می و دیگران [۵]، لائو و دیگران [۶]، هال [۷]، احمدی و دیگران [۸] و چوهان و دیگران [۹] اشاره کرد.
- از دسته دوم تحقیقات نیز می‌توان به مطالعات اولیوییر و دیگران [۱۰]، فریرا و دیگران [۱۱]، لی و دیگران [۱۲]، فنگ و دیگران [۱۳]، لطفی [۱۴]، واتانابه و دیگران [۱۵] و میرزا بزرگ [۱۷، ۱۶] اشاره کرد.

در زمینه رفتار غیرخطی هندسی در محدوده تغییرشکل‌های بزرگ با جستجوی صورت گرفته، تحقیقی در ارتباط با مدلسازی سدهای بتنی مشاهده نشد. از این رو در این قسمت به برخی تحلیل‌های غیرخطی هندسی که با موفقیت برای دیگر سازه ها و حتی سازه های بتنی به کار رفته اشاره می شود: چانگ و دیگران [۱۸] آنالیز ارتعاشی غیرخطی سازه های پوسته ای را ارائه کردند. جابجاییها و دوران‌های بزرگ در مدل لحاظ شده و از روش لاگرانژی کامل به همراه تنش‌های دوم پیولا-کیرششف و کرنش گرین-لاگرانژ استفاده شده است.

یواکیم [۱۹] آنالیز رفتار غیرخطی تونلهای مدفون در خاکهای رسی و ماسه ای با پوشش بتنی را انجام دادند. در این تحقیق رفتار غیرخطی مصالح پوشش و خاک، تأثیرات تغییرشکل‌های بزرگ و رفتار غیرخطی تماسی بین پوشش بتنی و خاک اطراف مدل شده است. خالو و دیگران [۲۰] رفتار غیرخطی سازه بتنی برج مخابراتی تهران را مدل کردند. ترک خوردگی، خوردشدگی و تغییرشکل‌های بزرگ در مدل لحاظ شدند. سوادیدپونگ و دیگران [۲۱] یک المان ۹ گرهی برای مدلسازی پاسخ الاستوپلاستیک کرنشهای بزرگ سازه‌های پوسته‌ای و صفحه‌ای با استفاده از توصیف لاگرانژی به هنگام شده ارائه کردند. چین و دیگران [۲۲] یک المان صفحه نازک برای تحلیل الاستیک غیرخطی هندسی سازه‌های دیوار نازک ارائه کردند.

دیدگاه لاگرانژی دلخواه و توصیف همگرد (Co-rotational Description) در مسائلی که اعوجاجهای بزرگ المان وجود دارد در شبکه لاگرانژی دقت حل مساله کاهش پیدا کند در حالی که در شبکه اوپلری به علت ثابت بودن شبکه المان محدود این مساله منتفی است. از طرف دیگر حرکت جسم مستقل از شبکه المان محدود در شبکه اوپلری منجر به سخت شدن اعمال شرایط مرزی در این فورمولبندی خواهد گردید. زیرا در برخی موارد مجبور به اعمال شرایط مرزی در نقاطی از شبکه المان محدود هستیم که ماده وجود ندارد.

در توصیف اوپلری لاگرانژی دلخواه گرهای روی مرز شبکه اولیه در حین تغییر شکل بر روی مرز باقی میمانند، در مقابل گرهای میانی به نحوی حرکت می کنند که اعوجاجهای المانی کمینه شود. در واقع در این روش مزایای هر دو روش گفته شده قبلی ملحوظ شده است.

در توصیف همگرد بافتار مرجع دو بخشی است. تنشها و کرنشها از بافتار چرخیده شده محاسبه می شوند. در حالی که بافتار اولیه به عنوان مرجع برای اندازه گیری حرکات صلب باقی میماند. به طور کلی توصیف لاگرانژی تام به طور گسترده ای برای مدلسازی مسائل محیط پیوسته به کار می رود. توصیف لاگرانژی به هنگام شده عموماً برای حل مسائل کرنش بزرگ و مسائلی که رفتاری همچون جریان سیال دارند استفاده می شود و توصیف هموردا برای المانهای سازه ای چون تیر، پوسته و صفحه استفاده می شود.

$$\int_{t+\Delta t}^{t+\Delta t} \tau_{ij} \delta_{t+\Delta t} e_{ij} d^{t+\Delta t} V = {}^{t+\Delta t} R \quad (1)$$

در این رابطه، $\tau_{ij}^{t+\Delta t}$ تانسور تنش کوشی، $\delta_{t+\Delta t} e_{ij}$ تانسور کرنش متناظر با تغییر مکانهای مجازی، $d^{t+\Delta t} V$ حجم در زمان $t + \Delta t$ و ${}^{t+\Delta t} R$ بردار نیروهای خارجی شامل نیروهای سطحی و حجمی می باشد.

دشواری اساسی در کاربرد و حل رابطه (۱) در مجهول بودن بافتار جسم در زمان $t + \Delta t$ و غیرهدفمند بودن کرنشهای خطی و تنشهای کوشی می باشند [۲۹].

در استخراج معادلات حاکم بایستی کرنشها و تنشهایی را پیدا کرد که مزدوج کاری یا توانی یکدیگر بوده و شرط هدفمندی را دارا باشند [۲۸، ۲۹]. در جداول ۱ و ۲ معیارهای کرنش و تنش مناسب در تحلیل تغییر شکلهای بزرگ ارائه شده اند.

با توجه به مدل رفتاری انتخابی و ملاحظه معیارهای ضروری کرنش، در این تحقیق برای مسائل جابجائی های بزرگ سازه های بتنی برای هر دو رابطه بندی UL, TL برای معیار کرنش از کرنشهای گرین-لاگرانژ و برای معیار تنش از معیار تنش دوم پیولا-کیرشیف بهره گرفته شده است.

در توصیف همگرد بافتار مرجع دو بخشی است. تنشها و کرنشها از بافتار چرخیده شده محاسبه می شوند. در حالی که بافتار اولیه به عنوان مرجع برای اندازه گیری حرکات صلب باقی میماند. به طور کلی توصیف لاگرانژی تام به طور گسترده ای برای مدلسازی مسائل محیط پیوسته به کار می رود. توصیف لاگرانژی به هنگام شده عموماً برای حل مسائل کرنش بزرگ و مسائلی که رفتاری همچون جریان سیال دارند استفاده می شود و توصیف هموردا برای المانهای سازه ای چون تیر، پوسته و صفحه استفاده می شود.

برای نوع خاص مساله ما (سد بتنی قوسی) به علت کرنشهای کوچک بتن مساله اعوجاجهای بزرگ المانی منتفی است و در صورتی که شبکه المان محدود اولیه خوب شبکه بندی شده باشد نگرانی از بابت اعوجاج المان و کاهش دقت مساله وجود نخواهد داشت. کلا مساله تحلیل رفتار غیر خطی هندسی سدهای بتنی قوسی از نوع رفتار غیر خطی تغییر مکانها و دورانهای بزرگ با کرنشهای کوچک می باشد [۲۷ و ۲۸].

با توجه به ویژگیهای ساخت مرحله ای سدهای بتنی قوسی انتظار می رود در طی بارگذاریهای شدید زلزله سد، با باز شدن و شکست درزه های سد (درزه های قطع بتن ریزی و درزه های ساختمانی) بلوکهای سد با مقداری تغییر شکل پلاستیک و خردشدگی (کرنش کوچک) دچار لغزش و جابجائیهای بزرگ شوند. از این رو شبکه لاگرانژی برای هدف ما مناسب می باشد.

با توجه به ویژگیهای ساخت مرحله ای سدهای بتنی قوسی انتظار می رود در طی بارگذاریهای شدید زلزله سد، با باز شدن و شکست درزه های سد (درزه های قطع بتن ریزی و درزه های ساختمانی) بلوکهای سد با مقداری تغییر شکل پلاستیک و خردشدگی (کرنش کوچک) دچار لغزش و جابجائیهای بزرگ شوند. از این رو شبکه لاگرانژی برای هدف ما مناسب می باشد.

با توجه به ویژگیهای ساخت مرحله ای سدهای بتنی قوسی انتظار می رود در طی بارگذاریهای شدید زلزله سد، با باز شدن و شکست درزه های سد (درزه های قطع بتن ریزی و درزه های ساختمانی) بلوکهای سد با مقداری تغییر شکل پلاستیک و خردشدگی (کرنش کوچک) دچار لغزش و جابجائیهای بزرگ شوند. از این رو شبکه لاگرانژی برای هدف ما مناسب می باشد.

جدول ۱. معیارهای کرنش مورد استفاده در تحلیلهای تغییر شکلهای بزرگ مکانهای بزرگ

معیار کرنش	بافتار تعریف شده	دیدگاه مورد استفاده	مزدوج تنش	هدفمندی
گرین- لاگرانژ	بافتار مرجع	UL, TL	تنش دوم پیولا کیرشیف	بله
آلمانسی	بافتار جاری	UL	تنش کوشی	خیر
هنکی	بافتار جاری	UL	تنش کوشی	بله
نرخ تغییر شکل	بافتار جاری	UL	تنش کوشی	بله

جدول ۲. معیارهای تنش مورد استفاده در تحلیل‌های تغییر شکل‌ها و تغییر مکان‌های بزرگ

معیار تنش	تقارن	بافتار تعریف شده	شرط هدفمندی	دیدگاه مورد استفاده	مزدوج کرنشی	تعبیر فیزیکی
کوشی	متقارن	بافتار جاری	خیر	UL	آلمانی، هنکی، نرخ تغییر شکل	حقیقی
اول پیولا-کیرشهف	نامتقارن	بافتار مرجع	بله	UL, TL	گرین-لاگرانژ	بدون تعبیر فیزیکی
دوم پیولا-کیرشهف	متقارن	بافتار مرجع	بله	UL, TL	گرین-لاگرانژ	بدون تعبیر فیزیکی
کیرشهف	متقارن	بافتار جاری	خیر	UL	آلمانی، هنکی، نرخ تغییر شکل	کوشی وزندار

ب: توصیف مصالح

روابط مشخصه مورد استفاده در تغییر شکل‌های بزرگ را به دو دسته مهم هیپروالاستیک و هیپوالاستیک می‌توان طبقه بندی کرد [۲۸]. صرف نظر از تفاوت‌های فلسفی و محاسباتی این دو روش، مدل‌های هیپوالاستیک دارای این ضعف عمده می‌باشند که دارای تمام ویژگی‌های یک مدل الاستیک نمی‌باشند و بیشتر برای مسائل الاستوپلاستیکی کاربردی هستند که کرنش‌های الاستیک در مقایسه با کرنش‌های پلاستیک کوچک باشند. در مقابل مدل‌های هیپروالاستیک دارای محدودیت کاربردی نیستند. این دسته از مدل‌ها خود دارای زیر مجموعه‌های چندی چون مدل سنت و نانت-کیرشهف، مدل نئوهوکین، مدل مونی‌ریویلین و... می‌باشند [۲۸]. از میان مدل‌های فوق، مدل سنت و نانت-کیرشهف مدلی کارا و مناسب برای مسائل تغییر مکانها و دورانه‌های بزرگ و کرنش‌های کوچک می‌باشد. این مدل بسط یافته مدل الاستیسیته تغییر شکل‌های کوچک می‌باشد [۲۹].

$$S = CE \quad (2)$$

در این رابطه S تانسور تنش دوم پیولا-کیرشهف، E تانسور کرنش گرین لاگرانژ و C ماتریس ثابت الاستیسیته می‌باشد. مولفه‌های تنش و کرنش فوق بر اثر دورانه‌های صلب جسم تغییر نمی‌کنند. این نکته دلالت بر این دارد که هر توصیف مصالح مورد استفاده در تغییر مکان‌های کوچک (با تنشها و کرنش‌های مهندسی) را می‌توان با جایگزینی تنشها و کرنشها با تنش‌های دوم پیولا-کیرشهف و کرنش‌های گرین لاگرانژ در تحلیل تغییر مکانها و دورانه‌های بزرگ و کرنش‌های کوچک به کاربرد [۳۰ و ۳۱].

یک نتیجه عملی این است که مدل‌های مصالح الاستوپلاستیک و خزش تغییر مکان‌های کوچک را می‌توان با جایگزینی تنشها و کرنشها مستقیماً برای تحلیل تغییر مکانها و دورانه‌های بزرگ و کرنش‌های کوچک به کار برد. با توجه به این که بتن رفتار کرنش بزرگ از خود نشان نمی‌دهد و بیشینه کرنش تک محوری بتن در حدود ۰/۰۰۳ می‌باشد، این مدل رفتاری، مدل مناسبی برای مدلسازی تغییر مکان‌های بزرگ سدهای بتنی به شمار می‌رود.

برای مقایسه نتایج با کدهای تجاری در دسترس، علاوه بر مدل سنت و نانت کیرشهف، در برنامه نگاشته شده مدل نئوهوکین نیز قابل

اعمال است. تابع انرژی ذخیره شده برای مصالح نئوهوکین به فرم زیر است [۲۹]:

$$\Psi(C) = \frac{1}{2} \lambda_0 (LnJ)^2 - \mu_0 LnJ + \frac{1}{2} \mu_0 (trace C - 3) \quad (3)$$

در رابطه فوق: λ_0, μ_0 ثوابت لامه، J دترمینان گرادین تغییر فرم و C تانسور تغییر شکل راست گرین می‌باشد.

ج: خطی‌سازی معادله و الگوریتم حل

برای استخراج معادله غیر خطی حاکم بر مساله، با اعمال اصل کار مجازی به بافتار تغییر شکل یافته جسم در نهایت معادله زیر حاصل خواهد شد [۲۹]:

$$t + \Delta t R - t + \Delta t F = 0 \quad (4)$$

که در آن بردار ${}^{t+\Delta t}R$ بردار نیروهای گرهی خارجی در بافتار مربوط به زمان $t + \Delta t$ (شامل بارهای استاتیکی ناشی از وزن و فشار هیدرواستاتیک مخزن، بارهای دینامیکی زلزله و بارهای متمرکز در صورت وجود)، و بردار ${}^{t+\Delta t}F$ بردار نیروهای گرهی داخلی است که متناظر با تنش‌های عنصری در این بافتار می‌باشند. در رابطه (۴) انتگرال‌های F و R در بافتار تغییر شکل یافته جسم محاسبه می‌شوند. دشواری اساسی در کاربرد عمومی معادله فوق در این است که بافتار جسم در زمان $t + \Delta t$ مجهول است. برای مقابله با این مسأله بایستی با تعریف معیارهایی کار مجازی داخلی در معادله (۱)، ${}^{t+\Delta t}F$ بر حسب یک انتگرال در روی حجم معلوم ارائه شود. این کار با استفاده از تنش دوم پیولا-کیرشهف و کرنش گرین-لاگرانژ انجام شدنی است. با استفاده از این دو معیار به جای تنش کوشی و کرنش مهندسی روابط زیر حاصل خواهند شد [۲۹]:

$$\int_{t+\Delta t} \tau_{kl} \delta_{t+\Delta t} e_{kl} dV = \int_{\tau} \tau_{ij} \delta \tau_{ij} dV \quad (5)$$

که S_{ij} تنش دوم پیولا-کیرشهف، ϵ_{ij} کرنش گرین-لاگرانژ، τ_{kl} کرنش کوشی، e_{kl} کرنش مهندسی، τ یک زمان اختیاری ($\tau=0$) برای دیدگاه لاگرانژی کامل و $\tau=t$ برای دیدگاه لاگرانژی به هنگام شده. با استفاده از این معیارها و روابط فوق، انتگرال‌گیری در روی حجم اولیه جسم و یا هر حجم معلوم دیگری انجام خواهد گرفت. گام

پذیر و مرزهای جاذب انرژی به روش نوسانی از برنامه‌های آتی برای تکمیل کد می‌باشد.

۴-۱. صحت سنجی الگوریتم تغییر شکل‌های بزرگ

الف- تحلیل استاتیکی تغییر مکان بزرگ تیر طره‌ای تحت بار

گسترده [۳۱]

این مثال یک تیر طره تحت بارگذاری فشاری یکنواخت می‌باشد. مشخصات این سازه در شکل ۲ ارائه شده است. از دو شبکه المان محدود ۱۰ المانی (یک المان در راستای ضخامت تیر) و ۲۰ المانی (۲ لایه المان در راستای ضخامت تیر) استفاده شده است.

در تحلیل از الگوهای انتگرالگیری عددی مختلفی استفاده شده و دیده شد که هر دو مدل با الگوی انتگرالگیری ۱۴ نقطه‌ای [۳۲] پاسخهای یکسانی ارائه می‌کنند. تحلیل با دو روش لاگرانژی تام و لاگرانژی به هنگام شده انجام شده است. هر دو روش UL, TL به نتایج واحدی همگرا می‌شوند. البته تعداد تکرارها در روش UL برای حصول همگرایی کمتر است. در شکل ۲ نتایج این تحلیل با نتایج مرجع [۳۱] مقایسه شده است. در این شکل خیز نسبی انتهای تیر (w/L) در برابر بارهای وارده به تصویر کشیده شده است. همانطور که از شکل پیداست، نتایج حاصله تطابق بسیار خوبی با نتایج ارائه شده در مرجع [۳۱] دارد.

در شکل ۳ رفتار کامل بار خیز تیر و در شکل ۴ اشکال تغییر فرم یافته تیر برای بارهای وارده اعمال شده است. در اشکال ۵ و ۶ توزیع تنشها و کرنشها در راستای ضخامت تیر برای مدل ۱ (یک المان در راستای ضخامت تیر) ارائه شده است. همانطور که دیده می‌شود مدل به خوبی توزیع تنشها و کرنشها را برای این مثال خمشی ارائه کرده است. در مرجع [۳۱] از ۶ المان ۲ گرهی تیر برای مدلسازی این سازه استفاده شده است.

در ادامه این مثال با مدل نئوهوکین مدل شده و با نتایج حاصل از مدل ANSYS مقایسه شده است. در شکل ۸ نتایج تحلیل حاصل با نتایج مدل ANSYS مقایسه شده است. در مدلسازی با نرم افزار ANSYS از المان ۲۰ گرهی هایپر الاستیک این نرم افزار استفاده شده است. در این شکل خیز نسبی انتهای تیر (w/L) در برابر بارهای وارده به تصویر کشیده شده است.

دو مدل مصالح نئوهوکین و سنت ونانت کیرشلف در مدل FEAP به نتایج واحدی همگرا می‌شوند. با ذکر این نکته که در مدل FEAP بعد از بار $P=10$ دترمینان گرادیان تغییر فرم منفی شده و حل متوقف می‌شود. در مدل ANSYS نیز ابتدا پیغام خطای اعوجاج المان صادر شده و برای بارگذاریهای بعدی واگرا می‌شود. اما نتایج دو مدل ANSYS, FEAP با مدل مصالح نئوهوکین با هم متفاوتند. این می‌تواند به خاطر تغییر فرم انرژی پتانسیل در هر دو مدل باشد.

بعدی خطی سازی مناسب معادله و گسسته سازی المان محدود آن و در نهایت انتخاب یک روش مناسب برای حل نمودار معادلات حاصله خواهد بود. فرم خطی معادله فوق برای مسائل دینامیکی با الگوریتم ضمنی در دو حالت لاگرانژی کامل و لاگرانژی به هنگام شده به صورت زیر خواهد بود:

$$M^{t+\Delta t} \ddot{U} + t_{0} C \dot{U} + (t_{0} K^{Mat} + t_{0} K^{Geo}) U = t_{0} R - t_{0} F \quad (6)$$

$$M^{t+\Delta t} \ddot{U} + t_{0} C \dot{U} + (t_{0} K^{Mat} + t_{0} K^{Geo}) U = t_{0} R - t_{0} F \quad (7)$$

در روابط فوق $C, M, t_{0} K^{Ma}, t_{0} K^{Geo}$ به ترتیب ماتریس سختی هندسی، ماتریس سختی مادی، ماتریس جرم و ماتریس میرایی می‌باشند [۲۹] بردارهای \ddot{U}, \dot{U}, U نیز به ترتیب بردار جابجاییها سرعت و شتابهای گرهی می‌باشند معادلات خطی شده فوق توسط یکی از روشهای خانواده نیوتن رافسون و یا روشهای دیگر به صورت نمودی قابل حل می‌باشد [۲۹ و ۳۰].

۴. کاربرد عددی

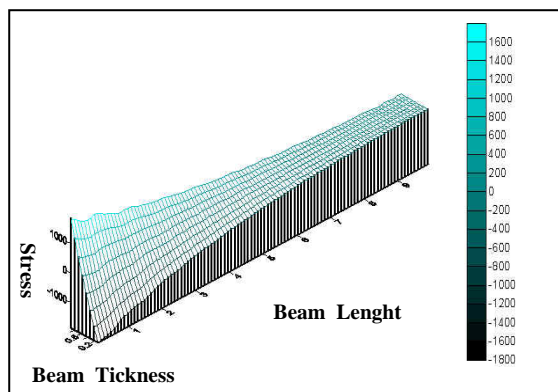
در این بخش تواناییهای مدل از جنبه مدلسازی رفتار غیر خطی هندسی سازه های بتنی ارائه می‌شود. در این تحلیلها از نرم افزار Gfeap که توسط مولفین نوشته شده استفاده شده است. این نرم افزار از توسعه کد المان محدود FEAPpv که توسط پروفیسور تیلور [۳۰] نگاشته شده، حاصل شده است.

لازم به ذکر است که تنها مجموعه سابروتینهای ورودی، اسمبل کردن آرایه‌ها و ماتریسها و حل برنامه FEAPpv مورد استفاده قرار گرفته و تمامی دیگر الگوریتمهای مورد نیاز بصورت سابروتینهای جدید به آن اضافه شده‌اند.

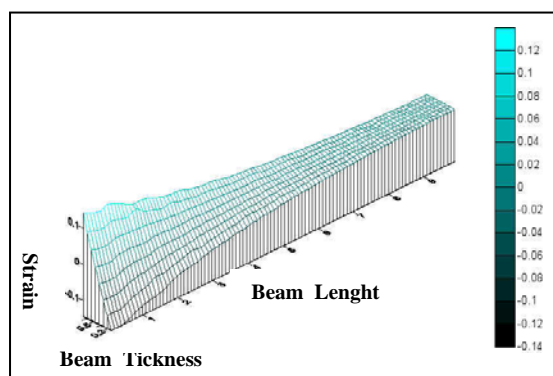
برنامه حاصله یک کد المان محدود سه بعدی بوده که دارای المانهای محدود سه بعدی ۸ و ۲۰ گرهی و المانهای گوه ای ۶ و ۱۵ گرهی توسعه یافته برای تغییر شکل‌های بزرگ می‌باشد. دارای المانهای درزه ۱۶ گرهی برای مدلسازی درزه‌های انقباضی با احتساب شکست کششی و برشی آنها می‌باشد. الگوریتم انتگرالگیری زمانی نیومارک در آن به کار رفته است. برنامه دارای مدل‌های پلاستیسیته موهر کولمب، دراگر پراگر، ویلیام وارانکه ۳ و ۵ پارامتری و اتوسون می‌باشد.

امکان انتخاب انتگرالگیری عددی ۸، ۲۷ و ۱۴ نقطه‌ای به دلخواه کاربر در برنامه پیش‌بینی شده است. مدل ترک اندود سه بعدی چرخشی و الگوریتم ترکیبی رفتار غیر خطی کشش - فشار از دیگر تواناییهای کد نگاشته شده حاضر می‌باشد.

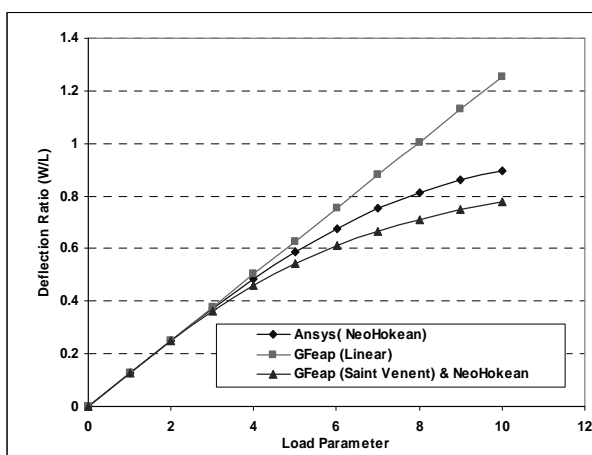
احتساب اندرکنش آب و سازه به روش جرم افزوده در آن امکانپذیر است و مدلسازی اندرکنش دینامیکی کامل با احتساب سیال تراکم



شکل ۵. توزیع تنشها در راستای ضخامت و طول تیر برای بار $P=10$

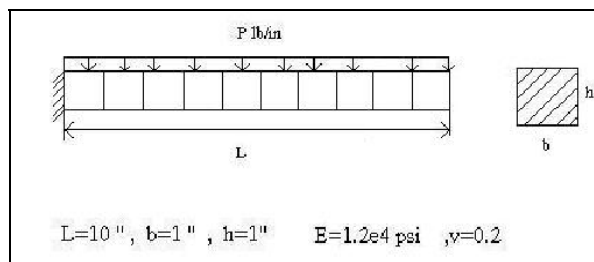


شکل ۶. توزیع کرنشها در راستای ضخامت و طول تیر

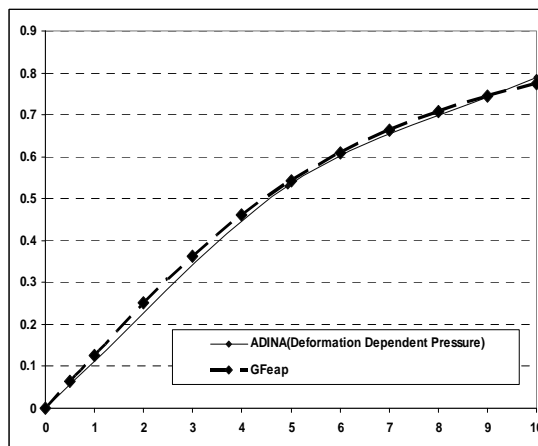


شکل ۷. خیز نسبی انتهای تیر در برابر بارهای وارده در مقایسه با نتایج ANSYS

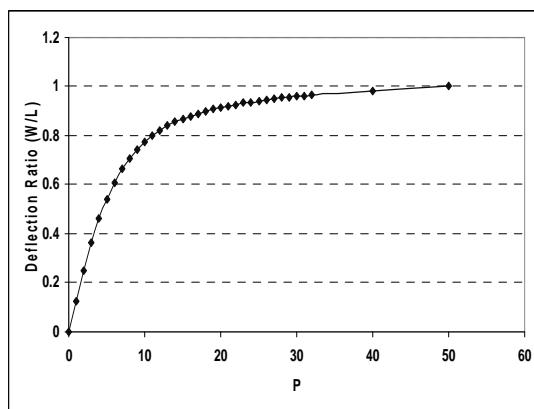
ب- تحلیل استاتیکی تغییر مکان بزرگ یک قوس سطحی [۳۱]
 این سازه یک قوس سطحی است که تحت بار متمرکز در وسط سازه قرار گرفته است. هندسه و مشخصات این سازه در شکل ۸ ارائه شده است. برای مدلسازی از ۲۰ المان ۲۰ گرهی استفاده شده است. در شکل ۹ نتایج حاصله با نتایج ارائه شده در مرجع [۳۱] مقایسه شده است. در این شکل خیز مرکز قوس در برابر بارهای وارده به تصویر کشیده شده است. همانطور که دیده می شود، جوابها تطابق عالی با نتایج مرجع [۳۱] دارند. در این مرجع از ۴ المان تیر برای مدلسازی نیمی از سازه استفاده شده است.



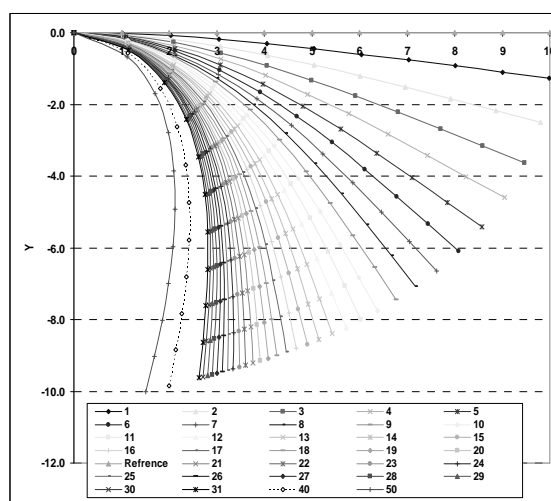
شکل ۱. مشخصات و شبکه المان محدود مثال تیر خمشی



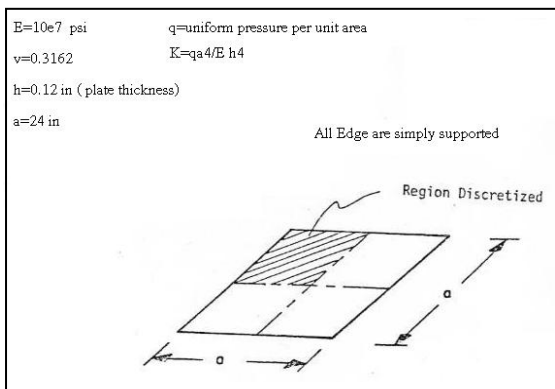
شکل ۲. مقایسه نتایج حاصل با نتایج مرجع [۳۱]



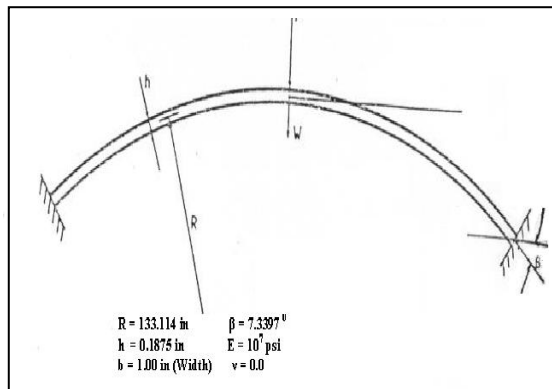
شکل ۳. رفتار کامل بار - خیز تیر



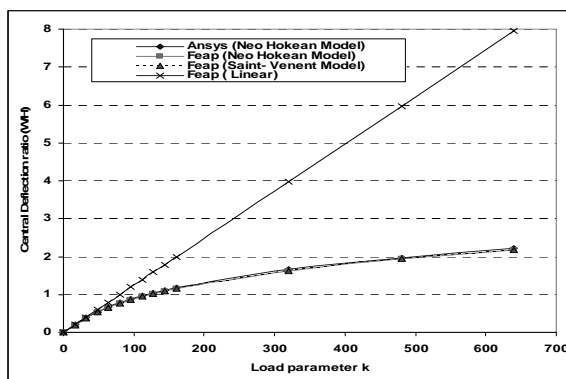
شکل ۴. اشکال تغییر شکل یافته تیر برای بارهای وارده



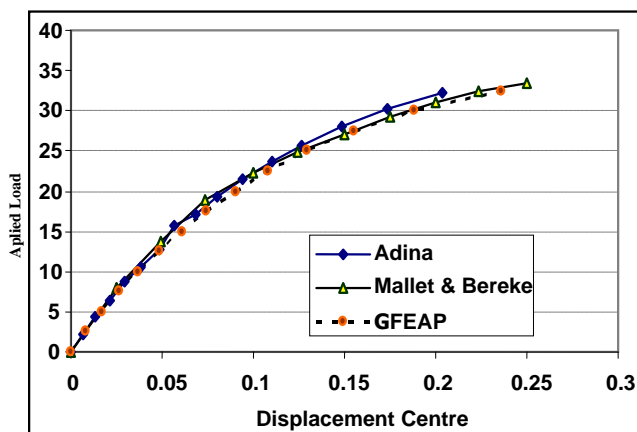
شکل ۱۰. هندسه و مشخصات صفحه



شکل ۸. مشخصات و هندسه مثال نمونه ۲



شکل ۱۱. خیز مرکز صفحه در برابر بار وارده (مدل نئوهوکین GFEAP و مقایسه با ANSYS)



شکل ۹. مقایسه نتایج حاصله با نتایج مرجع [۳۱]

۴-۲. کاربرد در سدهای بتنی قوسی

برای نشان دادن اهمیت مساله احتساب رفتار غیرخطی تغییر مکانهای بزرگ در سدهای بتنی قوسی در این قسمت تحلیل سد بتنی قوسی ماروپوینت تحت زلزله تفت ارائه می‌شود. سد قوسی ماروپوینت واقع بر رودخانه گانیسن در ایالت کلرادو آمریکا می‌باشد. این سد قوسی با ارتفاع ۱۴۱/۷۳ متر تقریباً متقارن و با یک مرکز قوس در هر رقوم می‌باشد. در تحلیل فعلی پی سد صلب فرض شده و اندرکنش آب و مخزن به صورت جرم افزوده و سترگارد در نظر گرفته شده است. تحلیل دینامیکی سد تحت اثر مولفه‌های S69E و قائم زلزله تفت مقیاس شده تا شتاب 0.5g به ترتیب در جهت جریان (y) و جهت قائم (z) انجام شده است. از انتگرالگیری نیومارک با گام زمانی 0.۰۲ ثانیه استفاده شده است. مدل الاستیسیته بتن سد $EC=2 \times 10^4 (N/m^2)$. نسبت پواسون بتن $\nu = 0.2$ ، جرم واحد حجم بتن $\rho = 2400 (kg/m^3)$ و نسبت استهلاک ویسکوز 0.۰۵ انتخاب شده است. در تحلیل از ۲۰ المان ۲۰ گرهی آجری برای مدلسازی سازه سد استفاده شده است. مدل مصالح مورد استفاده برای احتساب رفتار غیر خطی هندسی، مدل انتخابی سنت ونانت- کیرشلف می‌باشد. با توجه به پیچیدگی‌های مدل‌های ویسکوپلاستیک به کار رفته برای احتساب نرخ کرنش در تحلیل‌های دینامیک سدهای بتنی [۳۳]، در این تحقیق استفاده از اعمال ضرائب

ج-تحلیل استاتیکی و دینامیکی تغییرمکان بزرگ ورق [۳۱]
این سازه یک ورق مربعی شکل با تکیه گاههای ساده است که تحت بارگذاری فشاری یکنواخت قرار گرفته است. هندسه و مشخصات این سازه در شکل ۱۰ ارائه شده است.
از ۱۰۰ المان ۲۰ گرهی در مدلسازی استفاده شده است. از یک لایه المان در راستای ضخامت استفاده شده است. برای مقایسه کد این مثال با مدل نئوهوکین ANSYS مدل شده و نتایج با یکدیگر مقایسه شدند. نتایج حاصل در شکل ۱۱ با نتایج حاصل از مدل ANSYS مقایسه شده است.
در این شکل خیز نسبی مرکز ورق در برابر پارامتر بار (K) برای تحلیل‌های خطی و غیرخطی به تصویر کشیده شده است. همانطور که از شکل دیده می‌شود، جوابها تطابق عالی با نتایج مدل ANSYS دارند.

برای کنترل بخش دینامیکی برنامه، تحلیل دینامیکی همین مثال تحت تاثیر سه مولفه زلزله منجیل انجام شد. جرم واحد حجم مصالح صفحه برابر ۲۰۴ کیلوگرم بر متر مکعب فرض گردید. در شکل ۱۲ تاریخچه زمانی خیز مرکز صفحه با نتایج حاصل از مدل ANSYS برای تحلیل‌های خطی و غیر خطی مقایسه شده است. نتایج تحلیل‌های دینامیکی خطی و غیرخطی کد نگاشته شده تطابق خوبی با نرم افزار ANSYS دارند.

رفتار واقعی سد به تصویر کشیده می‌شود موجبات تحریک بیشتر رفتار غیرخطی هندسی سدهای قوسی خواهد گردید.

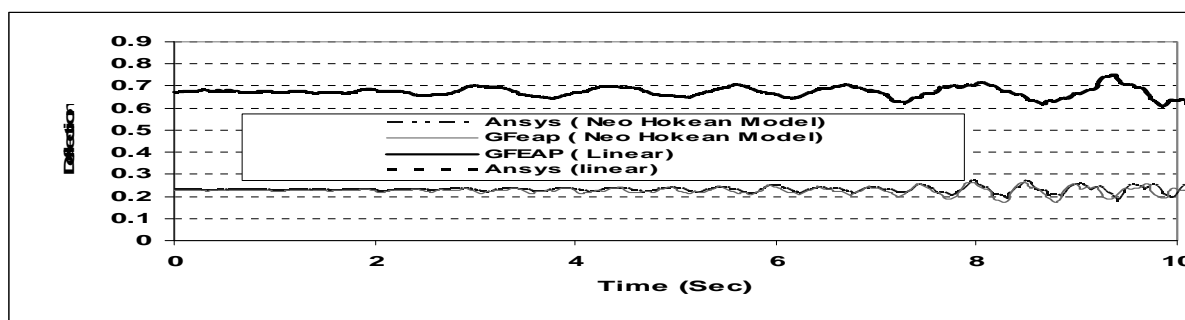
۵. خلاصه و نتیجه گیری

در این مقاله با بررسی رفتار مصالح بتنی و ویژگیهای سدهای بتنی قوسی و ویژگیهای بتن همچون عدم تحمل کرنشهای بزرگ، مدل سنت ونانت-کیرشلف برای مدلسازی رفتار غیرخطی هندسی سدهای بتنی قوسی پیشنهاد گردیده و در کد المان محدود به کار رفته است. نتایج این مدل با نتایج مراجع معتبر صحت سنجی شد. برای مقایسه بیشتر مدل مصالح نئوهوکین نیز در برنامه اعمال و با نتایج نرم افزار ANSYS مقایسه گردید. مدلسازی رفتار غیرخطی هندسی المانهای سازه‌ای همچون تیرها، صفحات و پوسته‌ها با المانهای سه بعدی نتایج بسیار خوبی ارائه کرده و مشکلات همگرایی و مسائل عددی دیگر نیز کاهش یافته است. نتایج تحلیل سد ماروپوینت نشان می‌دهد که صرف احتساب رفتار غیرخطی هندسی می‌تواند تفاوت معنی داری در پاسخ سد ایجاد نماید. با استفاده از مدل سنت ونانت کیرشلف کاهش جابجائیها و تنشهای فشاری اوج و در مقابل افزایش تنشهای کششی اوج در این تحلیل مشاهده شده است. از الگوی انتگرالگیری ۱۴ نقطه ای برای تحلیلهای سه بعدی استفاده شد که با داشتن دقت مناسب منجر به کاهش قابل توجهی در محاسبات می‌شود. علاوه بر بارگذاری دینامیکی زمین لرزه، سدهای بتنی به فرمهای دیگری نیز می‌توانند رفتار تغییر شکل بزرگ از خود نشان دهند. به عنوان نمونه تحت اثر بارگذاریهای استاتیکی می‌توانند دچار لغزش پایه و یا ناپایداریها و جابجائیهای بزرگ در اثر وادهی تکیه‌گاه (همانند سد مالپاسه) گردند. تمامی این موارد توسط نرم‌افزار GFEAP قابل بررسی است. در این مطالعه تنها رفتار غیرخطی هندسی مدل شده است. اگر درزه‌های بدنه سد، انعطاف پذیری پی و رفتار غیرخطی مادی در بدنه سد را در نظر بگیریم، می‌توان انتظار داشت که تفاوتی حاصله به مراتب بیش از ۱۰ درصد خواهند بود. مدلسازی توام رفتار غیرخطی هندسی با رفتار غیرخطی مادی شامل مدل ترک سه بعدی، مدل پلاستیسته، مدل درزه و اندرکنش کامل دینامیکی آب و سازه از برنامه‌های آینده برای تکمیل پروژه می‌باشد.

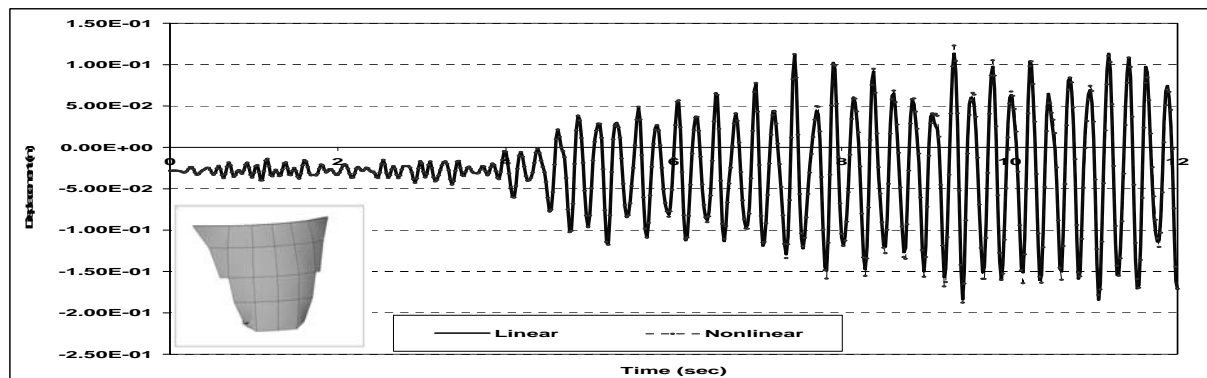
بزرگنمایی دینامیکی بر روی پارامتر مدول الاستیسیته بتن پیشنهاد می‌شود [۱].

در شکل ۱۳ تاریخچه زمانی تغییر مکانهای تاج سد دیده می‌شوند. تغییرات پاسخ رفتار غیرخطی تغییر مکان تاج سد نسبت به تحلیل خطی در طول تاریخچه زمانی برای پاسخهای اوج ۸/۵ درصد می‌باشد. پاسخ تنش‌ها در اشکال ۱۴ و ۱۵ ارائه شده‌اند. این اشکال در حالت کلی نشانگر افزایش تنشهای کششی و کاهش تنشهای فشاری می‌باشد. برای تنشها در راستای قوس، افزایش ۶ درصدی در تنشهای کششی و کاهش ۷/۵ درصد در تنشهای فشاری رویه بالادست سد در بخش میانی سد در محل تاج مشاهده می‌شود (شکل ۱۴). برای تنشهای طره، کاهش ۲ درصد در تنشهای فشاری رویه بالادست سد در محل تاج مشاهده می‌شود و تنشهای کششی تغییری نکرده‌اند (شکل ۱۵).

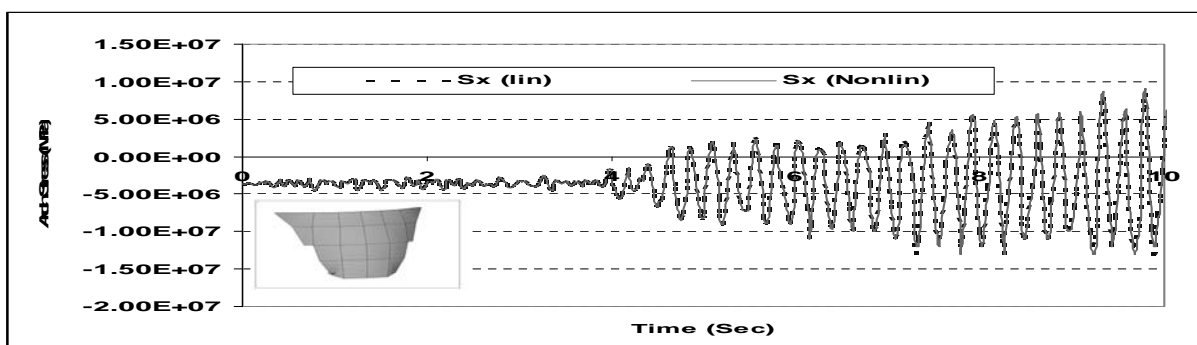
برای المان مجاور پی در راستای قوس تنشهای فشاری اوج تغییر نکرده و تنشهای کششی ۵ درصد افزایش نشان می‌دهند. برای تنشهای در جهت طره تنشهای کششی اوج ۳ درصد افزایش و تنشهای فشاری اوج ۸ درصد کاهش نشان می‌دهند. (اشکال ارائه نشده‌اند). تحت بارگذاری استاتیکی وزن و فشار هیدرواستاتیک مخزن تفاوت معنی داری بین نتایج تحلیلهای خطی و غیرخطی وجود ندارد. در حالت بارگذاری دینامیکی بدون احتساب بار وزن و فشار هیدرواستاتیک نیز تنها تفاوتی در حدود ۰/۵ درصد در پاسخهای اوج مشاهده می‌شود. این تحلیلها نشان می‌دهد که با افزایش شدت بارهای وارده رفتار غیرخطی هندسی پرنگتر خواهد شد. سد ماروپوینت یکی از ایمن ترین و خوش ساخت ترین سدهای قوسی جهان می‌باشد. با در نظر گرفتن سدهای بتنی قوسی دیگر با ارتفاعات بیشتر و ضخامتهای کمتر، تاثیرات احتساب رفتار غیرخطی هندسی بر پاسخ سدهای بتنی قوسی بیشتر خواهد بود. از طرف دیگر در تحلیل حاضر پی مدل نشده و اندرکنش آب و سازه نیز با مدل جرم افزوده و سترگارد مدل شده است. احتساب انعطاف پذیری پی و اندرکنش کامل سد و مخزن موجب واضحتر شدن تاثیرات رفتار غیرخطی هندسی خواهد شد. علاوه بر موارد فوق در این مطالعه تاثیر رفتار غیرخطی مادی مصالح سد و رفتار غیرخطی درزه‌ها دیده نشده است. در نظر گرفتن این عوامل علاوه بر این که



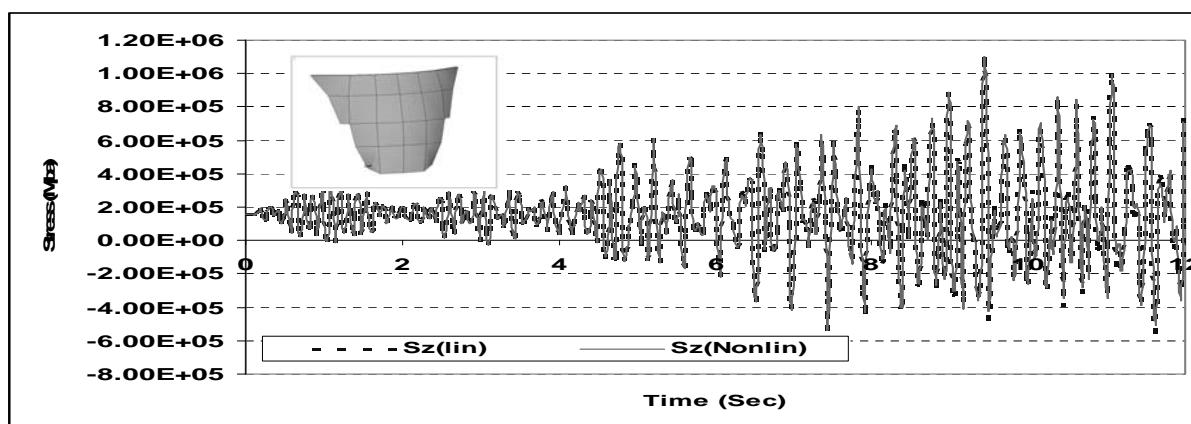
شکل ۱۲. تاریخچه زمانی خیز مرکز صفحه (تحلیل خطی مقایسه با ANSYS مدل نئوهوکین ANSYS و مدل سنت ونانت GFEAP)



شکل ۱۳. تاریخچه زمانی پاسخ تغییر مکان تاج سد



شکل ۱۴. تاریخچه زمانی پاسخ تنشها در راستای قوس در قسمت مرکزی تاج سد



شکل ۱۵. تاریخچه زمانی پاسخ تنشها در راستای طره در قسمت مرکزی تاج سد

۶. مراجع

[5] Mays, J.R., Roehm, L.H., "Effect of Vertical Contraction Joints in Concrete Arch Dams", Computers & Structures, Vol.7, NO.4/5, 1993, PP.615-627.

[6] Lau, D.T., Noruziaan, B., Razaqpur, G., "Modeling of Contraction Joint and Shear Sliding Effects on Earthquake Response of Arch Dams", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 27, 1998, PP.1013-1029.

[7] Hall, J.F., "Efficient Nonlinear Seismic Analysis of Arch Dams", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 27, 1998, PP.1425-1444.

[8] Ahmadi, M.T., Izadinia, M., Bachmann, H., "A Discrete Crack Joint Model for Nonlinear Dynamic Analysis of

[1] NRC, "Earthquake Engineering for Concrete Dams: Design, Performance, and Research Needs", National Research Council, 1990.

[2] Hohberg, J.M., "A Joint Element for the Nonlinear Dynamic Analysis of Arch Dams" ETH Swiss, 1992.

[3] Pedero, J., "Arch Dam on Active Fault Model Analysis of Special Construction Arrangements", Siesmic Congeres of large dam, San Francisco, 1992.

[4] Ahmadi, M.T., Razavi, S., "A Three Dimensional Joint Opening Analysis of an Arch Dam", Computers & Structures, Vol.44, No.1/2, 1992, PP.187-192.

- Plate Elements*", International journal for numerical method in engineering, Vol.37, 1994, PP.1697-1711.
- [23] Polak, M.A., Vecchio, F.J., "Nonlinear analysis of reinforced concrete shells", Journal of Structural Engineering, ASCE. Vol.119, 1993, PP.3439-3461.
- [24] Esmond, Chen, "Nonlinear Geometric, Material and Time Dependent Analysis of Reinforced Concrete Shell with Edge Beams" Report No UCB/SEEM 82/08, Department of civil engineering university of California Berkeley, California, 1982.
- [25] Sathurappan, G., Rajagoplan, N., Krishnamoorthy, C.S., "Nonlinear Finite Element Analysis of Reinforced and Prestressed Concrete Slabs with Reinforcement (Inclusive of Prestressing Steel) Modeled as Discrete Integral Components", Computers and Structures, Vol.44, No.3, 1992, PP. 575-584.
- [26] Roca, P., Mari, A.R., "Numerical Treatment of Prestressing Tendons in Numerical Analysis of Prestressed Concrete Structures I", Computers and Structures Vol.46, No. 5, 1993, PP. 905-916.
- [27] Bathe, K.J., Walczak, J., Welch, A., Mistry, N., "Nonlinear Analysis of Concrete Structures", Computers and Structures, Vol.32, 1989, PP.563-590.
- [28] Belytschko, T., Liu, W.K., Moran, B., "Nonlinear Finite Elements for Continua and Structures", John Wiley & Sons, 2000.
- [29] Bathe, K.J., "Finite Element Procedures", 1996.
- [30] Zienkiewicz, O.C., Taylor, R.L., "The Finite Element Method" Vol 1, The Basis, BH, 2000.
- [31] Bathe, K.J., "ADINA Verification Manual-Nonlinear Problems", 1991.
- [32] Wilson, E.L., "Three-Dimensional Static and Dynamic Analysis of Structures. A Physical Approach with Emphasis on Earthquake Engineering", Computers and Structures, Inc. Berkeley, California, 1995.
- [33] Lin, G., Hu, Z., Xiao, S., Li, J., "Some Problems on the Seismic Design of Large Concrete Dam", 13th World Conference on earthquake engineering, Vancouver, B.C., Canada, August 1-6, 2004.
- Concrete Arch Dam*", Computers & Structures, 79, 2001, PP. 403-420.
- [9] Chuhan, Z., Yanjie, X., Guanglun, W., Feng, J., "Nonlinear Seismic Response of Arch Dams with Contraction Joint Opening and Joint Reinforcements" Earthquake Engineering & Structural Dynamics 2000, 29, PP.1547-1566.
- [10] Olivier, J., Cevera, M., "Seismic Evaluation of Concrete Dams Via Continuum Damage Models", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 1995, Vol.24, PP.1225-1245.
- [11] Faria, R., Oliver, J., Cevera, M., "A Strain-Based Plastic Viscous Damage Model for Massive Concrete Structures", International Journal of Solids Structures, Vol.35, No.14, 1998, PP.1533-1558.
- [12] Lee, J., Fenves, G.L., "A Plastic - Damage Concrete Model for Earthquake Analysis of Dams", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 27, 1998, PP. 937-965.
- [13] Feng, L.M., Pekauo, O.A., "Cracking Analysis of Arch Dams by 3D Boundary Element Method", Journal Of Structural Engineering, Vol.122, No. 6, 1996.
- [14] Espandar, R., Lotfi, V., "Comparison of Non-Orthogonal Smeared Crack and Plasticity Models for Dynamic Analysis of Concrete Arch Dams" computers & Structures, Vol. 81, 2003, Issue 14, PP. 1461-1474.
- [15] Watanabe, H., Razavi, S., "Effect of Joint Opening and Material Nonlinearity on the Seismic Response of Concrete Arch Dam", 12 WCEE 2000.
- [16] Mirzabozorg, G., "Damage Mechanics Approach in Seismic Analysis of Concrete Gravity Dams Including Dam-Reservoir Interaction", European earthquake engineering 3, 2004.
- [17] Mirzabozorg, G., "Non-Linear Behavior of Mass Concrete in Three-Dimensional Problems Using a Smeared Crack Approach", Earthquake Engineering and structural dynamics 2005, 34, PP. 247-269.
- [18] Chang, T-P., Chang, H-C., "Nonlinear Vibration Analysis of Geometrically Nonlinear Shell Structures", Mechanics Research Communication, Vol.27, No.2, 2000, PP. 173-180.
- [19] Youakim, S.A.S., El-metewally, S.E.E., Chen, W.F., "Nonlinear Analysis of Tunnels in Clayey/Sandy Soil with a Concrete Lining", Engineering Structures, 22, 2000, PP. 707-722.
- [20] Khaloo, A.R., Asadpour, N., Horr, A.M., "Full Dynamic Analysis of Tehran Telecommunication Tower, Linear and Nonlinear Responses", The Structural Design Of Tall Building, 10, 2001, PP. 263-281.
- [21] Swaddiwudhipong, S., Liu, Z.S., "Dynamic Response of Large Strain Elastic-Plastic Plate and Shell Structures", Thin-Walled Structures, Vol.26, No.4, 1996, PP.223-239.
- [22] Chin, C.K., Al-bermani, F.G.A., Kitiporvchai, S., "Nonlinear Analysis of Thin -Walled Structures Using