International Journal of Industrial Engineering & Production Management (2014)

Dece 2014, Volume 25, Number 3
pp. 331-341

http://IJIEPM.iust.ac.ir/

Bi-level P-Median Location Model in Hybrid Environment

K. Shahanaghi & M. Mahmoudi *

K. Shahanaghi, *Assistance professor of Industrial Eng-Iran University of Science and Technology*
M. Mahmoudi, *M.S. student of Industrial Eng-Iran University of Science and Technology,*

Keywords

P-median location problem
Hybrid programming
Bi-level programming
Chance constraint programming
Dependent chance programming

ABSTRACT

Location-allocation problem is one of many problems that have application in real world so that many researchers studied about this problem and proposed many models for it. On the other hand, hybrid environment, which randomness and fuzziness appear simultaneously in it, is regarded recently and it can vindicate some of events in real world. In this paper, we studied one of location models called p-median location problem in hybrid environment. We introduced a new hybrid bi-level model using chance constraint programming and dependent chance programming, and proposed a solution method for it. Finally, two numerical examples is proposed.

* Corresponding author. **Kamran Shahanaghi**
Email: *shahanaghi@iust.ac.ir*

نشریه بین المللی مهندسی صنایع و مدیریت تولید
دانشگاه علم و صنعت ایران
IJIE
شمـــــاره ۳، جلـــد ۲۵، آذر ۱۳۹۳
صفحـــــه ۳۴۱-۳۳۲
ISSN: 2008-4870
http://IJIEPM.iust.ac.ir/

مدل مکان‌یابی p -میانه دوسطحی در محیط ترکیبی

کامران شهانقی و مرتضی محمودی

کلمات کلیدی

مسأله مکان‌یابی p -میانه
برنامه‌ریزی ترکیبی
برنامه‌ریزی دوسطحی
برنامه‌ریزی با محدودیت شانس
برنامه‌ریزی وابسته به شانس

چکیده:

مسأله مکان‌یابی و تخصیص از جمله مسائلی است که مصداق‌ها و کاربردهای زیادی در دنیای واقعی دارد لذا توسط پژوهشگران بسیاری مورد بررسی قرار گرفته و مدلهای بسیاری برای آن ارائه شده است. از طرفی محیط ترکیبی که در آن تصادفی بودن و فازی بودن همزمان با هم رخ می‌دهند، اخیراً مورد توجه قرار گرفته است و می‌تواند رفتار برخی از پدیده‌ها را توجیه کند. در این مقاله، به بررسی یکی از مدل‌های مکان‌یابی به نام مدل p - میانه در محیط ترکیبی پرداخته‌ایم و با استفاده از برنامه‌ریزی با محدودیت شانس و برنامه‌ریزی وابسته به شانس یک مدل دوسطحی ترکیبی معرفی و یک روش حل برای آن ارائه داده‌ایم. در پایان، دو مثال عددی برای روشن شدن موضوع ارائه شده است.

۱. مقدمه

مسأله مکان‌یابی و تخصیص در تحقیقات بسیاری مورد بررسی قرار گرفته است. در یک مسأله مکان‌یابی و تخصیص، تعدادی نقطه تقاضا و تعدادی نقطه کاندید استقرار داریم و می‌خواهیم تسهیلاتی در نقاط کاندید استقرار قرار داده و به نقاط تقاضا تخصیص دهیم. نمونه‌هایی از نیاز ما به این کار عبارتند از کمینه‌سازی تعداد تسهیلات مورد نیاز طوری‌که تمام نقاط تقاضا را پوشش دهند (مسأله پوشش مجموعه[۲]) [۱]، حداکثر کردن تقاضایی که می‌تواند توسط تسهیلات برآورده شود (مسأله بیشترین پوشش[۳]) [۲]، کمینه‌سازی بیشترین مسافت بین نقاط تقاضا و تسهیلات (مسأله p -مرکز[۴]) [۳]، کمینه کردن جابجایی (مسافت وزن‌دار) بین نقاط تقاضا و تسهیلات (مسأله p -میانه[۵]) [۴]، کمینه‌سازی هزینه کل [۵] و ... .

تاریخ وصول: ۹۰/۰۳/۲۵
تاریخ تصویب: ۹۱/۹/۲۷

مرتضی محمودی، دانشکده مهندسی صنایع؛ دانشگاه علم و صنعت ایران
mahmoodi@ind.iust.ac.ir
***نویسنده مسئول مقاله: دکتر کامران شهانقی**، دانشیار دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه علم و صنعت ایران، shahanaghi@iust.ac.ir

[2] Set covering problem
[3] Maximal covering
[4] P-center
[5] P-median

در دنیای واقعی هیچ چیز قطعی وجود ندارد و پدیده‌ها همیشه با عدم قطعیت (حتی اندک) همراه هستند. عدم قطعیت گاهی به صورت تصادفی و گاهی به صورت فازی خود را نشان می‌دهند. اما رفتار برخی پدیده‌ها را نمی‌توان بر اساس این دو نوع عدم قطعیت توجیه کرد. در برخی موارد، پدیده‌ها هم دارای خاصیت تصادفی بودن و هم دارای خاصیت فازی بودن هستند. در واقع ترکیبی از این دو نوع عدم قطعیت وجود دارد. به محیطی که دارای این نوع عدم قطعیت است، محیط ترکیبی[۶] گفته می‌شود. همچنین گاهی اتفاق می‌افتد که تقاضا ظاهراً از توزیع خاصی پیروی می‌کند اما به طور کامل بر آن منطبق نیست. یکی از دلایل این امر می‌تواند وجود عدم قطعیت از نوع ترکیبی در تقاضا باشد.

ما در این مقاله به بررسی مدل مکان‌یابی p -میانه در محیط غیرقطعی پرداخته‌ایم. در مدل مورد بررسی، تقاضای نقاط، ترکیبی در نظر گرفته شده است. در محیط ترکیبی، به طور قطعی نمی‌توان یک جواب را به عنوان بهترین معرفی کرد. در این مورد، می‌توان از این روش‌ها استفاده کرد: روش ارزش انتظاری[۷] که ارزش انتظاری محدودیت‌ها یا تابع هدف را محاسبه کرده و مسأله را حل می‌کنیم؛ مدل برنامه‌ریزی با محدودیت شانس[۸] که یک سطح اطمینان از تصمیم‌گیر گرفته و سعی می‌شود مقداری برای تابع هدف بدست آورد که شانس بدست آمدن آن حداقل

[6] Hybrid
[7] Expected Value
[8] Chance Constraint Programming

برابر سطح اطمینان گرفته شده باشد؛ مدل برنامه‌ریزی وابسته به شانس[1] که یک سطح از تابع هدف از تصمیم‌گیر گرفته و سعی می‌شود تا شانس اینکه تابع هدف از این سطح بهتر باشد را بیشینه کند[۶].

همچنین در لیو [۸]، مسأله کمینه کردن ریسک در فضای ترکیبی بیان شده و به عنوان یک مثال، مسأله مکان‌یابی و تخصیص با تقاضای غیرقطعی مورد بررسی قرار گرفته که در بخش ۷ از داده‌های این مثال جهت نشان دادن کارایی مدل استفاده شده است. اما در این مقاله از یک مدل دوسطحی که ترکیبی از دو مدل برنامه‌ریزی با محدودیت شانس و برنامه‌ریزی وابسته به شانس است، استفاده می‌کنیم.

در ادامه به معرفی اجمالی مسأله مکان‌یابی p –میانه می‌پردازیم. سپس در بخش ۳ مروری بر محیط ترکیبی داریم. در بخش ۴ مسأله مکان‌یابی p –میانه را به محیط ترکیبی برده و به دو صورت برنامه‌ریزی با محدودیت شانس و برنامه‌ریزی وابسته به شانس مدل می‌کنیم. در بخش ۵ مدل جدید را که ترکیبی از دو مدل برنامه‌ریزی با محدودیت شانس و برنامه‌ریزی وابسته به شانس است معرفی کرده و در بخش ۶ روش حل مدل ارائه شده را بیان می‌کنیم. در پایان برای نشان دادن کارایی مدل ارائه شده، در بخش ۷ دو مثال عددی ارائه و حل می‌کنیم.

۲. مسأله مکان‌یابی p –میانه

در مورد مسأله مکان‌یابی p -میانه، مفروضات زیر در نظر گرفته می‌شود:می‌خواهیم p تسهیل در نقاط کاندید، مستقر کنیم؛ ظرفیت تسهیلات نامحدود است؛ تسهیلات خوشایند هستند یعنی نزدیک بودن به آن‌ها مطلوب‌تر است؛ هر نقطه تقاضا فقط می‌تواند از یک تسهیل سرویس بگیرد ولی هر تسهیل می‌تواند به چند نقطه تقاضا سرویس بدهد.

مسأله مکان‌یابی p -میانه با ویژگی‌های فوق که هدف آن کمینه‌سازی مسافت وزن‌دار بین نقاط تقاضا و تسهیلات است، به صورت زیر مدل می‌شود[۵]:

$$
\begin{aligned}
Min:\ & \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} h_i y_{ij} d_{ij} \\
s.t:\ & \\
& \sum_{j=1}^{n} y_{ij} = 1 \quad \forall i \\
& y_{ij} \le x_j \quad \forall i,j \\
& \sum_{j=1}^{n} x_j = p \\
& x_i, y_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall i,j
\end{aligned}
\qquad (۱)
$$

که در آن، h_i تقاضای نقطه i ، d_{ij} فاصله نقطه تقاضای i از نقطه کاندید استقرار j ، p تعداد تسهیلاتی که باید مکانیابی شوند، x_j برابر ۱ است اگر تسهیلی در نقطه کاندید استقرار j قرار داده شود در غیراینصورت برابر صفر است، y_{ij} برابر ۱ است اگر تسهیل j به نقطه تقاضای i تخصیص یابد درغیراینصورت برابر صفر است، m تعداد نقاط تقاضا، و n تعداد نقاط کاندید استقرار است.

مجموعه محدودیت‌های اول بیان می‌کند که هر نقطه تقاضا فقط می‌تواند از یک تسهیل سرویس بگیرد؛ مجموعه محدودیت‌های دوم بر این موضوع دلالت دارد که تخصیص نقطه کاندید استقرار به نقاط تقاضا زمانی امکان‌پذیر است که در آن نقطه کاندید، تسهیلی مستقر شده باشد؛ محدودیت سوم، تعداد تسهیلاتی که باید مستقر شوند را نشان می‌دهد؛ و محدودیت‌های چهارم نشان دهنده صفر و یک بودن متغیرهای تصمیم است.

۳. مروری بر فضای ترکیبی

در بسیاری از موارد، فازی بودن و تصادفی بودن به طور همزمان در یک سیستم آشکار می شوند. برای توصیف این پدیده، متغیر فازی تصادفی[2] توسط واکرناک[3] به عنوان یک عنصر تصادفی در متغیر فازی معرفی شد. متغیر تصادفی فازی[4] توسط لیو به عنوان یک عنصر فازی در متغیر تصادفی ارائه شد.

به صورت کلی، یک متغیر ترکیبی، یک تابع قابل اندازه‌گیری از یک فضای شانس به مجموعه اعداد حقیقی است. متغیرهای فازی تصادفی و متغیرهای تصادفی فازی نمونه‌هایی از متغیرهای ترکیبی هستند. برای اندازه‌گیری پیشامدهای ترکیبی، مفهوم پیمانه شانس توسط لی و لیو معرفی شد. بعد از آن، یک چارچوب کلی از برنامه‌ریزی ترکیبی توسط لیو ارائه گردید. [۶]

تعریف: فرض کنید $(\Theta,\mathcal{P},\mathrm{Cr})$ یک فضای اعتبار و $(\Omega,\mathcal{A},\mathrm{Pr})$ یک فضای احتمال باشد. حاصلضرب $(\Theta,\mathcal{P},\mathrm{Cr})\times(\Omega,\mathcal{A},\mathrm{Pr})$ فضای شانس نامیده می‌شود. اگر Λ یک پیشامد در فضای شانس باشد، دراینصورت پیمانه شانس برای این پیشامد به صورت زیر تعریف می‌شود: [۶]

$$
Ch\{\Lambda\} = \begin{cases}
\sup\limits_{\theta\in\Theta} \left(Cr\{\theta\} \wedge \Pr\{\Lambda(\theta)\}\right) \\
\qquad if \ \sup\limits_{\theta\in\Theta} \left(Cr\{\theta\} \wedge \Pr\{\Lambda(\theta)\}\right) < 0.5 \\
1 - \sup\limits_{\theta\in\Theta} \left(Cr\{\theta\} \wedge \Pr\{\Lambda^c(\theta)\}\right) \\
\qquad if \ \sup\limits_{\theta\in\Theta} \left(Cr\{\theta\} \wedge \Pr\{\Lambda(\theta)\}\right) \ge 0.5
\end{cases}
\qquad (۲)
$$

[1] Dependent Chance Programming

[2] fuzzy random

[3] Kwakernaak

[4] random fuzzy

که در آن Cr پیمانه اعتبار است و می‌توان آنرا به صورت زیر تعریف کرد:

$$Cr\{\theta\} = \frac{\mu(\theta)}{2} \quad (۳)$$

که μ تابع عضویت متغیر فازی θ است. با استفاده از معادلات (۲) و (۳)، می‌توانیم شانس پیشامد Λ را به صورت زیر بنویسیم:

$$Ch\{\Lambda\} = \begin{cases} \sup_{\theta\in\Theta} \left(\frac{\mu(\theta)}{2} \wedge \Pr\{\Lambda(\theta)\}\right) \\ \qquad if \ \sup_{\theta\in\Theta} \left(\frac{\mu(\theta)}{2} \wedge \Pr\{\Lambda(\theta)\}\right) < 0.5 \\ 1 - \sup_{\theta\in\Theta} \left(\frac{\mu(\theta)}{2} \wedge \Pr\{\Lambda^c(\theta)\}\right) \\ \qquad if \ \sup_{\theta\in\Theta} \left(\frac{\mu(\theta)}{2} \wedge \Pr\{\Lambda(\theta)\}\right) \geq 0.5 \end{cases} \quad (۴)$$

۴. مدل مکان‌یابی p –میانه با تقاضای ترکیبی

قبل از معرفی مدل مکان‌یابی p –میانه در محیط ترکیبی، اجازه دهید مروری بر دو مدل برنامه‌ریزی با محدودیت شانس و برنامه‌ریزی وابسته به شانس داشته باشیم.
فرض کنید مسأله برنامه‌ریزی ترکیبی زیر را داریم:

$$\begin{aligned} &Min \quad f(x,\xi) \\ &s.t: \\ &\qquad g(x,\xi) \leq 0 \end{aligned} \quad (۵)$$

که در آن ξ بردار ترکیبی است. مدل برنامه‌ریزی با محدودیت شانس ترکیبی برای این مسأله به صورت زیر است. [۶]

$$\begin{aligned} &Min \quad \bar{f} \\ &s.t: \\ &\qquad Ch\{f(x,\xi) \leq \bar{f}\} \geq \alpha \\ &\qquad g(x,\xi) \leq 0 \end{aligned} \quad (۶)$$

که در آن، α سطح اطمینان برقراری شرط $f(x,\xi) \leq \bar{f}$ (قابلیت اطمینان[1]) است که از تصمیم‌گیر گرفته می‌شود و هدف، کمینه‌سازی $\bar{f}$ است. همچنین مدل برنامه‌ریزی وابسته به شانس ترکیبی برای مسأله (۲) به صورت زیر است. [۶]

$$\begin{aligned} &Max \quad Ch\{f(x,\xi) \leq \bar{f}\} \\ &s.t: \\ &\qquad g(x,\xi) \leq 0 \end{aligned} \quad (۷)$$

که در آن، $\bar{f}$ سطحی از تابع هدف است که توسط تصمیم‌گیر داده می‌شود، و هدف این مدل، بیشینه‌سازی شانس اینست که تابع هدف از مقدار داده شده $\bar{f}$ کمتر باشد.
با توجه به مدل (۶)، مدل برنامه‌ریزی با محدودیت شانس ترکیبی برای مسأله (۱) به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} &Min \quad \bar{f} \\ &\quad s.t: \\ &\qquad Ch\left\{\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} h_i y_{ij} d_{ij} \leq \bar{f}\right\} \geq \alpha \\ &\qquad \sum_{j=1}^{n} y_{ij} = 1 \quad \forall i \\ &\qquad y_{ij} \leq x_j \quad \forall i,j \\ &\qquad \sum_{j=1}^{n} x_j = p \\ &\qquad x_i, y_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall i,j \end{aligned} \quad (۸)$$

که در آن، α سطح اطمینان برقراری شرط $\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} h_i y_{ij} d_{ij} \leq \bar{f}$ (قابلیت اطمینان) است که از تصمیم‌گیر گرفته می‌شود و هدف، کمینه‌سازی $\bar{f}$ است.
با توجه به مدل (۷)، مدل برنامه‌ریزی وابسته به شانس ترکیبی برای مسأله (۱) به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} &Max \quad Ch\left\{\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} h_i y_{ij} d_{ij} \leq \bar{f}\right\} \\ &\quad s.t: \\ &\qquad \sum_{j=1}^{n} y_{ij} = 1 \quad \forall i \\ &\qquad y_{ij} \leq x_j \quad \forall i,j \\ &\qquad \sum_{j=1}^{n} x_j = p \\ &\qquad x_i, y_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall i,j \end{aligned} \quad (۹)$$

که در آن، $\bar{f}$ یک سطح تابع هدف است که توسط تصمیم‌گیر داده می‌شود، و هدف این مدل، بیشینه‌سازی شانس اینست که مجموع مسافت وزن‌دار (جابجایی) بین نقاط تقاضا و تسهیلات مستقر شده، از مقدار داده شده $\bar{f}$ کمتر باشد.
از جمله مشکلاتی که دو مدل (۸) و (۹) دارند اینست که تکیه زیادی بر تصمیم‌گیر دارند و اگر تصمیم‌گیر آشنایی مناسبی با محیط و مسأله نداشته باشد، منجر به جواب‌هایی ناپذیرفتنی

[1] reliability

توسط تصمیم‌گیر می‌شوند. برای رفع این مشکل، در مدل جدید از ترکیب دو مدل (۸) و (۹) استفاده کرده ایم. در ادامه به معرفی این مدل می‌پردازیم.

۵. طراحی مدل جدید مکان‌یابی p –میانه در محیط ترکیبی

این مدل که ترکیبی از دو مدل (۸) و (۹) است، به صورت برنامه‌ریزی دو سطحی فرموله می‌شود که کمینه‌سازی $\bar{f}$ در سطح اول و بیشینه‌سازی α در سطح دوم قرار می‌گیرد. در واقع با ارائه این مدل می‌خواهیم از مقداردهی شخصی تصمیم‌گیر به مؤلفه‌های $\bar{f}$ و α جلوگیری کنیم و کاری کنیم که این پارامترها متناسب با هم و به صورت بهینه توسط مدل بدست آیند.

برای ترکیب این دو مدل، ابتدا باید کاری کنیم که محدودیت‌های آن‌ها یکسان شوند. برای این کار در مدل برنامه‌ریزی وابسته به شانس، تابع هدف را وارد محدودیت‌ها می‌کنیم. در اینصورت داریم:

$$
\begin{aligned}
& Max \quad \alpha \\
& s.t: \\
& \qquad Ch\left\{\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} h_i y_{ij} d_{ij} \le \bar{f}\right\} \ge \alpha \\
& \qquad \sum_{j=1}^{n} y_{ij} = 1 \quad \forall i \\
& \qquad y_{ij} \le x_j \quad \forall i,j \\
& \qquad \sum_{j=1}^{n} x_j = p \\
& \qquad x_i, y_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall i,j
\end{aligned}
\tag{۱۰}
$$

حال که محدودیت‌ها در هر دو مدل برنامه‌ریزی با محدودیت شانس و برنامه‌ریزی وابسته به شانس یکی شدند، کمینه‌سازی $\bar{f}$ را در سطح اول تابع هدف و بیشینه‌سازی α را در سطح دوم تابع هدف قرار می‌دهیم. چراکه هدف ما یافتن جوابی است که $\bar{f}$ را کمینه کند طوریکه شانس رسیدن به این مقدار کمینه، حداکثر باشد. مدل (۱۱) این مدل را نشان می‌دهد.

$$
\begin{aligned}
& Min \quad \bar{f} \\
& Max \quad \alpha \\
& s.t: \\
& \qquad Ch\left\{\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} h_i y_{ij} d_{ij} \le \bar{f}\right\} \ge \alpha \\
& \qquad \sum_{j=1}^{n} y_{ij} = 1 \quad \forall i \\
& \qquad y_{ij} \le x_j \quad \forall i,j \\
& \qquad \sum_{j=1}^{n} x_j = p \\
& \qquad x_i, y_{ij} \in \{0,1\}
\end{aligned}
\tag{۱۱}
$$

همانطور که از مدل برمی‌آید، پارامترهایی که در دو مدل برنامه‌ریزی با محدودیت شانس و برنامه‌ریزی وابسته به شانس از تصمیم‌گیر گرفته می‌شوند، در این مدل به صورت متغیر در نظر گرفته شده و توسط مدل، متناسب با هم و به صورت بهینه بدست می‌آیند.

در ادامه، یک روش برای حل این مدل ارائه شده است.

۶. روش حل

روشی که برای حل مدل (۱۱) پیشنهاد می‌شود، ترکیب دو سطح اول و دوم است. در حقیقت این روش، برداشتی از روش جستجوی شبکه‌ای[1] در برنامه‌ریزی دوسطحی است که از یک ترکیب خطی از دوسطح به عنوان تابع هدف استفاده می‌کند [۷].

در ادامه، روش ترکیب کردن دو سطح، بیان خواهد شد.

مسأله زیر را در نظر بگیرید.

$$
\begin{aligned}
& f_\alpha = Min \quad \bar{f} \\
& s.t: \\
& \qquad Ch\left\{\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} h_i y_{ij} d_{ij} \le \bar{f}\right\} \ge \alpha \\
& \qquad \sum_{j=1}^{n} y_{ij} = 1 \quad \forall i \\
& \qquad y_{ij} \le x_j \quad \forall i,j \\
& \qquad \sum_{j=1}^{n} x_j = p \\
& \qquad x_i, y_{ij} \in \{0,1\}
\end{aligned}
\tag{۱۲}
$$

اگر $\alpha_1 \le \alpha_2$ ، در اینصورت فضای جواب در حالتیکه $\alpha = \alpha_1$ بزرگتر از فضای جواب در حالت $\alpha = \alpha_2$ است. لذا f_{α_1} بدتر از f_{α_2} نیست؛ یعنی، با توجه به اینکه مسأله کمینه‌سازی است، اگر $\alpha_1 \le \alpha_2$ آنگاه $f_{\alpha_1} \le f_{\alpha_2}$. در اینصورت با توجه به $\alpha \le 1$ داریم : $f_\alpha \le f_1$. با توجه به این موضوع، در مسأله فوق، اگر شرط کوچکتر بودن از f_1 را برای $\bar{f}$ قرار دهیم، یعنی بجای اینکه تعداد زیادی از $\bar{f}$ ها را بررسی کنیم، $\bar{f}$ هایی را بررسی کنیم که از f_1 کوچکترند (تحدید مجموعه $\bar{f}$ ها)، در جواب مسأله تغییری ایجاد نمی‌شود؛ چراکه مقدار بهینه $\bar{f}$ ها (یعنی f_α) از f_1 کوچکتر است. همچنین از تصمیم‌گیر می‌خواهیم که سطحی از α که بدتر از آن را نمی‌پذیرد، مشخص کند. این مقدار α را α_w $(\alpha_w < 1)$ و f_α متناظر با آن را f_w می‌نامیم. باز هم از تحدید مجموعه $\bar{f}$ ها استفاده می‌کنیم و $\bar{f}$ هایی را بررسی می‌کنیم که از f_w بیشتر باشند.

[1] Grid Search

پس کار را با $f_w \le \bar{f} \le f_1$ ادامه می‌دهیم. از این شرط نتیجه می‌شود که $f_1 - \bar{f} \ge 0$ و $f_1 - \bar{f} \le f_1 - f_w$. با ترکیب این دو نامساوی و با توجه به اینکه $f_w \le f_1$ (چون $\alpha_w < 1$) داریم:

$$0 \le f_1 - \bar{f} \le f_1 - f_w \overset{f_1 - f_w > 0}{\Rightarrow} 0 \le \frac{f_1 - \bar{f}}{f_1 - f_w} \le 1 \qquad (۱۳)$$

هدف اینست که $\bar{f}$ کاهش یابد، لذا $\frac{f_1 - \bar{f}}{f_1 - f_w}$ افزایش می‌یابد.

با توجه به آنچه گفته شد، تابع هدف مدل اصلی به صورت زیر است:

$$\left.\begin{array}{l} Max \ \left\{\frac{f_1 - \bar{f}}{f_1 - f_w}\right\} \ \& \ 0 \le \frac{f_1 - \bar{f}}{f_1 - f_w} \le 1 \\ Max \ \{\alpha\} \ \& \ 0 \le \alpha \le 1 \end{array}\right\} \qquad (۱۴)$$
$$\overset{0 \le \lambda \le 1}{\Rightarrow} \ Max \ \lambda \frac{f_1 - \bar{f}}{f_1 - f_w} + (1-\lambda)\alpha$$

در اینصورت مدل دو سطحی (۱۱) به مدل یک سطحی زیر تبدیل می‌شود:

$$\begin{array}{l} Max \ \lambda \frac{f_1 - \bar{f}}{f_1 - f_w} + (1-\lambda)\alpha \\ s.t: \\ \qquad Ch\left\{\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} h_i y_{ij} d_{ij} \le \bar{f}\right\} \ge \alpha \\ \qquad \sum_{j=1}^{n} y_{ij} = 1 \quad \forall i \\ \qquad y_{ij} \le x_j \quad \forall i, j \\ \qquad \sum_{j=1}^{n} x_j = p \\ \qquad \alpha \ge \alpha_w \\ \qquad x_j, y_{ij} \in \{0,1\} \end{array} \qquad (۱۵)$$

که در آن، α_w حداقل سطح قابلیت اطمینان قابل قبول برای تصمیم‌گیر، f_1 حداکثر مقدار $\bar{f}$ (جواب مسأله (۱۲) به ازای $\alpha = 1$)، و f_w حداقل مقدار $\bar{f}$ (جواب مسأله (۱۲) به ازای $\alpha = \alpha_w$) است.

با مقدار دادن به λ می‌توان به ترکیب مناسبی از $\bar{f}$ و α دست یافت. البته، با درنظر گرفتن ترتیب و اولویت سطوح در مسأله (۱۱)، باید وزن $\frac{f_1 - \bar{f}}{f_1 - f_w}$ بیشتر از وزن α در تابع هدف مسأله (۱۵) باشد. لذا باید مقدار λ را بین ۰/۵ و ۱ انتخاب نمود.

یادآور می‌شویم در مدل p –میانه ترکیبی مورد بحث در این مقاله، تقاضای نقاط (h_i) به ازای هر i یک متغیر ترکیبی در نظر گرفته شده است. فرض کنید Θ_i مجموعه پشتیبان پارامتر فازی متغیر h_i باشد. لذا برای هر تحقق $\theta_i \in \Theta_i$، $h_i(\theta_i)$ یک متغیر احتمالی است.

برای m تایی مرتب $(\theta_1, \theta_2, \cdots, \theta_m) \in \Theta_1 \times \Theta_2 \times \cdots \times \Theta_m$ تعریف می‌کنیم:

$$\mu(\theta_1, \theta_2, \cdots, \theta_m) = \min_i \quad \mu_i(\theta_i) \qquad (۱۶)$$

لذا شانس برقراری شرط $\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} h_i y_{ij} d_{ij} \le \bar{f}$ به صورت زیر است.

$$Ch\left\{\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} h_i y_{ij} d_{ij} \le \bar{f}\right\} = \begin{cases} \sup\limits_{\substack{(\theta_1,\theta_2,\cdots,\theta_m)\in \\ \Theta_1\times\Theta_2\times\cdots\times\Theta_m}} \left(\left(\min\limits_i \ \frac{\mu_i(\theta_i)}{2}\right) \wedge \Pr\left\{\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} h_i(\theta_i) y_{ij} d_{ij} \le \bar{f}\right\}\right) \\ \quad if \ \sup\limits_{\substack{(\theta_1,\theta_2,\cdots,\theta_m)\in \\ \Theta_1\times\Theta_2\times\cdots\times\Theta_m}} \left(\left(\min\limits_i \ \frac{\mu_i(\theta_i)}{2}\right) \wedge \Pr\left\{\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} h_i(\theta_i) y_{ij} d_{ij} \le \bar{f}\right\}\right) < 0.5 \\ 1 - \sup\limits_{\substack{(\theta_1,\theta_2,\cdots,\theta_m)\in \\ \Theta_1\times\Theta_2\times\cdots\times\Theta_m}} \left(\left(\min\limits_i \ \frac{\mu_i(\theta_i)}{2}\right) \wedge \Pr\left\{\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} h_i(\theta_i) y_{ij} d_{ij} > \bar{f}\right\}\right) \\ \quad if \ \sup\limits_{\substack{(\theta_1,\theta_2,\cdots,\theta_m)\in \\ \Theta_1\times\Theta_2\times\cdots\times\Theta_m}} \left(\left(\min\limits_i \ \frac{\mu_i(\theta_i)}{2}\right) \wedge \Pr\left\{\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} h_i(\theta_i) y_{ij} d_{ij} \le \bar{f}\right\}\right) \ge 0.5 \end{cases} \qquad (۱۷)$$

از آنجاییکه مسأله قطعی NP-Hard است، لذا طبیعی است که حالت ترکیبی آن دارای پیچیدگی بیشتری باشد. وقتی ابعاد مسأله بزرگتر باشد، امکان حل به کمک روش‌های دستی وجود ندارد و لازم است از روش‌های هیوریستیک و متاهیوریستیک استفاده نماییم. در ادامه، یک مثال عددی برای بیان کارایی روش ارائه شده بیان می‌شود. ولی قبل از آن، الگوریتم ژنتیکی که برای حل این مثال استفاده شده است، بیان می‌شود. در ادامه به صورت اجمالی این الگوریتم معرفی شده است.

۷. الگوریتم ژنتیک

در این قسمت به توضیح و تشریح الگوریتم ژنتیک به کار برده شده در این مقاله جهت حل مدل (۱۵) پرداخته می‌شود.

۷-۱. معرفی کروموزوم‌ها

کروموزوم‌ها در این الگوریتم، نه رمزنگاری می‌شوند و نه رمزگشایی. بلکه به جای هر ژن، اندیس نقطه کاندید استقرار قرار داده می‌شود. در واقع، تعداد ژن‌های هر کروموزوم برابر است با تعداد نقاط تقاضا به اضافه ۲. در ژن‌های ابتدایی، شماره نقاطی که تسهیل در آن استقرار می‌یابد، قرار می‌گیرد تا مشخص شود که هر نقطه تقاضا به کدام تسهیل تخصیص می‌یابد. در ژن بعدی، عددی به تصادف قرار می‌گیرد که نشان‌دهنده مقدار تابع هدف برای تخصیص فوق الذکر است. و در ژن پایانی، شانس اینکه تخصیص فوق الذکر به مقدار تابع هدف فوق برسد را نشان می‌دهد. برای بدست آوردن این شانس، از رابطه (۱۷) استفاده می‌شود.

۷-۲. جمعیت اولیه

برای تولید جمعیت اولیه از مقداردهی تصادفی هوشمند به ژن‌های اولیه و محاسبه مقدار تابع هدف و شانس آن در دو ژن آخر استفاده می‌شود. منظور از مقداردهی تصادفی هوشمند اینست که به طورتصادفی p محل از نقاط تقاضا انتخاب و تسهیلات در آنجا مستقر می‌شوند. سپس هر نقطه تقاضا به نزدیک‌ترین تسهیل تخصیص داده می‌شود. کد تولید تصادفی هوشمند جمعیت اولیه به صورت زیر است:

```
function ip = Initial Population (nop, nof)
% nop : number of nodes
% nof : number of facilities
% sof : Set of facilities
sof = Generate random nodes for facilities
through demand;
for i=1:nop
    if i is in sof
        ip(i) = i;
    else
        ip(i) = nearest facility node to node i;
    end
end
```

اگر کروموزوم تولید شده شدنی بود، به جمعیت اولیه اضافه می‌شود. جمعیت اولیه سه برابر جمعیت در هر دور اجرای الگوریتم می‌باشد.

۷-۳. تست شدنی بودن

فقط کروموزوم‌های شدنی می‌توانند وارد جمعیت شده و در عملیات‌های الگوریتم شرکت کنند. لذا لازم است پس از تولید کروموزوم، شدنی بودن آن بررسی شود.

جهت انجام تست شدنی بودن یک کروموزوم، باید موارد زیر رعایت شوند:

الف) کروموزوم باید محدودیت شانس را رعایت کند؛

ب) مقدار α باید از α_w بیشتر باشد؛

دراینصورت است که جواب شدنی بودن کروموزوم، مثبت است.

لازم به ذکر است با توجه به نوع تولید جمعیت اولیه و همچنین روش عملیات‌های تقاطع و جهش که در ادامه توضیح داده می‌شوند، نیازی به بررسی تعداد تسهیلات استقرار یافته در کروموزوم‌ها جهت تست شدنی بودن نمی‌باشد.

۷-۴. تابع ارزیابی

تابع ارزیابی در این الگوریتم همان تابع هدف مسأله می‌باشد. در این تابع، مقدار $\bar{f}$ و α به ترتیب مقادیر دو ژن آخر است.

۷-۵. فرآیند انتخاب والد

در فرآیند انتخاب والد، جهت انتخاب والد برای شرکت در عملیات تقاطع، از انتخاب تصادفی استفاده می‌شود.

۷-۶. عملیات تقاطع

از عملیات تقاطع جهت تولید فرزند از والد استفاده می‌شود. طبق فرآیند انتخاب والد، یک جفت والد انتخاب می‌شود. برای انجام عملیات تقاطع، به صورت تصادفی یکی از دو روش تقاطع تک نقطه یا دو نقطه به کار برده می‌شود.

جهت تسریع در روند اجرای الگوریتم، پس از انجام عملیات تقاطع، فرزندان تولید شده بروز می‌شوند. چراکه پس از انجام عملیات تقاطع، امکان دارد تعداد تسهیلات مستقر شده برابر p نباشد و لذا عملیات باید تکرار شود اما در بروز رسانی فرزندان، تعداد تسهیلات برابر p شده و تغییرات لازم اعمال می‌شود. کد بروز رسانی فرزند تولید شده به صورت زیر است:

```
function nc = new child (c, sof, nof, nofs)
% c : child
% sof : set of facilities
% nofs : number of facilities in set
% nof : number of facilities
if nofs > nof
    for k=1:(nofs-nof)
        Select randomly two sites and replace
        one of them with another;
    end
elseif nofs < nof
```

```
    for k=1:(nof-nofs)
        Select randomly a facility site (fs) and
        a non-facility site (nfs). Then, set a
        facility in nfs and change allocations
        from fs to nfs alternately;
    end
else
    Child c is ok;
end
```

برای هر یک از کروموزوم‌های جدید، مقدار تابع هدف محاسبه شده و در ژن ماقبل آخر قرار می‌گیرد. همچنین شانس دستیابی به این مقدار تابع هدف برای هر کروموزوم در ژن آخر قرار می‌گیرد. پس از انجام تست شدنی بودن, کروموزوم‌های شدنی وارد جمعیت می‌شود.

۷-۷. عملیات جهش

در عملیات جهش، به صورت تصادفی یکی از سه روش جهش تک نقطه‌ای، دو نقطه‌ای و سه نقطه‌ای بر روی کروموزوم‌های حاصل از عملیات تقاطع با یک نرخ جهش مشخص انجام می‌گیرد. برای نمونه در جهش دو نقطه‌ای، دو عدد تصادفی متفاوت که نشان‌دهنده شماره دو ژن است تولید شده و آن ژن‌ها با دو عدد تصادفی دیگر که نشان‌دهنده شماره دو نقطه است، جایگزین می‌شوند. سپس این کروموزوم جدید بروز شده و همانند قبل، ژن‌های ماقبل آخر و آخر نیز تکمیل می‌شوند. شدنی بودن این کروموزوم جدید بررسی شده و اگر شدنی باشد، به جمعیت جدید افزوده می‌شود.

۷-۸. فرآیند انتخاب جمعیت

جمعیت قبلی (والد) و جمعیت جدید (فرزند) که حاصل عملیات تقاطع و عملیات جهش با نرخ جهش مشخص بر روی جمعیت فرزند است، لیستی را تشکیل می‌دهند. این لیست بر اساس تابع ارزیابی به صورت نزولی مرتب شده و سپس به تعداد جمعیت مورد نظر از ابتدای لیست انتخاب می‌شود. این جمعیت به عنوان جمعیت والد وارد دور بعدی الگوریتم می‌شود.

۷-۹. معیار توقف

برای متوقف شدن الگوریتم، دو شرط قرار داده می‌شود:

الف) به اتمام رسیدن تعداد تکرارهای الگوریتم،

ب) عدم تغییر بهترین جواب در تعداد تکرارهای مشخص شده.

در پایان، کروموزوم با بیشترین مقدار تابع ارزیابی در جمعیت آخر، به عنوان جواب انتخاب می‌شود.

برای حل مدل (۱۲) نیز از همین الگوریتم استفاده می‌شود با این تفاوت که تابع ارزیابی همان $\bar{f}$ است که کمترین مقدار آن مطلوب است. در این حالت به جای α ، مقدار از پیش تعیین شده برای آن قرار می‌گیرد.

در ادامه، دو مثال عددی برای بیان کارایی روش ارائه شده بیان شده است.

۸. مثال‌های عددی

برای نشان دادن کارایی مدل ارائه شده، دو مثال ارائه شده است. مثال اول: مثال به کار برده شده در لیو [۸] را بوسیله (۱۱) مدل و با روش ارائه شده حل کرده و جواب را با لیو مقایسه می‌کنیم. این مسأله به صورت زیر است.

فرض کنید ۱۰ نقطه تقاضا داریم و می‌خواهیم ۵ تسهیل در آن‌ها مستقر کنیم. مکان و میزان تقاضای نقاط تقاضا در جدول ۱ آورده شده است.

جدول ۱. مختصات و تقاضای نقاط نقاضا

ردیف	مختصات	تقاضا
۱	(۱۵، ۲۴)	$x_1 \sim U(5,6)$ طوریکه (x_1-2, x_1, x_1+1)
۲	(۱۶، ۱۴)	$x_2 \sim U(5,6)$ طوریکه (x_2-1, x_2, x_2+2)
۳	(۲۵، ۱۴)	$x_3 \sim U(4,5)$ طوریکه (x_3-1, x_3, x_3+2)
۴	(۲۳، ۱۶)	$x_4 \sim U(7,8)$ طوریکه (x_4-1, x_4, x_4+2)
۵	(۱۳، ۱۶)	$x_5 \sim U(7,8)$ طوریکه (x_5-1, x_5, x_5+2)
۶	(۲۰، ۱۸)	$x_6 \sim U(6,7)$ طوریکه (x_6-2, x_6, x_6+1)
۷	(۲۶، ۳۰)	$x_7 \sim U(6,7)$ طوریکه (x_7-1, x_7, x_7+2)
۸	(۲۶، ۲۰)	$x_8 \sim U(5,6)$ طوریکه (x_8-1, x_8, x_8+2)
۹	(۱۲، ۱۴)	$x_9 \sim U(8,9)$ طوریکه (x_9-1, x_9, x_9+2)
۱۰	(۲۳، ۱۲)	$x_{10} \sim U(8,9)$ طوریکه $(x_{10}-1, x_{10}, x_{10}+2)$

که در آن (a,b,c) نشان‌دهنده عدد فازی مثلثی و $U(a,b)$ نشان‌دهنده توزیع یکنواخت بر بازه (a,b) است. همچنین فرض کنید تصمیم‌گیر خواهان جوابی با شانس حداقل ۰/۷ است. یعنی داریم $\alpha_w = 0.7$.

مقادیر f_1 و $f_{0.7}$ را با استفاده از مدل (۱۲) به ترتیب با $\alpha = 1$ و $\alpha = 0.7$ بدست می‌آوریم. این مقادیر به صورت زیر هستند.

$$f_1 = 108.52 \quad , \quad f_{0.7} = 103.8 \qquad (۱۸)$$

در اینصورت تابع هدف مدل (۱۵) برای این مثال به صورت زیر است.

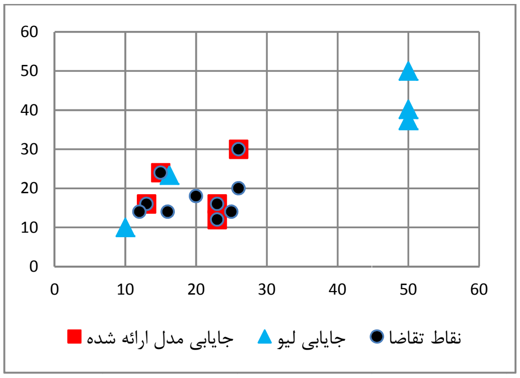
$$\lambda \frac{108.52-\bar{f}}{4.72}+(1-\lambda)\times\alpha \qquad (19)$$

جواب مسأله به ازاء مقادیر λ مختلف در جدول ۲ ارائه شده است. هر چه مقدار λ بیشتر باشد، مسأله سعی در کمتر کردن مقدار α و افزایش مقدار $\bar{f}$ دارد. به همین دلیل، برای مقادیر λ بیشتر از ۰/۸ ، جواب مسأله در $\alpha = 0.7$ توقف می‌کند چراکه تصمیم‌گیر مقدار شانس بیشتر از ۰/۷ را خواسته است. لذا از آوردن مقادیر بیشتر از ۰/۸ برای λ در جدول صرف نظر کرده‌ایم.

جدول ۲. جواب مثال ارائه شده به ازاء λ های مختلف

λ	$\bar{f}$	α
۰/۵	۱۰۴/۰۱	۰/۷۴۳
۰/۶	۱۰۳/۹۳	۰/۷۲۳
۰/۷	۱۰۳/۹	۰/۷۰۵
۰/۸	۱۰۳/۸	۰/۷۰

نمودار مختصات نقاط تقاضا و تسهیلات در شکل ۱ آورده شده است. همچنین مکان تسهیلاتی که توسط لیو[۸] معین شده است جهت مقایسه در شکل ۱ نشان داده شده است.



شکل ۱. مختصات نقاط تقاضا و تسهیلات در مدل ارائه شده و مدل لیو

مثال دوم: فرض کنید کارخانه‌ای در ۲۶ استان از استان‌های کشور تقاضای تولیدات خود را دارد و قرار است ۵ انبار در این ۲۶ استان ایجاد شود طوری‌که مسافت وزن‌دار بین انبارها و مراکز استان‌ها حداقل شود. جهت مدل کردن این مسأله به صورت p–میانه، مرکز هر استان را به عنوان نماینده آن استان در نظر گرفته می‌شود. فاصله مراکز استان‌ها از یکدیگر در پیوست و مراکز استان‌ها و تقاضای تصادفی فازی آن‌ها در جدول (۴-۱۳) آورده شده است. لازم به ذکر است که تقاضای نقاط تقریباً متناسب با جمعیت و مساحت استان در نظر گرفته شده است.

جدول ۲. مراکز استان‌ها و تقاضای تصادفی فازی آن‌ها

ردیف	مرکز استان	تقاضا
۱	اراک	$N(\mu,12.96)$ طوریکه $\mu=(243,250,263)$
۲	اردبیل	$N(\mu,16.2409)$ طوریکه $\mu=(221,230,233)$
۳	اصفهان	$N(\mu,17.2225)$ طوریکه $\mu=(327,340,349)$
۴	اهواز	$N(\mu,21.2521)$ طوریکه $\mu=(288,300,306)$
۵	ایلام	$N(\mu,11.0224)$ طوریکه $\mu=(233,240,241)$
۶	بندرعباس	$N(\mu,5.8081)$ طوریکه $\mu=(230.230,231)$
۷	بوشهر	$N(\mu,5.1529)$ طوریکه $\mu=(199,200,205)$
۸	تبریز	$N(\mu,25.1001)$ طوریکه $\mu=(300,305,313)$
۹	تهران	$N(\mu,41.6025)$ طوریکه $\mu=(400,400,412)$
۱۰	خرم آباد	$N(\mu,17.64)$ طوریکه $\mu=(253,255,262)$
۱۱	رشت	$N(\mu,12.8881)$ طوریکه $\mu=(265,270,276)$
۱۲	ارومیه	$N(\mu,17.3889)$ طوریکه $\mu=(292,300,315)$
۱۳	زاهدان	$N(\mu,43.4281)$ طوریکه $\mu=(377,380,383)$
۱۴	زنجان	$N(\mu,13.3956)$ طوریکه $\mu=(209,210,220)$
۱۵	ساری	$N(\mu,18.49)$ طوریکه $\mu=(242,245,252)$
۱۶	سمنان	$N(\mu,20.9764)$ طوریکه $\mu=(291,300,302)$

۱۷	سنندج	$\mu=(258,270,272)$ طوریکه $N(\mu,12.25)$
۱۸	شهرکرد	$\mu=(230,230,238)$ طوریکه $N(\mu,8.3521)$
۱۹	شیراز	$\mu=(317,320,335)$ طوریکه $N(\mu,35.0464)$
۲۰	قزوین	$\mu=(195,200,201)$ طوریکه $N(\mu,10.89)$
۲۱	کرمان	$\mu=(254,260,262)$ طوریکه $N(\mu,15.0544)$
۲۲	گرگان	$\mu=(205,205,214)$ طوریکه $N(\mu,6.9696)$
۲۳	مشهد	$\mu=(396,400,405)$ طوریکه $N(\mu,19.6249)$
۲۴	همدان	$\mu=(247,260,270)$ طوریکه $N(\mu,10.4329)$
۲۵	یاسوج	$\mu=(233,240,251)$ طوریکه $N(\mu,22.3729)$
۲۶	یزد	$\mu=(281,290,301)$ طوریکه $N(\mu,8.4681)$

که در آن (a,b,c) نشان‌دهنده عدد فازی مثلثی و $N(\mu,\sigma^2)$ نشان‌دهنده توزیع نرمال با میانگین μ و واریانس σ^2 است. همچنین فرض کنید تصمیم‌گیر خواهان جوابی با شانس حداقل ۰/۸ است. یعنی $\alpha_w=0.8$.

مقادیر f_1 و $f_{0.8}$ با استفاده از مدل (۳-۸) به ترتیب با $\alpha=1$ و $\alpha=0.8$ بدست آورده می‌شود. این مقادیر به صورت زیر است.

$$f_1=2154381 \quad , \quad f_{0.8}=2103715$$

در اینصورت تابع هدف مدل (۳-۱۱) برای این مثال به صورت زیر است.

$$\lambda\frac{2154381-\bar{f}}{50666}+(1-\lambda)\times\alpha$$

جواب مسأله به ازاء مقادیر λ مختلف در جدول (۴-۱۱) ارائه شده است. هر چه مقدار λ بیشتر باشد، مسأله سعی در کمتر کردن مقدار α و افزایش مقدار $\bar{f}$ دارد. به همین دلیل، برای مقادیر λ بیشتر از ۰/۹ ، جواب مسأله در $\alpha=0.8$ توقف می‌کند چراکه تصمیم‌گیر مقدار احتمال بیشتر از ۰/۸ را خواسته است.

جدول ۳. جواب مسأله ۲۶ استان به ازاء λ های مختلف

λ	$\bar{f}$	α
۰/۵	۲۱۲۴۷۱۷	۰/۹۷۴۵
۰/۶	۲۱۱۲۲۶۲	۰/۹۳۵۵
۰/۷	۲۱۰۶۰۲۴	۰/۸۸۲۱
۰/۸	۲۱۰۴۳۷۹	۰/۸۲۵
۰/۹	۲۱۰۳۷۱۵	۰/۸۰

شکل ۲. مکان‌یابی انبار در مسأله ۲۶ استان

در شکل (۴-۹) نقاط آبی نشان‌دهنده نقاط تقاضا و ستاره‌های قرمز نشان‌دهنده محل ایجاد انبار است.

همانطور که گفته شد، تقاضای استان‌ها تقریباً بر اساس جمعیت و وسعت آن‌ها بنا نهاده شده است. لذا اگر به عنوان مثال میانگین تقاضای یاسوج از (۲۵۱, ۲۴۰, ۲۳۳) به (۳۱۰, ۲۹۸, ۲۹۰) افزایش یابد، مدل به جای شهر شیراز، شهر یاسوج را با تابع هدف ۲۹۰۶۵۰۵ و شانس ۰/۹۲۱۲ برای مقدار $\lambda=0.7$ انتخاب می‌کند.

۹. نتیجه‌گیری

در این مقاله، پس از مرور اجمالی بر مدل مکان‌یابی p -میانه، آن‌را در محیط ترکیبی به دو صورت برنامه‌ریزی با محدودیت شانس و برنامه‌ریزی وابسته به شانس مدل کردیم. مقداردهی ذهنی و گاهاً دست‌نیافتنی به $\bar{f}$ و α به دلیل عدم شناخت کافی تصمیم‌گیر در محیط پیچیده ترکیبی به عنوان معایب این

مدل‌ها معرفی شد. در ادامه، با استفاده از این دو مدل و با هدف پوشش معایب عنوان شده، یک مدل دوسطحی ارائه دادیم که می‌تواند کاستی دو مدل فوق را جبران کرده و نظر شخصی تصمیم‌گیر را کمتر در مدل دخیل کند. برای حل مدل جدید ارائه شده، از ترکیب دو سطح و تبدیل مدل به یک مدل یک سطحی استفاده کردیم. برتری این مدل نسبت به دو مدل برنامه‌ریزی با محدودیت شانس و برنامه‌ریزی وابسته به شانس اینست که از مقداردهی شخصی تصمیم‌گیر به مؤلفه‌های $\bar{f}$ و α جلوگیری شده و این پارامترها متناسب با هم و به صورت بهینه توسط مدل بدست می‌آیند. و در پایان، کارایی این مدل را با ارائه و حل دو مثال عددی نشان دادیم.

به عنوان تحقیقات آتی می‌توان این روش را بر روی سایر مدل‌های برنامه‌ریزی از جمله مسائل مکان‌یابی هاب (Hub Location) و مکان‌یابی تسهیلات با دیدگاه نظریه بازی‌ها پیاده‌سازی کرد.

مراجع

[1] Chrissis, J.W., Davis, R.P., & Miller, D.M., "*The dynamic set covering problem*", Applied Mathematic Modeling, Vol 6, No. 1, Feb 1982, PP. 2–6.

[2] ReVelle, C., Scholssberg, M., & Williams, J., "*Solving the maximal covering location problem with heuristic concentration*", Computers & Operations Research, Vol 35, No. 2, Feb 2008, PP. 427 – 435.

[3] Ozsoy, F.A., & Pinar, M.C., "*An exact algorithm for the capacitated vertex p-center problem*", Computers & Operations Research, Vol 33, No. 5, May 2006, PP. 1420–1436.

[4] Ashayeri, J., Heuts, R., & Tammel, B., "*A modified simple heuristic for the p-median problem, with facilities design applications*", Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, Vol 21, No. 4-5, Aug-Oct 2005, PP. 451–464.

[5] Owen, S.H., & Daskin, M.S., "*Strategic facility location: A review*", European Journal of Operational Research, Vol 111, No. 3, Dec 1998, PP. 423-447.

[6] Liu, B., "*Theory and Practice of Uncertain Programming*", UTLAB, 2007.

[7] Lee, E.S, & Shih, H.S, "*Fuzzy and Multi-level Decision Making*", Springer, 2001.

[8] Liu, Y.K., "*The convergent results about approximating fuzzy random minimum risk problems*", Applied Mathematics and Computation, Vol 205, No. 2, Nov 2008, PP. 608–621.