International Journal of Industrial Engineering & Production Management (2015)
March 2015, Volume 26, Number 4
pp. 433-444

http://IJIEPM.iust.ac.ir/

# AN INVESTIGATION ECONOMIC PRODUCTION BATCH SIZE IN MULTI-PRODUCT ASPECT IN TERMS OF THE POSSIBILITY OF DEFECTIVE PART PRODUCTION

**Vahid Khodakarami*, Bahman Esmailnezhad, Salman Aghababaei & Farshad Haghi**

***Vahid Khodakarami,*** *Professor Assistant, Industrial engineering, Bu-Ali Sina University, Hamedan, Iran*
***Bahman Esmailnezhad,*** *MSc Student, Industrial engineering, Bu-Ali Sina University, Hamedan, Iran*
***Salman Aghababaei,*** *MSc Student, Industrial engineering, Bu-Ali Sina University, Hamedan, Iran*
***Farshad Haghi,*** *MSc Student, Industrial engineering, Bu-Ali Sina University, Hamedan, Iran*

**Keywords**

**Multi-product production,**
**Iinflation rate,**
**Interest rate,**
**Defective parts,**
**rotation cycle policy**

**ABSTRACT**

*One of the most famous inventory management models is the Economic Production Quantity (EPQ) model. In the economic manufacturing model, there is the possibility of producing defective items. Missing of it causes to make unrealistic model. In addition, inflation and the time value of money in the economic model make a significant difference in the cost calculations. In this paper, the production of defective items in multi-product state by considering inflation and the time value of money has been investigated. Considering the multi-product state in these issues is a new analysis that has not been done. Studies showed that inserting the issue of inflation and the time value of money in inventory management model lead to change optimal batch. Because finding the optimal cycle through differentiation method, we used an algorithm based on the combination of accelerated search method and deco-Thomas algorithm to determine the optimal point. Finally, a sensitivity analysis based on the parameters of interest rates, inflation rates and combination rate has been done. The results show that not considering inflation and interest rates and set up time associated with products order will lead to errors in calculating costs.*

**© 2016 IUST Publication, IJIEPM. Vol. 26, No. 4, All Rights Reserved**

نشـــریه بین المللـــی مهنـــدسی صنـــایع و مدیـــــریت تولیـــد

شمـــاره ۴، جلـــد ۲۶، زمستان ۱۳۹۴

صفحـــه ۴۴۴-۴۳۴

نشریه بین المللی مهندسی صنایع و مدیریت تولید دانشگاه علم و صنعت ایران

ISSN: 2008-4870

http://IJIEPM.iust.ac.ir/

# بررسیِ اقتصادیِ اندازه‌ی دسته تولید در حالت چند محصولی با در نظر گرفتن امکان تولید قطعات معیوب

وحید خداکرمی*، بهمن اسمعیل‌نژاد، سلمان آقابابائی و فرشاد حقی

**کلمات کلیدی**

**تولید چند محصولی،**
**نرخ تورم،**
**نرخ بهره،**
**قطعات معیوب،**
**سیکل ثابت گردشی**

**چکیده:**

مدلِ مقدار اقتصادیِ تولید یکی از مشهورترین مدل‌های کنترل موجودی است. در مدل‌های تولید اقتصادی، امکان تولید قطعات معیوب وجود دارد، که در نظر نگرفتن این امر، موجب می‌شود هزینه‌های احتسابی، غیر واقعی جلوه کنند. ضمناً وجود تورم و ارزش زمانی پول در مدل‌های اقتصادی، اختلاف قابل توجهی در محاسبات هزینه ایجاد می‌کند. در این مقاله تولید قطعات معیوب در حالت چندمحصولی با در نظر گرفتن تورم و ارزش زمانی پول، مورد بررسی قرار می‌گیرد. در نظر گرفتن حالت چندمحصولی در این مباحث یک تحلیل جدید می‌باشد، که تاکنون انجام نشده است. مطالعات در این زمینه نشان می‌دهد که وارد کردن موضوع تورم و ارزش زمانی پول در مدیریت و کنترل موجودی، منجر به تغییر دسته تولید بهینه خواهد شد. بدلیل آنکه پیدا کردن سیکل بهینه با روش مشتق‌گیری، مشکل است، از ترکیب دو الگوریتم جستجوی شتابدار و دیکوتوماس در تعیین نقطه بهینه استفاده می‌شود. در نهایت تحلیل حساسیت براساس پارامترهای نرخ بهره، نرخ تورم و نرخ توأم انجام شده است. نتایج نشان می‌دهد که در نظر نگرفتن تورم و نرخ بهره باعث خطا در محاسبه‌ی هزینه می‌شود.

## ۱. مقدمه

از جمله موضوعاتِ مهمی که انواع سازمان‌ها با آن روبرو هستند، مسائلی در زمینه برنامه‌ریزی تولید و کنترل موجودی می‌باشد. مسائلی از قبیل میزان و زمان سفارشات مواد اولیه یا قطعات نیمه ساخته، تعیین نوع سیستم کنترل موجودی، تعیین ظرفیت انواع انبارها و برنامه‌ریزی برای تحویل به موقع و اقتصادی سفارشات در این بحث قرار دارند. موضوع اصلی مسائل کنترل موجودی و برنامه‌ریزی تولید، تعیین مقدار بهینه سفارش اقتصادی یا تعیین اندازه دسته تولید می‌باشد.

**تاریخ وصول: ۹۱/۱۲/۲۶**

**تاریخ تصویب: ۹۲/۱۱/۲۹**

**بهمن اسمعیل‌نژاد**، دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی صنایع، دانشگاه بوعلی سینا همدان، bahman.ismailnezhad@yahoo.com

**سلمان آقابابائی**، دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی صنایع، دانشگاه بوعلی سینا همدان، salman.aghababaei@yahoo.com

**فرشاد حقی**، دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی صنایع، دانشگاه بوعلی سینا همدان، farshad.haghi86@gmail.com

*نویسنده مسئول مقاله: **دکتر وحید خداکرمی**، استادیار مهندسی صنایع، دانشگاه بوعلی‌سینا همدان، v.khodakarami@basu.ac.ir

این مقدار با توجه به ظرفیت‌ها و محدودیت‌ها و به منظور کمینه کردن کل هزینه‌های مرتبط سفارش، خرید، نگهداری و تحویل یا بیشینه کردن کل سود مرتبط با سیستم کنترل موجودی تعیین می‌شود [۱]. در همین راستا مدل مقدار اقتصادی سفارش به طور وسیع در تعیین اندازه دسته سفارش و یا خرید قطعات در سیستم‌های تولیدی به کار می‌رود. این مدل با در نظر گرفتن نرخ تولید به صورت ثابت، به مدل مقدار اقتصادی تولید تعمیم یافته است [۲].

در سیستم‌های تولید واقعی، معمولاً بیشتر از یک محصول تولید شده، تقاضای محصول متغیر تصادفی بوده، امکان تولید قطعات معیوب وجود دارد و خرابی ابزارالاتِ تولید به طور تصادفی هستند. در نتیجه، تعدادی از مفروضات مدل EPQ (تک محصول، تقاضای قطعی، فقط تولید قطعات سالم و غیره) در واقعیت در بیشتر مواقع رخ نمی‌دهد. تعیین اندازه دسته بهینه در سیستم‌های اقتصادی تولید و محاسبه تأثیر ارزش زمانی پول و تورم در این مدل، یکی از موارد توسعه مدیریت موجودی می‌باشد که موجب می‌شود تا هزینه‌ها به صورت واقعی محاسبه شده و نقطه‌ای نزدیک به بهینه برای تعیین اندازه دسته در سیستم‌های اقتصادی تولید انتخاب شود. از دیگر

تعمیم‌های مدل اقتصادی تولید، وجود اقلام معیوب در دسته‌های مقدار اقتصادی تولید می‌باشد که در صورت نبود کنترل کیفیت، زیان‌های وارده نمی‌تواند قابل چشم‌پوشی باشد. در ادامه به برخی از تحقیقات انجام شده در زمینه تلفیق کنترل کیفیت و کنترل موجودی و نیز در نظر گرفتن ارزش زمانی پول و تورم در مدل‌های کنترل موجودی به ترتیب اشاره می‌شود.

یکی از موضوعات مهمی که در این مقاله مورد بررسی قرار گرفته است بحث در نظر گرفتن اقلام معیوب در تعیین اندازه‌ی دسته می‌باشد. در ادامه تحقیقات مطرح در این ارتباط مورد بررسی قرار می‌گیرد. جمال و همکاران[۳]، برای تعیین مقدار دسته‌ای بهینه در یک سیستم تک مرحله‌ای از دو سیاست مختلف عملیاتی برای دوباره‌کاری استفاده کردند. در سیاست اول، دوباره‌کاری بلافاصله پس از مشخص شدن معیوب‌ها اجرا می‌شود و در سیاست دوم، اقلام معیوب انباشته شده و در سیکل N ام دوباره‌کاری انجام می‌شود. هزینه‌ی کل موجودی، در موردِ کاهش نسبت اقلام معیوب، در سیاست دوم حساس‌تر از سیاست اول است.

سارکر و همکاران[۴]، برای تعیین مقدار دسته‌ی بهینه در یک سیستم تولید چند مرحله‌ای، دو نوع مدل با فرآیند دوباره‌کاری در نظر گرفتند. در مدل اول، دوباره‌کاری درون همان سیکل و بدون هیچ کمبودی صورت می‌پذیرد و در مدل دوم، دوباره‌کاری بعد از N سیکل، و با متحمل شدن کمبود در هر سیکل انجام می‌شود. آنها پس از تجزیه و تحلیل حساسیت پارامترهای مهم مسئله، به این نتیجه رسیدند که با کم‌تر شدن نسبت اقلام معیوب، هزینه‌ی کل در مدل دوم کوچکتر از مدل اول می‌شود. اما در کل، دو مدل جواب‌های نزدیکی ارائه می‌دهند.

حجی و همکاران [۵]، سیستم تولید اقتصادیِ تک ماشینی را با در نظر گرفتن تولید اقلام معیوب بررسی کردند. اقلام معیوب تولید شده در یک دوره‌ی زمانی که شامل چندین سیکل برابر می‌باشد، انباشته و در یک سیکل مجازی، به نام سیکل دوباره‌کاری که طولی برابر با سیکل‌های دیگر دارد، دوباره‌کاری می‌شود.

پسندیده و همکاران [۶]، مدل EPQی چند محصولی را ارائه دادند که امکان تولید قطعات معیوب در آن مد نظر بوده است. قطعات معیوب بعد از دوباره‌کاری به قطعه‌ی سالم تبدیل می‌شدند. بعلاوه در این تحقیق، فضای انبار برای همه‌ی محصولات محدود فرض شده بود. در نهایت، مدل عدد صحیح غیر خطی ارائه شده توسط الگوریتم ژنتیک حل شده است.

حجی و حجی [۷]، سیستم تولید اقتصادی را با در نظر گرفتن تولید اقلام معیوب و امکان دوباره‌کاری این اقلام بررسی کردند. اقلام معیوب تولید شده در سیکل‌های مختلف یک دوره زمانی معین، فقط در آخرین سیکل این دوره، دوباره‌کاری می‌شوند. برای آسانی زمان‌بندی تولید و برنامه‌ریزی منابع، طول آخرین سیکل را برابر سیکل‌های دیگرِ این دوره قرار دادند و برای نرخ دوباره‌کاری، به جای استفاده از نرخی ثابت و یا برابر قرار دادن با نرخ تولید، آن را متغیری تصادفی با تابع توزیع دلخواه در نظر گرفتند.

فتح‌الله‌بیاتی و همکاران [۸]، مدل مقدار تولید اقتصادی را با قرار دادنِ محصولات، در چهار گروهِ کامل، ناقص، معیوب با امکان دوباره‌کاری و معیوب بدون امکان دوباره‌کاری بررسی کردند. آنها تقاضا را به صورت تابع نمایی از قیمت، هزینه‌ی بازاریابی و هزینه‌ی واحد تولید در نظر گرفتند. هدف از این تحقیق تعیین اندازه‌ی دسته‌ی تولید بهینه از طریق مینیمم‌سازی هزینه‌ی بازاریابی، قیمت فروش، هزینه‌ی آماده‌سازی و هزینه‌ی نگهداری موجودی به طور هم‌زمان می‌باشد. در این مدل، هزینه‌ی نگهداری موجودی شامل بهره و هزینه‌ی استهلاک نیز هست.

علی‌محمدی و همکاران [۹]، مدل تولید اقتصادی را با مفروضاتی از قبیل: مجاز بودن کمبودِ موجودی، امکان تولید محصولات معیوب با و بدون توانایی به دوباره‌کاری و سیاست‌های نگهداری و تعمیرات پیش‌گیرانه روی ماشین‌آلات (برای افزایش طول عمر و کارایی) در نظر گرفتند. آنها با مینیمم‌سازی هزینه‌ی کل سیستم، فرمولی برای اندازه‌ی دسته‌ی تولید بهینه ارائه دادند.

چیو و همکاران [۱۰]، مدل EPQ ای، با نرخ قطعات معیوب تصادفی در نظر گرفتند که در آن به دنبال تعیین مقدار بهینه‌ی اندازه‌ی دسته و تعداد بهینه‌ی محموله‌ها بودند. در این تحقیق، همه‌ی قطعات معیوب قابل تعمیر بوده و در هر سیکل بعد از پایان تولید، دوباره‌کاری می‌شوند.

سارکر و همکاران [۱۱]، مدل مقدار تولید اقتصادی برای تک محصول با الگوی تقاضای وابسته به زمان ارائه دادند. در این مدل، قطعات معیوب تولید شده با صرف هزینه‌ای برای دوباره‌کاری به قطعات سالم تبدیل می‌شوند. آن‌ها همچنین تأثیرات تورم و ارزش زمانی پول را مورد بررسی قرار دادند.

کومار و همکاران [۱۲]، مدل EPQ ای ارائه دادند که در آن تقاضا و نرخ تولید قطعات معیوب متغیر تصادفی بوده و تابع چگالی آن‌ها به صورت خطی می‌باشد. در مدل آن‌ها کمبود مجاز و نرخ استهلاک قطعات ثابت در نظر گرفته شده است. قطعات معیوبی که می‌تواند به فروش برسد با قیمت پایین فروخته می‌شود و برخی دیگر که شرایط بدتری دارند به طور کلی دور ریخته می‌شوند.

ارزش زمانی پول برای اولین بار توسط هادلی [۱۳] در سال ۱۹۶۴ مورد بررسی قرار گرفت. وی مقادیر سفارش محاسبه شده با استفاده از متوسط هزینه سالیانه و هزینه تنزیل یافته در حالتی که کمبود موجودی مجاز نباشد را با یکدیگر مقایسه کرد و با مثال‌های عددی که پارامترهای آن مقادیری واقع نما باشند، نتیجه گرفته است که تفاوت هزینه در دو مدل قابل چشم پوشی است. با وجود این وی نشان داده است که در حالت‌های حدی، اختلاف غیر قابل اغماضی ممکن است بدست آید. بوزاکوت[۱۴] برای اولین بار مدل EOQ[1] را با در نظر گرفتن تورم مورد بررسی قرار داد. وی در پایان با جمع‌بندی

مطالب، به این نتیجه رسید که مدل EOQ با در نظر گرفتن تورم بایستی اصلاح شود.

هِروویتز [۱۵]، عدم اطمینان نرخ تورم را مورد توجه قرار داد و نشان داد که چگونه نرخ تورم، سیاست‌های موجودی بهینه را در سازمان، تحت فشار قرار می‌دهد. وی نرخ تورم را با فرآیندهای احتمالی، تخمین زد و این فرآیندهای احتمالی را با واریانس، نرمالیزه کرد. وی نشان داد که عدم اطمینان نرخ تورم و هزینه حاشیه‌ای سرمایه، می‌توانند بر تغییر در هزینه سرمایه‌گذاری تولید مؤثر باشند و بنابراین این امر، موجب تغییر در اندازه دسته بهینه تولید، خواهد شد.

سان و کویران [۱۶]، تولید در حالت چند محصولی را، با به کار بردن ارزش زمانی پول به منظور مینیمم کردن مجموع هزینه‌ها، مورد بررسی قرار دادند. در این بررسی با روش هیورستیک به یک نقطه نزدیک به بهینه دست یافتند و به این نتیجه رسیدند که فاصله هر سفارش بر اساس هزینه میانگین، می‌تواند طولانی‌تر از سفارش بر اساس ارزش زمانی پول باشد. آنها نشان دادند، زمانی که تقاضاها قطعی است، هزینه میانگین، تقریب خوبی برای ارزش زمانی پول است.

گروبسترام و وانگ [۱۷]، یک مدل احتمالی برای سیستم موجودی چندمحصولی و چند مرحله‌ای، با محدودیت ظرفیت و به کار بردن ارزش زمانی پول ارائه دادند و هدف مدل را حداقل کردن مجموع هزینه‌ها بیان کردند. آنها از برنامه‌ریزی پویا برای حل مدل، و از تبدیل لاپلاس و تجزیه و تحلیل ورودی_خروجی به عنوان ابزاری برای ساخت مدل استفاده کردند. همچنین، گروبسترام و هیون[۱۸] در مقاله‌ای دیگر، با فرض قطعی بودن تقاضاها به توسعه‌ی مدل قبلی، برای لیدتایم غیرصفر پرداخت. آنها در این مدل بر روی فضای جز به جز تأکید داشتند. فضای جز به جز شامل خصوصیاتی است که وابسته به ساختار تولید (ماتریس ورودی)، توزیع مؤعد تحویل در میان فرایندهای تولید (ماتریس مؤعد تحویل) و مراحل قبل از چرخه تولید می‌باشد. گروبسترام برای حل این مدل، از برنامه‌ریزی پویا با در نظر گرفتن ارزش زمانی پول، استفاده کرد.

امامی و همکاران [۱۹]، امکان خرابی ماشین و تغییر در تقاضاها و هزینه‌های مدل مقدار تولید اقتصادی را با توجه به تأثیر تورم و ارزش زمانی پول مورد بررسی قرار دادند. آنها در حل این مسئله، دوره تعمیر را ثابت و تقاضا را تحت تأثیر تورم در نظر گرفتند.

میرزازاده [۲۰]، مدل‌های موجودی برای مقدار سفارش اقتصادی را در حالت کلی مورد بررسی قرار داد. در حالت کلی با در نظر گرفتن دو روش الف) مینیمم‌سازی هزینه‌ی میانگین سالیانه و ب) مینیمم‌سازی هزینه‌ی تنزیل یافته، مدل‌های موجودی بدست می‌آیند. این تحقیق، سیاست‌های سفارش بهینه حاصله از این دو روش را تحت تورم غیرقطعی (متغیر تصادفی) مقایسه کرد و به این نتیجه رسید که تفاوت ناچیزی بین دو رویه برای مقادیر مختلف پارامترها وجود دارد.

عبدل و موراتا [۲۱]، مدل تولید اقتصادی برای اقلام فاسد شونده با الگوی تقاضای افزایشی-پایدار-کاهشی را تحت تأثیر تورم و ارزش زمانی پول ارائه دادند. این نوع رفتار تقاضا در برخی محصولاتِ مُد و محصولات فصلی مشاهده می‌شود. آنها به منظور ایجاد مدلی کلی‌تر و واقعی‌تر، کمبود را مجاز و نرخ فاسد شدن را متغیر تصادفی با توزیع وایبل در نظر گرفتند. مثال‌های عددی و تحلیل حساسیت نشان داد که مقدار بهینه‌ی هزینه‌ی کل به تغییرات نرخ بهره و تورم بسیار حساس است.

اوناومی و همکاران [۲۲]، مدل مقدار سفارش اقتصادی را برای یک شرکت تولیدی در نیجریه با توجه به افزایش سودآوری و نقدینگی سازمانی مورد بررسی قرار دادند. آنها در مدل کمبود، تورم و تخفیف نموی را در نظر گرفتند. در نهایت، خرید انبوه را برای افزایش سودآوری در وضعیت تورم ۲۵٪، پیشنهاد دادند.

مصلحی و همکاران [۱]، تولید قطعات معیوب و امکان دوباره‌کاری مدل مقدار تولید اقتصادی را مورد توجه قرار دادند و با در نظر گرفتن دوباره‌کاری برای حالت تک محصولی به بررسی ارزش زمانی پول و تورم در مدل اندازه دسته تولید پرداختند. آنها برای حل مسئله از الگوریتمی مبتنی بر ترکیب دو روش جستجوی شتابدار و دیکوتوماس استفاده کردند.

بانسال و آهالاوات [۲۳]، مسئله‌ی موجودی دو ظرفی را برای مدل مقدار سفارش اقتصادی در نظر گرفتند و پارامترهایی از جمله: نرخ تقاضای وابسته به زمان، اقلام فاسد شدنی با نرخ فاسد شدن متغیر در طول زمان، مجاز بودن کمبود، شرایط تورمی و در نظر گرفتن ارزش زمانی پول را در این مدل لحاظ کردند. به علت اینکه تقاضای بیشتر محصولات در فاز ابتدایی طول عمر خود یک دوره افزایش سریع تقاضا را دارند در این مدل افزایش تقاضا به طور نمایی فرض می‌شود. در نهایت، جواب حاصل از این مدل به تصمیم‌گیرنده برای اجاره‌کردن یا نکردن انبار، کمک می‌کند.

والیاسال و ارسایا کومار [۲۴]، مدل مقدار سفارش اقتصادی را با در نظر گرفتن تأثیرات تورم، نرخ تقاضا به صورت متغیر تصادفی، نرخ فاسد شدن کالا وابسته به زمان (دارای توزیع وایبل) و مجاز بودن کمبود، بررسی کردند. آنها حساسیت جواب بهینه به تغییرات مقادیر پارامترهای مختلف را بررسی و به این نتیجه رسیدند که تورم قطعاً نقش مهمی در پیدا کردن مقدار سفارش اقتصادی دارد.

در این مقاله سیاست اول جمال و همکاران مورد بررسی قرار می‌گیرد یعنی عمل تشخیص و تصحیح خرابی‌های سیستم تولید بلافاصله بعد از وقوع یک خرابی آغاز می‌شود.

در بخش دوم این مقاله به تعریف مسئله، بیان فرضیات و نمادهای مورد استفاده در مقاله پرداخته شده است. در بخش سوم بیان و مدل‌سازی مسئله پرداخته می‌شود. در این بخش مدل‌سازی مسئله

در سه مبحث الف. ارزش فعلی هزینه راه اندازی، ب. ارزش فعلی هزینه تولید، پ. ارزش فعلی هزینه نگهداری؛ اجرا می‌شود و در پایان مجموع کل این هزینه‌ها مدل‌سازی می‌شود. در بخش چهارم، روش حل مسئله توضیح داده می‌شود. در حل مسئله از ترکیب دو جستجوی دیکوتوماس و شتابدار استفاده می‌شود. مراحل اجرای این الگوریتم ترکیبی به ترتیب بیان می‌شود. در بخش پنجم برای استفاده از مدل پیشنهادی یک مثال عددی آورده شده است و انواع تغییرات تورم و نرخ بهره در هزینه‌ها با هم مقایسه می‌گردند. در پایان بخش نهایی به نتیجه‌گیری اختصاص داده می‌شود.

## ۲. تعریف مسئله

یک سیستم تولید چند محصولی را در نظر بگیرید که در یک سیکل زمانی به اندازه T از کلیه n محصول تولید صورت می‌گیرد. این فرض را خط‌مشی "سیکل ثابت گردش"[۲] می‌گویند. این سیکل در طول دوره آنقدر تکرار می‌شود که کل تقاضای محصولات در طول دوره برآورده گردد(کمبود موجودی مجاز نمی‌باشد) [۲۵]. مشاهدات گذشته نشان می‌دهد که $\theta$ درصد از این قطعات تولیدی معیوب و قابل دوباره‌کاری هستند. بنابراین فرض می‌شود که به طور ثابت $\theta$ درصد از محصولات تولید شده معیوب هستند. عملیات بازرسی، بدون زمان و هزینه به صورت صد در صد انجام می‌گیرد. به عبارت دقیق‌تر، به منظور پی بردن به کیفیت قطعات و شناسایی معیوب‌ها، هر قطعه بلافاصله بعد از تولید، تحت عملیات بازرسی قرار می‌گیرد. همچنین در اینجا فرض می‌شود هر قطعه تولیدی، سالم یا معیوب باشد. قطعاتی که به وسیله عملیات بازرسی سالم تشخیص داده می‌شوند بلافاصله به انبار می‌روند تا پاسخگوی نیاز مشتریان باشند. تقاضای هر محصول پیوسته و با نرخ‌های $D_1 , D_2 , \dots , D_n$ واحد کالا در واحد زمان است. زمان راه‌اندازی ماشین برای محصولات مختلف $s_1 , s_2 , \dots , s_n$ می‌باشد. قطعاتی که معیوب هستند، پس از انجام عملیات بازرسی، در زمره قطعات‌معیوب نگهداری می‌شوند تا پس از تولید $Q_i , i= 1 , 2 , \dots , n$ واحد کالا، وارد فرایند دوباره‌کاری شوند. پس از عملیات دوباره‌کاری، همه قطعات معیوب به قطعات سالم تبدیل می‌شوند. بنابراین قطعات معیوب پس از دوباره‌کاری، به عنوان قطعات سالم برای پاسخ تقاضا به انبار فرستاده می‌شوند. در شکل (۱) رفتار موجودی در انبار بر حسب زمان، نشان داده شده است.

لازم به ذکر است که فرایند دوباره‌کاری از نظر زمان و هزینه مشابه فرایند تولید، فرض می‌شود. هدف، تعیین سیکل بهینه ($T^*$) با فرض مستقل بودن زمان آماده‌سازی از ترتیب تولید محصولات می‌باشد. به نحوی که مجموع هزینه‌های مرتبط با سیستم موجودی راه‌اندازی، تولید (شامل هزینه تولید اولیه و هزینه دوباره‌کاری) و نگهداری کالا در انبار مینیمم شود. هزینه نگهداری قطعات معیوب در کنار دستگاه ناچیز فرض می‌شود.

### ۲-۱. فرضیات

فرضیات مدل مورد بررسی در این مقاله عبارتند از:

- n محصول وجود دارد.
- کمبود مجاز نیست.
- هزینه زمان بازرسی ناچیز فرض شده است.
- عملیات راه‌اندازی به ازای هر بار، زمان‌بر می‌باشد.
- یک دستگاه وجود دارد و پس از عملیات لازم، قطعات سالم جهت برآوردن تقاضا به انبار فرستاده می‌شوند.
- انقطاع در حین انجام عملیات یک دسته تولیدی وجود ندارد.
- ارزش افزوده در حین عملیات تولیدی صورت می‌گیرد و پرداخت‌ها به صورت پیوسته و لحظه‌ای فرض می‌شود.
- طول افق برنامه‌ریزی بی‌نهایت می‌باشد.

### ۲-۲. نمادها

نمادهای مورد استفاده در این مقاله، تشریح شده است:

| نماد | شرح |
|---|---|
| $A_i$ | هزینه هر بار آماده‌سازی برای محصول i ام در ابتدای افق برنامه‌ریزی (واحد پول به دفعه‌ی سفارش) |
| $c_i$ | هزینه پردازش هر واحد محصول i ام در ابتدای افق برنامه‌ریزی (واحد پول به واحد کالا) |
| $h_i$ | هزینه نگهداری هر واحد محصول i ام در واحد زمان در ابتدای افق‌برنامه‌ریزی (واحد پول به واحد کالا به واحد زمان) |
| $D_i$ | نرخ تقاضای محصول i ام در واحد زمان (واحد کالا به واحد زمان) |
| $P_i$ | نرخ تولید محصول i ام در واحد زمان (واحد کالا به واحد زمان) |
| $\theta$ | نسبت محصول معیوب به کل |
| $\alpha$ | نرخ بهره مرکب به صورت پیوسته |
| $\beta$ | نرخ تورم مرکب به صورت پیوسته |
| $t_{1i}$ | انتهای دوره تولید محصول i ام در سیکل (واحد زمان) |
| $t_{2i}$ | انتهای دوره دوباره‌کاری محصول i ام در هر سیکل (واحد زمان) |
| $T_{mi}$ | کل زمان پردازش محصول i ام در هر سیکل (واحد زمان) |
| $T_{di}$ | طول بازه مصرف بدون تولید محصول i ام در هر سیکل (واحد زمان) |
| $T$ | طول هر دوره (واحد زمان) |
| $Q_i$ | اندازه دسته تولید محصول i ام (واحد کالا) |
| $T^*_{jamal}$ | سیکل ثابت گردش نزدیک به بهینه مدل جمال و همکارانش (واحد زمان) |

| | |
|---|---|
| $T^*$ | سیکل ثابت گردشی نزدیک به بهینه با در نظر گرفتن ارزش زمانی پول (واحد زمان) |
| $s_i$ | زمان راه‌اندازی ماشین برای محصول i (واحد زمان) |
| $i$ | نرخ هزینه نگهداری (واحد پول در واحد زمان به ازای هر واحد پولی سرمایه‌گذاری موجودی) |
| $C_s$ | ارزش فعلی هزینه‌ی راه‌اندازی در هر دوره (واحد پول) |
| $C_m$ | ارزش فعلی هزینه‌ی تولید در هر دوره (واحد پول) |
| $C_h$ | ارزش فعلی هزینه نگهداری موجودی انبار در هر دوره (واحد پول) |
| $C$ | ارزش فعلی کل هزینه‌های مرتبط با موجودی برای هر دوره (واحد پول) |
| $TC(T)$ | ارزش فعلی کل هزینه‌های مرتبط با موجودی برای افق برنامه‌ریزی بی‌نهایت (واحد پول) |

## ۳. تعیین سیکل ثابت با در نظر گرفتن ارزشِ زمانی پول

رفتار موجودی کالای ساخته‌شده به دلیل قطعی بودن تقاضا، تقریباً مشابه مدلِ مقدارِ تولید اقتصادی می‌باشد. فرایند دوباره‌کاری باعث تفاوت مدل بیان شده با مدل مقدار تولید اقتصادی می‌باشد. رفتار سطح موجودی محصولات مختلف انبار در شکل (۱) نشان داده شده است. چون در این مقاله حالت چندمحصولی مدل جمال و همکاران را بررسی می‌کنیم. به همین دلیل مدل آن‌ها با وارد کردن محدودیت تک‌ماشین (چگونه وارد کردن محدودیت تک ماشین در ادامه روی مدل پیشنهادی شرح داده خواهد شد) به صورت زیر آورده می‌شود.

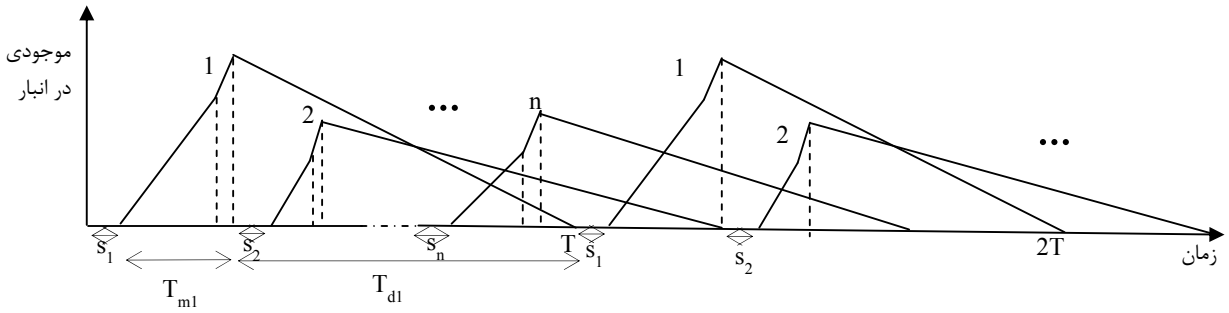
$$TC(u)=\sum_{j=1}^{n}\left[\begin{array}{l}\dfrac{A_j}{u+T_{\min}}+C_jD_j(1+\theta)+iC_j\dfrac{D_j^2}{2P_j^2}\times(u+T_{\min})\\ \times\left[\left(P_j(1-\theta)-D_j\right)(1+2\theta)+\theta^2(P_j-D_j)\right]\end{array}\right] \quad (۱)$$
$$+\frac{iC_jD_j(u+T_{\min})}{2P_j}\left(1-\frac{D_j}{P_j}-\frac{\theta D_j}{P_j}\right)^2$$

$T_{\min}$ و u در رابطه (۱)، در ادامه توضیح داده خواهد شد. بنابر رابطه (۱)، هزینه‌های تولید، شامل: هزینه پردازش اولیه و هزینه دوباره‌کاری (جمله $C_jD_j(1+\theta)$ در رابطه (۱) ) به اندازه سیکل بستگی ندارند؛ این دو هزینه بدون توجه به ارزش زمانی پول در تعیین سیکل ثابت گردش نقشی ندارند. اما همان‌طور که در ادامه اشاره خواهد شد در صورت در نظر گرفتن ارزش زمانی پول، این دو هزینه در تعیین اندازه سیکل گردش مؤثر هستند. روابط (۲) تا (۴)، نحوه محاسبه اجرای زمانی هر دوره، شامل $T_{mi}$ , $t_{2i}$ , $t_{1i}$ را نشان می‌دهد [۱].

$$t_{1i}=\frac{Q_i}{P_i} \quad (۲)$$

$$t_{2i}=t_{1i}+\frac{\theta Q_i}{P_i}=\frac{(1+\theta)Q_i}{P_i} \quad (۳)$$

$$T_{mi}=\frac{(1+\theta)Q_i}{P_i} \quad (۴)$$




**شکل ۱. رفتار موجودی محصول در انبار برحسب زمان**

هزینه‌های سیستم موجودی، شامل هزینه‌های راه‌اندازی، تولید (هزینه‌های تولید اولیه و هزینه دوباره‌کاری) و هزینه نگهداری کالا در انبار می‌باشد. به منظور محاسبه ارزش فعلی مجموع هزینه‌های افق برنامه‌ریزی، ابتدا ارزش فعلی هزینه یک دوره محاسبه می‌شود؛ سپس، با توجه به اینکه دوره‌ها مشابه هستند؛ ارزش فعلی کل هزینه‌ها قابل محاسبه خواهد بود. ارزش فعلی مجموع هزینه‌های هر دوره برابر است با:

$$C=C_s+C_m+C_h \quad (۵)$$

اکنون با توجه به توضیحات بالا و با توجه به شکل (۱) به محاسبه ارزش فعلی هر یک از هزینه‌های بیان شده در طول یک دوره می‌پردازیم:

### ۳-۱. محاسبه ارزش فعلی هزینه راه‌اندازی در هر دوره

هزینه ثابت هر بار راه‌اندازی دستگاه برای محصول iام در بازه زمانی $s_i$ برابر با $A_i$ است. در شکل(۱) با توجه به روابط اقتصاد مهندسی، ارزش فعلی جریان نقدی f در زمان t برابر با $fe^{-\alpha t}$ است؛ همچنین در صورتی که تورم مدنظر باشد می‌توان گفت اگر g ارزش کالا در

زمان صفر را نشان دهد؛ مقدار آن با اعمال تورم به صورت پیوسته و مرکب، در زمان t برابر با $ge^{\beta t}$ است. در این رابطه $\beta$ نرخ تورم را نشان می‌دهد. و با فرض $\rho = \beta - \alpha$، هزینه آماده‌سازی کل محصولات در هر دوره به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$C_s = \int_0^{s_1} A_1 e^{\rho t} dt + \sum_{i=2}^{n} \left( \int_0^{s_i} A_i e^{\rho t} dt \right) \times e^{\rho\left( \sum_{j=1}^{i-1} s_j + t_{2j} \right)}$$
$$\Rightarrow C_s = \frac{A_1}{\rho}\left(e^{s_1\rho} - 1\right) + \sum_{i=2}^{n} \left( \frac{A_i}{\rho}\left(e^{s_i\rho} - 1\right) \right) e^{\rho\left( \sum_{j=1}^{i-1} \left( s_j + \frac{(1+\theta)D_j}{P_j} T \right) \right)} \quad (۶)$$

### ۳-۲. محاسبه ارزش فعلی هزینه تولید در هر دوره

با توجه به اینکه نرخ تولید و نیز دوباره‌کاری برای محصول i ام در واحد زمان، $P_i$ کالا است. بنابراین هزینه تولید و یا دوباره‌کاری در واحد زمان و مادامی که تولید صورت می‌گیرد، $c_iP_i$ است. بنابراین داریم:

$$C_m = \left( \int_0^{t_{21}} c_1 P_1 e^{\rho t} dt \right) \times e^{\rho s_1} + \sum_{i=2}^{n} \left( \int_0^{t_{2i}} c_i P_i e^{\rho t} dt \right) \times e^{\rho\left( s_i + \sum_{j=1}^{i-1} s_j + t_{2j} \right)}$$
$$\Rightarrow C_m = \frac{c_1 P_1}{\rho}\left( e^{\frac{\rho(1+\theta)D_1}{P_1} T} - 1 \right) e^{\rho s_1} + \sum_{i=2}^{n} \frac{c_i P_i}{\rho}\left( e^{\frac{\rho(1+\theta)D_i}{P_i} T} - 1 \right) \times e^{\rho\left( s_i + \sum_{j=1}^{i-1} s_j + \frac{(1+\theta)Dj}{P_j} T \right)} \quad (۷)$$

### ۳-۳. محاسبه ارزش فعلی هزینه نگهداری در هر دوره

هزینه نگهداری موجودی هر دوره‌ی انبار در حالت چند محصولی با توجه به رابطه هزینه‌ی نگهداری مصلحی و همکاران [۱]، برابر است با:

$$C_h = \int_0^T I_1(t) H_1(t) dt + \ldots + \int_0^T I_n(t) H_n(t) dt$$

برای اولین عبارت این جمع، مقدار انتگرال به شکل زیر محاسبه می‌شود:

$$\int_0^T I_1(t) H_1(t) dt = \int_0^{t_{11}} [(P_1(1-\theta) - D_1)t] h_1 e^{\rho t} dt + \int_{t_{11}}^{t_{21}} [-\theta D_1 T + (P_1 - D_1)t] h_1 e^{\rho t} dt + \int_{t_{21}}^{t_{31}} [D_1 T - D_1 t] h_1 e^{\rho t} dt$$
$$= \frac{P_1 h_1}{\rho^2}\left[ (1 - e^{\frac{\rho(1+\theta)D_1}{P_1} T} + \theta(e^{\frac{\rho D_1}{P_1} T} - 1)) + \frac{D_1}{P_1}\left(e^{\rho T} - 1\right) \right]$$

آنگاه داریم:

$$C_h = \frac{P_1 h_1}{\rho^2}\left[ (1 - e^{\frac{\rho(1+\theta)D_1}{P_1} T} + \theta(e^{\frac{\rho D_1}{P_1} T} - 1)) + \frac{D_1}{P_1}\left(e^{\rho T} - 1\right) \right] e^{\rho s_1} + \sum_{i=2}^{n} \frac{P_i h_i}{\rho^2}\left[ (1 - e^{\frac{\rho(1+\theta)D_i}{P_i} T} + \theta(e^{\frac{\rho D_i}{P_i} T} - 1)) + \frac{D_i}{P_i}\left(e^{\rho T} - 1\right) \right] e^{\rho(s_i + \sum_{j=1}^{i-1} s_j + \frac{(1+\theta)D_j}{P_j} T)} \quad (۸)$$

### ۳-۴. محاسبه ارزش فعلی کل هزینه‌ها

در بخش‌های قبل انواع هزینه‌های موجودی به صورت جداگانه محاسبه شد؛ بنابراین کل هزینه‌های مرتبط با موجودی برای یک دوره با استفاده از رابطه ۵ محاسبه می‌شود. ضمناً واضح است که این هزینه‌ها در هر دوره به طور مشابه تکرار می‌شود. با توجه به اینکه فاصله دوره‌ها از یکدیگر به اندازه طول دوره (T) می‌باشد. ارزش فعلی هزینه‌ها برای افق برنامه‌ریزی نامحدود برابر است با:

$$\begin{aligned} TC(T) &= C + Ce^{\rho t} + Ce^{2\rho t} + \ldots \\ &= C(1 + e^{-(\alpha-\beta)} + e^{-2(\alpha-\beta)} + \ldots) \end{aligned} \quad (۹)$$

اگر $\rho = \beta - \alpha > 0$ باشد، در افق برنامه‌ریزی بی‌نهایت، عبارت داخل پرانتز رابطه (۴)، واگرا خواهد بود و عبارت مشخصی برای TC(T) بدست نمی‌آید. بنابراین در این حالت باید یک افق برنامه-ریزی محدود (معمولاً یک سال) در نظر گرفته شود تا تابع هزینه کل همگرا شود. اما اگر $\rho = \beta - \alpha \le 0$ باشد (در عمل هم همین‌طور است، زیرا نرخ بهره حداقل به اندازه نرخ تورم است)، عبارت داخل پرانتز رابطه (۴) برابر با $\frac{1}{1-e^{\rho t}}$ است که در این حالت TC(T) همگرا می‌شود. در این صورت با جایگذاری مقدار فعلی مجموع هزینه‌های هر سیکل (C) که با استفاده از روابط (۶) تا (۸) بدست می‌آید، در رابطه‌ی (۹)، ارزش فعلی هزینه‌های موجودی به صورت زیر بدست می‌آید:

$$TC(T) = \{ \frac{A_1}{\rho}(e^{s_1\rho} - 1) + \frac{c_1 P_1}{\rho}(e^{\rho\frac{(1+\theta)D_1}{P_1} T} - 1) + \frac{P_1 h_1}{\rho^2}\left[ (1 - e^{\rho\frac{(1+\theta)D_1}{P_1} T} + \theta(e^{\rho\frac{D_1}{P_1} T} - 1)) + \frac{D_1}{P_1}(e^{\rho T} - 1) \right] + \sum_{i=2}^{n} \left[ \frac{A_i}{\rho}\left(e^{s_i\rho} - 1\right) + \frac{c_i P_i}{\rho}(e^{\rho\frac{(1+\theta)D_i}{P_i} T} - 1) + \frac{P_i h_i}{\rho^2}\left[ (1 - e^{\rho\frac{(1+\theta)D_i}{P_i} T} + \theta(e^{\rho\frac{D_i}{P_i} T} - 1)) + \frac{D_i}{P_i}(e^{\rho T} - 1) \right] \right] \times e^{\rho\left( \sum_{j=1}^{i} s_j + \frac{(1+\theta)D_j}{P_j} T \right)} \} \times \frac{1}{1 - e^{\rho T}} \quad (۱۰)$$

در رابطه بالا برای امکان‌پذیر بودن تولید دسته‌ای نرخ تولید بزرگتر از نرخ تقاضا فرض می‌شود. از طرفی محدودیت تک‌ماشین باعث

فرض $\sum_i \frac{D_i}{P_i} < 1$ و با در نظر گرفتن فرض جمال و همکاران ( $P(1-\theta) > D$ ) [۳]، فرض $\sum_i \frac{D_i}{P_i} < 1-\theta$ نتیجه و در مدل گنجانده می‌شود. در کل، برای وارد کردن محدودیت تک ماشین باید رابطه زیر برقرار باشد [۲۵]:

$$\sum_{j=1}^{n}\left(s_j + \frac{(1+\theta)Q_j}{P_j}\right) \le T \Rightarrow$$
$$T \ge \frac{\sum_{j=1}^{n} s_j}{1-(1+\theta)\sum_{j=1}^{n}\left(\frac{D_j}{P_j}\right)} = T_{\min} \qquad (۱۱)$$

در نتیجه باید مدل ریاضی زیر بهینه‌سازی شود:

$$\begin{aligned} &Min \quad TC\ (T) \\ &S.T\ : \quad T \ge T_{\min} \\ &\qquad T \ge 0 \end{aligned}$$

محدودیت مدل ریاضی بالا را می‌توان با تغییر متغیر $u = T - T_{min}$ وارد تابع هدف کرده و $TC(u)$ را مینیمم کرد.

## ۴. روش حل مسئله

همان‌گونه که مشاهده می‌شود رابطه (۱۰)، تابعی یک متغیره برحسب T می‌باشد. این تابع (شکل ۲ به منظور نشان دادن رفتار تابع با استفاده از یک مثال عددی آورده شده است) فقط یک جواب بهینه کلی دارد. زیرا با میل دادن زمان به بی‌نهایت، تابع هدف به یک مقدار ثابت میل می‌کند

در این مقاله برای حل مسئله از ترکیب الگوریتم جستجو با حرکت شتابدار (به منظور جستجوی سریع بازه‌ای که نقطه بهینه در آن قرار دارد) و روش دیکوتوماس(به منظور کاهش بازه انتخاب شده و معرفی یک نقطه نزدیک به بهینه) با تغییری استفاده شده است [۱] (در این الگوریتم $\delta$ دقت مورد نظر و $\varepsilon$ یک عدد کوچک است).

گام صفر: تابع هزینه یک متغیره $TC(u)$ را در نظر بگیرید.

گام اول: نقطه شروع اولیه $(u_0)$ را تعیین کنید$(u_0 =0)$. چنانچه $TC(u_0 + \varepsilon) > TC(u_0)$، قرار دهید: $u_0 = u^*$ وگرنه $S=0.02+u_0$

گام دوم: قرار دهید: $u_1 = u_0$. تا زمانی که $TC(u_1) < TC(u_0)$: قرار دهید: $u_1 = u_1 + S$ .

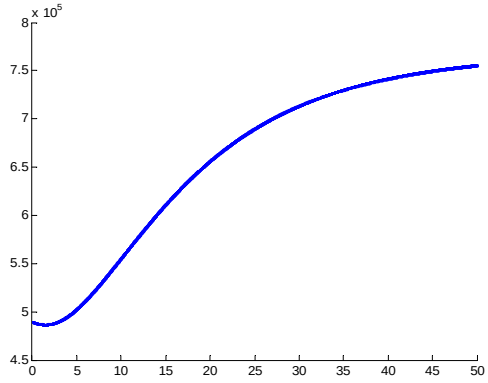
گام سوم: اگر $u_0 > u_1$ است، مقادیر $u_1$ و $u_0$ را با یکدیگر جایگزین کنید.

گام چهارم: قرار دهید:

$$u_0^* = u_0 + (u_1 - u_0)/2 - \delta/2$$
$$u_1^* = u_0 + (u_1 - u_0)/2 + \delta/2$$

- اگر $TC(u_0^*) < TC(u_1^*)$ آنگاه مقادیر $u_1 > u_1^*$ را حذف نموده و قرار دهید: $u_1 = u_1^*$
- اگر $TC(u_0^*) > TC(u_1^*)$ آنگاه مقادیر $u_1 < u_1^*$ را حذف نموده و قرار دهید: $u_0 = u_0^*$
- اگر $TC(u_0^*) = TC(u_1^*)$ دو نقطه دیگر را به عنوان $u_1$ و $u_0$ انتخاب کنید (با تغییر $\delta$).

گام پنجم: اگر $|TC(u_0^*) \prec TC(u_1^*)| < \delta$ قرار دهید: $u^* = (u_0^* + u_1^*)/2$ ( $T^* = u^* + T_{\min}$، جواب نزدیک به بهینه رابطه ۱۰ است). در غیر این صورت به گام چهار بروید.




**شکل ۲. نمودار هزینه‌ی کل وقتی که تورم ۱۰٪ و نرخ بهره ۳۵٪ است**

## ۵. مثال عددی و تحلیل حساسیت

در این بخش با بیان یک مثال عددی، نتایج حاصل از مدل پیشنهادی با نتایج مدل جمال و همکاران در حالت چند محصولی مقایسه گردیده و سپس به تحلیل حساسیت مدل پیشنهادی پرداخته می‌شود. داده‌های جدول (۱) به عنوان مثال عددی آورده شده که در آن i = 0.2 و θ =0.17 است.

**جدول ۱. مفروضات مثال عددی**

| پارامتر / محصول | هزینه آماده‌سازی | زمان آماده‌سازی | تقاضا | نرخ تولید | قیمت محصول |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 50 | 0.001 | 3000 | 13000 | 10 |
| 2 | 70 | 0.002 | 2000 | 5200 | 15 |
| 3 | 120 | 0.005 | 5000 | 50000 | 5 |
| 4 | 80 | 0.003 | 1000 | 10000 | 20 |

جدول (۲) جواب نزدیک به بهینه این مثال را، با احتساب ارزش فعلی مجموع هزینه‌ها در حالت چند محصولی نشان می‌دهد. الگوریتم مورد استفاده در حل این مسئله، الگوریتم ترکیبی دیکوتوماس و جستجوی شتابدار است. این الگوریتم‌ها را با استفاده

از نرم‌افزار matlab 10.a کدنویسی کردیم. در این جدول، ۹ مقدار متفاوت برای نرخ بهره و تورم در نظر گرفته شده است. ستون ۴ این جدول، مقدار بهینه هزینه کل را برای نرخ‌های متفاوت نشان می‌دهد. ستون پنجم مقدار u بهینه بدون درنظر گرفتن ارزش زمانی پول و تورم مدل جمال و همکاران، در رابطه‌ی ۱۰ است. ستون ششم هم درصد خطای ناشی از عدم توجه به تورم و ارزش زمانی پول در تعیین سیکل ثابت گردشی را نشان می‌دهد. در ادامه به تحلیل حساسیت مدل پیشنهادی نسبت به پارامترهای نرخ بهره، نرخ تورم و نرخ توأم پرداخته می‌شود. روند تغییرات مقدار بهینه مجموع هزینه‌ها به ازای تغییرات نرخ بهره، نرخ تورم و نرخ توأم در جدول (۳) آمده است. روند تغییرات در شکل‌های (۲) تا (۴) نشان داده شده است. همان گونه که در شکل (۲) نشان داده شده افزایش نرخ بهره موجب کاهش مجموع هزینه‌ها می‌شود.

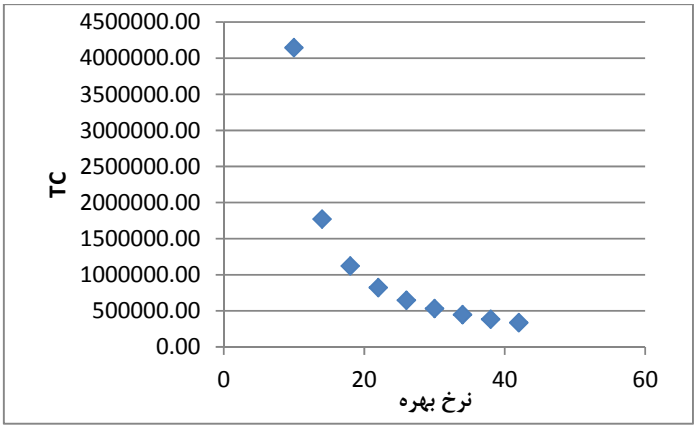
**جدول ۲. حل یک مثال عددی برای مقادیر مختلف نرخ بهره و تورم و پیدا کردن درصد خطا**

| ردیف | β(%) | α(%) | TC(u*) | $TC(u^*_{jamal})$ | $\frac{Tc(u^*_{jamal})-Tc(u^*)}{Tc(u^*)}\times 100$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 4 | 5 | 12461158.42 | 12659524.67 | 1.591876 |
| 2 | 5 | 10 | 2484671.37 | 2516099.83 | 1.264894 |
| 3 | 6 | 15 | 1376228.94 | 1389298.26 | 0.949647 |
| 4 | 7 | 20 | 949943.34 | 956079.00 | 0.645897 |
| 5 | 8 | 25 | 724291.77 | 726851.47 | 0.353408 |
| 6 | 9 | 30 | 584625.93 | 585046.57 | 0.071951 |
| 7 | 10 | 35 | 486747.97 | 488699.45 | 0.400921 |
| 8 | 11 | 40 | 413846.14 | 418998.32 | 1.244950 |
| 9 | 12 | 45 | 359092.92 | 366252.31 | 1.993743 |

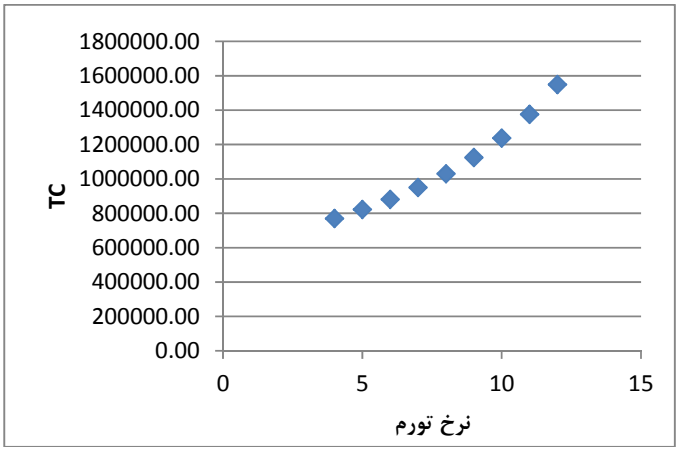
**جدول ۳. روند تغییرات مجموع هزینه‌ها نسبت به تغییرات نرخ تورم و نرخ بهره و نرخ توأم**

| | تغییر نرخ تورم با نرخ بهره‌ی ثابت ۲۰٪ | | تغییر نرخ بهره با نرخ تورم ثابت ۷٪ | | تغییرات نرخ توأم | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| ردیف | β(%) | TC(u*) | α(%) | TC(u*) | نرخ توأم% | *TC(u*)* |
| 1 | 4 | 770124.37 | 10 | 4147398.04 | 19 | 647104.82 |
| 2 | 5 | 822070.03 | 14 | 1772092.27 | 22 | 557644.60 |
| 3 | 6 | 881438.68 | 18 | 1124327.26 | 27 | 447572.56 |
| 4 | 7 | 949943.34 | 22 | 822070.03 | 30 | 398725.08 |
| 5 | 8 | 1029868.02 | 26 | 647104.82 | 35 | 336643.13 |
| 6 | 9 | 1124327.26 | 30 | 532366.44 | 40 | 290900.23 |
| 7 | 10 | 1237681.46 | 34 | 447572.56 | 43 | 268872.01 |
| 8 | 11 | 1376228.94 | 38 | 384619.38 | 48 | 238645.02 |
| 9 | 12 | 1549417.19 | 42 | 336643.13 | 51 | 223505.87 |

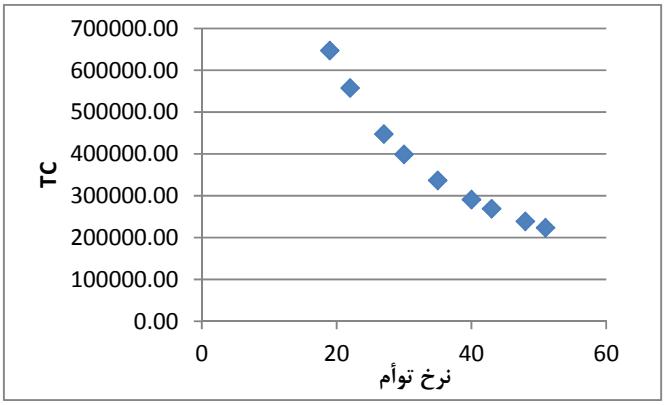
همچنین در شکل (۳) مشاهده می‌شود، مقدار مجموع هزینه‌ها با افزایش نرخ تورم افزایش می‌یابد. در شکل (۴)، نرخ توأم نیز مشابه نرخ بهره، اثر معکوس بر مجموع هزینه‌ها داشته و افزایش آن، مجموع هزینه‌ها را کاهش می‌دهد.




**شکل ۳. روند تغییرات مجموع هزینه‌ها نسبت به نرخ بهره (به ازای نرخ تورم ثابت ۷٪)**




**شکل ۴. روند تغییرات مجموع هزینه‌ها نسبت به نرخ تورم (به ازای نرخ بهره ثابت ۲۰٪)**




**شکل ۵. روند تغییرات مجموع هزینه‌ها نسبت به نرخ توأم**

## ۶. نتیجه‌گیری

تلفیق مدل‌های قطعی موجودی و مباحث کنترل کیفیت، با در نظر گرفتن ارزش زمانی پول و تورم، توسط محققین مختلفی، بررسی و مدل‌سازی شده است. ولی در نظر گرفتن این مباحث در حالت چندمحصولی تاکنون بررسی نشده است. در حالی که در واقعیت، بسیاری از تولیدات، به صورت چندمحصولی صورت می‌گیرد. در این مقاله به بررسی تأثیر ارزش زمانی پول و تورم به صورت مرکبِ پیوسته در مدلِ اندازه دسته تولید، با در نظر گرفتن دوباره‌کاری برای حالت چندمحصولی و زمان آماده‌سازی مستقل از ترتیب تولیدات پرداختیم. با یک مثال عددی، اثربخشی مدل را توسط

ترکیب جستجوهای شتابدار و دیکوتوماس بررسی کردیم و به این نتایج رسیدیم که با افزایش نرخ بهره، هزینه فعلی کل کاهش و با افزایش نرخ تورم، این هزینه افزایش می‌یابد. در نظر گرفتن تقاضا به صورت متغیر تصادفی و اضافه کردن قابلیت اطمینان ماشین پیشنهاداتی برای تحقیقات آتی می‌باشند.

## پی‌نوشت

1. Economic Production Quantity
2. Rotation cycle policy

## مراجع

[۱] مصلحی، قاسم؛ راستی بزرکی، مرتضی؛ فتحالـه بیاتی، محسن. بررسی تورم و ارزش زمانی پول بر روی اندازه دسته تولید با وجود دوباره‌کاری در یک مدل کنترل موجودی، نشریه بین‌المللی مهندسی صنایع و مدیریت، (۱۳۹۰)، شماره ۲، جلد ۲۲، صص. ۱۹۲-۱۸۲.

[۲] مصلحی، قاسم؛ راستی بزرکی، مرتضی. تعیین اندازه‌ی دسته تولید با در نظر گرفتن موجودی در جریان ساخت و ارزش زمانی پول، چهارمین کنفرانس بین‌المللی مدیریت، دانشگاه صنعتی شریف، (۱۳۸۵).

[3] Jamal AMM, Sarker BR, Mondal S. Optimal manufacturing batch size with rework process at a single-stage production system, Computer & Industrial Engineering, (2004), Vol. 47, pp. 77-89.

[4] Sarker BR, Jamal AMM, Mondal S. Optimal batch sizing in a multi-stage production system with rework consideration, European Journal of Operational Research, (2008), Vol. 184, pp. 915-929.

[5] Haji B, Haji A, Rahmati Tavakol A. Scheduling accumulated rework in a normal cycle: optimal batch production with minimum rework cycles, Journal of Industrial and Systems Engineering, (2008), Vol. 3, pp. 236-249.

[6] Pasandideh SHR, Akhavan Niaki ST, Mirhosseyni SS. A parameter-tuned genetic algorithm to solve multi-product economic production quantity model with defective items, rework, and constrained space, Int J Adv Manuf Technol, (2010), Vol. 49, pp. 827–837.

[7] Haji R, Haji B. Optimal batch production for a single machine system with accumulated defectives and random rate of rework, Journal of Industrial and Systems Engineering, (2010), Vol. 4, pp. 243-256.

[8] Fathollah Bayati M, Rasti Barzoki M, Hejazi SR. A joint lot-sizing and marketing model with reworks, scraps and imperfect products, International Journal of Industrial Engineering Computations, (2011), Vol. 2, pp. 395-408.

[9] Alimohamadi M, Sajadi SM, Nilipour Tabatabaei SA. A new EPQ model with considering preventive maintenance, imperfect product, shortage and work in process inventory, Interdisciplinary Journal of Contemporary Research in Business,(2011), Vol. 8, pp. 822-832.

[10] Chiu SW, Gong DC, Chiu CL, Chung CL. Joint determination of the production lot size and number of shipments for EPQ model with rework, Mathematical and Computational Applications, (2011), Vol. 16, No. 2, pp. 317-328.

[11] Sarkar B, Sana SS, Chaudhuri K. An imperfect production process for time varying demand with inflation and time value of money – An EMQ model, Expert Systems with Applications, (2011), Vol. 38, pp. 13543-13548.

[12] Kumar M, Chauhan A, Kumar P. Economic production lot size model with stochastic demand and shortage partial backlogging rate under imperfect quality items, International Journal of Advanced Science and Technology, (2011), Vol. 31, pp. 1-22.

[13] Hadley G. A comparison of order quantities computed using the average annual cost and the discounted cost, Management Science, (1964), Vol. 10, pp. 472-476.

[14] Buzacott JA. Economic order quantities with inflation, Operational Research Quarterly, (1975), Vol. 26, pp. 553-558.

[15] Horowitz I. EOQ and inflation uncertainty, Production Economics, (2000), Vol. 65, pp. 217-224.

[16] Sun DN, Queyranne M. Production and inventory model using net present value, Operations Research, (2002), Vol. 3, pp. 528-570.

[17] Grubbstrom RW, Wang Z. A stochastic model of multi – level / multi - stage capacity-constrained production–inventory systems, Int. J. Production Economics, (2003), Vol. 81, pp. 483-494.

[18] Grubbstrom RW, Huynh TTT. Multi-level, multi-stage capacity-constrained production–inventory systems in discrete time with non-zero lead times using MRP theory, Int. J. Production Economics, (2006), Vol. 101, pp. 53-62.

[۱۹] امامی، سعید؛ راهدار، محمد؛ شاهنده، علی. سیستم تولید-موجودی اقلام فسادپذیر با تقاضای تأثیر پذیر از تورم، نشریه بین المللی مهندسی صنایع و مدیریت تولید، ۱۳۸۸، شماره ۴، جلد ۲۰، صص. ۳۹-۵۱.

[20] Mirzazadeh A. A Comparison of the mathematical modeling methods in the inventory systems under uncertain conditions, International Journal of Engineering Science and Technology, (2011), Vol. 8, pp. 6131-6142.

[21] Abdul I, Murata A. Optimal production strategy for deteriorating items with varying demand pattern under inflation, International Journal of Industrial Engineering Computations, (2008), Vol. 2, pp. 449-466.

[22] Onawumi AS, Oluleye OE, Adebiyi KA. An economic order quantity model with shortages, price break and inflation, Int. J. Emerg. Sci, (2011), Vol. 3, pp. 465-477.

[23] Bansal KK, Ahalawat N. Integrated inventory models for decaying items with exponential demand under inflation, International Journal of Soft Computing and Engineering (IJSCE), (2012), Vol. 3, 578-587.

[24] Valliathal M, Uthayakumar R. A study of inflation effects on an EOQ model for weibull deteriorating/ameliorating items with ramp type of demand and shortages, Yugoslav Journal of Operations Research, (2013), Vol. 23, pp. 1-15.

[۲۵] فاطمی قمی، محمدتقی. برنامه‌ریزی و کنترل موجودی‌ها، انتشارات دانشگاه امیرکبیر، تهران، (۱۳۸۷)، چاپ هفتم، صص. ۳۳۵-۳۳۷.