



## Presenting a Model for Coordination in Pricing and Cooperation in a Supply Chain with Discount Using Game Theory

Zohreh Saeed Mohammadi & Abolfazl Kazemi\*

*Zohreh Saeed Mohammadi, Industrial and Mechanical Engineering, Qazvin Branch, Islamic Azad University.  
Abolfazl Kazemi, Industrial and Mechanical Engineering, Qazvin Branch, Islamic Azad University.*

### Keywords

Supply Chain,  
Game theory,  
Coordination,  
Cooperative advertising,  
Discount.

### ABSTRACT

*Supply chains' optimal performance needs to obtain a part of the activities, but these activities have not always been favored chain members and in fact each of the involved members in the chain decides independently to increase their profits and not necessarily profit chain and this leads to poor performance of the entire chain. Coordinating is such an important issue that it is widely considered in the supply chain. Naturally, participatory or non-participatory games theory is one of the most prominent tools for analyzing this type of competition and cooperation issues in supply chain. This paper discusses to coordinate of two-level supply chain consisting of a manufacturer and a retailer with using cooperative advertising along with pricing decisions and Manufacturer offer prices discount to retailer where demand is influenced by both prices and advertising. Cooperative advertising is a concerted effort by channel members that occurs to increase customer demand. By using game theory we consider two models of the relationship between manufacturer and retailer which consists of non-cooperative nash game and cooperative game and bargaining model is discussed to share the extra joint profit in cooperative game based on of players' risk attitude and bargaining power.*

© 2017 IUST Publication, IJIEPM Vol. 28, No. 1, All Rights Reserved



## ارائه مدلی جهت هماهنگی در قیمت‌گذاری و مشارکت در یک زنجیره- تامین با در نظر گرفتن تخفیف با استفاده از نظریه بازی‌ها

زهره سعیدمحمدی و ابوالفضل کاظمی\*

### چکیده:

عملکرد بهینه زنجیره تامین، نیازمند صورت گرفتن پاره‌ایی از فعالیت‌ها می‌باشد. اما این فعالیت‌ها همیشه مورد علاقه اعضای زنجیره نبوده و در واقع اعضای درگیر در زنجیره هرکدام تصمیمات خود را به صورت مستقل و با هدف پیشینه کردن سود خود و نه لزوماً سود زنجیره می‌گیرند و این امر موجب عملکرد ضعیف کل زنجیره می‌شود. هماهنگ‌سازی از جمله مباحث مهمی است که به شکل وسیع در زنجیره‌تامین مورد توجه قرار می‌گیرد. طبیعتاً یکی از برجسته‌ترین ابزارها برای تحلیل این نوع از مسائل رقابت و همکاری در زنجیره‌تامین، نظریه‌بازی‌های مشارکتی و یا غیرمشارکتی می‌باشد. این مقاله به هماهنگ‌سازی زنجیره-تامین دو سطحی با استفاده از تبلیغات مشارکتی همراه با تصمیمات قیمت‌گذاری می‌پردازد و تولیدکننده تخفیف قیمت به خرده‌فروش ارائه می‌دهد و تقاضا تحت تاثیر قیمت و تبلیغات می‌باشد. تبلیغات مشارکتی یک تلاش هماهنگ توسط اعضای کانال می‌باشد که برای افزایش تقاضای مشتری صورت می‌گیرد. با استفاده از نظریه‌بازی‌ها دو مدل رابطه بین تولیدکننده و خرده‌فروش در نظر می‌گیریم که شامل بازی بدون همکاری نش و بازی همکارانه می‌باشد و مدل چانه‌زنی برای تقسیم سود مشترک اضافی در بازی همکارانه براساس ریسک بازیکنان و قدرت چانه‌زنی آنها مطرح شده است.

### کلمات کلیدی

زنجیره تامین،  
نظریه بازی‌ها،  
هماهنگی،  
تبلیغات مشارکتی،  
تخفیف.

### ۱. مقدمه

در دو دهه اخیر، اعضای انجمن‌های علمی و نیز صاحبان مشاغل توجه بیشتری به مدیریت زنجیره‌تامین نشان داده‌اند. جهانی شدن داد و ستدها، افزایش رقابت و کاهش تفاوت بین محصولات از نظر کیفیت و عملکرد، همه دانشمندان و صنعتگران را وادار کرده که در مورد کاراتر و اثربخش‌تر کردن فعالیت‌های تجاری بررسی - های مجدد انجام دهند. عملاً آنها متمایل به استفاده از هر وسیله ممکن برای افزایش سود نهایی و افزایش سهم خود در بازار هستند. به طور خاص، آنها جهت رسیدن به اهداف فوق به دنبال

تاریخ وصول: ۹۳/۰۸/۰۳

تاریخ تصویب: ۹۴/۰۲/۰۹

زهره سعیدمحمدی، دانشکده مهندسی صنایع و مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی واحد قزوین.

\*نویسنده مسئول مقاله: دکتر ابوالفضل کاظمی، دانشکده مهندسی صنایع و مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی واحد قزوین. [abkkaazemi@gmail.com](mailto:abkkaazemi@gmail.com)

ایجاد هماهنگی بین اعضای زنجیره‌تامین هستند [۱]. در مدیریت زنجیره‌تامین، بزرگترین مسئله مدیریت اعضای مجزا اما وابسته‌ی یک زنجیره می‌باشد. برای دستیابی به یک زنجیره‌تامین کارا باید اعضای زنجیره به صورت یک کل واحد و منسجم رفتار کنند. اما در واقعیت اغلب با زنجیره‌های تامین غیرمتمرکز روبرو هستیم که در آنها هر یک از اعضاء در راستای بهینه‌سازی اهداف خود که با اهداف دیگر اعضاء در تعارض هستند، تصمیماتی اتخاذ می‌کند. از مهمترین مباحثی که در زنجیره‌تامین مورد توجه قرار می‌گیرد، هماهنگ‌سازی و تلاش در جهت یکپارچه کردن عملیات این واحدهای مستقل به منظور دستیابی به بیشترین سود ممکن از کل زنجیره است. در نتیجه یک نکته کلیدی در بحث مدیریت زنجیره‌تامین توسعه مکانیزم‌هایی است که اهداف اجزاء مستقل را همتراز و بین فعالیت‌ها و تصمیم‌گیری‌های آنها تعامل ایجاد کند تا عملکرد کل سیستم بهینه شود [۲].

معرفی محصولات می‌باشد که هر دو فاکتور، عوامل قابل توجهی در تقاضای بازار هستند. قیمت‌گذاری یک پارامتر اصلی در ادبیات تحقیق بازاریابی در کانال‌های توزیع است. وابسته بودن تقاضا به قیمت باعث می‌شود تا تاثیر تغییر قیمت خرده‌فروشی در تقاضای بازار و سود تولیدکننده و خرده‌فروش نمایان شود. تولیدکننده و خرده‌فروش تبلیغات و کاهش قیمت محصولات را برای جذب مشتریان و افزایش فروش به کار می‌برند. تولیدکننده نیز می‌تواند در بخشی از هزینه‌های تبلیغات خرده‌فروش با او شریک شود، با استفاده از این کمک مالی، خرده‌فروش می‌تواند سطح تبلیغات خود را افزایش دهد که این امر منجر به فروش بیشتر برای خرده‌فروش و تولیدکننده می‌گردد.

این تحقیق به صورت زیر سازماندهی شده‌است. در بخش دوم به مرور ادبیات مربوط به رقابت و همکاری در زنجیره‌تامین می‌پردازیم. بخش سوم شامل تعریف مسئله و معرفی پارامترها و متغیرها می‌باشد و در بخش چهارم مدل پیشنهادی ارائه و حل می‌شود. در بخش پنجم به تجزیه و تحلیل نتایج خواهیم پرداخت و در بخش ششم نتایج کسب شده، توسط مثال‌های عددی تشریح می‌شود. در نهایت، بخش هفتم نتیجه‌گیری و پیشنهادات برای تحقیقات آینده را در برخواهد گرفت.

## ۲. مروری بر ادبیات موضوع

نظریه بازی‌ها در دو دهه اخیر چه در صنعت و چه در دانشگاه در مدیریت زنجیره‌تامین با تاکید بر تعاملات میان تصمیم‌گیرندگان (بازیکنان) در زنجیره‌تامین مورد استفاده قرار گرفته است و این امر منجر به فراوانی مقالاتی شده که از نظریه بازی‌ها در تجزیه و تحلیل مسائلی مربوط به زنجیره‌تامین استفاده کرده‌اند. در سال‌های اخیر مرورهای مختلفی از نظریه‌بازی‌ها و کاربردهای آن در زنجیره‌های تامین ارائه شده‌است. در سال ۲۰۰۴ Cachon و Netessin [۴] خلاصه‌ای از مفاهیم کلی نظریه‌بازی‌ها را ارائه نمودند و کاربردهای آن را در مدیریت زنجیره‌تامین مرور کردند. در این پژوهش بازی‌های همکارانه و غیرهمکارانه نظریه بازی‌ها در شرایط ایستا و پویا بررسی شده است.

Leng و Parlar [۵] حدود ۱۳۰ مقاله از کاربردهای نظریه‌بازی در زمینه‌های مدیریت زنجیره‌تامین را مرور کرده‌اند. این نویسندگان بر خلاف Cachon و Netessin [۴] که دسته‌بندی را براساس تکنیک‌های نظریه‌بازی انجام داده‌اند، دسته‌بندی خود را براساس موضوعات مورد بررسی در مدیریت زنجیره‌تامین، به پنج دسته مختلف تقسیم کردند: ۱- بازی‌های موجودی با هزینه‌های ثابت خرید واحد ۲- بازی‌های موجودی با تخفیف‌های مقداری ۳- رقابت در قیمت‌گذاری و تولید ۴- بازی با سایر مشخصه‌ها (از قبیل تصمیمات ظرفیت، کیفیت سرویس، کیفیت محصول و تبلیغات و معرفی محصول جدید) ۵- بازی‌هایی که در آن تصمیمات همزمان

تبلیغات مشارکتی یک مکانیزم هماهنگی برای فعالیت‌های تبلیغات در زنجیره‌تامین می‌باشد و تعاملی است که در آن تولیدکننده موافقت خود را برای پرداخت قسمتی یا تمام هزینه‌های تبلیغات محلی که توسط خرده‌فروش انجام شده، اعلام می‌نماید که این درصد از هزینه "نرخ مشارکت" نامیده می‌شود. تولیدکننده و خرده‌فروش برنامه‌های تبلیغاتی را برای متقاعد کردن مشتریان برای خرید محصولات خود به کار می‌برند ولی تلاش‌های آنان متفاوت هستند به این معنا که هدف از تبلیغات ملی تولیدکننده نفوذ در مشتریان بالقوه و بالا بردن نام تجاری است، درحالی که تبلیغات محلی خرده‌فروش برای ترغیب مشتریان بالقوه برای خرید می‌باشد. با گذشت زمان، این تبلیغات مشتریان بالقوه را به مرحله اقدام کردن به خرید وارد می‌کند. اگر سرمایه‌گذاری در تبلیغات مشارکتی از طرف تولیدکننده نباشد، به طور طبیعی خرده‌فروش مبلغ کمتری از سطح مورد نظر تولیدکننده را صرف تبلیغات می‌کند. بنابراین تبلیغات مشارکتی نقش مهمی در رابطه زنجیره تولیدکننده-خرده‌فروش ایفاء می‌کند [۳].

با نگاهی به ادبیات درمی‌یابیم که اکثر تحقیقات بر مبنای هماهنگی در قیمت‌گذاری و مشارکت در تبلیغات در زنجیره‌تامین تمرکز دارند. لذا هدف از تحقیق حاضر، به ایجاد هماهنگی در زنجیره‌های تامین دوسطحی با در نظر گرفتن سه گروه متغیر شامل: تصمیمات قیمت‌گذاری، هزینه‌های تبلیغات و همچنین تخفیف می‌پردازد. مدل جدیدی که در این مقاله مورد بررسی قرار گرفته است ورود مدل تخفیف به مسئله می‌باشد. در تحقیق پیش‌رو مدلی برای تابع تقاضا و توابع سود تولیدکننده و خرده‌فروش ارائه می‌شود، سپس به منظور تعیین هر یک از متغیرهای تصمیم تولیدکننده و خرده‌فروش در فرایند تعامل بین آنها، رابطه بین این دو بخش به صورت نوعی بازی در نظر گرفته شده است. این مقاله به بررسی یک زنجیره تامین تولیدکننده - خرده‌فروش پرداخته می‌شود که اعضای آن اقدامات تعاملی را برای منافع خود و یا کل زنجیره انجام می‌دهند. زنجیره‌تامین در نظر گرفته شده بصورت تولیدکننده - خرده‌فروش است که در حقیقت بیانگر یک تولیدکننده است که محصول را به صورت عمده به یک خرده‌فروش می‌فروشد و او نیز آن را به صورت خرده‌فروشی در اختیار مشتری نهایی می‌گذارد. در مدل ارائه شده تولیدکننده محصولات خود را فقط بواسطه خرده‌فروش به مصرف‌کنندگان عرضه می‌کند و خرده‌فروش تنها به عرضه محصولات تولیدکننده می‌پردازد. پارامترهای در نظر گرفته شده برای تولیدکننده عبارتند از قیمت عمده فروشی، هزینه تبلیغات ملی، نرخ مشارکت و درصد تخفیف و برای خرده‌فروش عبارتند از قیمت خرده‌فروشی و هزینه تبلیغات محلی. تقاضای مشتری تحت تاثیر قیمت خرده‌فروشی و تلاش‌های تبلیغاتی صورت گرفته توسط تولیدکننده و خرده‌فروش برای

مشارکت نمی‌کرد و در سناریو دوم تولیدکننده در هر دو نوع هزینه‌های تبلیغاتی خرده‌فروش مشارکت می‌کرد و در دو سناریوی دیگر، تولیدکننده فقط از یک هزینه تبلیغاتی خرده‌فروش حمایت نمی‌کرد، بلکه در مدل پویای خود یک تابع معرفی کردند که اثر تبلیغات را بیان می‌کرد.

در سال ۲۰۰۱، Li و Huang [۱۴]، تحقیقات بیشتری را روی تبلیغات همکارانه در زنجیره‌تامین با یک تولیدکننده و یک خرده‌فروش انجام دادند. آنها سه مدل بازی مورد بحث قرار دادند، دو بازی غیر همکاری که در آن تولیدکننده و خرده‌فروش به طور مستقل عمل می‌کردند و یک بازی همکارانه. این دو در سال ۲۰۰۲ به همراه Mahajan [۱۵] دو مدل تبلیغات مشارکتی را توسعه دادند و با یکدیگر مقایسه کردند. اولین مدل براساس رابطه سنتی خریدار-فروشنده بود و مدل دوم نیز برای حالتی بود که بخشی از هزینه‌های تبلیغاتی صرف شده در زمینه نام تجاری کالا و تبلیغات ملی، منطقه‌ای و جهانی را خریدار بر عهده می‌گیرد، ارائه نمودند. در سال ۲۰۰۱، Rosenblatt و Munson [۱۶] مسئله را از زنجیره‌تامین دو سطحی به یک زنجیره سه سطحی تعمیم دادند. این زنجیره شامل یک تامین‌کننده، یک تولیدکننده و یک خرده‌فروش بود. آنها تولیدکننده را عضو غالب زنجیره که نقش اصلی را در هماهنگ کردن آن برعهده داشت، در نظر گرفتند و آنها مزایای استفاده از انواع تخفیف را در مقاله خود ارائه کردند و نشان دادند که تخفیف به میزان قابل توجهی باعث کاهش هزینه‌ها می‌شود و سودمندترین قرارداد تخفیف را در این زنجیره نشان دادند. در سال ۲۰۰۳، Jorgensen و Zaccour [۱۷] تقاضای مشتری را با توجه به قیمت خرده‌فروشی و اثر تبلیغات در محیطی پویا مدل کردند که هر یک از اعضای زنجیره دارای اطلاعات کامل در مورد قیمت کالا و هزینه‌های تبلیغاتی عضو دیگر بود. آنها در مطالعه خود نتایج حاصل از استراتژی‌های همکاری و بدون همکاری را مقایسه نمودند. در سال ۲۰۰۴، Qi و همکاران [۱۸] در مورد مساله هماهنگ‌سازی در یک زنجیره‌تامین شامل یک تولیدکننده و یک خرده‌فروش با وجود تغییر تقاضا بحث کرده‌اند. در سال ۲۰۰۸، Yang و Xiao [۱۹] یک بازی استکلبرگ را برای زنجیره‌تامین دو مرحله‌ای، که شامل یک تولیدکننده (رهبر) و یک خرده‌فروش (پیرو) بود، در نظر گرفتند. آنها نشان دادند که تولیدکننده با ارائه یک برنامه‌ریزی قیمتی می‌تواند خرده‌فروش را تشویق به اتخاذ تصمیمی نماید که طی آن تصمیم عملکرد زنجیره حداکثر گردد.

Wei Xie [۲۰] در زمینه تبلیغات مشارکتی مطالعه‌ای انجام دادند. تبلیغات مشارکتی شرایطی است که تولیدکننده مقداری از هزینه‌های تبلیغاتی خرده‌فروش را می‌پردازد. آنها با ارائه مدل مشارکتی که تولیدکننده و خرده‌فروش علاوه بر هزینه‌های

بر روی موجودی، تولید/قیمت‌گذاری و غیره انجام می‌گیرد. درسال ۲۰۰۷، Li و Wang [۶] نیز مروری بر مکانیزم‌های هماهنگ‌سازی سیستم‌های زنجیره‌تامین در چارچوبی بر مبنای ساختار تصمیم-گیری زنجیره‌تامین و طبیعت تقاضا داشته‌اند. این چارچوب جنبه-های رفتاری و نیازهای اطلاعاتی در هماهنگ‌سازی یک زنجیره-تامین را مشخص می‌کند. شناسایی موضوعات رهنمودهای خوبی را برای تحقیقات آینده در این زمینه فراهم می‌کند. در سال ۲۰۰۸ Susic و Nagarajan [۷] برخی کاربردهای نظریه بازی‌ها در مدیریت زنجیره‌تامین را مورد بررسی قرار دادند. آنها در مقاله خود به مساله تقسیم سود زنجیره بین اعضای آن توجه نشان دادند. به این خاطر، به مدل چانه‌زنی در زنجیره‌تامین و مسایل مربوط به آن مانند تعیین قدرت چانه‌زنی هر عنصر زنجیره و نیز ارتباط این قدرت با ریسک گریز بودن آن عنصر و تاثیر آن در زنجیره پرداختند.

Berger [۸] اولین کسی است که در سال ۱۹۷۲ ایده تبلیغات همکارانه بین تولیدکننده و خرده‌فروش را به صورت ریاضی حل کرد. او در مقاله خود نشان داد که مدل‌سازی ریاضی می‌تواند تصمیم‌های مدیریتی را بهبود بخشد و عملکرد بهتری برای کل زنجیره باشد و اینکه چگونه تجزیه و تحلیل کمی می‌تواند برای تعیین پارامترهای بهینه‌سازی در سرمایه‌گذاری تبلیغاتی مورد استفاده قرار گیرد. Dolan [۹] تحت فرض تقاضای ثابت، تخمینی از هزینه‌های مرتبط با موجودی عرضه‌کننده را در نظر گرفت و تخفیف را به عنوان مکانیزمی برای ترغیب خریداران به حجمی از خرید که منجر به کمینه شدن هزینه کل سیستم می‌شود، مورد تجزیه و تحلیل قرارداد. Roslow و همکاران [۱۰] درسال ۱۹۹۳ تبلیغات همکارانه در زنجیره‌تامین را مورد مطالعه قرار دادند و نشان دادند که تبلیغات هماهنگ می‌تواند سود کل زنجیره را افزایش دهد. در سال ۱۹۹۹، Jorgensen و Zaccour [۱۱] در مقاله خود مدل بازی دیفرانسیل را پیشنهاد دادند که تفکر آنها قیمت‌گذاری و تبلیغات در دو سطح زنجیره‌تامین تحت تضاد کانال و همکاری کانال بود. در تحقیق آنها تقاضای مصرف‌کننده تحت تاثیر قیمت خرده‌فروشی و اثر تبلیغات می‌باشد. در سال ۲۰۰۰، de Groote و Corbett [۱۲] مدل فروشنده-خریدار را در نظر گرفتند که در آن فروشنده از خریدار می‌خواهد تا مقدار هزینه نگهداری خود را اعلام نماید و سپس بر مبنای آن، اندازه دسته و مقدار تخفیف خود را اعلام می‌کند. Jorgensen و همکاران [۱۳] یک زنجیره‌تامین شامل یک تولیدکننده و یک خرده‌فروش در نظر گرفتند که خرده‌فروش دو نوع تبلیغات انجام می‌داد که یکی اثر کوتاه مدت و دیگری اثر بلند مدت در فروش داشت. آنها در مطالعه خود چهار سناریو در نظر گرفتند که در سناریوی اول تولیدکننده در هیچ یک از هزینه‌های تبلیغاتی خرده‌فروش

تبلیغات در مورد قیمت‌گذاری کالا نیز با یکدیگر مشارکت دارند، نشان دادند که سود دو طرف در صورت انعقاد قرارداد افزایش می‌یابد. مدل مشارکتی ارائه شده قیمت خرده‌فروشی را کاهش می‌داد. تلاش‌های تبلیغاتی بیشتر می‌شد و هر دو طرف سود می‌بردند. آنها دو مدل بازی شامل استکلبرگ تولیدکننده و بازی همکارانه را بررسی کردند. همچنین مدل ارائه شده در مورد مقدار سهم سود و سهم هزینه نیز قابلیت چانه‌زنی داشت. در سال ۲۰۰۹، Esmaeili و همکاران [۲۱] چندین مدل بازی برای رابطه خریدار و فروشنده تعریف کردند که شامل هر دو عامل هزینه و عناصر رقابت و همکاری بین فروشنده و خریدار بود. آنها فرض کردند که تقاضا متأثر از هزینه‌های بازاریابی و قیمت واحد - که توسط خریدار تعیین شده‌است. Xiao و Chen [۲۲] از مکانیزم تخفیف خطی و قیمت عمده فروشی برای هماهنگ‌سازی زنجیره-تامینی که شامل یک تولیدکننده، یک خرده‌فروش غالب که تعیین کننده قیمت در بازار بود و همچنین تعداد زیادی خرده‌فروش جزء بود، استفاده کردند. در سال ۲۰۰۹، Szmerekovsky و [۲۳] Zhang تحقیق Huang و همکاران [15] را گسترش دادند. آنها قیمت‌گذاری و تبلیغات را در دو سطح از زنجیره‌تامین مطرح کردند که تقاضای مشتری بستگی به قیمت خرده‌فروشی و تبلیغاتی داشت که توسط خرده‌فروش و عمده فروش انجام می‌شد. آنها تصمیم‌گیری مطلوب تولیدکننده و خرده‌فروش را با حل بازی استکلبرگ تولیدکننده بدست آوردند. در همان سال Xie و Neyret [۲۴] مدلی ارائه دادند که در آن خرده‌فروش و تولیدکننده در هزینه تبلیغات با یکدیگر همکاری می‌کردند. آنها با فرض وابسته بودن تقاضای مصرف کننده به قیمت خرده‌فروشی و تبلیغات همکارانه در چارچوب نظریه بازی‌ها و در دو حالت تعاونی و غیر تعاونی، جواب بهینه برای قیمت‌گذاری و تبلیغات هماهنگ در چهار نوع رابطه کلاسیک بین تولیدکننده و خرده‌فروش را با نظریه‌بازی‌ها بدست آوردند.

در سال ۲۰۱۰، Li و همکاران [۲۵]، همکاری در یک زنجیره تامین را به منظور تعیین مقدار بهینه قیمت و اندازه انباشته و سهم درآمدی هر یک از اعضاء مورد مطالعه قرار دادند. در این تحقیق فرآیند چانه‌زنی نش از طریق یک قرارداد امانی با تخصیص درآمد کل با توجه به سطح ریسک پذیری اعضاء به کار گرفته شده است. در سال ۲۰۱۰، Zeephongsekul و Esmaeili [۲۶] مدل چند فروشنده، چند خریدار را در زنجیره‌تامین تحت یک الگوی با اطلاعات نامتقارن ارائه کردند. در این مدل هزینه‌های فروشنده برای خریدار ناشناخته بود و خریدار برای تصمیم‌گیری، به اطلاعات مربوط به بازار تکیه داشت. آنها ابتدا مدل استکلبرگ غیر مشارکتی را به کار بردند که فروشنده و خریدار به عنوان رهبر بودند و سپس مدل بازی همکارانه که در آن خریدار و فروشنده

تسهیم هزینه بازاریابی داشتند، مورد مطالعه قرار دادند که در آن خریدار و فروشنده نسبت به حالت بدون همکاری عائدی بیشتری دریافت می‌کردند. Chen [۲۷] به مسئله پسر روزنامه فروش در یک زنجیره تامین یک فروشنده - یک خریدار پرداخته و تاثیر ترکیبی تبلیغات مشارکتی و سیاست پس دادن واحدهای فروش نرفته را در دو حالت مشارکتی و غیرمشارکتی در زنجیره مورد بررسی قرار می‌داد. در سال ۲۰۱۱، SeyedEsfahani و همکاران [۳] مسئله قیمت گذاری و تبلیغات مشارکتی را در یک زنجیره‌تامین دو سطحی با یک تولیدکننده و یک خرده‌فروش بررسی کردند که در آن تقاضا تابعی غیرخطی از قیمت و هزینه تبلیغات بود. برخلاف اغلب مقالات موجود در این زمینه، در مدل هزینه‌ای این کار، محیط روزنامه فروش در نظر گرفته نشده بود و هزینه‌های لجستیکی هم برای خریدار و هم برای فروشنده، در نظر گرفته شده بود. Aust و Buscher [28] یک زنجیره‌تامین دو سطحی تولیدکننده - خرده‌فروش را مورد بررسی قرار دادند که تقاضا در آن متأثر از قیمت و هزینه‌های تبلیغات بود. آنها در ابتدا چهار رابطه متفاوت بین اعضای کانال در نظر گرفتند که شامل سه بازی غیر همکارانه و سپس یک بازی همکارانه بین آنها بود و در ادامه با استفاده از مدل چانه‌زنی تقسیم عادلانه سود براساس ریسک بازیکنان و قدرت چانه‌زنی پیشنهاد شد. در سال ۲۰۱۲، Wu و همکاران [۲۹] تصمیمات تعادل را در یک زنجیره‌تامین غیرمشارکتی متشکل از یک تولیدکننده و دو خرده‌فروش با رقابت عمودی و افقی ارائه نمودند. آنها چند مدل بازی به منظور تعیین قیمت‌ها در تعادل نش حاصل از بازی همزمان یک فروشنده و دو خریدار رقیب ارائه نمودند و نتایج را با حالت‌های مختلفی که فروشنده و خریدارها قدرت یکسانی ندارند مورد مقایسه قرار دادند. Huang و همکاران [۳۰] هماهنگی بین تصمیمات قیمت گذاری، انتخاب مواد اولیه و موجودی را در یک زنجیره تامین سه رده‌ای که شامل چند تامین کننده، یک تولیدکننده و چند خرده‌فروش بود مورد بررسی قرار دادند. مساله را به صورت یک بازی بدون همکاری پویا مدل نمودند و روش‌های تحلیلی و محاسباتی را برای یافتن نقطه تعادل نش ارائه نمودند.

در سال ۲۰۱۳، Yue و همکاران [۳۱] رویکرد نظریه بازی‌ها را برای مطالعه تصمیم‌گیری در قیمت‌گذاری و تبلیغات، در یک زنجیره‌تامین تولید کننده - خرده فروش که تخفیف قیمت‌ها توسط تولید کننده و خرده‌فروش ارائه می‌شود به کار بردند. هنگامی که تولیدکننده رهبر بازی است، آنها تعادل استکلبرگ را بدست آوردند که شامل: کمک هزینه تبلیغات محلی تولیدکننده، سرمایه‌گذاری نام برند تجاری، تخفیف پیشنهادی تولیدکننده، تخفیف قیمت خرده‌فروش و هزینه تبلیغات محلی می باشد. آنها متوجه شدند که

### ۳-۱. تعریف تابع تقاضا

تقاضای هر محصول به قیمت فروش آن به مشتری و همچنین میزان تبلیغات آن محصول بستگی دارد. هنگامی که تقاضای هر محصول به قیمت فروش آن بستگی داشته باشد، آنگاه قیمتی که تولیدکننده به خرده‌فروش ارائه می‌دهد بر روی تقاضای نهایی آن محصول تأثیرگذار خواهد بود.

با در نظر گرفتن فرض‌های رایج در ادبیات (Jorgensen و Zaccour [17]، Szmerekovsky و Zhang [23]، Xie و We [20] و Neyret [24]) می‌توان تقاضای مشتری را  $D(p, a, A)$  فرض کرد که به صورت رابطه (۱) تعریف می‌شود:

$$D(p, a, A) = g(p)h(a, A) \quad (1)$$

که در آن  $g(p)$  و  $h(a, A)$  به ترتیب منعکس کننده اثر قیمت خرده‌فروشی و اثر هزینه تبلیغات ملی و محلی در تقاضا می‌باشند

در واقعیت قیمت کالا در تقاضای بازار تأثیر دارد و تقاضا با قیمت خرده‌فروشی رابطه معکوس دارد. براساس مفهوم کشش قیمت، تقاضای محصول با تغییر قیمت، تغییر می‌کند به عبارت دیگر با افزایش قیمت تقاضا کاهش می‌یابد. تغییر در مقدار تقاضا در پاسخ به تغییر قیمت برای محصول با کشش بالاتر، بیشتر است و این نوع محصول، محصول پرنکشش نامیده می‌شود. دو نوع منحنی تقاضا وجود دارد. نوع اول رابطه خطی و نوع دوم رابطه غیرخطی با قیمت دارد. در مرور ادبیات، تابع‌های تقاضای متفاوتی به صورت خطی، محدب و مقعر پیشنهاد داده شده است. Piana [37] سه نوع از جامعه را که شکل متفاوتی از منحنی تقاضا دارند پیشنهاد می‌دهد. منحنی تقاضا خطی است اگر جامعه متوسط باشد، منحنی تقاضا محدب است اگر جامعه ثروتمند باشد و منحنی تقاضا مقعر است اگر جامعه فقیر باشد.

تابع وابستگی به قیمت در مقالات متعددی از جمله Xie و We [20] و Neyret [24] به صورت  $\alpha - \beta p$  در نظر گرفته شده و به طور گسترده صحت عملکرد آن نشان داده شده است. در این تحقیق نیز طبق فرض معمول، رابطه‌ای خطی بین تقاضا و قیمت در نظر گرفته می‌شود.  $g(p)$  یک تابع خطی کاهشی نسبت به  $p$  می‌باشد که به صورت رابطه (۲) تعریف می‌شود:

$$g(p) = \alpha - \beta p \quad (2)$$

$\alpha$  و  $\beta$  ثابت‌های مثبت برای این محصول هستند که حداکثر تقاضای ممکن برای محصول و  $\beta$  ضریب تغییرات تقاضا نسبت به تغییرات قیمت خرده‌فروشی می‌باشد، یعنی اگر قیمت

خرده‌فروش مایل به افزایش هزینه تبلیغات محلی است اگر تولیدکننده کمک هزینه تبلیغات محلی را افزایش دهد و همچنین زمانی که تولیدکننده تخفیف قیمت می‌دهد تخفیف قیمت خرده‌فروش نیز بیشتر می‌شود. Aust و Buscher [۳۲] در سال ۲۰۱۴ بر مقدار بهینه قیمت‌گذاری و تصمیم‌گیری تبلیغات در یک زنجیره تامین دو سطحی شامل یک تولیدکننده و یک خرده‌فروش تمرکز کردند. آنها با فرض تعادل استکلبرگ که تولیدکننده رهبر کانال است دو رفتار مختلف از خرده‌فروش را مقایسه کردند. در مدل آنها تقاضای مصرف‌کننده وابسته به قیمت خرده‌فروشی و تبلیغات می‌باشد و همچنین تولیدکننده یک برنامه تبلیغات تعاونی عمودی برای افزایش تلاش خرده‌فروش ارائه می‌دهد. در سال ۲۰۱۴، Jorgensen و Zaccour [۳۳] و Aust و Buscher [۳۴] خلاصه خوبی از کار در تبلیغات تعاونی ارائه کردند و در مورد مطالعات انجام شده بحث‌های کردند. Chen [۳۵] در سال ۲۰۱۵ به بررسی تأثیر طرح قیمت‌گذاری و مکانیزم تبلیغات تعاونی در زنجیره تامین دو سطحی پرداخت. او با استفاده از چارچوب نظریه بازی استکلبرگ تولیدکننده، مسئله تعیین سطح بهینه تبلیغات محلی، سرمایه‌گذاری در نام برند تجاری، قیمت فروش خرده‌فروشی و قیمت فروش تولیدکننده را بررسی کرد. تجزیه و تحلیل او بینش ساختاری و کمی از فعل و انفعال بین نهادهای بالادست و پایین‌دست در زنجیره تامین ارائه کرد که به مدیران برای درک متقابل بین نهادهای بالادست و پایین دست در یک ساختار دو سطحی کمک می‌کند. Yan و Amrouche [۳۶] مزایای استفاده از تبلیغات نام تجاری ملی (استراتژی تهاجمی) که به تقاضای برچسب خصوصی لطمه می‌زند را نسبت به استفاده از به اشتراک‌گذاری درآمد نام تجاری ملی (استراتژی مشارکت) که همکاری بین خرده‌فروش و نام تجاری ملی را تولیدکننده را پرورش می‌دهد، بررسی کردند. آنها دریافتند، زمانی که به اشتراک‌گذاری درآمد نام تجاری ملی انجام می‌شود تولیدکننده و کل زنجیره سود بیشتری به دست می‌آورند.

### ۳. تعریف مسئله

در این بخش مسائلی از روابط تولیدکننده و خرده‌فروش ارائه می‌شود. در مدل ارائه شده تولیدکننده محصولات خود را فقط بواسطه خرده‌فروش به مصرف‌کنندگان عرضه می‌کند و خرده‌فروش تنها به عرضه محصولات تولیدکننده می‌پردازد. تولیدکننده تصمیم به قیمت عمده فروشی  $(w)$ ، هزینه تبلیغات ملی  $(A)$ ، نرخ مشارکت  $(t)$  و درصد تخفیف  $(\varepsilon)$  دارد از سوی دیگر خرده‌فروش تصمیم به قیمت خرده‌فروشی  $(p)$  و هزینه تبلیغات محلی  $(a)$  دارد. در ادامه به معرفی تابع تقاضا و توابع سود می‌پردازیم.

به تبع آن سود هر دو عضو زنجیره افزایش خواهد یافت که باعث هماهنگی در زنجیره می‌شود. همچنین هنگامی که تولیدکننده کسر قیمت بیشتری به خرده‌فروش ارائه می‌دهد، خرده‌فروش تبلیغات محلی را افزایش می‌دهد در صورتیکه تولیدکننده بخشی از هزینه تبلیغات محلی را متقبل می‌شود. توابع سود تولیدکننده و خرده‌فروش و کل زنجیره صورت روابط (۶) تا (۸) می‌باشد:

$$\Pi_m = ((1-\varepsilon)w - c)(\alpha - \beta p)(k_1\sqrt{a} + k_2\sqrt{A}) - A - ta \quad (6)$$

$$\Pi_r = (p - (1-\varepsilon)w - d)(\alpha - \beta p)(k_1\sqrt{a} + k_2\sqrt{A}) - (1-t)a \quad (7)$$

$$\Pi_{m+r} = (p - c - d)(\alpha - \beta p)(k_1\sqrt{a} + k_2\sqrt{A}) - A - a \quad (8)$$

$c$  و  $d$  ثابت‌های مثبت هستند که به ترتیب دلالت بر هزینه تولید واحد تولیدکننده و هزینه هر واحد خرده‌فروش علاوه بر هزینه خرید دارد. در این مقاله  $r, m$  و  $m+r$  نشان دهنده تولیدکننده، خرده‌فروش و کل سیستم می‌باشد. برای جلوگیری از توابع سود منفی در روابط (۶) تا (۸) داریم:

$$\Pi_m > 0 \Rightarrow (1-\varepsilon)w > c \quad (9)$$

$$\Pi_r > 0 \Rightarrow p > (1-\varepsilon)w + d > (1-\varepsilon)w \quad (10)$$

$$\Pi_{m+r} > 0 \Rightarrow p > c + d \quad (11)$$

با ترکیب نامساوی (۵) و (۱۱) رابطه (۱۲) بدست می‌آید:

$$\alpha - \beta(c + d) > 0 \quad (12)$$

در این مقاله برای ساده کردن فرآیند تجزیه و تحلیل با استفاده از یک تغییر متغیر مناسب از متغیرهای مشابه استفاده شده توسط Xie و Neyret [24] روابط (۱۳) تا (۱۷) بدست می‌آید:

$$\alpha' = \alpha - \beta(c + d) > 0 \quad (13)$$

$$p' = \frac{\beta}{\alpha'}(p - (c + d)) > 0 \quad (14)$$

$$(1-\varepsilon)w' = \frac{\beta}{\alpha'}((1-\varepsilon)w - c) > 0 \quad (15)$$

$$k_1' = \frac{\alpha'^2}{\beta} k_1 \quad (16)$$

$$k_2' = \frac{\alpha'^2}{\beta} k_2 \quad (17)$$

براساس روابط (۵)، (۱۳)، (۱۴) و (۱۵) روابط (۱۸) و (۱۹) بدست می‌آید:

$$p < \frac{\alpha}{\beta} \Leftrightarrow \beta p - \beta(c + d) < \alpha - \beta(c + d) \Leftrightarrow$$

محصول یک واحد افزایش یابد، تقاضای محصول به اندازه  $\beta$  واحد کاهش می‌یابد.

با توجه به اینکه هر دو نوع تبلیغات ملی و محلی موثر بر فروش می‌باشد در نتیجه باید اثرات آنها را به صورت جداگانه بررسی کرد به همین منظور اثر تبلیغات  $h(a, A)$  به صورت رابطه (۳) نشان داده شده است:

$$h(a, A) = k_1\sqrt{a} + k_2\sqrt{A} \quad (3)$$

که  $k_1$  و  $k_2$  ثابت‌های مثبت هستند که به ترتیب منعکس کننده تاثیر تبلیغات محلی و ملی در تقاضا می‌باشند. همان طور که از معادله (۳) مشاهده می‌شود  $h(a, A)$  یک تابع مقعر افزایشی از  $a$  و  $A$  است. از آنجایی که تبلیغات اضافی به طور مداوم بازده را کاهش می‌دهد، این خاصیت در واقع بیان کننده "اثر اشباع تبلیغات" می‌باشد. در واقع اشباع زمانی رخ می‌دهد که یکی از تبلیغات ملی یا محلی بیش از حد باشد. با توجه به توابع تعریف شده، با ترکیب روابط (۱) تا (۳)، تابع تقاضا به شکل رابطه (۴) نوشته می‌شود:

$$D(p, a, A) = (\alpha - \beta p)(k_1\sqrt{a} + k_2\sqrt{A}) \quad (4)$$

برای جلوگیری از تقاضای منفی، رابطه (۵) باید برقرار باشد:

$$D(p, a, A) > 0 \Rightarrow p < \frac{\alpha}{\beta} \quad (5)$$

### ۳-۲. تعریف توابع سود

سود مهمترین معیار عملکرد در زنجیره تامین می‌باشد. هدف تولیدکننده و خرده‌فروش از تعیین مقادیر بهینه متغیرهای تصمیم خود به گونه ای است که سود خود را بیشینه نمایند. تابع سود تولیدکننده عبارت است از میزان درآمد حاصل از فروش محصولات که مجموع هزینه تبلیغات ملی و هزینه مشارکت در تبلیغات خرده‌فروش از آن کسر می‌شود و تابع سود هر خرده-فروش نیز برابر درآمد حاصل از فروش منهای میزان هزینه پرداخت شده برای تبلیغات محلی است.

ما فرض می‌کنیم که تولیدکننده  $t$  درصد از هزینه تبلیغات محلی خرده‌فروش را بازپرداخت خواهد کرد که  $0 \leq t \leq 1$ ، به این معنی که اگر خرده‌فروش به میزان  $a$  واحد صرف تبلیغات محلی نماید، به مقدار  $ta$  از تولیدکننده به عنوان انگیزه برای تلاش‌های تبلیغاتی خود دریافت خواهد نمود.

تولیدکننده با دادن تخفیف  $\varepsilon$  درصد ( $0 \leq \varepsilon < 1$ ) در قیمت عمده‌فروشی، باعث تعدیل در قیمت خرده‌فروشی شده یعنی خرده‌فروش قیمت خود را براساس میزان تخفیفی که توسط تولیدکننده پیشنهاد می‌شود، تعدیل می‌نماید و همین کاهش قیمت خرده‌فروشی، منجر به افزایش تقاضای مشتریان می‌شود و

برای مدل سازی بازی نش که در آن تولیدکننده خرده‌فروش از قدرت یکسانی برخوردار هستند تولیدکننده خرده‌فروش می‌بایست استراتژی‌های خود را به صورت همزمان تعیین نمایند. به عبارت دیگر تولیدکننده استراتژی‌های  $w$ ،  $A$ ،  $t$  و  $\varepsilon$  و خرده‌فروش استراتژی‌های  $p$  و  $a$  خود را به طور همزمان و تعیین می‌نمایند. بنابراین مدل مساله تعادل نش از حل همزمان مساله تولیدکننده خرده‌فروش و با در نظر گرفتن محدودیت‌های آنها به دست می‌آید. برای تعیین تعادل نش، مسئله مربوط به تصمیم‌گیری تولیدکننده به صورت رابطه (۲۴) می‌باشد:

$$\max \Pi_m(w, A, t, \varepsilon) = (1-\varepsilon)w(1-p)(k_1\sqrt{a} + k_2\sqrt{A}) - A - ta$$

$$0 \leq \varepsilon < 1 \quad 0 \leq A, \quad 0 \leq t \leq 1 \quad \text{and, s.t.} \quad (24) \quad 0 \leq w \leq 1$$

و همچنین مسئله مربوط به تصمیم‌گیری خرده‌فروش به صورت رابطه (۲۵) می‌باشد:

$$\max \Pi_r(p, a) = (p - (1-\varepsilon)w)(1-p)(k_1\sqrt{a} + k_2\sqrt{A}) - (1-t)a$$

$$\text{s.t.} \quad 0 \leq a \quad \text{and} \quad w \leq p \leq 1 \quad (25)$$

از نظر تولیدکننده واضح است که مقدار بهینه متغیر  $t$  برابر با صفر خواهد بود، زیرا دارای ضرب منفی در تابع هدف می‌باشد. به طور مشابه مقدار بهینه متغیر  $\varepsilon$  نیز برابر صفر خواهد بود، یعنی تولیدکننده هیچ تخفیف قیمتی نمی‌دهد و محصول با هیچ کسر قیمتی به خرده‌فروش ارائه می‌شود. به دلیل اینکه تابع هدف  $\Pi_m$  رابطه خطی با  $w$  دارد، بنابراین افزایش  $w$  باعث افزایش تابع سود تولیدکننده خواهد شد. از آنجا که  $w \leq p \leq 1$  می‌باشد، پس مقدار بهینه  $w$  برابر با  $p$  خواهد بود، ولی نمی‌تواند برابر یک باشد، چون در این صورت هیچ سودی برای طرفین نخواهد داشت زیرا طبق رابطه (۲۶) داریم:

$$1 = w \leq p \Rightarrow p = 1 \Rightarrow \Pi_m = \Pi_r = 0 \quad (26)$$

از طرف دیگر اگر تولیدکننده و خرده‌فروش تصمیم بهینه‌ی خود را بطور همزمان انجام دهند باید حاشیه سود هر دو ماکزیمم شود که با توجه به فرم حاشیه سود تولیدکننده و خرده‌فروش، برای ماکزیمم کردن این دو باید حاشیه‌های سود را برابر قرار دهیم. یعنی طبق رابطه (۲۷) داریم:

$$\mu_m = w \quad \text{and} \quad \mu_r = p - w$$

$$\Rightarrow p - w = w \Rightarrow w^* = p/2 \quad \mu_m = \mu_r \quad (27)$$

برای بدست آوردن مقادیر بهینه  $A$ ،  $p$  و  $a$  از توابع مطلوبیت هر بازیکن نسبت متغیرهای تصمیم‌شان مشتق می‌گیریم و مساوی صفر قرار می‌دهیم و سپس مقادیر بهینه  $w^* = p/2$ ،  $t^* = 0$  و  $\varepsilon^* = 0$  را جایگزین می‌کنیم. (رابطه (۲۸)):

$$\Leftrightarrow \frac{\beta p - \beta(c+d)}{\alpha - \beta(c+d)} < 1 \Leftrightarrow p' < 1 \quad (18)$$

$$p > (1-\varepsilon)w + d \Leftrightarrow p - (c+d) > (1-\varepsilon)w - c$$

$$\Leftrightarrow p' > (1-\varepsilon)w' \quad (19)$$

با توجه به نامساوی‌های (۱۸) و (۱۹) رابطه (۲۰) بدست می‌آید:

$$(1-\varepsilon)w' < p' < 1 \quad (20)$$

با اعمال تغییرات ذکر شده در روابط (۱۳) تا (۱۷)، توابع سود را بازنویسی می‌کنیم که در روابط (۲۱) الی (۲۳) نشان داده شده‌اند:

$$\Pi_m = (1-\varepsilon)w'(1-p')(k_1'\sqrt{a} + k_2'\sqrt{A}) - A - ta \quad (21)$$

$$\Pi_r = (p' - (1-\varepsilon)w')(1-p')(k_1'\sqrt{a} + k_2'\sqrt{A}) - (1-t)a \quad (22)$$

$$\Pi_{m+r} = p'(1-p')(k_1'\sqrt{a} + k_2'\sqrt{A}) - A - a \quad (23)$$

توجه داشته باشید برای سادگی علامت (') را در ادامه این مقاله حذف کرده‌ایم.

#### ۴. ارائه مدل پیشنهادی

در این بخش تقابل بین تولیدکننده و خرده‌فروش را از نوع بازی بدون همکاری نش و همکاری بین تولیدکننده و خرده‌فروش ارائه می‌شود. مفهوم تعادل نش زمانی به کار برده می‌شود که بازیکنان به صورت هم زمان تصمیم‌گیری می‌کنند همچنین هنگامی که بازیکنان نتوانند با یکدیگر ارتباط برقرار نمایند نیز از مفهوم تعادل نش استفاده می‌شود ولی در یک بازی مشارکتی، ارتباط بین بازیکنان، مجاز (یا ممکن) است، بنابراین می‌توانند برای دستیابی به نتایجی بهتر از نقطه تعادل نش، با هم توافق کنند و هدف از مشارکت میان اعضای کانال در یک زنجیره تامین بهبود سوددهی آنان و زنجیره‌تامین می‌باشد.

#### ۴-۱. مدل پیشنهادی بازی نش

در این بخش یک توزیع متقارن از قدرت بین تولیدکننده و خرده‌فروش را در نظر می‌گیریم و این وضعیت بازی نش نامیده می‌شود و راه حل ارائه شده در این ساختار تعادل نش نامیده می‌شود که در این مدل هر دو بازیکن به طور همزمان و غیرهمکارانه تصمیم می‌گیرند. بدین ترتیب تولیدکننده و خرده‌فروش به طور همزمان سیاست‌های بهینه خود را انتخاب می‌کنند. نقطه تعادل نش، یک زوج استراتژی است به طوری که استراتژی هر بازیکن نسبت به استراتژی بازیکن دیگر بهینه باشد. با توجه به حداکثر شدن سود تولیدکننده و خرده‌فروش در نقطه تعادل نش، هیچ یک از آنها تمایل به انحراف از این استراتژی نخواهند داشت، زیرا منجر به کاهش سود برای آنها می‌گردد.



می‌شود. با توجه به مقادیر بهینه بدست آمده قضیه (۱) حاصل می‌شود:

**قضیه ۱:** اگر یک توزیع متقارن از قدرت بین تولیدکننده و خرده‌فروش برقرار باشد که با یکدیگر همکاری ندارند، این مدل را با تعادل نش می‌توان نشان داد که دارای تعادل منحصر به فرد مانند رابطه (۳۴) است:

$$w^N = 1/3, \quad t^N = 0, \quad p^N = 2/3$$

$$A^N = \frac{k_2^2}{18^2}, \quad a^N = \frac{k_1^2}{18^2}, \quad t^N = 0 \quad (34)$$

#### ۴-۲. مدل پیشنهادی بازی همکارانه

در این بخش بر ساختار بازی مشارکتی می‌پردازیم که تولیدکننده و خرده‌فروش موافق به همکاری و افزایش سود حاصل از کل سیستم هستند. هر دو طرف شرکت کننده در این همکاری فقط اگر سود فردی آنها بالاتر از بازی‌های غیر همکاری باشد، تمایل به این کار دارند. برای این کار ما به ماکزیم‌سازی تابع سود کل سیستم می‌پردازیم:

$$\max \Pi_{m+r} = p(1-p)(k_1\sqrt{a} + k_2\sqrt{A}) - A - a$$

$$\text{s.t. } w \leq p \leq 1, \quad 0 \leq a \quad \text{and} \quad 0 \leq A \quad (35)$$

همان طور که در تابع هدف مشاهده می‌شود، متغیرهای تصمیم فقط  $p, a, w$  هستند و  $t, \varepsilon$  بر سود کل تاثیری ندارند. در نتیجه نسبت به  $a, p$  و  $A$  مشتق گرفته می‌شود. اگر نسبت به  $p$  مشتق گرفته شود، رابطه (۳۶) بدست می‌آید:

$$\frac{\partial \Pi_{m+r}}{\partial p} = k_1\sqrt{a}((1-p)-p) \Rightarrow p^* = \frac{1}{2} \quad (36)$$

جهت بررسی بهینگی، مشتق مرتبه دوم را طبق رابطه (۳۷) بدست می‌آوریم:

$$\frac{\partial^2 \Pi_{m+r}}{\partial p^2} = -2k_1\sqrt{a} < 0 \quad (37)$$

با توجه به  $2k_1\sqrt{a} > 0$ ، مشتق مرتبه دوم منفی می‌باشد و شرط کافی برای مسئله ماکزیم‌سازی برآورده می‌شود و این نشان از بهینگی می‌دهد. اگر نسبت به  $a$  مشتق گرفته شود، رابطه (۳۸) بدست می‌آید:

$$\frac{\partial \Pi_{m+r}}{\partial a} = \frac{k_1}{2} p(1-p)a^{-\frac{1}{2}} - 1 \Rightarrow a^* = \left(\frac{k_1}{8}\right)^2 \quad (38)$$

جهت بررسی بهینگی، مشتق مرتبه دوم را طبق رابطه (۳۹) بدست می‌آوریم:

$$\frac{\partial \Pi_r}{\partial p} = (k_1\sqrt{a} + k_2\sqrt{A})[(1-p) - (p - (1-\varepsilon)w)]$$

$$\Rightarrow p^* = 2/3, \quad w^* = 1/3 \quad (28)$$

جهت بررسی بهینگی و شرط دوم ماکزیم‌سازی سود خرده‌فروش، مشتق مرتبه دوم تابع سود خرده‌فروش را طبق رابطه (۲۹) بدست می‌آوریم:

$$\frac{\partial^2 \Pi_r}{\partial p^2} = -2(k_1\sqrt{a} + k_2\sqrt{A}) \quad (29)$$

با توجه به  $k_1\sqrt{a} + k_2\sqrt{A} > 0$  مشتق مرتبه دوم منفی می‌باشد و شرط کافی برای مسئله ماکزیم‌سازی برآورده می‌شود و این نشان از بهینگی قیمت خرده‌فروشی می‌دهد. بطور مشابه رابطه (۳۰) را بدست می‌آوریم:

$$\frac{\partial \Pi_r}{\partial a} = \frac{k_1}{2}(p - (1-\varepsilon)w)(1-p)a^{-\frac{1}{2}} - (1-t)$$

$$\Rightarrow a^* = \frac{k_1^2}{18^2} \quad (30)$$

جهت بررسی بهینگی، مشتق مرتبه دوم را از رابطه (۳۱) بدست می‌آوریم:

$$\Rightarrow \frac{\partial^2 \Pi_r}{\partial a^2} = -\frac{1}{36}k_1a^{-\frac{3}{2}}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial^2 \Pi_r}{\partial a^2} \Big|_{a=a^*} = -\frac{1}{36}k_1\left(\frac{k_1^2}{18}\right)^{-\frac{3}{2}} < 0$$

$$\Pi_r = \max \quad (31)$$

با توجه به اینکه مقدار مشتق دوم تابع هدف خرده‌فروش با  $a^*$  منفی می‌باشد، شرط کافی برای مسئله ماکزیم‌سازی برآورده می‌شود. بطور مشابه رابطه (۳۲) را بدست می‌آوریم:

$$\frac{\partial \Pi_m}{\partial A} = (1-\varepsilon)w(1-p)\frac{k_2}{2}A^{-\frac{1}{2}} - 1$$

$$\Rightarrow A^* = \frac{k_2^2}{18^2} \quad (32)$$

جهت بررسی بهینگی، مشتق مرتبه دوم را از رابطه (۳۳) بدست می‌آوریم:

$$\Rightarrow \frac{\partial^2 \Pi_m}{\partial A^2} = -\frac{1}{36}k_2A^{-\frac{3}{2}}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial^2 \Pi_m}{\partial A^2} \Big|_{A=A^*} = -\frac{1}{36}k_2\left(\frac{k_2^2}{18}\right)^{-\frac{3}{2}} < 0$$

$$\Pi_m = \max \quad (33)$$

با توجه به اینکه مقدار مشتق دوم تابع هدف تولیدکننده با  $A^*$  منفی می‌باشد، شرط کافی برای مسئله ماکزیم‌سازی برآورده

#### ۴-۳. مدل پیشنهادی چانه‌زنی نش نامتقارن

در این بخش بررسی می‌کنیم که چگونه سود مشترک اضافی حاصل از بازی مشارکتی توسط طرفین به اشتراک گذاشته خواهد شد. مدل‌های چانه‌زنی معمولاً در ادبیات برای شناسایی یک تقسیم‌بندی مناسب از منافع بین دو یا چند بازیکن مورد استفاده قرار می‌گیرد. نتایج به توابع سود هر یک از بازیکنان و انتخاب مدل چانه‌زنی بستگی دارد. به طور مثال Xie و [24] Neyret, Xie و [20] We و SeyedEsfahani و همکاران [3] توابع مطلوبیت  $u(x) = x^\lambda$  را برای تعیین کردن سودمندی بازیکنان در ترکیب با مدل چانه‌زنی نش به کار بردند (رجوع شود به [38] Nash). تابع نمایشی  $u(x) = 1 - \exp(-\tau x)$  یک تابع مطلوبیت دیگر می‌باشد که می‌توان با مدل چانه‌زنی نش یا مدل چانه‌زنی Eliashberg ترکیب کرد. نتیجه این ترکیبات به تفاوت اساسی در پارامترها مربوط می‌شود. در مدل چانه‌زنی نش این پارامتر شامل ریسک بازیکنان و در مدل چانه‌زنی Eliashberg شامل قدرت چانه‌زنی یا مهارت هر یک از بازیکنان باشد. در این مقاله ما مدل دیگری از چانه‌زنی را با نام مدل چانه‌زنی نش نامتقارن از Harsanyi و [39] Selten و [40] Kalai را به کار

می‌بریم. مزیت این مدل در مقایسه با مدل‌های ذکر شده قبلی این است که به ما اجازه می‌دهد، هر دو پارامتر ریسک بازیکنان و قدرت چانه‌زنی را ترکیب کنیم. سود اضافی حاصل از بازی همکاریانه به صورت رابطه (۴۳) می‌باشد:

$$\Delta \Pi_{m+r} = \Pi_{m+r}^{CO} - \Pi_{m+r}^N = \Pi_{m+r}^{CO} - \Pi_m^N - \Pi_r^N \quad (43)$$

برای تقسیم سود اضافی حاصل از بازی همکاریانه حال باید سهم تولیدکننده و خرده‌فروش را طبق روابط (۴۴) بدست آوریم.

$$\Delta \Pi_{m+r} = \Delta \Pi_m + \Delta \Pi_r$$

$$\Delta \Pi_m = \Pi_m^{CO} - \Pi_m^N = (1-\varepsilon)w(1-p^{CO})$$

$$\times (k_1 \sqrt{a^{CO}} + k_2 \sqrt{A^{CO}}) - ta^{CO} - A^{CO} - \Pi_m^N \geq 0$$

$$\Delta \Pi_r = \Pi_r^{CO} - \Pi_r^N = (p - (1-\varepsilon)w)(1-p^{CO})$$

$$\times (k_1 \sqrt{a^{CO}} + k_2 \sqrt{A^{CO}}) - (1-t)a^{CO} - \Pi_r^N \geq 0 \quad (44)$$

برای ساده‌سازی روابط (۴۴)،  $B$ ،  $C$  و  $D$  را به صورت رابطه (۴۵) تعریف می‌کنیم:

$$B = (1-p^{CO})(k_1 \sqrt{a^{CO}} + k_2 \sqrt{A^{CO}}) > 0$$

$$C = A^{CO} + \Pi_m^N > 0$$

$$D = p^{CO}B - a^{CO} - \Pi_r^N > 0 \quad (45)$$

با جایگذاری روابط (۴۵) در روابط (۴۴) روابط (۴۶) بدست می‌آید:

$$\frac{\partial^2 \Pi_{m+r}}{\partial a^2} = -\frac{k_1}{16} a^{-\frac{3}{2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\partial^2 \Pi_{m+r}}{\partial a^2} \Big|_{a=a^*} = -\frac{32}{k_1^2} < 0$$

$$\Pi_{m+r} = \max \quad (39)$$

با توجه به اینکه مقدار مشتق دوم تابع هدف با  $a^*$  منفی می‌باشد شرط کافی برای مسئله ماکزیم‌سازی برآورده می‌شود. اگر نسبت به  $A$  مشتق گرفته شود، رابطه (۴۰) بدست می‌آید:

$$\frac{\partial \Pi_{m+r}}{\partial A} = \frac{k_2}{2} p(1-p)A^{-\frac{1}{2}} - 1 \Rightarrow A^* = \left(\frac{k_2}{8}\right)^2 \quad (40)$$

جهت بررسی بهینگی، مشتق مرتبه دوم را طبق رابطه (۴۱) بدست می‌آوریم:

$$\frac{\partial^2 \Pi_{m+r}}{\partial A^2} = -\frac{k_2}{16} A^{-\frac{3}{2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\partial^2 \Pi_{m+r}}{\partial A^2} \Big|_{a=a^*} = -\frac{32}{k_2^2} < 0$$

$$\Pi_{m+r} = \max \quad (41)$$

با توجه به اینکه مقدار مشتق دوم تابع هدف با  $A^*$  منفی می‌باشد شرط کافی برای مسئله ماکزیم‌سازی برآورده می‌شود. با توجه به مقادیر بهینه بدست آمده قضیه (۲) حاصل می‌شود:

**قضیه ۲:** همکاری بین تولیدکننده و خرده‌فروش با هدف حداکثر سود سیستم دارای تعادل منحصر به فرد مانند رابطه (۴۲) است:

$$p^{CO} = 1/2, A^{CO} = \left(\frac{k_2}{8}\right)^2, a^{CO} = \left(\frac{k_1}{8}\right)^2 \quad (42)$$

راه حل  $(p^{CO}, a^{CO}, A^{CO})$  حداکثر سود را به سیستم می‌دهد. قیمت عمده فروشی  $w$ ، نرخ مشارکت  $t$  و درصد تخفیف  $\varepsilon$  می‌توانند هر عددی بین صفر و یک را داشته باشند. با وجود این سود فردی تولیدکننده و خرده‌فروش از  $w$ ،  $t$  و  $\varepsilon$  مستقل نیست. در جدول ۱ خلاصه راه‌حل‌های بهینه دو مدل بازی خلاصه شده است.

جدول ۱. خلاصه راه‌حل‌های بهینه دو مدل بازی

متغیرهای تصمیم	بازی نش	بازی همکاریانه
$w$	1/3	-
$p$	2/3	1/2
$A$	$(k_2/18)^2$	$(k_2/8)^2$
$a$	$(k_1/18)^2$	$(k_1/8)^2$
$t$	.	-
$\varepsilon$	.	-

$$\begin{aligned} \Delta \Pi_r = 0 &\Rightarrow -D + X = 0 \Rightarrow (-D + X)^{\lambda_r \mu_r - 1} = 0 \\ &\Rightarrow \text{غیر قابل قبول} \\ \lambda_m \mu_m (-X + D) - \lambda_r \mu_r (X - C) &= 0 \\ \Rightarrow X^* &= \frac{D \lambda_m \mu_m + C \lambda_r \mu_r}{\lambda_m \mu_m + \lambda_r \mu_r} = (1 - \varepsilon) w B - t a^{CO} \quad (51) \end{aligned}$$

اکنون مقدار بدست آمده برای  $X^*$  را در روابط (۴۶) جایگذاری می‌کنیم که روابط (۵۲) بدست می‌آیند:

$$\begin{aligned} \Delta \Pi_m &= \frac{D \lambda_m \mu_m + C \lambda_r \mu_r}{\lambda_m \mu_m + \lambda_r \mu_r} - C \\ \Rightarrow \Delta \Pi_m &= \frac{\lambda_m \mu_m (D - C)}{\lambda_m \mu_m + \lambda_r \mu_r} \\ \Delta \Pi_r &= -\frac{D \lambda_m \mu_m + C \lambda_r \mu_r}{\lambda_m \mu_m + \lambda_r \mu_r} + D \\ \Rightarrow \Delta \Pi_r &= \frac{\lambda_r \mu_r (D - C)}{\lambda_m \mu_m + \lambda_r \mu_r} \quad (52) \end{aligned}$$

حال مقدار  $D - C$  را بدست می‌آوریم که در رابطه (۵۳) نشان داده شده است:

$$\begin{aligned} D - C &= (p^{CO} B - a^{CO} - \Pi_r^N) - (A^{CO} + \Pi_m^N) \\ &= \underbrace{p^{CO} B - a^{CO} - A^{CO}}_{\Pi_{m+r}^{CO}} - (\Pi_r^N - \Pi_m^N) \\ &= \Pi_{m+r}^{CO} - (\Pi_r^N - \Pi_m^N) = \Delta \Pi_{m+r} \quad (53) \end{aligned}$$

با جایگذاری مقدار  $D - C$  در روابط (۵۲)، روابط (۵۴) بدست می‌آیند:

$$\begin{aligned} \Delta \Pi_m &= \frac{\lambda_m \mu_m}{\lambda_m \mu_m + \lambda_r \mu_r} \Delta \Pi_{m+r} \\ \Delta \Pi_r &= \frac{\lambda_r \mu_r}{\lambda_m \mu_m + \lambda_r \mu_r} \Delta \Pi_{m+r} \quad (54) \end{aligned}$$

حال با فرض اینکه قدرت چانه‌زنی طرفین برابر باشد یعنی  $\mu_m = \mu_r$ ، اگر  $\lambda_m > \lambda_r$  نتیجه خواهیم گرفت که  $\Delta \Pi_m > \Delta \Pi_r$  یعنی هر چه ریسک تولیدکننده بیشتر از خرده‌فروش باشد سهم او از سود اضافی مشترک بیشتر خواهد بود و برعکس.

همچنین با فرض اینکه ریسک طرفین برابر باشد، یعنی  $\lambda_m = \lambda_r$ ، اگر  $\mu_m > \mu_r$  باشد، نتیجه خواهیم گرفت که  $\Delta \Pi_m > \Delta \Pi_r$  یعنی هر چه قدرت چانه‌زنی تولیدکننده بیشتر از خرده‌فروش باشد، سهم او از سود اضافی مشترک بیشتر خواهد بود و برعکس.

در این بخش ما مقدار بهینه  $(1 - \varepsilon) w B - t a^{CO}$  را بدست آوردیم. قابل ذکر است که بدون هیچ پیش فرض بیشتری تعیین مقادیر  $t$ ،  $w$  و  $\varepsilon$  غیر ممکن می‌باشد.

$$\begin{aligned} \Delta \Pi_m &= (1 - \varepsilon) w B - t a^{CO} - C \geq 0 \\ \Delta \Pi_r &= -(1 - \varepsilon) w B + t a^{CO} + D \geq 0 \quad (46) \end{aligned}$$

توابع مطلوبیت هر یک از بازیکنان به صورت روابط (۴۷) تعریف می‌شوند:

$$\begin{aligned} u_m(\Delta \Pi_m) &= (\Delta \Pi_m^{\lambda_m})^{\mu_m} \\ u_r(\Delta \Pi_r) &= (\Delta \Pi_r^{\lambda_r})^{\mu_r} \quad (47) \end{aligned}$$

$\lambda_m$  و  $\lambda_r$  پارامترهای ثابت مثبت هستند که به ترتیب نشان دهنده نگرش ریسک تولیدکننده و خرده‌فروش می‌باشد و  $\mu_m$  و  $\mu_r$  پارامترهای ثابت مثبت هستند که به ترتیب نشان دهنده قدرت چانه‌زنی تولیدکننده و خرده‌فروش می‌باشد و رابطه (۴۸) بین آنها برقرار است:

$$\mu_m + \mu_r = 1 \quad (48)$$

مدل چانه‌زنی به صورت رابطه (۴۹) فرموله می‌شود:

$$\begin{aligned} \max u_{m+r} &= u_m(\Delta \Pi_m) u_r(\Delta \Pi_r) = (\Delta \Pi_m^{\lambda_m})^{\mu_m} (\Delta \Pi_r^{\lambda_r})^{\mu_r} \\ \text{s.t. } \Delta \Pi_{m+r} &= \Delta \Pi_m + \Delta \Pi_r, \quad \mu_m + \mu_r = 1 \quad (49) \end{aligned}$$

با جایگذاری مقادیر  $\Delta \Pi_m$  و  $\Delta \Pi_r$  از روابط (۴۶) در تابع هدف (۴۹) رابطه (۵۰) بدست می‌آید:

$$\begin{aligned} u_{m+r} &= \left[ (1 - \varepsilon) w B - t a^{CO} - C \right]^{\lambda_m \mu_m} \\ &\times \left[ -(1 - \varepsilon) w B + t a^{CO} + D \right]^{\lambda_r \mu_r} \quad (50) \end{aligned}$$

برای ماکزیمم‌سازی عبارت فوق باید مقدار بهینه  $(1 - \varepsilon) w B - t a^{CO}$  را بدست آوریم و برای سادگی این عبارت را با نام  $X$  می‌نامیم. در نتیجه روابط (۵۱) را داریم:

$$\begin{aligned} u_{m+r} &= [X - C]^{\lambda_m \mu_m} [-X + D]^{\lambda_r \mu_r} \\ \frac{\partial u_{m+r}}{\partial X} &= \lambda_m \mu_m (X - C)^{\lambda_m \mu_m - 1} (-X + D)^{\lambda_r \mu_r} \\ &\quad - \lambda_r \mu_r (X - C)^{\lambda_m \mu_m} (-X + D)^{\lambda_r \mu_r - 1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_{m+r}}{\partial X} = 0 &\Rightarrow \\ (X - C)^{\lambda_m \mu_m - 1} (-X + D)^{\lambda_r \mu_r - 1} &\times [\lambda_m \mu_m (-X + D) - \lambda_r \mu_r (X - C)] = 0 \\ \Delta \Pi_m = 0 &\Rightarrow X - C = 0 \Rightarrow (X - C)^{\lambda_m \mu_m - 1} = 0 \\ &\Rightarrow \text{غیر قابل قبول} \end{aligned}$$

### ۵. تجزیه و تحلیل نتایج

در این بخش ما به مقایسه و تجزیه و تحلیل راه‌حل‌های بهینه هر چهار مدل بازی می‌پردازیم. با توجه به راه‌حل‌های بهینه خلاصه شده در جدول ۱، همه متغیرهای تصمیم تابعی از پارامترهای  $k_1$  و  $k_2$  هستند بنابراین تمام مقایسه‌های انجام شده برحسب مقادیر مختلف  $k_1$  و  $k_2$  می‌باشد که به ترتیب منعکس کننده تاثیر تبلیغات محلی و ملی در تقاضا می‌باشند. کیفیت نتایج تا حد زیادی به کیفیت تخمین پارامترها بستگی دارد، بنابراین برای تعیین بهترین سیاست هر دو تصمیم گیرنده باید در ابتدا این پارامترها برآورد شوند. برای این کار باید یک تحقیق عمیق از بازار محصول به منظور تعیین رفتار در تقاضا در اثر تبلیغات ملی و محلی انجام گیرد.

با توجه به خلاصه نتایج ارائه شده در جدول ۱ بدیهی است که قیمت خرده‌فروشی در بازی نش بالاتر از بازی همکارانه می‌باشد. بالاترین هزینه تبلیغات محلی در بازی همکارانه اتفاق می‌افتد و خرده‌فروش در بازی نش هزینه کمتری صرف تبلیغات محلی می‌نماید. همچنین بالاترین هزینه تبلیغات ملی در بازی همکارانه بدست می‌آید که نتیجه‌ای مشابه با هزینه تبلیغات محلی است، به علت اینکه هر بازیکن اطلاع دارد که بازیکن دیگر دقیقاً چه مقدار سرمایه‌گذاری خواهد کرد به طوری که او تمایل دارد مقدار بیشتری نسبت به بازی‌های دیگر بردارد. مطابق با جدول ۱ درصد تخفیف قیمت تولیدکننده و نرخ مشارکت تولیدکننده در هزینه تبلیغات محلی خرده‌فروش در بازی نش

برابر صفر است، زیرا تولیدکننده هیچ اطلاعاتی در مورد فعالیت خرده‌فروش ندارند. به عنوان یک نتیجه، بالاترین سود در بازی همکارانه بدست می‌آید، به عبارت دیگر همکاری منجر به بهترین عملکرد برای کل کانال می‌شود و اعضاء تصمیم به همکاری در جهت به حداکثر رساندن سود کل سیستم دارند. این یک نتیجه مشترک در ادبیات می‌باشد.

### ۶. نتایج آزمایشات

در این بخش با توجه به حساسیت مقدار متغیرهای تصمیم به پارامترهای  $k_1$  و  $k_2$ ، با در نظر گرفتن مقادیر مختلف برای این پارامترها در مثال‌ها، به محاسبه این متغیرها می‌پردازیم. مثال - های عددی متفاوت برای مقایسه قیمت‌ها، هزینه تبلیغات و سود برای هر دو سناریو مطرح شده ذکر می‌شود و در ادامه با استفاده از جواب بازی همکارانه، سود اضافه حاصل از این بازی را با توجه به مسئله چانه‌زنی، بین تولیدکننده و خرده‌فروش تقسیم می‌نماییم. مقادیر مختلف برای پارامترهای  $k_1$  و  $k_2$  در جدول ۲ نشان داده شده است. در هر مثال مقادیر متغیرهای تصمیم برای تولیدکننده و خرده‌فروش در هر بازی محاسبه گردیده است و سپس سود حاصل از هر بازی برای هر دو عضو زنجیره و همچنین سود کل سیستم مشخص شده است و با توجه به جوابهای بدست آمده بحث‌هایی صورت گرفته است. نتایج عددی حاصل در جدول ۳ و جدول ۴ آورده شده است.

### جدول ۲. مقادیر پارامترهای $k_1$ و $k_2$ برای مثال‌ها

مثال ۱	مثال ۲	مثال ۳	مثال ۴	مثال ۵	مثال ۶	مثال ۷	مثال ۸	مثال ۹	مثال ۱۰
$k_1 = 0.5$	$k_1 = 9$	$k_1 = 8$	$k_1 = 9$	$k_1 = 2$	$k_1 = 1$	$k_1 = 10$	$k_1 = 7$	$k_1 = 4$	$k_1 = 1$
$k_2 = 6$	$k_2 = 4$	$k_2 = 10$	$k_2 = 6$	$k_2 = 5$	$k_2 = 10$	$k_2 = 1$	$k_2 = 2$	$k_2 = 4$	$k_2 = 1$

### ۶-۱. مثال‌های عددی برای بازی نش

در این قسمت با توجه به روابط بدست آمده از جدول ۱ و مقادیر پارامترهای  $k_1$  و  $k_2$ ، ذکر شده در جدول ۲ متغیرهای تصمیم را در بازی نش محاسبه می‌کنیم.

### جدول ۳. نتایج حاصل از مثال‌های عددی بازی نش

مثال ۱	مثال ۲	مثال ۳	مثال ۴	مثال ۵	مثال ۶	مثال ۷	مثال ۸	مثال ۹	مثال ۱۰	بازی نش
$k_1 = 0.5$	$k_1 = 9$	$k_1 = 8$	$k_1 = 9$	$k_1 = 2$	$k_1 = 1$	$k_1 = 10$	$k_1 = 7$	$k_1 = 4$	$k_1 = 1$	
$k_2 = 6$	$k_2 = 4$	$k_2 = 10$	$k_2 = 6$	$k_2 = 5$	$k_2 = 10$	$k_2 = 1$	$k_2 = 2$	$k_2 = 4$	$k_2 = 1$	
0.3333	0.3333	0.3333	0.3333	0.3333	0.3333	0.3333	0.3333	0.3333	0.3333	$w^N$
0.6667	0.6667	0.6667	0.6667	0.6667	0.6667	0.6667	0.6667	0.6667	0.6667	$p^N$
0.0031	0.0494	0.1512	0.3086	0.0031	0.0123	0.2500	0.1975	0.2500	0.0008	$a^N$

0.0031	0.0494	0.0123	0.0031	0.3086	0.0772	0.1111	0.3086	0.0494	0.1111	$A^N$
0.0093	0.1481	0.1759	0.3148	0.6204	0.1667	0.4722	0.8148	0.3488	0.2230	$\Pi_r^N$
0.0093	0.1481	0.3148	0.6204	0.3148	0.1019	0.6111	0.7037	0.5494	0.1127	$\Pi_m^N$
۰.۰۱۸	۰.۲۹۶	۰.۴۹۰۷	۰.۹۳۵۲	۰.۹۳۵۲	۰.۲۶۸	۱.۰۸۳۳	۱.۵۱۸۵	۰.۸۹۸	۰.۳۳۵	$\Pi_{m+r}^N$

نتایجی که می‌توان از بازی نش گرفت عبارتند از :

۱-  $k_1$ ، بیشترین مقدار در تبلیغات محلی بدست می‌آورد، این قضیه در مورد تبلیغات ملی نیز صادق است، یعنی هر چه مقدار  $k_2$  افزایش یابد، میزان تبلیغات ملی نیز افزایش خواهد یافت (مثال ۳ و ۶ با داشتن بیشترین مقدار  $k_2$ ، بیشترین مقدار در تبلیغات ملی را بدست می‌آورد).

۱- در بازی نش وقتی پارامترهای  $k_1$  و  $k_2$  با هم برابر هستند میزان تبلیغات ملی و محلی نیز با هم برابر خواهند شد، همچنین در این حالت سود تولیدکننده و خرده‌فروشی در این بازی برابر است (مثال ۹ و ۱۰).

۴- در بازی نش اگر مقدار  $k_1$  بزرگتر از  $k_2$  باشد، سود حاصل از این بازی برای تولیدکننده بیشتر از خرده‌فروشی می‌باشد (مثال ۲، ۴، ۷ و ۸) و برعکس (مثال ۵، ۳، ۱ و ۶).

۲- در بازی نش اگر مقدار  $k_1$  بزرگتر از  $k_2$  باشد، میزان تبلیغات محلی از تبلیغات ملی بیشتر خواهد بود (مثال ۲، ۴، ۷ و ۸) و برعکس (مثال ۵، ۳، ۱ و ۶).

۶-۲. مثال‌های عددی برای بازی همکارانه

در این قسمت با توجه به روابط بدست آمده از جدول ۱ و مقادیر پارامترهای  $k_1$  و  $k_2$ ، ذکر شده در جدول ۲ متغیرهای تصمیم را در بازی نش محاسبه می‌کنیم.

۳- در بازی نش هر چه مقدار  $k_1$  افزایش یابد، میزان تبلیغات محلی نیز افزایش خواهد یافت (مثال ۷ با داشتن بیشترین مقدار).

جدول ۴. نتایج حاصل از مثال‌های عددی بازی همکارانه

مثال ۱۰	مثال ۹	مثال ۸	مثال ۷	مثال ۶	مثال ۵	مثال ۴	مثال ۳	مثال ۲	مثال ۱	
$k_1 = 1$	$k_1 = 4$	$k_1 = 7$	$k_1 = 10$	$k_1 = 1$	$k_1 = 2$	$k_1 = 9$	$k_1 = 8$	$k_1 = 9$	$k_1 = 0.5$	
$k_2 = 1$	$k_2 = 4$	$k_2 = 2$	$k_2 = 1$	$k_2 = 10$	$k_2 = 5$	$k_2 = 6$	$k_2 = 10$	$k_2 = 4$	$k_2 = 6$	
0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	$p^{CO}$
0.0156	۰.۲۵۰۰	0.7656	1.5625	0.0156	۰.۶۲۵۰	1.2656	1.0000	1.2656	0.0039	$a^{CO}$
0.0156	۰.۲۵۰۰	0.0625	0.0156	1.5625	۰.۳۹۰۶	0.5625	1.5625	0.2500	0.5625	$A^{CO}$
0.0313	۰.۵۰۰۰	0.8281	1.5781	1.5781	۰.۴۵۳۱	1.8281	2.5625	1.5156	0.5664	$\Pi_{m+r}^{CO}$

بازی همکارانه

نتایجی که می‌توان از بازی همکارانه گرفت عبارتند از:

بیشترین مقدار  $k_1$ ، بیشترین مقدار در تبلیغات محلی بدست می‌آورد، این قضیه در مورد تبلیغات ملی نیز صادق است، یعنی هر چه مقدار  $k_2$  افزایش یابد، میزان تبلیغات ملی نیز افزایش خواهد یافت (مثال ۳ و ۶ با داشتن بیشترین مقدار  $k_2$ ، بیشترین مقدار در تبلیغات ملی را بدست می‌آورد).

۱- در بازی همکارانه وقتی پارامترهای  $k_1$  و  $k_2$  با هم برابر هستند، میزان تبلیغات ملی و محلی نیز با هم برابر خواهند شد (مثال ۹ و ۱۰).

۴- در بازی همکارانه هرچه میزان پارامترهای  $k_1$  و  $k_2$  بیشتر باشد سود کل سیستم نیز بیشتر خواهد شد (مثال ۳).

۲- در بازی همکارانه اگر مقدار  $k_1$  بزرگتر از  $k_2$  باشد، میزان تبلیغات محلی از تبلیغات ملی بیشتر خواهد بود (مثال ۲، ۴، ۷ و ۸) و برعکس (مثال ۵، ۳، ۱ و ۶).

۶-۳. مثال‌های عددی برای مدل چانه‌زنی نش نامتقارن

۳- در بازی همکارانه هر چه مقدار  $k_1$  افزایش یابد، میزان تبلیغات محلی نیز افزایش خواهد یافت (مثال ۷ با داشتن

در این قسمت نتایج حاصل از مسئله چانه‌زنی با توجه به روابط بخش ۴-۳ برای مثال‌های ۱، ۳، ۷ و ۸ از جدول ۲ حل شده

در جدول ۵ خلاصه شده است.

جدول ۵. نتایج حاصل از مثال‌های عددی برای مدل چانه‌زنی نش نامتقارن

	$k_1$	$k_2$	$\lambda_m$	$\lambda_r$	$\mu_m$	$\mu_r$	$\Pi_{m+r}^{CO}$	$\Pi_m^N$	$\Pi_r^N$	$\Delta\Pi_{m+r}$	$\Delta\Pi_m$	$\Delta\Pi_r$
مثال ۱	0.5	6	0.3	0.6	0.8	0.2	0.5664	0.1127	0.2230	0.2307	0.1538	0.0769
مثال ۳	8	10	0.9	0.6	0.5	0.5	2.5625	0.7037	0.8148	1.044	0.6264	0.4176
مثال ۷	۱۰	۱	۰.۳	۰.۲	۰.۴	۰.۶	۱.۵۷۸۱	0.6204	0.3148	0.4906	0.2453	0.2453
مثال ۸	۷	۲	۰.۴	۰.۴	۰.۳	۰.۷	۰.۸۲۸۱	0.3148	0.1759	0.3374	0.1012	0.2362

دادن تخفیف در قیمت عمده‌فروشی، باعث تعدیل در قیمت خرده‌فروشی شده و در نتیجه تقاضا و به تبع آن سود هر دو عضو زنجیره افزایش خواهد یافت.

با تحلیل حساسیت مدل‌های فوق نسبت به پارامترهای  $k_1$  و  $k_2$  میزان حساسیت مدل نسبت به این پارامترها مورد بررسی قرار گرفت. در ادامه ۱۰ مثال موردی برای زنجیره‌تامین ارائه گردید و برای هر مثال جواب‌های بهینه در هر بازی ارائه شد. نتایج نشان می‌دهد که قیمت خرده‌فروشی زمانی کمترین مقدار را دارد که اعضای زنجیره تصمیم به همکاری دارند، در حالی که هزینه‌های تبلیغاتی تولیدکننده و خرده‌فروش در بازی همکارانه بیشترین مقدار را دارند. همچنین بیشترین سود کل سیستم در بازی همکارانه اتفاق می‌افتد و ما نشان دادیم که همکاری سود بیشتر را برای تولیدکننده و خرده‌فروش تضمین می‌کند. از مدل چانه‌زنی نش نامتقارن برای حل مشکل چانه‌زنی در تقسیم سود اضافی از بازی همکارانه با استفاده از ریسک بازیکنان و قدرت چانه‌زنی آنها استفاده شد. نتایج مدل چانه‌زنی نشان داد در صورتی که بازیکنان دارای ریسک مساوی باشند، سهم بیشتر به کسی تعلق می‌گیرد که قدرت چانه‌زنی بیشتری داشته باشد و در صورت برابر بودن قدرت چانه‌زنی، بازیکنی که ریسک پذیری بیشتری داشته باشد، سود بیشتری به او می‌رسد.

به منظور پیشنهاد برای مطالعات آتی می‌توان به موارد زیر اشاره نمود:

- از جمله تغییرات ممکن در تحقیق حاضر افزایش تعداد سطوح زنجیره‌تامین به سه سطح و یا حتی بالاتر است یا زنجیره‌تامین چند محصولی را در نظر گرفت. حل و مدل‌سازی بازی در چنین شرایطی دشوارتر بوده اما در عمل، کاربرد بیشتری خواهد داشت.
- تابع تقاضای بکار رفته در مدل، تنها وابستگی تقاضا به قیمت محصول و تبلیغات را عامل کشش تقاضا در نظر گرفته است. در حالیکه در دنیای اقتصادی امروز، علاوه بر قیمت نهایی محصول، عوامل دیگری نیز چون هزینه‌های بازاریابی، تخفیفات، فروش ویژه، خدمات پس از فروش و مواردی از این

در مثال ۳، ملاحظه می‌شود که با مساوی بودن قدرت چانه‌زنی ( $\mu_m = \mu_r = 0.5$ ) هر دو بازیکن، به دلیل اینکه ریسک تولیدکننده بالاتر از خرده‌فروش می‌باشد ( $\lambda_m > \lambda_r$ )، سهم او از سود اضافی مشترک بیشتر از خرده‌فروش است ( $\Delta\Pi_m > \Delta\Pi_r$ ). در مثال ۷ ملاحظه می‌شود که قدرت چانه‌زنی خرده‌فروش بیشتر از تولیدکننده ( $\mu_m < \mu_r$ ) و برعکس ریسک تولیدکننده بیشتر از خرده‌فروش می‌باشد ( $\lambda_m > \lambda_r$ )، ولی سود تقسیم شده بین آنها مساوی می‌باشد ( $\Delta\Pi_m = \Delta\Pi_r$ ). در مثال ۸ ملاحظه می‌شود که با مساوی بودن ریسک هر دو بازیکن ( $\lambda_m = \lambda_r = 0.4$ )، به دلیل اینکه قدرت چانه‌زنی خرده‌فروش بالاتر از تولیدکننده می‌باشد ( $\mu_m < \mu_r$ )، سهم او از سود اضافی مشترک بیشتر از تولیدکننده است ( $\Delta\Pi_m < \Delta\Pi_r$ ).

## ۷. نتیجه‌گیری و پیشنهادات آتی

در این مقاله برای یافتن بهینه تصمیمات، دو نوع رابطه کلاسیک بین یک تولیدکننده و یک خرده‌فروش با استفاده از نظریه‌بازی‌ها استفاده شده است و تصمیمات بهینه از هماهنگی در قیمت‌گذاری، تبلیغات مشارکتی و تخفیف قیمت در راستای برقراری همکاری و همچنین افزایش سود اعضا و کل زنجیره بدست آمده است. بازی اول، بازی بدون همکاری نش با توزیع متقارن قدرت بین تولیدکننده و خرده‌فروش می‌باشد و هر دو عضو همزمان تصمیمات خود را اتخاذ می‌نمایند و در بازی دوم، همکاری بین اعضای زنجیره مورد بررسی قرار گرفته است و هر دو تمایل به حداکثر رساندن سود کل دارند.

تقاضای مصرف کننده وابسته به قیمت خرده‌فروشی و هزینه‌های تبلیغاتی انجام شده توسط اعضای زنجیره می‌باشد. برای هماهنگی بین دو عضو زنجیره تبلیغات مشارکتی به کار گرفته شده است بطوریکه تولیدکننده بخشی از هزینه تبلیغات محلی خرده‌فروش را متحمل می‌شود، علاوه بر این تولیدکننده برای هماهنگی بیشتر با

- Research, (1972), Vol. 9, No. 3, pp. 309–312.
- [9] Dolan, R.J., A normative model of industrial buyer response to quantity discounts, In: Jain, S.C. (Ed.), *Research Frontiers in Marketing: Dialogues and Directions*, American Marketing Association, Chicago, (1978), Vol. 23, pp. 121–125.
- [10] Roslow, S., Laskey, H.A., Nicholls, J.A.F., *The Enigma of Cooperative Advertising*, *Journal of Business & Industrial Marketing*, (1993), Vol. 8, No. 2, pp. 70 – 79.
- [11] Jorgensen, S., Zaccour, G., Equilibrium pricing and advertising strategies in a marketing channel, *Journal of Optimization Theory and Applications*, (1999), Vol. 102, No. 1, pp. 111–125.
- [12] Corbett, C.J., de Groote, X., A Supplier's Optimal Quantity Discount Policy Under Asymmetric Information, *Management Science*, (2000), Vol. 46, No. 3, pp. 444–450.
- [13] Jorgensen, S., Sigue, S.P., Zaccour, G., Stackelberg leadership in a marketing channel, *International Game Theory Review*, (2001), Vol. 3, No. 1, pp. 13–26.
- [14] Huang, Z., Li, S.X., Co-op advertising models in manufacturer–retailer supply chains: A game theory approach, *European Journal of Operational Research*, (2001), Vol. 135, No. 3, pp. 527–544.
- [15] Huang, Z., Li, S.X., Mahajan, V., An analysis of manufacturer–retailer supply chain coordination in cooperative advertising, *Decision Sciences*, (2002), Vol. 33, No. 3, pp. 469–494.
- [16] Munson, C.L., Rosenblatt, M.J., Coordinating a three-level supply chain with quantity discounts, *IIE Transactions*, (2001), Vol. 33, No. 5, pp. 371–384.
- [17] Jorgensen, S., Zaccour, G., A differential game of retailer promotions, *Automatica*, (2003), Vol. 39, No. 7, pp. 1145–1155.
- قبیل، بر میزان تقاضای محصول تأثیری گذارند. بنابراین در تحقیقات آتی می‌توان تابع تقاضا را به منظور ایجاد همکاری در زنجیره تامین با رویکرد نظریه بازی‌ها، بصورت پیچیده‌تر و واقعی‌تر در نظر گرفت.
- در نظر گرفتن تعداد بیشتر خرده‌فروش و تصمیم‌گیری در شرایط انحصار چندگانه نیز می‌تواند ما را به دنیای واقعی نزدیک‌تر کند.
- ### مراجع
- [1] Sarmah, S.P., Acharya, D., Goyal, S.K., Buyer vendor coordination models in supply chain management, *European Journal of Operational Research*, (2006), Vol. 175, No.1, pp. 1-15.
- [2] Malone, T.W., Crowston, K., The interdisciplinary study of coordination, *Journal ACM Computing Surveys*, (1994), Vol. 26, No. 1, pp. 87-119.
- [3] Seyedesfahani, M.M., Biazaran, M., Gharakhani, M., A game theoretic approach to coordinate pricing and vertical co-op advertising in manufacturer–retailer supply chains, *European Journal of Operational Research*, (2011), Vol. 211, No. 2, pp. 263-273.
- [4] Cachon, G., Netessin, S., Game theory in supply chain analysis”, *Handbook of Quantitive Supply Chain Analysis: Modeling in eBusiness Era*. Kluwer Academic Publishers, (2004).
- [5] Leng, M., Parlar, M., Game Theoretic Applications in Supply Chain Management: A Review, *INFOR*, (2005), Vol. 43, No. 3, pp. 187-220.
- [6] Li, X., Wang, Q., Coordination mechanisms of supply chain systems, *European Journal of Operational Research*, (2007), Vol. 179, No. 1, pp. 1-16.
- [7] Nagarajan, M., Sobic, G., Game-theoretic analysis of cooperation among supply chain agents: Review and extensions, *European Journal of Operational Research*, (2008), Vol. 187, No. 3, pp. 719–745.
- [8] Berger, P.D., Vertical cooperative advertising ventures, *Journal of Marketing*

- commodity in a two-level supply chain, *Computers & Industrial Engineering*, (2011), Vol. 61, No. 4, pp. 1268-1274.
- [28] Aust, G., Buscher, U., Vertical cooperative advertising and pricing decisions in a manufacturer-retailer supply chain: A game-theoretic approach, *European Journal of Operational Research*, (2012), Vol. 223, No. 2, pp. 473-482.
- [29] Wu, C.H., Chen, C.W., Hsieh, C.C., Competitive pricing decisions in a two-echelon supply chain with horizontal and vertical competition, *International Journal of Production Economics*, (2012), Vol. 135, No. 1, pp. 265-274.
- [30] Huang, S., Yang, C., Zhang, X., Pricing and production decisions in dual-channel supply chains with demand disruptions, *Computers & Industrial Engineering*, (2012), Vol. 62, No. 1, pp. 70-83.
- [31] Yue, J., Austin, J., Huang, Zh., Chen, B., Pricing and advertisement in a manufacturer-retailer supply chain. *European Journal of Operational Research*, (2013), Vol. 231, No. 2, pp. 492-502.
- [32] Aust, G., Buscher, U., Vertical cooperative advertising in a retailer duopoly. *Computers & Industrial Engineering*, (2014), Vol. 72, pp. 247-254.
- [33] Jogensen, S., Zaccour, G., A survey of game-theoretic models of cooperative advertising. *European Journal of Operational Research*, (2014), Vol. 237, No. 1, pp. 1-14.
- [34] Aust, G., Buscher, U., Cooperative advertising models in supply chain management: A review. *European Journal of Operational Research*, (2014), Vol. 234, pp. 1-14.
- [35] Chen, T., Effects of the pricing and cooperative advertising policies in a two-echelon dual-channel supply chain. *Computers & Industrial Engineering*, (2015), Vol. 87, pp. 250-259.
- [36] Amrouche, N., Yan, R., Aggressive or partnership strategy: Which choice is better for the national brand?, *International Journal*
- [18] Qi, X., Bard, J.F., Yu, G., Supply chain coordination with demand disruptions, *Omega*, (2004), Vol. 32, No. 4, pp. 301-312.
- [19] Xiao, T., Yang, D., Price and service competition of supply chains with risk-averse retailers under demand uncertainty, *Inter Journal of production economics*, (2008), Vol. 114, No. 1, pp. 187-200.
- [20] Xie, J., Wei, J., Coordinating advertising and pricing in a manufacturer-retailer channel, *European Journal of Operational Research*, (2009), Vol. 192, No. 2, pp. 785-791.
- [21] Esmaeili, M., Aryanezhad, M. B., Zeephongsekul, P., A game theory approach in seller-buyer supply chain, *European Journal of Operations Research*, (2009), Vol. 195, No. 2, pp. 442-448.
- [22] Chen, K., Xiao, T., Demand disruption and coordination of the supply chain with a dominant retailer, *European Journal of Operational Research*, (2009), Vol. 197, No. 1, pp. 225-234.
- [23] Szmerekovsky, J., Zhang, J., Pricing and two-tier advertising with one manufacturer and one retailer. *European Journal of Operational Research*, (2009), Vol. 193, No. 3, pp. 904-917.
- [24] Xie, J., Neyret, A., Co-op advertising and pricing models in manufacturer-retailer supply chains, *Computers & Industrial Engineering*, (2009), Vol. 56, No. 4, pp. 1375-1385.
- [25] Li, J., Wang, S., Cheng, T.C.E., Competition and cooperation in a single-retailer two-supplier supply chain with supply disruption, *International Journal of Production Economics*, (2010), Vol. 124, No. 1, pp. 137-150.
- [26] Esmaeili, M., Zeephongsekul, P., Seller-buyer models of supply chain management with an asymmetric information structure, *International Journal of Production Economics*, (2010), Vol. 123, No. 1, pp. 146-154.
- [27] Chen, T.H., Coordinating the ordering and advertising policies for a single-period



of Production Economics, (2015), Vol. 166, pp. 50-63.

- [37] Piana, V., Consumer Decision Rules for Agent-Based Models, Economics Web Institute, (2004).
- [38] Nash, J.F., The Bargaining Problem, *Econometrica*, (1950), Vol. 18, No. 2, pp. 155-62.
- [39] Harsanyi, J.C., Selten, R., A generalized Nash solution for two-person bargaining games with incomplete information, *Management Science*, (1972), Vol. 18, No. 2, pp. 80-106.
- [40] Kalai, E., Nonsymmetric Nash solutions and replications of 2-person bargaining, *International Journal of Game Theory*, (1977), Vol. 6, No. 3, pp. 129-133.