نشـــریه بین المللـــی مهنـدسی صنـایع و مدیـــریت تولیـد زمستـــان ۱۳۸۹- صفحـه ۱۳۰-۱۱۸

شمـــاره ۴، جلـــد ۲۱، زمستـــان ۱۳۸۹

نشـــریه بین المللـــی مهنـــدسی صنایـــع و مدیـــریت تولیـــد

نشریه بین المللی مهندسی صنایع و مدیریت تولید
دانشگاه علم و صنعت ایران

IJIE

ISSN: 2008-4870

http://IJIEPM.iust.ac.ir/

ارزیابی تکنولوژی‌های پیشرفتهٔ تولید با استفاده از مدل ترکیبی برنامه‌ریزی احتمالی و تصمیم‌گیری چند معیاره فازی

یحیی زارع مهرجردی*، حسن رسایی و علی اکبر قاسمی گجوان

کلمات کلیدی

تصمیم گیری چند معیاره فازی،

برنامه ریزی خطی با محدودیت هـای احتمالی،

متغیرهای کلامی،

روش ارزش فعلی،

تورم

چکیده:

در این مقاله ارزیابی و انتخاب تکنولوژی‌های پیشرفتهٔ تولید مورد بررسی قرار گرفته است. بدین منظور مدلی ترکیبی که شامل دو مرحله بوده و هم معیارهای اقتصادی و هم معیارهای استراتژیکی را در ارزیابی لحاظ می کند، ارائه کرده ایم. درمرحله اول، با توجه به محدودیت ها و ویژگی های هر طرح و با استفاده از برنامه ریزی خطی با محدودیت های احتمالی، مقادیرتولید، سطوح موجودی و کمبود برای هر طرح بدست آمده و براساس آنها ارزش فعلی بهینهٔ هر طرح محاسبه می شود. در مرحله دوم مقادیر ارزش فعلی طرح ها (که در مرحلهٔ نخست بدست آمده است) به عنوان معیار اقتصادی و همچنین اهدف استراتژیکی که از انتخاب طرح ها مورد نظر است، به عنوان معیارهای استراتژیک، در نظر گرفته می شود. سپس با استفاده از رویکرد تصمیم گیری چند معیاره فازی، طرح ها بر اساس امتیازاتی که در قبال هر یک از معیارهای استراتژیک و همچنین معیار اقتصادی کسب کرده اند، رتبه بندی شده و بهترین طرح انتخاب می شود. در پایان نیز با ذکر یک مثال عددی نحوهٔ استفاده از مدل تشریح شده است.

۱. مقدمه

توجیه و انتخاب انواع تکنولوژی های پیشرفته تولید[۲](AMT) همواره موضوع بحث و بررسی بوده است. استفاده از تکنولوژی پیشرفتهٔ تولید مناسب، می تواند باعث بهبود فرایند تولید، افزایش کیفیت، بهبود قابلیت اطمینان و افزایش انعطاف پذیری سیستم شود. غالباً سرمایه گذاری در تکنولوژی های پیشرفته تولید شامل موارد زیر می باشد[۱]:

- سیستم‌های خودکفا[۳] مانند طراحی با کمک کامپیوتر(CAD)
- سیستم‌های واسطه[۴] مانند سیستم های انبارش و بازیابی خودکار(AS/RS)
- سیستم‌های یکپارچه[۵] مانند سلول های انعطاف پذیر ساخت(FMC/FMS)

سرمایه گذاری در این سیستمها به خاطر ویژگی های متمایزی که با سیستم‌های تولید سنتی دارد، غالباً با وسواس و دقت بیشتری همراه است. از مهمترین و بارزترین ویژگیهای تکنولوژیهای پیشرفته تولید می توان به موارد زیر اشاره نمود[۲]:

- دوره عمر طولانی
- نیاز به توسعهٔ سرمایه گذاری در سال های متعدد
- منافع متعدد غیر ملموس
- افزایش بازگشت سرمایه با گذشت زمان

این ویژگیها سبب شده است تا توجیه سرمایه گذاری در سیستم‌های پیشرفته تولید، با استفاده ازتکنیک های مرسوم اقتصاد مهندسی دشوار گردد و اغلب اوقات کارشناسان برای توجیه این

تاریخ وصول:

تاریخ تصویب:

***نویسنده مسئول مقاله: دکتر یحیی زارع مهرجردی**، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه یزد، Yazm2000@yahoo.com

حسن رسایی، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه یزد، Hasan.Rasay@gmail.com

علی اکبر قاسمی گجوان، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه یزد، Ali_gajvan464@yahoo.com

[2] *Advanced Manufacturing Technology*

[3] *Stand-alone System*

[4] *Intermediate System*

[5] *Integrated System*

سیستمها از دیگر روشهای توجیه سرمایه گذاری، که در ادامه انواع این روشها بیان خواهد شد، نیز استفاده نمایند.

روش های توجیه سرمایه گذاری در تکنولوژی های پیشرفته تولید را می توان به چهار گروه تقسیم بندی کرد[۳و۴]:

- روش های اقتصادی[1]
- روش های تحلیلی[2]
- روش های استراتژیکی[3]
- روش های ترکیبی[4]

این روشها عمدتاً به دلیل تاثیر عوامل غیرپولی[5] و رفتار عوامل کیفی از همدیگر متمایز شده اند.

اساس روش های تحلیل اقتصادی بر جریان نقدی تنزیل شده[6](DCF) است. از جملهٔ مهمترین روشهای اقتصادی می توان به روشهای ارزش فعلی، ارزش یکنواخت سالیانه، نرخ بازگشت داخلی و تکنیک های دیگری نظیر دوره بازگشت سرمایه که ارزش زمانی پول را در نظر نمی گیرند، اشاره نمود. به نظر می رسد روش جریان نقدی تنزیل شده محبوبترین روش توجیه سرمایه گذاری باشد، اما به دلیل در نظر نگرفتن عوامل غیرپولی در ارزیابی ها، استفاده از روش های جریان نقدی تنزیل شده به تنهایی، برای توجیه سرمایه گذاری در تکنولوژی های پیشرفته تولید مناسب نیست[۵].

بهبود در کیفیت محصول، قابلیت اطمینان، کارایی تولید و مزایای رقابتی حاصل از انعطاف پذیری سیستم، نکات کلیدی در مرحله توجیه سرمایه گذاری در تکنولوژیهای پیشرفته تولید است. هنگامیکه انعطاف پذیری، ریسک و مزایای غیرپولی مورد انتظار است و مخصوصا اگر بتوانیم توزیع احتمالی متغیرهای مورد بررسی را تخمین بزنیم، روش های تحلیلی می توانند رویکرد مفیدی باشند[۵].

روش های توجیه استراتژیکی اساساً کیفی هستند و با موضوعاتی مانند اهمیت فنی، اهداف تجارتی، مزایای رقابتی و... در ارتباط می باشند. هنگامیکه از این رویکردها استفاده می شود، توجیه بر اساس مزایای غیر ملموس و بلند مدت انجام می گیرد. بنابراین استفاده از این روش ها به همراه تکنیک های تحلیلی و اقتصادی مناسب تر به نظر می رسد.

در مرحله توجیه سرمایه گذاری در تکنولوژی های پیشرفته تولید، کمی کردن برخی از درآمدهای بالقوه، اگر غیرممکن نباشد، بسیار مشکل است. بسیاری از مدیران اعلام می کنند که رویکرد های حسابداری، پذیرش و استفاده از تکنولوژی های پیشرفتهٔ تولید را محدود می کنند و قادر نیستند که بسیاری از منافع حاصل از اجرای این نوع تکنولوژیها را کمی کنند[۶]. همچنین بسیاری از محققان به ناکافی بودن معیارهای توجیه مالی مرسوم، مانند روشهای بازگشت سرمایه، دوره بازگشت و ارزش فعلی، به دلیل در نظر نگرفتن مزایای استراتژیکی اذعان داشته اند[۵، ۶، ۷، ۸، ۹ و۱۰]. به همین دلیل در برخی از مقالات، با ادغام منافع کمی و غیر کمی، از رویکرد های ترکیبی برای توجیه سرمایه گذاری در تکنولوژی های پیشرفته تولید استفاده می شود .

کارساک و تولگا از الگوریتم تصمیم گیری فازی برای انتخاب مناسب ترین گزینه تکنولوژی پیشرفته تولید، از میان یک مجموعه گزینه های ناسازگار استفاده کرده و هم معیار های اقتصادی و هم معیار های استراتژیکی مانند انعطاف پذیری، بهبود کیفیت را در مرحله انتخاب در نظرگرفته اند[۵]. دوران و آگیولو یک رویکرد سلسله مراتبی AHP براساس روش های چند معیاره فازی برای ارزیابی و توجیه تکنولوژی های پیشرفته تولید ارائه کرده و معیارهای اقتصادی و استراتژیکی را در مدل دخیل کرده اند[۶]. جونگ چو از یک مدل تصمیم گیری گروهی با استفاده از تحلیل چند معیاره فازی برای توجیه تکنولوژیهای پیشرفته تولید استفاده کرده است. در رویکرد پیشنهادی وی از یک مدل ترکیبی که هم متغیر های عددی و هم متغیرهای کلامی را شامل می شود، استفاده شده است[۷]. کارساک و کوزگانکایا رویکرد چند هدفهٔ فازی را برای تصمیم گیری در مورد انتخاب سیستم های تولید انعطاف پذیر به کار برده اند و از تئوری مجموعه های فازی برای در نظر گرفتن ابهامات و عدم قطعیت، در محیطهای تولیدی و سرمایه گذاری، استفاده کرده و هم معیارهای استراتژیکی و هم معیارهای اقتصادی را در نظر گرفته اند[۸].

اردوبادی و مولوانی از رویکرد تحلیل منافع گسترده سیستم (SWEB) استفاده کرده اند. در این روش ابتدا توجیه پذیر بودن سرمایه گذاری، از نظر اقتصادی بررسی می شود. اگر دراین مرحله سرمایه گذاری توجیه نشود فاصلهٔ بین نرخ بازگشت مطلوب و نرخ بازگشت واقعی، محاسبه می شود و در نهایت تصمیم گیرنده با طی مراحلی به این نتیجه می رسد که آیا منافع گستردهٔ تکنولوژی پیشرفتهٔ تولید به اندازه ای هست که این فاصله را پر کند یا خیر[۹]. داتا و سامباسیوارو از رویکرد تحلیل سلسله مراتبی (AHP) بهره مند شده و منافع ملموس و غیر ملموس را در مدل دخیل کرده اند[۱۰]. چانگ و تسو مدل برنامه ریزی خطی با محدودیتهای احتمالی را به کارگرفته اند. دراین مدل، تقاضا برای محصول و کارایی تولید به صورت احتمالی منظور و از نرخ بهره های متفاوت در هر پریود استفاده شده است و تصمیم گیری تنها بر اساس معیارهای اقتصادی انجام شده است[۱۱]. یورداکل از یک مدل ترکیبی تحلیل سلسله مراتبی(AHP) و برنامه ریزی آرمانی برای انتخاب مناسب ترین گزینه تکنولوژیهای ساخت یکپارچه کامپیوتری (CIM) استفاده کرده و در مدل پیشنهادی خود هم

---

[1] *Economic Techniques*
[2] *Analytic Techniques*
[3] *Strategic Techniques*
[4] *Phased Techniques*
[5] *None- monetary factors*
[6] *Discounted cash flow*

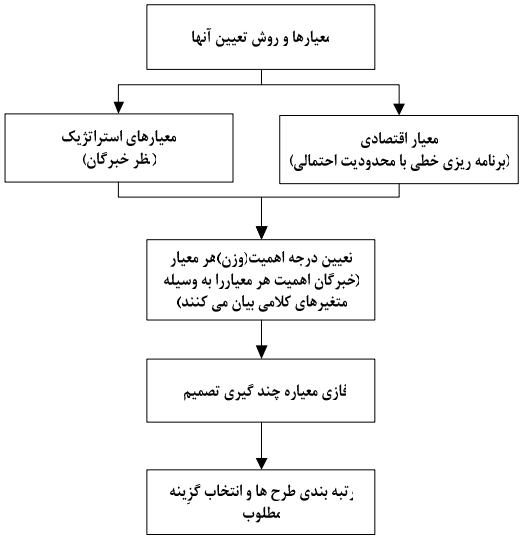
معیارهای کمی و هم معیارهای کیفی را درنظر گرفته است[۱۲]. تالوری و وایتساید از یک مدل ترکیبی بر اساس تحلیل پوششی داده‌ها و آمار ناپارامتری برای انتخاب سیستم های تولید انعطاف پذیر استفاده کرده اند. در این مدل برای اندازه گیری عملکرد سیستمها، از معیارهای گوناگون استفاده شده است[۱۳].

۲. چگونگی عملکرد مدل

در اغلب مطالعات صورت گرفته در زمینهٔ توجیه تکنولوژیهای پیشرفتهٔ تولید، تنها یکی از روشهای شرح داده شده در جدول ۱، مورد استفاده قرار گرفته است. با توجه به محدودیت های ذاتی که در هرروش وجود دارد، با استفاده از تنها یک روشِ توجیه سرمایه گذاری نمی توان تمام مزایا و منافع بالقوه این نوع تکنولوژی هارا درمرحله ارزیابی درنظر گرفت. لذا همانطوری که بیان شد، استفاده از رویکردهای ترکیبی می تواند راه حل مناسبی برای این موضوع باشد. دراین مقاله با ارائهٔ یک مدل جامع، به طور همزمان، منافع اقتصادی و استراتژیکی هر طرح را، جهت انجام ارزیابی و انتخاب بهترین گزینه، در نظر خواهیم گرفت. درشکل۱ مراحل مدل درقالب یک فلوچارت ترسیم شده است. همانطور که درشکل ملاحظه می کنید، معیارهایی که در انتخاب هر طرح مد نظرهستند به دودسته تقسیم بندی می شوند: ۱. معیار اقتصادی، ۲. معیارهای استراتژیک. معیار اقتصادی که درانتخاب هر طرح مد نظر می باشد، ارزش فعلی خالص آن طرح است. برای محاسبه این معیار با درنظرگرفتن ویژگی ها و محدودیت های هر طرح و به وسیله برنامه ریزی خطی با محدودیت احتمالی، سطوح تولید، موجودی و کمبود برای محصولات هر طرح محاسبه شده و براساس آنها ارزش فعلی خالص بهینه هر طرح محاسبه می شود. معیارهای استراتژیک براساس نظر خبرگان که می تواند به عنوان مثال اعضای هیئت مدیره یا مشاوران ایشان باشند تعیین می شود. با توجه به شکل تشریح مدل را در دو قسمت پی می گیریم در قسمت اول روش محاسبه معیار اقتصادی توضیح داده می شود و در قسمت دوم سایر مراحل مدل را تا رسیدن به جواب نهایی توضیح می دهیم. بنابراین قسمت دوم مدل شامل تعیین معیارهای استراتژیک، تعیین درجه اهمیت (وزن) هر معیار (هم معیاراقتصادی و هم معیارهای استراتژیک)، تصمیم گیری چند معیاره فازی و درنهایت رتبه بندی و ارزیابی طرح هاست.

لازم به ذکر است که علی رغم متفاوت بودن حداقل نرخ بازگشت قابل قبول برای هر شخص، برای ساده سازی مدل فرض کرده ایم که گروه تصمیم گیرنده از قبل بر روی یک حداقل نرخ بازگشت قابل قبول اجماع دارند. بنابراین همانطور که درشکل ۱ نیزملاحظه می کنید در این مقاله تنها بررسی نظرات افراد خبره و یا گروه تصمیم گیرنده در مورد معیارهای استراتژیک مورد توجه بوده است.

یادآور می شویم با وجود اینکه در بسیاری از مقالات برای ارزیابی تکنولوژی ها پیشرفته تولید تنها از یکی از روش های برنامه ریزی خطی با محدودیت احتمالی و یا تصمیم گیری چند معیاره فازی استفاده شده است، اما در این مقاله این کاربرد مد نظر ما نیست و هر دو روش در قالب یک مدل واحد عمل می کنند، به طوریکه نتیجه برنامه ریزی خطی یکی از ورودیهای مدل تصمیم گیری چند معیاره است. دربخش های سه و چهارمقاله به ترتیب، مراحل اول و دوم مدل، و درقسمت پنجم با ارائه یک مثال چگونگی عملکرد مدل را توضیح خواهیم داد.



شکل ۱. فلوچارت چگونگی عملکرد مدل

نمادها و اختصارات به کار رفته در قسمت سوم مقاله، در جدول ۱ شرح داده شده اند.

جدول ۱. نمادهای به کار رفته در مقاله به همراه تعاریف آنها

نماد	تعریف
Q_{jn}	میزان تولید محصول j در دوره n ام
I_{jn}	سطح موجودی محصول j در دوره n ام
B_{jn}	میزان سفارشات معوقهٔ محصول j در دوره n ام
b_j	هزینه سفارشات معوقه برای هر واحد از محصول j
h_j	هزینه نگهداری برای یک واحد از محصول j
C_{ij}	میزان مورد نیاز از منبع i برای تولید یک واحد از محصول j
L	تعداد ایستگاههای کاری
M	تعداد محصولات
N	تعداد دوره
P_j	قیمت فروش محصول j
Y_{in}	بودجه تصویب شده(مجاز) برای منبع i در دوره n ام
Y_{kn}	بودجه تصویب شده(مجاز) برای سیستم موجودی در دوره n ام
Y_{Tn}	کل بودجه در دوره n ام

ادامه جدول ۱. نمادهای به کار رفته در مقاله به همراه تعاریف آنها

نماد	تعریف
μ_{Djn}	میانگین مجموع تقاضاها در n دوره برای محصول j
σ_{Djn}	انحراف معیار مجموع تقاضاها در n دوره برای محصول j
T_{lj}	زمان تولید یک واحد محصول j در ایستگاه کاری l
$\Phi^{-1}(\alpha)$	معکوس تابع توزیع تجمعی نرمال استاندارد
F_n	تعداد شیفت کاری در دوره nام
H	تعداد ساعات کاری در هر شیفت
f_m	نرخ تورم عمومی در دورهٔ m ام
e_{Rm}	نرخ تورم مؤثر درآمد در دورهٔ m ام
e_{cim}	نرخ تورم مؤثرمنبع i در دورهٔ m ام
e_{hm}	نرخ تورم مؤثر هزینه نگهداری در دورهٔ m ام

۳. مرحله اول مدل: محاسبه معیاراقتصادی

تجزیه و تحلیل اقتصادی پروژه ها، معمولاً با استفاده از یکی از روشهای ارزش فعلی، یکنواخت سالیانه، نرخ بازگشت و نسبت منافع به مخارج انجام می شود که در این مقاله جهت ارزیابی اقتصادی سیستمهای مختلف تولیدی، از روش ارزش فعلی استفاده می شود. در این روش ارزش فعلی خالص هر طرح به طور جداگانه محاسبه شده و در نهایت طرحی که دارای بیشترین ارزش است، انتخاب می گردد.

رابطهٔ (۱) نشانگر نحوهٔ محاسبهٔ ارزش فعلی خالص، در حالت کلی می باشد[۱۷]:

$$NPW = \sum_{t=0}^{n} \frac{(R_t - C_t)}{(1+i)^t} \qquad (۱)$$

که در آن n تعداد دوره، R_t میزان درآمد در دورهٔ t ام، C_t میزان هزینه در دورهٔ t ام و i مقدار نرخ بهره می باشد.

۳-۱. تورم

یکی از مهمترین و اساسی ترین مفاهیم در مطالعات اقتصادی، مفهوم ارزش زمانی پول[۱] می باشد؛ که به معنی متفاوت بودن ارزش یک واحد پول، در مقاطع مختلف از زمان است. این اختلاف در ارزش واحد پول از دو عامل قدرت کسب درآمدِ پول[۲] و قدرت خرید پول[۳] ناشی می شود[۱۸]. جهت بر طرف کردن این اختلاف در مطالعات اقتصادی و ایجاد تعادل بین ارزش مقادیر مختلف پول در مقاطع مختلف زمان، از دو فاکتور نرخ بهره و نرخ تورم استفاده می شود. بدین صورت که نرخ بهره، نشانگر توانایی کسب درآمد یک واحد پول در واحد زمان و نرخ تورم بیانگر کاهش قدرت خرید یک واحد پول در واحد زمان می باشد. در تمامی مطالعات اقتصادی، استفاده از نرخ بهره ضروری است اما نرخ تورم بعضاً مورد استفاده قرار نمی گیرد. این حالت زمانی اتفاق می افتد که نرخ تورم کوچک (بین ۲ تا ۴ درصد) باشد(رابطهٔ (۱))، اما با افزایش نرخ تورم، اثر آن بر فرصتهای سرمایه گذاری و بررسیهای اقتصادی مشهود است و باید به عنوان یک عامل مهم و تعیین کننده در نظر گرفته شود[۱۹]. در شرایط تورمی دو روش برای انجام تجزیه و تحلیل اقتصادی وجود دارد. در روش اول از فرآیندهای مالی واقعی[۴] و در روش دوم از فرآیندهای مالی متورم[۵] استفاده می شود. رابطهٔ بین فرآیندهای واقعی (R) و متورم (A) در (۲) نشان داده شده است:

$$R\$ = A\$\times(1+f)^{-1} \qquad (۲)$$

که در آن f نرخ تورم عمومی[۶] می باشد[۱۶].

همچنین بسته به اینکه از کدام روش استفاده می شود، مقیاس نرخ تورمی که مورد استفاده قرار می گیرد نیز متفاوت است. بدین معنی که اگر تجزیه و تحلیل بر اساس مقادیر متورم باشد، مؤلفه‌های مالی با نرخهای تورم مؤثرِ[۷] (e_j) مربوط به خود، متورم خواهند شد و اگر تجزیه و تحلیل بر اساس مقادیر واقعی باشد، جهت متورم سازی مؤلفه های مالی، از نرخهای تورم تفاضلی[۸] (e_j') آنها استفاده می‌شود. رابطهٔ بین این دو مقیاس در (۳) نشان داده شده است[۱۶].

$$(1+e_j') = (1+e_j)/(1+f) \quad or \quad e_j' = (e_j - f)/(1+f) \qquad (۳)$$

و در نهایت، نرخ بهره ای که در دو روش مورد استفاده قرار می گیرد نیز متفاوت است. بدین صورت که در تجزیه و تحلیل بر اساس مقادیر متورم، از نرخ بهره ترکیبی[۹] (i_c) و در تجزیه و تحلیل بر اساس مقادیر واقعی، از نرخ بهره واقعی[۱۰] (i_r) استفاده می شود. در (۴) رابطهٔ بین این دو نرخ نشان داده شده است[۱۶].

$$(1+i_c) = (1+i_r)(1+f) \quad or \quad i_c = i_r + f + (i_r \times f) \qquad (۴)$$

خلاصهٔ مطالب بیان شده در جدول۲ نشان داده شده است.

جدول۲. روشهای تجزیه و تحلیل اقتصادی در شرایط تورمی

روشها	تجزیه و تحلیل بر اساس مقادیر	نرخ تورم	نرخ بهره
روش اول	متورم (A)	مؤثر (e_j)	ترکیبی (i_c)
روش دوم	واقعی (R)	تفاضلی (e_j')	واقعی (i_r)

در این مقاله از روش اول، یعنی تجزیه و تحلیل با استفاده از مقادیر متورم شده، استفاده می کنیم.

[1] *Time value of money*
[2] *Income money power*
[3] *Purchasing power*
[4] *Real*
[5] *Actual*
[6] *General inflation rate*
[7] *Effective inflation rate*
[8] *Differential inflation rate*
[9] *Combined interest rate*
[10] *Real interest rate*

۲-۳. فرمولبندی برنامه ریزی خطی با محدودیتهای احتمالی

در اکثر تجزیه و تحلیلهای اقتصادی که در راستای ارزیابی سیستمهای مختلف تولیدی انجام می شود معمولاً مقادیری را به عنوان درآمد و هزینهٔ سالیانهٔ هر طرح در نظر گرفته و بررسیهای مربوطه را انجام می دهند و این در حالی است که ویژگیهای دیگر هر یک از طرحها را در بررسی ها دخالت نمی دهند. از جملهٔ این ویژگیها می توان به مواردی همچون بهره وری، کیفیت و انعطاف پذیری که از معیارهای بسیار مهم در انتخاب سیستمهای تولیدی می باشد، اشاره نمود. در این مقاله سعی براین است که عوامل مذکور به نحوی در محاسبهٔ مقدار ارزش فعلی هر طرح لحاظ گردد. بدین منظور مقدار ارزش فعلی را به دو بخش تقسیم می کنیم. بخش ثابت، که مربوط به سرمایه گذاری های صورت گرفته و همچنین ارزش اسقاطی می باشد و بخش متغیر که مرتبط با درآمدها و هزینه های تولیدی می باشد. سپس با فراهم نمودن شرایط یکسان برای هر طرح، سعی می شود که بخش متغیرِ ارزش فعلی را، با لحاظ نمودن پارامترها و ویژگی های مربوط به هر طرح، ماکزیمم نماییم. رابطهٔ (۵) جریان مالی بعد از کسر مالیاتِ یک طرح را در دوره های مختلف n، نشان می دهد.

$$CFAT_n=\begin{cases}-I_0 & n=1\\ (R_n-C_n)(1-TR)+D_n\times TR & n=1,2,...,N-1\\ SV+(R_N-C_N)(1-TR)+D_N\times TR & n=N\end{cases} \qquad (۵)$$

با توجه به رابطهٔ (۵) مقدار ارزش فعلی طرح، در شرایطی که نرخ بهره و نرخهای تورم در طول هر دوره ثابت ولی ازیک دوره به دوره دیگر متفاوت باشد را می توان با استفاده از رابطهٔ (۶) محاسبه کرد:

$$NPW=-I_0+S.V\prod_{m=1}^{N}(1+f_m)(1+i_{cm})^{-1}+\sum_{n=1}^{N}[(R_n-C_n)(1-TR)+D_n\times TR]\times\prod_{m=1}^{n}(1+i_{cm})^{-1} \qquad (۶)$$

R_n و C_n به ترتیب میزان درآمد و هزینهٔ متورم شده در دورهٔ n ام را نشان می دهند. D_n که بیانگر میزان استهلاک در دورهٔ n ام است، نیازی به متورم شدن ندارد و ارزش اسقاطی که با SV نشان داده شده است، مقدار واقعی است و بایستی با نرخ تورم عمومی، متورم گردد[۱۶]. رابطهٔ (۶) را می توان به صورت مجموع دورابطه (۷) و (۸) نوشت.

$$NPW = NPW1 + NPW2$$
$$NPW1=-I_0+S.V\prod_{m=1}^{N}(1+f_m)(1+i_{cm})^{-1}+\sum_{n=1}^{N}(D_n\times TR)\prod_{m=1}^{n}(1+i_{cm})^{-1} \qquad (۷)$$

$$NPW2=\sum_{n=1}^{N}(R_n-C_n)(1-TR)\times\prod_{m=1}^{n}(1+i_{cm})^{-1} \qquad (۸)$$

همانطور که مشاهده می شود مقدار NPW1 مقداری ثابت بوده و نسبت به عملکرد سیستم تولیدی مورد مطالعه، تأثیرپذیر نمی باشد. اما مقدار NPW2 ارتباط مستقیم با عملکرد سیستم تولیدی دارد. به طوری که با تغییر در میزان تولید، این مقدار افزایش و یا کاهش خواهد یافت (این نکته‌ای است که در بسیاری از ارزیابی های اقتصادی نادیده گرفته می‌شود). حال برای مقایسه طرحهای مختلف، سعی داریم با ماکزیمم نمودن مقدار NPW2، تحت شرایط و محدودیتهای یکسان برای تمامی آنها، میزان کارایی و قابلیت تولید هر یک از گزینه ها را به نحوی در محاسبهٔ ارزش فعلی تأثیر دهیم. این کار با توسعهٔ یک مدل برنامه ریزی خطی با محدودیتهای احتمالی[۱۴]، صورت می گیرد. با توجه به ماهیت متغیر بودن تقاضا، نمی توان انتظار داشت که یک سیستم تولیدی از صفر بودن میزان موجودی و همچنین سفارشات معوقهٔ خود اطمینان داشته باشد. به همین دلیل فرض می کنیم که تحت یک توزیع احتمال معلوم از تقاضا، هر محصول با احتمال α_j می تواند بیشتر از تقاضای هر دوره تولید شود و یا به عبارتی ذخیره گردد. علاوه بر این، هر محصول می تواند با احتمال β_j، کمتر از تقاضای هر دوره تولید شده و یا به عبارتی با کمبود مواجه گردد. همچنین فرض شده است که هزینه‌های تولیدی و هزینه‌های سیستم موجودی با نرخهای متفاوتی متورم می‌شوند و درآمد نیز با نرخ تورم عمومی متورم خواهد شد. در نهایت اینکه نرخ بهره و همچنین نرخهای تورم در طول هر دوره ثابت و بین دوره ها متفاوت می‌باشند. جهت ماکزیمم‌سازی NPW2، مدل برنامه‌ریزی خطی با محدودیت‌های احتمالی زیر ارائه می‌شود:

$$\begin{aligned}\text{Max}\ \sum_{n=1}^{N}\Bigg\{\sum_{j=1}^{M}\Bigg[\Bigg(P_j\prod_{m=1}^{n}(1+e_{Rm})-\sum_{i=1}^{k}C_{ij}\prod_{m=1}^{n}(1+e_{cim})\Bigg)(1-TR)\Bigg]Q_{jn}\times\prod_{m=1}^{n}(1+i_{cm})^{-1}\Bigg\}\\ -\sum_{n=1}^{N-1}\Bigg\{\sum_{j=1}^{M}\Bigg[P_j\Bigg(\prod_{m=1}^{n}(1+e_{Rm})-\frac{\prod_{m=1}^{n+1}(1+e_{Rm})}{(1+i_{c(n+1)})}\Bigg)(1-TR)+h_j\prod_{m=1}^{n}(1+e_{hm})\Bigg]\times I_{jn}\times\prod_{m=1}^{n}(1+i_{cm})^{-1}\Bigg\}\\ -\sum_{j=1}^{M}\Bigg\{\Bigg(P_j\prod_{m=1}^{N}(1+e_{Rm})+h_j\prod_{m=1}^{N}(1+e_{hm})\Bigg)(1-TR)I_{jN}\times\prod_{m=1}^{n}(1+i_{cm})^{-1}\Bigg\}\\ -\sum_{n=1}^{N}\Bigg\{\sum_{j=1}^{M}\Bigg(b_j\prod_{m=1}^{n}(1+e_{bm})\Bigg)(1-TR)B_{jn}\times\prod_{m=1}^{n}(1+i_{cm})^{-1}\Bigg\}\end{aligned} \qquad (۹)$$

$$S.t$$

$$\sum_{j=1}^{M} C_{ij} \prod_{m=1}^{n} (1+e_{cim}) Q_{jn} \le Y_{in} \quad , \; i=1,2,...,k-1 \; , \; n=1,2,...,N \qquad (۱۰)$$

$$\sum_{j=1}^{M} \left(h_j \prod_{m=1}^{n} (1+e_{hm}) I_{jn} + b_j \prod_{m=1}^{n} (1+e_{bm}) B_{jn} \right) \le Y_{hn} \quad , \; n=1,2,...,N \qquad (۱۱)$$

$$\sum_{i=1}^{k} Y_{in} \le Y_{Tn} \quad , \quad n=1,2,...,N \qquad (۱۲)$$

$$\sum_{m=1}^{n} Q_{jm} - I_{jn} \le \phi^{-1}(\alpha_j) \times \sigma_{D_{jn}} + \mu_{D_{jn}} \; , j=1,2,...,M \; , \; n=1,2,...,N \qquad (۱۳)$$

$$\sum_{m=1}^{n} Q_{jm} + B_{jn} \ge \phi^{-1}(1-\beta_j) \times \sigma_{D_{jn}} + \mu_{D_{jn}} \; , j=1,2,...,M \; , \; n=1,2,...,N \qquad (۱۴)$$

$$\sum_{j=1}^{M} T_{ij} Q_{jn} \le E_f F_n H \quad , \; l=1,2,...,L \qquad (۱۵)$$

رابطهٔ (۹) بیانگر تابع هدف مدل می باشد که سطر اول آن، ارزش فعلی درآمد خالص را نشان می دهد که از فروش محصولات تولید شده در هر دوره حاصل می شود. سطر دوم، ارزش فعلی ِمیزان هزینهٔ (و در بعضی مواقع درآمد) ناشی از نگهداری موجودی و فروش آن در دورهٔ بعد را نشان می دهد. اگر در دورهٔ آخر موجودی داشته باشیم، با دو هزینهٔ نگهداری و همچنین هزینهٔ عدم فروش کالاها روبرو هستیم که این مطلب در سطر سوم تابع هدف نشان داده شده است. سطر آخر تابع هدف نیز ارزش فعلی هزینه های مواجه با کمبود را نشان می دهد.

محدودیت اول (۱۰) تضمین می کند که هزینه های مربوط به هر یک از منابع، از بودجه تخصیص یافته برای منبع مذکور در هر دوره، تجاوز نکند. محدودیت دوم (۱۱) اطمینان می دهد که هزینه های سیستم موجودی از بودجه تخصیص یافته برای آن در هر دوره، تجاوز نکند. محدودیت سوم (۱۲) تضمین می کند که مجموع هزینه ها در هر دوره از بودجه تخصیص یافته برای آن دوره، تجاوز نکند. محدودیتهای چهارم (۱۳) و پنجم (۱۴) محدودیتهای احتمالی مدل می باشند که در ادامه نحوهٔ محاسبهٔ آنها تشریح خواهد شد و در نهایت محدودیت آخر (۱۵) عدم تجاوز زمان تولید، از زمان در دسترس را تضمین می نماید.

۳-۳. محدودیتهای احتمالی

همانطور که بیان شد، از آنجا که میزان تقاضا حالت قطعی ندارد و در چنین شرایطی نیز نمی توان سطح موجودی و سطح کمبود صفر را برای یک سیستم تولیدی متصور بود، لذا فرض می شود که تقاضا دارای یک توزیع شناخته شده احتمالی است و تحت آن توزیع، احتمالات α_j و β_j را به ترتیب به عنوان سطح مجاز برای بیشتر و کمتر تولید نمودن از سطح تقاضا برای هر محصول، در نظر می گیریم. فرض می کنیم تقاضا دارای توزیع نرمال می باشد. رابطهٔ (۱۶) نشان می دهد که برای محصول jام احتمال اینکه سطح تولید بیشتر از سطح تقاضا باشد، بایستی کمتر از α_j شود.

$$P\left(\sum_{m=1}^{n} Q_{jm} - I_{jn} \ge \sum_{m=1}^{n} D_{jm} \right) \le \alpha_j \quad , \quad j=1,2,...,M \qquad (۱۶)$$

μ_{Djn} و σ_{Djn} را به صورت زیر در نظر می گیریم:

$$\sum_{m=1}^{n} D_{jm} \sim N\left(\mu_{D_{jn}}, \sigma^2_{D_{jn}} \right)$$

در نتیجه خواهیم داشت:

$$P\left(Z \le \frac{\sum_{m=1}^{n} Q_{jm} - I_{jn} - \mu_{D_{jn}}}{\sigma_{D_{jn}}} \right) \le \alpha_j \quad , \quad j=1,2,...,M \qquad (۱۷)$$

$$\frac{\sum_{m=1}^{n} Q_{jm} - I_{jn} - \mu_{D_{jn}}}{\sigma_{D_{jn}}} \le \phi^{-1}(\alpha_j) \quad , \quad j=1,2,...,M \qquad (۱۸)$$

$$\sum_{m=1}^{n} Q_{jm} - I_{jn} \le \phi^{-1}(\alpha_j) \times \sigma_{D_{jn}} + \mu_{D_{jn}} \quad , \quad j=1,2,...,M \qquad (۱۹)$$

رابطهٔ (۱۹) یک محدودیت قطعی است که می تواند در قالب یکی از محدودیتهای مدل مورد استفاده قرار گیرد. روند محاسبهٔ محدودیت پنجم نیز به همین منوال می باشد. رابطهٔ (۲۰) حالت احتمالی محدودیت مذکور را نشان می دهد.

$$P\left(\sum_{m=1}^{n} Q_{jm} + B_{jn} \le \sum_{m=1}^{n} D_{jm} \right) \le \beta_j \quad , \quad j=1,2,...,M \qquad (۲۰)$$

این مدل را می‌توان با نرم افزار LINGO و یا دیگر نرم افزارهای مربوط به حل مسائل برنامه ریزی خطی حل نمود. در نهایت برای هر یک از طرحها یک بار مدل را اجرا نموده و مقدار NPW2 مربوط به هر طرح را بدست می‌آوریم. سپس با استفاده از رابطهٔ (۷) مقادیر NPW1 را نیز برای تمامی طرحها محاسبه کرده و با جمع دو مقدار NPW2 و NPW1 به ازای هر طرح، ارزش فعلی هر یک از آنها را بدست می‌آوریم. اگر تصمیم‌گیری تنها بر اساس معیارهای اقتصادی باشد، با استفاده از نتایج این بخش، طرحی که دارای بیشترین ارزش فعلی است، انتخاب خواهد شد. اما همانطور که اشاره شد، در این مقاله علاوه بر توجه به معیارهای اقتصادی، طرحها از لحاظ استراتژیکی نیز مورد بررسی قرار خواهند گرفت. بنابراین نتیجه حاصل ازمرحله اول مدل، یعنی ارزش فعلی بهینه شده، که دراین قسمت مقاله به تشریح آن پرداختیم به عنوان یکی از معیارهای تصمیم گیری(معیار اقتصادی) درمرحله بعد مورد استفاده قرار خواهد گرفت.

۴. مرحله دوم مدل: انتخاب معیارهای استراتژیک، محاسبه وزن هر معیار، رتبه بندی و ارزیابی طرح ها

تعدد شاخص های تصمیم گیری، تنوع معیارهای کمی و کیفی و لزوم در نظر گرفتن هم زمان آنها و اهمیت پیامدهای تصمیم گیری، بر پیچیدگی تصمیم گیری ها می افزاید. در این شرایط، استفاده از مدلهای چند معیاره اجتناب ناپذیر است. در این مدلها به جای استفاده از یک معیار سنجش بهینگی از چندین معیار استفاده می شود. در این مقاله فرض بر این است که تصمیم گیری با توجه به k معیار انجام می شود که از این تعداد، k-1 معیار را اهداف استراتژیک و یکی از معیارها را معیار اقتصادی تشکیل می دهد. در بخش قبل نحوه محاسبه معیاراقتصادی تشریح شد. در این بخش بحث را با نحوهٔ انتخاب معیارها استراتژیک، ارزیابی طرحها در مقابل معیارها و در نهایت رتبه بندی طرحها، ادامه خواهیم داد.

۴-۱. انتخاب معیارها

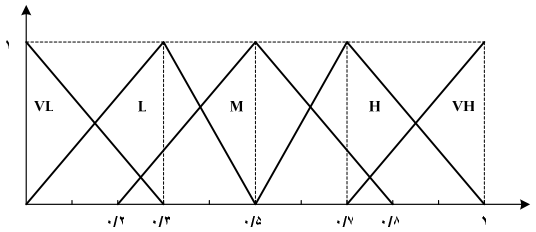
جهت مشخص نمودن معیارها (که در اینجا همان اهداف استراتژیک می باشند)، از یک گروه n نفرهٔ تصمیم گیرنده $(DM_1,DM_2, \ldots,DM_n)$ که از اعضاء هیئت مدیره و یا مشاوران ایشان هستند، تقاضا می شود که طی جلساتی، اهدافی را که از انتخاب سیستم تولیدی مورد بررسی دنبال می کنند، مشخص سازند. معیارهای حاصل با SC_t $(t=1,2,\ldots,k-1)$ نشان داده می‌شوند. k امین معیار، معیار اقتصادی است که با EC نشان داده می‌شود.

۴-۲. تعیین درجه اهمیت (وزن) هر یک از معیارها

گاهی اوقات برآورد کردن صفات برخی پدیده ها، در قالب مقادیر عددی بسیار مشکل و پیچیده می باشد. یکی از ابزارهای مفیدی که در این مواقع مورد استفاده قرار می گیرد، متغیرهای کلامی[1] است. متغیرهای کلامی، متغیرهایی هستند که ارزش آنها بر خلاف معمول، به جای مقادیر عددی، توسط کلمات و جملات بیان می شود. متغیرهای کلامی معمولاً در قالب کلماتی که مقدار و اندازهٔ چیزی را بیان می کنند، نشان داده می شوند. به طور مثال کلماتی نظیر: خوب، بسیارخوب و ... . جهت کمی سازی و یکسان سازی متغیرهای کلامی و بیان آنها در قالب عبارات ریاضی می توان از تئوری مجموعه های فازی، بهره گرفت که در این مقاله یکسان سازی و کمی سازی بر مبنای اعداد فازی مثلثی صورت گرفته است. در این مرحله، از تصمیم گیرندگان تقاضا می شود نظر خود را در رابطه با اهمیت هر یک از معیارها، با استفاده از متغیرهای کلامی مجموعهٔ W ($W=\{VL, L, M, H, VH\}$) بیان کنند. در جدول ۳ اعضاء مجموعهٔ W تعریف و معادل فازی آنها در قالب اعداد فازی مثلثی نشان داده شده است. شکل ۲ نیز توابع عضویت هر یک از معیارها را نشان می دهد.

جدول۳. اعضاء مجموعهٔ W به همراه اعداد فازی معادل

متغیرهای کلامی	نماد	معادل فازی
خیلی پایین	VL	(۰,۰,۰/۳)
پایین	L	(۰,۰/۳,۰/۵)
متوسط	M	(۰/۲,۰/۵,۰/۸)
زیاد	H	(۰/۵,۰/۷,۱)
خیلی زیاد	VH	(۰/۷,۱,۱)



شکل۲. توابع عضویت متغیرهای کلامی مجموعهٔ W

معادل فازی برای متغیر کلامی که توسط تصمیم گیرندهٔ j ام به معیار t ام نسبت داده شده را با W_{tj} نشان می دهیم. در این صورت خواهیم داشت:

$$W_{tj}=(a_{tj}, b_{tj}, c_{tj}) \quad t=1,2,\ldots,k \quad , \quad j=1,2,\ldots,n$$

حال جهت محاسبهٔ وزن هر یک از معیارها(W_t)، از عملگر میانگین، که در قالب رابطهٔ (۲۱) بیان شده است، استفاده می کنیم.

$$W_t=\left(\frac{1}{n}\right)\otimes\left(W_{t1}\oplus W_{t2}\oplus\ldots\oplus W_{tn}\right) \qquad t=1,2,\ldots,k \qquad (۲۱)$$

$$W_t=(a_t,b_t,c_t) \qquad t=1,2,\ldots,k$$

$$a_t=\sum_{j=1}^{n}\left(\frac{a_{tj}}{n}\right) \quad b_t=\sum_{j=1}^{n}\left(\frac{b_{tj}}{n}\right) \quad c_t=\sum_{j=1}^{n}\left(\frac{c_{tj}}{n}\right)$$

۴-۳. تعیین وضعیت هر طرح در برابر هر یک از معیارها

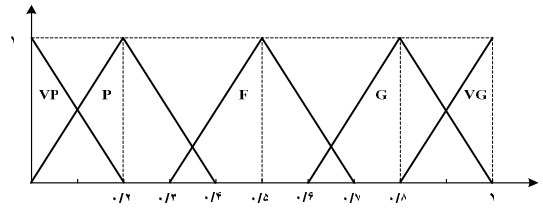
در این مرحله مجدداً از گروه تصمیم گیرنده درخواست می گردد تا با بررسی دقیق اطلاعات مربوط به هر یک از طرحها و مطالعهٔ نقاط قوت و ضعف آنها، شرایط و وضعیت هر یک از طرحها را در قبال معیارهای استراتژیک، با استفاده از متغیرهای کلامی مجموعهٔ A ($A=\{VP,P,F,G,VG\}$)، بیان کنند.

در جدول۴ اعضاء مجموعهٔ A تعریف و معادل فازی آنها در قالب اعداد فازی مثلثی نشان داده شده است. شکل ۳ نیز توابع عضویت هر یک از متغیرها را نشان می دهد.

[1] *Linguistic variables*

جدول۴. اعضاء مجموعهٔ A به همراه اعداد فازی معادل

متغیرهای کلامی	نماد	معادل فازی
خیلی ضعیف	VP	(۰,۰,۰/۲)
ضعیف	P	(۰,۰/۲,۰/۴)
متوسط	F	(۰/۳,۰/۵,۰/۷)
خوب	G	(۰/۶,۰/۸,۱)
خیلی خوب	VG	(۰/۸,۱,۱)



شکل ۳. توابع عضویت متغیرهای کلامی مجموعهٔ A

معادل فازی برای متغیر کلامی که توسط تصمیم گیرندهٔ j ام به طرح i ام، در قبال معیار t ام داده شده است را با A_{itj} نشان می دهیم. در این صورت خواهیم داشت:

$$A_{itj} = (o_{itj}\,,\, p_{itj}\,,\, q_{itj}) \qquad i = 1,2,\ldots,m \;,\; t = 1,2,\ldots,k\text{-}1 \;,\; j = 1,2,\ldots,n$$

لازم به یادآوری است که از k معیار بیان شده، تعداد (k-1) معیار استراتژیک و یکی معیار اقتصادی می باشد. لذا تصمیم گیرندگان، طرح ها را تنها در قبالِ معیارهای استراتژیک مورد ارزیابی قرار داده و به آنها مقداری را تخصیص می دهند و برای تعیین وضعیت طرحها، در قبال معیار اقتصادی، از مقادیر ارزش فعلی آنها استفاده می شود. برای محاسبهٔ رتبهٔ هر طرح نسبت به هر یک از معیارهای استراتژیک، که با A_{it} نشان داده می شود، از عملگر میانگین، که در قالب رابطهٔ (۲۲) بیان شده است، استفاده می کنیم.

$$A_{it} = \begin{cases} (o_{it},\, p_{it},\, q_{it}) & t = k \;;\; i = 1,2,\ldots,m \\ \left(\frac{1}{n}\right)\otimes\left(A_{it1}\oplus A_{it2}\oplus\ldots\oplus A_{itn}\right) = (o_{it},\, p_{it},\, q_{it}) & t = 1,2,\ldots,k-1 \;,\; i = 1,2,\ldots,m \end{cases} \qquad (۲۲)$$

همانطور که ملاحظه می شود، مقدار A_{ik} و یا به عبارتی دیگر وضعیت طرح i ام در قبال معیار اقتصادی، مستقیماً از مقدار ارزش فعلی هر طرح که در بخش قبلی به نحوهٔ محاسبهٔ آن اشاره کردیم، حاصل می شود. از آنجا که مقادیر A_{it} به ازای $t = 1,2,\ldots,k\text{-}1$ دارای بُعد نمی باشند، مقادیر ارزش فعلی طرحها نیز باید بدون بعد شوند. فرض کنید NPW_i مقدار ارزش فعلی طرح i ام باشد. مقدار بدون بعد NPW_i را با NPW_i' نشان می دهیم که با استفاده از رابطهٔ (۲۳) بدست می آید.

$$NPW_i' = NPW_i / (NPW_1 + NPW_2 + \ldots + NPW_m) \qquad (۲۳)$$

چون NPW_i' غیر فازی است، جهت وارد کردن آن در محاسبات، می‌توان آن را به صورت یک عدد فازی مثلثی به شکل $(NPW_i' , NPW_i' , NPW_i')$ در نظر گرفت. در نهایت خواهیم داشت:

$$A_{ik} = (o_{ik}\,,\, p_{ik}\,,\, q_{ik}) = (NPW_i'\,,\, NPW_i'\,,\, NPW_i')$$
$$A_{it} = (o_{it}\,,\, p_{it}\,,\, q_{it}) \qquad t = 1,2,\ldots,k\text{-}1$$

حال می توان دو عبارت فوق را بصورت رابطهٔ (۲۴) خلاصه کرد:

$$A_{it} = (o_{it}\,,\, p_{it}\,,\, q_{it}) \qquad t = 1,2,\ldots,k \qquad (۲۴)$$

۴-۴. رتبه بندی و ارزیابی طرحها

تا این مرحله وزن هر یک از معیارها و همچنین رتبهٔ هر طرح در قبال هر یک از معیارها، محاسبه شده است. در این بخش با استفاده از عملگر میانگین وزنی، رابطهٔ (۲۵)، وضعیت کلی هر طرح در قبال تمامی معیارها محاسبه می شود.

$$FA_i = \left(\frac{1}{k}\right)\otimes\left[(A_{i1}\otimes W_1)\oplus(A_{i2}\otimes W_2)\oplus\ldots\oplus(A_{ik}\otimes W_k)\right] \qquad (۲۵)$$
$$i = 1,2,\ldots,m$$

FA_i یک عدد فازی با تابع عضویت زیر می باشد[۵]:

$$f_{FA_i}(x) = \begin{cases} -H_{i1} + \left[H_{i1}^2 + \frac{(x - Y_i)}{T_{i1}}\right]^{\frac{1}{2}} & Y_i \le x \le Q_i \\ -H_{i2} + \left[H_{i2}^2 + \frac{(x - Z_i)}{U_{i1}}\right]^{\frac{1}{2}} & Q_i \le x \le Z_i \\ 0 & \text{Otherwise} \end{cases} \qquad (۲۶)$$

$i = 1, 2, \ldots, m$

FA_i یک عدد فازی مثلثی نیست و می توان آن را در قالب رابطهٔ (۲۷) نمایش داد:

$$FA_i = (Y_i, Q_i, Z_i; H_{i1}, T_{i1}; H_{i2}, U_{i1}) \;,\; i = 1,2,\ldots,m \qquad (۲۷)$$

با این وجود می توان از رابطهٔ (۲۸) جهت تخمین FA_i و نشان دادن آن در قالب یک عدد فازی مثلثی استفاده کرد:

$$FA_i \cong (Y_i, Q_i, Z_i) \;,\; i = 1,2,\ldots,m \qquad (۲۸)$$

نحوهٔ محاسبهٔ مقادیر Y_i , Q_i , Z_i به شرح ذیل می باشد:

$$Y_i = \sum_{t=1}^{k} \frac{o_{it} a_t}{k} \quad , \quad Q_i = \sum_{t=1}^{k} \frac{p_{it} b_t}{k} \quad , \quad Z_i = \sum_{t=1}^{k} \frac{q_{it} c_t}{k}$$

تا این مرحله وضعیت تمامی طرح ها در قالب اعداد فازی مثلثی مشخص شده است. حال باید این اعداد فازی را به نحوی رتبه بندی

و مرتب کرد. برای این امر، ابتدا باید این اعداد را به اعداد حقیقی تبدیل و سپس مرتب سازی و رتبه بندی کرد. در این راستا روشهای متعددی توسعه داده شده است که در این مقاله از روش مرکزیابی[1] که یکی از روشهای متداول و در عین حال ساده در امر غیرفازی سازی[2] اعداد فازی می باشد، استفاده می کنیم. اگر $A = (a , b , c)$ یک عدد فازی مثلثی باشد آنگاه مقدار غیر فازی آن با استفاده از روش مرکز ثقل به شکل زیر می باشد[۱۵]:

$$D(A) = \frac{1}{3}(a+b+c) \qquad (۲۹)$$

با استفاده از روش فوق، مقادیر FA_i که اعداد فازی مثلثی می باشند را به اعداد حقیقی $D(FA_i)$ تبدیل می کنیم. حال با استفاده از رابطهٔ (۳۰) امتیاز هر طرح، محاسبه می شود[۱۵]:

$$Score(Alt_i) = \frac{D(FA_i) - \min_{i=1,2,...,m}\{D(FA_i)\}}{\max_{i=1,2,...,m}\{D(FA_i)\} - \min_{i=1,2,...,m}\{D(FA_i)\}} \qquad (۳۰)$$

با توجه به امتیازات بدست آمده برای هر طرح، رتبه بندی طرحها در قالب اعداد یک تا m انجام می شود. در نهایت با توجه به رتبه بندی، بهترین طرح انتخاب می شود.

۵. مثال عددی

در این بخش، با استفاده از یک مثال عددی، مطالب ارائه شده در بخشهای قبلی را شرح می دهیم. یک شرکت تولیدی واشرجات اتومبیل قصد دارد برای تولید پنج محصول جدیدخود (P1 ,P2 ,P3 ,P4 ,P5)، از بین سه طرح موجود (Alt1 ,Alt2 ,Alt3) جهت تولید محصولات مذکور، بهترین طرح را انتخاب نماید. حل مسئله را در دو بخش پی خواهیم گرفت. در بخش اول با واردکردن اطلاعات موجود در رابطه با هر طرح در مدل برنامه ریزی خطی ارائه شده، ارزش فعلی هر طرح را محاسبه می کنیم. در بخش دوم نیز تصمیم گیری نهایی با استفاده از مدل تصمیم گیری چند معیاره فازی، انجام خواهد شد.

۵-۱. ارزیابی اقتصادی

همانطور که بیان شد، می خواهیم از میان سه سیستم تولیدی موجود، یکی را جهت تولید پنج محصول جدید انتخاب نماییم. در جدول ۵ هزینه های استقرار هر یک از سیستمهای مذکور به ریال و در جدول ۶ مقادیر بودجهٔ تصویب شده و تعداد شیفتهای کاری برای هر دوره آورده شده است. تولید همگی محصولات دارای یک مرحلهٔ پانچ می باشد. زمان تولید هر محصول تحت هر یک از طرحها در جدول ۷ و بر حسب دقیقه بیان شده است. افق برنامه‌ریزی ۵ سال منظور شده است و فرض می شود که تقاضا برای هر محصول توزیع نرمال داشته باشد. فرض بر این است که برای تولید هر محصول، هفت منبع هزینه، به غیر از هزینه های نگهداری و سفارشات معوقه وجود دارد. در جدول ۸ توزیعهای تقاضا برای هر محصول در طول افق برنامه ریزی نشان داده شده است. در جدول ۹ نیز هزینه های تولیدی، هزینه های سیستم موجودی و همچنین قیمت فروش هر محصول به ازای واحد کالا نشان داده شده است.

دیگر مفروضات مسئله به شرح ذیل می باشد:

مقدار نرخ بهره برای پنج دوره ثابت و برابر ۲۰٪ در نظر گرفته شده است. همچنین فرض براین است که مقدار نرخ تورم عمومی ۲۲٪ و بصورت ثابت در پنج دوره می باشد. مقدار احتمال α برای پنج محصول به ترتیب عبارتند از: ۰/۲، ۰/۲ ، ۰/۲ ، ۰/۱ و ۰/۲ و همچنین مقادیر β نیز به ترتیب عبارتند از: ۰/۱، ۰/۱، ۰/۱، ۰/۰۵ و ۰/۱ . همچنین نرخ مالیات ۲۵٪ لحاظ شده است. کارایی تولید نیز برای سه طرح به ترتیب عبارتند از : ۷۵٪ ،۸۰٪ و ۸۵٪. به علاوه فرض بر این است که ساعت کاری در هر شیفت ۷/۳۳ ساعت می‌باشد.

جدول ۵. هزینهٔ استقرار هر یک از طرحها

طرح ها	هزینه اولیه (ریال)
طرح ۱	۱,۰۰۰,۰۰۰,۰۰۰
طرح ۲	۱,۲۰۰,۰۰۰,۰۰۰
طرح ۳	۱,۸۰۰,۰۰۰,۰۰۰

جدول ۶. بودجهٔ تصویب شده و تعداد شیفتهای کاری برای هر دوره

دوره	بودجه (ریال)	تعداد
۱	۴,۰۰۰,۰۰۰,۰۰۰	۲۸۲
۲	۴,۰۰۰,۰۰۰,۰۰۰	۲۸۰
۳	۴,۰۰۰,۰۰۰,۰۰۰	۲۸۱
۴	۴,۰۰۰,۰۰۰,۰۰۰	۲۸۵
۵	۴,۰۰۰,۰۰۰,۰۰۰	۲۷۶

جدول ۷. زمان تولید هر یک از محصولات به ازای واحد کالا

محصولات	زمانهای تولید(دقیقه)		
	طرح ۱	طرح۲	طرح ۳
P1	۰/۲۶۸	۰/۲۳۷	۰/۱۹۱
P2	۰/۲۱۵	۰/۱۷۵	۰/۱۱۵
P3	۰/۲۸۳	۰/۱۹۳	۰/۱۲۱
P4	۰/۹۰۹	۰/۶۱۸	۰/۴۰
P5	۰/۳۴۱	۰/۱۶۵	۰/۱۱۲

[1] *Centroid method*
[2] *Defuzzification*

جدول ۸. توزیع تقاضای محصولات در هر دوره

سال	توابع توزیع تقاضا				
	P5	P4	P3	P2	P1
۱	N(۴۲۳۷۰,۱۳۰۰)	N(۲۰۹۴۰,۷۰۰)	N(۶۳۵۶۰,۲۹۰۰)	N(۷۱۳۴۰,۲۷۰۰)	N(۸۳۴۵۰,۳۹۰۰)
۲	N(۴۲۳۷۰,۱۳۰۰)	N(۲۰۹۴۰,۷۰۰)	N(۶۳۵۶۰,۲۹۰۰)	N(۷۱۳۴۰ ,۲۷۰۰)	N(۸۳۴۵۰,۳۹۰۰)
۳	N(۴۳۲۰۰,۱۳۵۰)	N(۲۴۵۰۰,۸۰۰)	N(۶۲۰۰۰,۲۸۰۰)	N(۷۰۲۰۰,۲۶۵۰)	N(۷۹۴۰۰,۳۸۰۰)
۴	N(۴۴۳۰۰,۱۴۰۰)	N(۲۵۶۰۰,۹۰۰)	N(۶۱۵۰۰,۲۷۵۰)	N(۶۹۵۰۰,۲۶۵۰)	N(۷۸۵۰۰,۳۷۵۰)
۵	N(۴۵۸۰۰,۱۴۵۰)	N(۲۶۸۰۰,۹۰۰)	N(۶۱۵۰۰,۲۷۵۰)	N(۶۸۴۵۰,۲۶۰۰)	N(۷۸۵۰۰,۳۷۵۰)

$N(\mu,\sigma^2)$: توزیع نرمال با میانگین μ و واریانس σ^2

مسئلهٔ فوق را با استفاده از نرم افزار LINGO12 حل نموده ایم که مقادیرNPW2 را که از اجرای مدل برای هر طرح حاصل شده، در جدول ۱۰ آورده ایم. همچنین از رابطهٔ (۷) مقدار NPW1 برای هر طرح محاسبه شده و در جدول فوق وارد شده است. ارزش فعلی هر طرح با جمع نمودن دو مقدار NPW1 وNPW2 حاصل می شود.

جدول ۹. هزینه های مربوط به تولید محصولات مختلف، در هر یک از طرحها و قیمت فروش به ازای واحد کالا

منابع هزینه		مواد اولیه	نیروی انسانی	ابزار	نرم افزار	آماده سازی	نگهداری و تعمیرات	خرابی	هزینهٔ ساخت	نگهداری	کمبود	فروش
طرح ۱	P1	۷۹۹۵	۱۰۷	۹۰	۰	۸۹	۳۶	۳۶	**۸۳۵۳**	۶	۱۲	۱۱۳۰۰
	P2	۷۸۹	۸۶	۸۰	۰	۷۱	۲۹	۲۴	**۱۰۷۹**	۶	۸	۱۵۰۰
	P3	۷۳۶	۱۱۳	۸۰	۰	۹۴	۳۸	۴۱	**۱۱۰۲**	۶	۸	۱۸۰۰
	P4	۳۶۴۵۵	۳۶۳	۱۵۰	۰	۳۰۳	۱۲۱	۶۶	**۳۷۴۵۸**	۷	۲۲	۴۲۰۰۰
	P5	۱۲۱۵۲	۱۳۶	۱۰۰	۰	۱۱۳	۴۵	۳۷	**۱۲۵۸۳**	۶	۱۶	۱۵۰۰۰
طرح ۲	P1	۷۹۹۵	۷۶	۰	۱۵	۱۹	۱۷	۷۶	**۸۱۹۸**	۶	۱۲	۱۱۳۰۰
	P2	۷۸۹	۴۱	۰	۱۰	۱۵	۸	۵۳	**۹۱۶**	۶	۸	۱۵۰۰
	P3	۶۶۹	۴۸	۰	۹	۱۳	۱۳	۸۰	**۸۳۲**	۶	۸	۱۸۰۰
	P4	۳۳۴۵۵	۱۶۰	۰	۷	۳۰	۲۷	۱۱۰	**۳۳۷۸۸**	۷	۲۲	۴۲۰۰۰
	P5	۱۲۱۵۲	۴۵	۰	۱۷	۱۳	۱۲	۸۸	**۱۲۳۲۷**	۶	۱۶	۱۵۰۰۰
طرح ۳	P1	۷۵۹۵	۸۰	۰	۶	۱۳	۱۱	۱۳۲	**۷۸۳۷**	۶	۱۲	۱۱۳۰۰
	P2	۷۶۹	۴۲	۰	۱۲	۷	۶	۶۷	**۹۰۳**	۶	۸	۱۵۰۰
	P3	۶۶۹	۴۲	۰	۱۴	۸	۷	۸۳	**۸۲۳**	۶	۸	۱۸۰۰
	P4	۳۱۸۹۸	۱۴۵	۰	۳	۲۷	۲۱	۳۱۲	**۳۲۴۰۶**	۷	۲۲	۴۲۰۰۰
	P5	۱۲۰۰۰	۴۰	۰	۹	۷	۸	۷۰	**۱۲۱۳۴**	۶	۱۶	۱۵۰۰۰
نرخ تورم		٪۱۲	٪۲۱/۱	٪۱۵	٪۲۱	٪۲۱	٪۲۰	٪۱۶	--	٪۱۰	٪۱۵	٪۲۲

جدول ۱۰. مقادیر ارزش فعلی طرحها

طرحها	NPW1 (با استفاده از رابطهٔ ۷)	NPW2 (با استفاده از مدل)	NPW= NPW1+NPW2
طرح۱	-۸۱۵,۲۲۱,۸۶۶	۲,۱۳۵,۱۷۱,۰۰۰	۱,۳۱۹,۹۴۹,۱۳۴
طرح۲	-۹۶۵,۸۶۰,۵۵۸	۲,۴۱۰,۵۳۲,۰۰۰	۱,۴۴۴,۶۷۱,۴۴۲
طرح۳	-۱,۴۴۸,۷۹۰,۸۳۶	۲,۵۳۴,۰۲۲,۰۰۰	۱,۰۸۵,۲۳۱,۱۶۴

اگر بخواهیم ارزیابی را تنها بر اساس معیار اقتصادی انجام دهیم، طرح ۲ را که دارای ارزش فعلی بیشتری است، انتخاب می کنیم. اما همانطور که پیش از این بیان شد، مدلی که در این مقاله ارائه گردیده، علاوه بر در نظر گرفتن معیار اقتصادی، به اهداف استراتژیک نیز توجه دارد.

۲-۵. تصمیم گیری چند معیاره فازی

در این بخش ابتدا یک گروه تصمیم گیرنده (DM1, DM2, DM3) شامل سه نفر از اعضای هیئت مدیره که بر موضوعات تخصصی نیز اشراف کافی دارند، اهداف استراتژیکی که از استقرار سیستم جدید دنبال می شود را مشخص می کنند. این اهداف در جدول ۱۱ شرح داده شده است:

جدول ۱۱. اهداف استراتژیک

نماد	اهداف استراتژیک
SC1	کسب اعتبار بیشتر نزد مشتریان و نیز شناخته شدن شرکت به عنوان مدرن ترین تولیدی واشر در خاورمیانه
SC2	افزایش کیفیت محصولات در حدی که قابل رقابت با تولید کننده های اروپایی باشد
SC3	ورود به بازارهای منطقه (صادرات به کشورهای حوزه خلیج فارس)
SC4	حفظ مشتریان خوش حساب و تأمین قطعات مورد نظر آنان (حتی به قیمت نداشتن سود متعارف)

پس از آن، گروه تصمیم گیرنده، با استفاده از متغیرهای کلامی مجموعهٔ W که پیش از این تعریف شد، میزان اهمیت هر یک از معیارهای استراتژیک و همچنین معیار اقتصادی را بیان می کنند. سپس معادل فازی متغیرها نوشته شده و با استفاده از رابطهٔ (۲۱) وزن هر معیار بدست می آید. در جدول ۱۲ محاسبات مربوط به تعیین وزن هر معیار انجام شده است.

جدول ۱۲. تعیین وزن هر یک از معیارها

معیارها	متغیرهای کلامی			وزن معیارها
	DM1	DM2	DM3	W_t
SC1	VH	H	VH	(۰/۶۳۳,۰/۹,۱)
SC2	H	H	M	(۰/۴,۰/۶۳۳,۰/۹۳۳)
SC3	M	M	H	(۰/۳,۰/۵۶۷,۰/۸۶۷)
SC4	VH	VH	VH	(۰/۷,۱,۱)
EC	M	H	H	(۰/۴,۰/۶۳۳,۰/۹۳۳)

پس از مشخص نمودن وزن هر یک از معیارها، گروه تصمیم گیرنده با استفاده از متغیرهای کلامی مجموعهٔ A، وضعیت هر یک از طرح ها را، تحت هر یک از معیارهای استراتژیک، بیان می کنند. پس از نوشتن معادل فازی متغیرهای کلامی، با استفاده از رابطهٔ (۲۲) وضعیت هر طرح در قبال هر یک از معیارهای استراتژیک بدست می‌آید. در جدول ۱۳ مقادیر تخصیص داده شده و نتایج حاصله برای معیار اول(SC1) نشان داده شده است. این عمل را برای سه معیار استراتژیکی دیگر تکرار می کنیم تا وضعیت طرحها در قبال تمامی معیارهای استراتژیک مشخص شود.

جدول ۱۳. وضعیت طرحها در قبال معیار استراتژیک اول (SC1)

طرحها	متغیرهای کلامی			وضعیت طرح ها
	DM1	DM2	DM3	A_{i1}
طرح۱	F	F	P	(۰/۲,۰/۴,۰/۶)
طرح۲	G	F	VG	(۰/۵۶۷,۰/۷۶۷,۰/۹)
طرح۳	VG	G	VG	(۰/۷۳۳,۰/۹۳۳,۱)

از بخش اول مقادیر ارزش فعلی طرحها را داریم. با استفاده از رابطهٔ (۲۳) مقادیر ارزش فعلی را بدون بعد می کنیم. نتایج در جدول ۱۴ قابل مشاهده است.

جدول ۱۴. مقادیر ارزش فعلی طرحها به همراه مقادیر بدون بعد آنها

طرحها	NPW_i	NPW_i'	A_{ik}
طرح۱	۱۳۱۹۹۴۹۱۳۴	۰/۳۴۳	(۰/۳۴۳,۰/۳۴۳ ,۰/۳۴۳)
طرح۲	۱۴۴۴۶۷۱۴۴۲	۰/۳۷۵	(۰/۳۷۵,۰/۳۷۵ ,۰/۳۷۵)
طرح۳	۱۰۸۵۲۳۱۱۶۴	۰/۲۸۲	(۰/۲۸۲,۰/۲۸۲ ,۰/۲۸۲)

در نهایت با استفاده از رابطهٔ (۲۸) وضعیت نهایی هر طرح مشخص می شود. سپس با استفاده از رابطهٔ (۲۹) اعداد فازی بدست آمده را به حالت غیر فازی تبدیل و نهایتاً با استفاده از رابطهٔ (۳۰) امتیاز هر طرح محاسبه می شود. بر اساس امتیازات بدست آمده، رتبه بندی صورت می گیرد. نتایج این قسمت در جدول ۱۵ قابل رؤیت می باشد.

جدول ۱۵. وضعیت نهایی طرحها، مقادیر غیر فازی آنها، امتیاز نهایی و رتبه بندی هر طرح

طرحها	FA_i	$D(FA_i)$	$Score(Alt_i)$	RANK
طرح۱	(۰/۱۱,۰/۲۹,۰/۵۲)	۰/۳۰۸۳	۰	۳
طرح۲	(۰/۲۸,۰/۵۶,۰/۷۷)	۰/۵۳۸	۰/۸۱	۲
طرح۳	(۰/۳۳,۰/۶۳,۰/۸۱)	۰/۵۹۰۹	۱	۱

با توجه به جدول فوق طرح ۳ بعنوان بهترین طرح انتخاب خواهد شد. ملاحظه می شود که اگر تصمیم گیری تنها بر اساس معیار اقتصادی صورت می گرفت، طرح ۲ انتخاب می شد.

۶. نتیجه گیری

در این مقاله یک مدل کلی برای ارزیابی سرمایه گذاری، در تکنولوژی های پیشرفته تولید ارائه شد. با توجه به اینکه ارزیابی

سیستمهای مختلف تولیدی تنها با تکیه بر اهداف استراتژیک و یا تکیه بر معیارهای اقتصادی، موجب نادیده گرفتن بسیاری از پارامترهای اساسی و تأثیرگذار در ارزیابی ها می شود، ترکیب این دو معیار بسیار منطقی می باشد. لذا مدل ارائه شده را در دو قسمت بسط دادیم. در بخش اول با در نظرگرفتن محدودیت های سیستم به وسیلهٔ برنامه ریزی خطی با محدودیتهای احتمالی، مقدار ارزش فعلی هر سیستم در شرایط بهینه بدست آمده و از این مقدار به عنوان معیار اقتصادی، جهت ارزیابی گزینه ها استفاده می شود. با توجه به اینکه بعضاً لحاظ نکردن تورم در تحلیل های مالی منجر به حاصل شدن نتایج نادرستی می شود، در مدل برنامه ریزی خطی مذکور درآمدها و هزینه ها، با نرخ تورم مؤثر مربوط به خود، لحاظ شده اند. در قسمت دوم مدل، اهداف استراتژیکی که نیاز به یک سیستم جدید را ایجاب می کنند، به همراه معیار اقتصادی که در بخش اول محاسبه می شود، به عنوان معیارهای تصمیم گیری در نظر گرفته می شوند. در نهایت با استفاده از رویکرد تصمیم گیری چند معیاره فازی، پس از رتبه بندی طرحها، طرح بهینه انتخاب می شود. در آخر نیز با ارائه یک مثال، نحوهٔ اجرای مدل ارائه شده، نشان داده شد. نکتهٔ قابل توجه اینکه مدل ارائه شده می تواند در هر یک از ارزیابی های اقتصادی و یا استراتژیکی نیز با حذف قسمتهای اضافی، مورد استفاده قرار گیرد. در صورتی که تصمیم گیری تنها بر اساس معیارهای اقتصادی باشد، از بخش اول مدل و در شرایطی که بخواهیم تنها معیارهای استراتژیک را در ارزیابی لحاظ کنیم، از بخش دوم استفاده می کنیم.

مراجع

[1] Chen, S.M., *"Investment Justification of Advanced Manufacturing Technology:an Empirical Analysis"*, Journal of Engineering and Technology Management, Vol. 12, 1995, pp. 27-55.

[2] Wilkes, F.M., Samuels, J.M., *"Financial Appraisal to Support Technological Investment"*, Long Range Planning, Vol. 24, No. 6, 1991, pp. 60-66.

[3] Badiru, A.B., Foote, B.L., Chetupuzha, J., *"A Multi-Attribute Spreadsheet Model for Manufacturing Technology Justification"*, Computers and Industrial Engineering, Vol. 21, No. 1-4, 1991, pp. 29-33.

[4] Meredith, J.R., suresh, N.C., *"Justification Techniques for Advanced Manufacturing Technologyies"*, International Journal of Production Research, Vol. 24, No. 5, 1986, pp. 1043-1057.

[5] Karsak, E.E., Tolga, E., *"Fuzzy Multi-Criteria Decision-Making Procedure for Evaluating Advanced Manufacturing System Investements"*, International journal of production economics, Vol. 69, 2001, pp. 49-64.

[6] Duran, O., Aguilo, J., *"Computer-Aided Machine-tool Selection Based on a Fuzzy-AHP Approach"*, Expert system with Application, Vol. 34, 2008, pp. 1787-1794.

[7] Chu, S.J., *"Group Decision-Making Model using Fuzzy Multiple Attributes Analysis for the Evaluation of Advanced Manufacturing Technology"*, Fuzzy sets ans systems, Vol. 160, 2009, pp. 586-602.

[8] Karsak, E.E., Kuzgunkaya, O., *"A Fuzzy Multiple Objective Programming Approach for Selection of a Flexible Manufacturing System"*, International journal of production economics, Vol. 79, 2002, pp. 101-111.

[9] ordoobadi, S.M., Mulvaney, N.J., *"Development of a Justification Tool for Advanced Manufacturing Technologies: System-Wide Benefits Value Analysis"*, Journal of engineering and technology management, Vol. 18, 2001, pp. 157-184.

[10] Datta, V., Sambasivarao, K.V., Kodali, R., *"Multi-Attribute Decision Model using the Analytical Hierarchy Process for the Justification of Manufacturing Systems"*, International journal of production economics, Vol. 28, 1992, pp. 227-234.

[11] Chang, D.S., Tsou, C.S., *"A Chance-Constriants Linear Programming Model on the Economic Evaluation of Flexible Manufacturing Systems"*, Production planning and control, Vol. 4, 1993, pp. 159-165.

[12] Yurdakul, M., *"Selection of Computer - Integrated Manufacturing Technologies using a Combined Analytic Hierarchy Process and Goal Programming Model"*, Robatic and computer-integrated manufacturing, Vol. 20, 2004, pp. 329-340.

[13] Talluri, S., Whiteside, M.M., Seipel, S.J., *"Anonparametric Stochastic Procedure for FMS Evaluation"*, European Journal of operation research, Vol. 124, 2000, pp. 529-538.

[14] Liu, B., *Theory and Practice of Uncertain Programming*, UTLAB, 2009.

[15] Chou, S.Y., Chang, Y.H., *"A Decision Support System for Supplier Selection Based on Strategy-Aligned Fuzzy Smart Approach"*, Expert System With Applications, Vol. 34, 2008, pp. 2241-2253.

[16] Degarmo, paul, E., *Engineering Economy*, McGraw-Hill, 1984.

[۱۷] مسعودی، حیدرقلی.، «اقتصاد مهندسی (تجزیه وتحلیل اقتصادی پروژه ها)»، انتشارات دانشگاه تهران، صفحه ۹۲-۷۵، ۱۳۸۰.

[۱۸] تیوزسن، جی.جی.، و فابریکی، دابلیو.جی.، ترجمه شهیدی پور، سیدمهدی.، آیتی اسماعیل.، «اقتصاد مهندسی»، انتشارات دانشگاه فردوسی مشهد-صفحه ۵۰-۴۷ و ۲۱۷-۱۸۰، ۱۳۷۷.

[۱۹] اسکونژاد، محمدمهدی.، «اقتصاد مهندسی(ارزیابی اقتصادی پروژه‌های صنعتی)»، انتشارات دانشگاه امیرکبیر، صفحه ۳۵۵-۳۱۱، ۱۳۷۸.

پیوست

فرض کنید A_1 و A_2 اعداد فازی مثلثی به صورت زیر باشند:

$$A_1=(a_1 , b_1 , c_1) \quad , \ a_1 \le b_1 \le c_1$$
$$A_2 =(a_2 , b_2 , c_2) \quad , \ a_2 \le b_2 \le c_2$$

اگر $\oplus$ عملگرجمع و $\otimes$ عملگر ضرب در محیط فازی باشد، آنگاه جمع و ضرب دو عدد فازی مثلثی به صورت زیرتعریف می شود:

$$A_1 \oplus A_2 = (a_1+a_2, b_1+b_2, c_1+c_2)$$
$$A_1 \otimes A_2 = (a_1 a_2, b_1 b_2, c_1 c_2) \quad , \quad a_1 \ge 0 , a_2 \ge 0$$

ضرب یک عدد حقیقی مانند K در یک عدد فازی مثلثی بصورت زیر می باشد:

$$k \otimes A_1 = \begin{cases} (ka_1, kb_1, kc_1), & k > 0 \\ (kc_1, kb_1, ka_1), & k < 0 \end{cases}$$