



## Extension of the Maximal Covering Location-Allocation Model for Congested System in the Competitive and User-Choice Environment

N. Zarrinpoor, H. Shavandi\*, J. Bagherinejad

*Naeme Zarrinpoor, Student of MS Industrial Eng- Alzahra University*

*Hassan Shavandi, Assistance professor of Industrial Eng- Sharif University of Technology*

*Jafar Bagherinejad, Assistance professor of Industrial Eng- Alzahra University*

### Keywords

Facility location,  
Competitive environment,  
Congestion,  
User-choice environment,  
Genetic algorithm

### ABSTRACT

*The main objective of facilities location and service system design is covering of potential customers' demand. Many location models are extended with the covering objective and considered constraints, details of problem and its different aspects. In this paper the maximal covering location-allocation model for congested system is extended in the competitive environment. In the proposed model, several important characteristics such as spatial interaction model, congestion, the competitive user-choice environment and probabilistic demand are considered. The objective of the model is maximization of the demand captured by each facility in the competitive environment. The optimization software of lingo 8 and the genetic algorithm are used for solving the small-size problems. Due to the complexity of problem and its nonlinear nature, the software of lingo 8 cant solved the large-size problems and the genetic algorithm is applied to solve the larger size problems. Numerical results verify the effectiveness of proposed algorithm for solving the model and show that the use of queuing theory in service system design can improve different service strategies, promote organization's business process and increase customer's satisfaction.*

© 2012 IUST Publication, IJIEPM. Vol. 22, No. 4, All Rights Reserved

\*  
**Corresponding author. Hassan Shavandi**  
Email: [shavandi@sharif.edu](mailto:shavandi@sharif.edu)

## توسعه مدل مکان یابی-تخصیص حداکثر پوشش با امکان ایجاد ازدحام در محیط رقابتی مبتنی بر انتخاب مشتری

ناعمه زرین پور، حسن شوندی\*، جعفر باقری نژاد

### کلمات کلیدی

مکان یابی تجهیزات، محیط رقابتی، ازدحام، محیط مبتنی بر انتخاب مشتری، الگوریتم ژنتیک

### چکیده:

هدف اصلی استقرار تجهیزات و طراحی سیستم های خدماتی، پوشش تقاضای مشتریان بالقوه است. بسیاری از مدل های مکان یابی با هدف پوشش توسعه پیدا کردند و محدودیت ها، جزئیات مسئله و جنبه های مختلفی از آن را مورد بررسی قرار دادند. در این مقاله مدل مکان یابی-تخصیص حداکثر پوشش با امکان ایجاد ازدحام در یک محیط رقابتی توسعه یافته است. در مدل پیشنهادی چندین ویژگی مهم یعنی مدل های تعامل فضایی، ازدحام، محیط رقابتی مبتنی بر انتخاب مشتری و تقاضای احتمالی مورد بررسی قرار گرفته است. هدف مدل حداکثر نمودن درصد تقاضای جذب شده توسط تجهیزات خدمتدهی در محیط رقابتی است. برای حل مدل با ابعاد کوچک از نرم افزار بهینه سازی لینگو ۸ و الگوریتم فرا ابتکاری ژنتیک استفاده شده است. اما با توجه به پیچیدگی مسئله و ماهیت غیرخطی آن، نرم افزار لینگو ۸ توانایی حل مسایل با ابعاد بزرگ را ندارد و مسایل با ابعاد بزرگتر با استفاده از الگوریتم ژنتیک پیاده سازی شده است. نتایج عددی، اثربخشی الگوریتم پیشنهادی را برای حل مدل تایید می کند و نشان می دهد که به کار گیری نظریه صف در طراحی سیستم های خدماتی، بهبود استراتژی های مختلف خدمتدهی، افزایش رضایت مشتریان و ارتقای فرآیندهای کسب و کار سازمان را در بر خواهد داشت.

### ۱. مقدمه

مدل های مکان یابی به دلیل اهمیت و تاثیر فراوانی که در کاهش هزینه های ایجاد و راه اندازی فعالیت های مختلف دارد، همواره مورد توجه محققین و مهندسين صنایع بوده است. یکی از مهم ترین مدل های مکان یابی، مدل مکان یابی حداکثر پوشش<sup>۱</sup> است که در آن مجموعه ای از مشتریان با تقاضای مشخص برای خدمات یا کالاها وجود دارند که باید توسط تعدادی از تجهیزات

خدمت داده شوند، به گونه ای که جمعیت یا تقاضای پوشش یافته حداکثر شود. با توجه به افزایش کاربرد مدل مکان یابی حداکثر پوشش، توسعه های بسیاری از آن در مسایل جهان واقعی انجام شده است. با توجه به ماهیت احتمالی تقاضا در برخی از مسایل مکان یابی و همچنین ظرفیت محدود تجهیزات برای خدمتدهی، در بسیاری از مسایل دنیای واقعی شاهد ایجاد ازدحام<sup>۲</sup> برای دریافت خدمت هستیم. این ازدحام می تواند بصورت تشکیل صف برای خدمتدهی و یا از دست رفتن تقاضا نمود پیدا کند. در سال های اخیر تلاش های زیادی در راستای یافتن مکان بهینه تجهیزات در شرایطی که تقاضای ایجاد شده برای خدمت ماهیت احتمالی دارد، انجام شده است. اکثر فعالیت های انجام شده در زمینه تعیین مکان پایگاه های امداد یا ایستگاه های خدمات درمانی اضطراری<sup>۳</sup> بوده است. هدف این مقاله، توسعه مدلی است که بتواند مکان یابی حداکثر پوشش را برای سیستم

تاریخ وصول: ۸۹/۸/۲۵

تاریخ تصویب: ۸۹/۱۲/۱۴

ناعمه زرین پور، دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی صنایع، دانشگاه الزهراء(س)، naamezarrinpoor@gmail.com

\*نویسنده مسئول مقاله: دکتر حسن شوندی، استادیار دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی شریف، shavandi@sharif.edu

دکتر جعفر باقری نژاد، استادیار دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه الزهراء(س)، jbagheri@alzahra.ac.ir

<sup>۱</sup> Congestion

<sup>۲</sup> Emergency Medical Service (EMS)

<sup>۳</sup> Maximal Covering Location Problem

پوشش با امکان ایجاد ازدحام است، یک بررسی از مسایل پوشش در دو نوع قطعی و احتمالی و مدل‌های مکان یابی حداکثر پوشش با در نظر گرفتن پارامترهای صف انجام شده است.

اولین بار ترگاز و همکاران [۳]، مدل مکان یابی پوشش مجموعه را توسعه دادند. این مدل کمترین تعداد خدمت دهنده را برای پوشش همه گره های تقاضا در فاصله یا زمان استاندارد تعیین می کند. مشکل اصلی مدل، فرضیه غیرمنطقی بودجه نامحدود بود که منجر به پوشش کامل همه گره ها می شد. این موضوع موجب ظهور مسئله مکان یابی حداکثر پوشش توسط چارچ و روله [۴] شد. در این مدل، با اعمال محدودیت بر روی تعداد خدمت دهنده ها، همه گره های تقاضا پوشش نمی یابند، اما امکان ایجاد ازدحام در سیستم بررسی نشده است و مسئله با فرض در دسترس بودن خدمت دهنده های آزاد مدل سازی شده است.

مدل مکان یابی تجهیزات با امکان ایجاد ازدحام ابتدا توسط لارسن [۵] مطرح شد. لارسن مدلی را که در آن کسر مشغول بودن خدمت دهنده ها با موقعیت ثابت محاسبه می شود، توسعه داد و از آن برای حل مسایل مکان یابی مراکز اضطراری استفاده نمود. مدل معرفی شده توسط لارسن از مدل های هایپرکیوب محسوب می شود که یک مدل توصیفی قوی برای معرفی سیستم های با خدمت دهنده متحرک<sup>۳</sup> است و با استفاده از آن می توان دامنه وسیعی از معیارهای عملکرد را برای حالت های مختلف سیستم ارزیابی نمود. نظر به این که این معیارها وضعیت عملکرد سیستم را ارزیابی می کنند، از منابع ارزشمند تصمیم گیری در سطوح مدیریتی به شمار می روند [۶].

با وجود استفاده از پارامترهای سیستم صف در مدل های مکان یابی، مدل لارسن فاقد یک ساختار احتمالی بود تا این که داسکین [۷]، مدل احتمالی مکان یابی حداکثر پوشش را ارائه داد.

برمن و همکاران [۸-۱۰] نیز چندین مدل را با استفاده از نظریه صف برای سیستم های با امکان ایجاد ازدحام توسعه دادند. این مدل ها شامل مکان یابی بهینه خدمت دهنده ها در شبکه هایی با یک خدمت دهنده، مدل صف احتمالی و مسئله مکان یابی-تخصیص با امکان ایجاد ازدحام بود. بتا و همکاران [۱۱] یک مدل و الگوریتم برای مکان یابی سیستم هایی با یک خدمت دهنده که در آن خدمتدهی به تقاضا بر اساس اصل ارجحیت صورت می گیرد، معرفی کردند. روله و هگان [۱۲] مدل مکان یابی حداکثر در دسترس بودن<sup>۴</sup> را معرفی کردند. هدف این مدل حداکثر نمودن جمعیت پوشش یافته است و در آن تقاضای مشتریان توسط یک خدمت دهنده در محدوده فاصله یا زمان استاندارد با احتمال  $\alpha$

های با امکان ایجاد ازدحام<sup>۱</sup> در یک محیط رقابتی و با توجه به تقاضای احتمالی مشتریان و محدودیت های طول صف محقق سازد.

رشد نظریه صف به ابتدای قرن بیستم در کار مهندس دانمارکی ارلانگ [۱] برمی گردد، که وی بار کاری ترافیک را در سیستم های تلفن بررسی کرد. مسایل مختلفی از دنیای واقعی شامل خطوط تولید صنعتی، سیستم های تلفنی، شبکه های کامپیوتری، مکان یابی و ترافیک وسایل نقلیه با استفاده از نظریه صف مدل سازی شده است. در خصوص بررسی نظریه صف مطالعات زیادی در سطح بین المللی انجام شده است. این پژوهش ها نشان می دهد که نظریه صف تقریباً در همه جنبه های زندگی از جمله مسایل مکان یابی وجود دارد و تحقیقات در این زمینه چه از نظر تعداد و چه از نظر تنوع به صورت چشمگیری افزایش یافته است.

در خصوص اهمیت و ضرورت بررسی سیستم صف در مدل مکان یابی حداکثر پوشش می توان گفت که هدف موسسات تولیدی و خدماتی کسب رضایت مشتری است. یکی از مهم ترین عوامل ایجاد ارزش بلند مدت و وفادار نمودن مشتریان، نحوه خدمتدهی، کاهش زمان صف و زمان انتظار مشتریان سازمان است. اگر سازمان بتواند درصد نگهداری مشتریان را افزایش دهد، شاهد رشد درآمد حاصل از مشتریانی خواهد بود که به طور منظم به سازمان مراجعه می کنند. همچنین سازمان می تواند از فشار همیشگی جذب مشتریان جدید رها شود. به طور کلی هر چه مشتریان با انجام معاملات خود با سازمان وفادارتر شوند، سرمایه گذاری کمتری از سوی سازمان لازم است. با از دست دادن یک مشتری ثابت، سازمان ها اغلب توانایی برگشت سرمایه و کسب سود بیشتر را از دست می دهند. این موضوع به ویژه برای ادامه حیات اقتصادی سازمان ها در شرایط کاملاً رقابتی اهمیت دارد؛ زیرا ممکن است مشتریان با دریافت خدمت غیر قابل قبول در زمان غیر مطلوب از ادامه معامله با سازمان منصرف شوند [۲].

ادامه مقاله به این صورت سازماندهی شده است: در بخش دوم مرور ادبیات موضوع بیان می شود. بخش سوم ارتباطات ریاضی و مدل سازی مسئله را شرح می دهد. در بخش چهارم جزئیات روش های حل مسئله مورد بررسی قرار می گیرد. نتایج عددی در بخش پنجم ارائه می شود و آخرین بخش مربوط به نتیجه گیری و تحقیقات آتی است.

## ۲. مرور ادبیات موضوع

در ادبیات مسایل مکان یابی، محققان زیادی با رویکردهای متفاوت به بررسی مدل های صف در مکان یابی تجهیزات پرداخته اند. از آن جا که تمرکز این مقاله بر مسایل مکان یابی حداکثر

<sup>۲</sup>. Location Set Covering Problem

<sup>۳</sup>. Mobile server

<sup>۴</sup>. Maximum Availability Location Problem

<sup>۱</sup>. Congested system

ابتکاری پیوندی تحت عنوان جستجوی خوشه ای<sup>۳</sup> پیشنهاد کردند که شامل تعیین نواحی جستجوی محتمل بر اساس دسته بندی است. کرا و همکاران [۲۱] یک رویکرد تجزیه برای این مدل با در نظر گرفتن ایده آزادسازی لاگرانژ با خوشه بندی و روابط بین ثانویه لاگرانژ و تجزیه دنتزیک-ولف معرفی کردند.

هیچ یک از مدل های موجود در ادبیات در زمینه مکان یابی-تخصیص حداکثر پوشش با امکان ایجاد ازدحام ([۱۵]، [۱۸])، [۱۹]، [۲۰] و [۲۱] به صورت رقابتی بررسی نشد. مدل های مکان یابی رقابتی، مسائل مکان یابی کلاسیک مانند p-میان و حداکثر پوشش را به محیط های رقابتی که در آن ها شرکت ها برای به دست آوردن سود و سهم بازار با هم رقابت می کنند، توسعه می دهند. از مهم ترین عوامل رقابتی در این مدل ها می توان به کوتاهی زمان انتظار، وجود استراتژی های مختلف خدمتدهی، پایین بودن هزینه و نزدیکی مسافت اشاره نمود. وقتی مشتریان برای دریافت خدمت به مراکز خدماتی مراجعه می کنند، شرکت ها برای جذب و تسخیر هر چه بیشتر مشتری از طریق این عوامل با هم رقابت می کنند. تا کنون تحقیقات زیادی بر روی مسایل مکان یابی رقابتی انجام شده است. بر اساس این تحقیقات مدل های رقابتی بر تصمیمات تولید، قیمت کالاها و خدمات ارائه شده توسط تجهیزات، و تصمیمات حوزه مکان یابی مربوط به تجهیزات وارد شونده به بازار متمرکز می شوند. مشهورترین فرضیه در بسیاری از مدل های مکان یابی رقابتی این است که مشتریان به نزدیک ترین تجهیز برای دریافت خدمت جذب می شوند، یعنی تصمیم آن ها تنها بر اساس معیار فاصله صورت می گیرد. اما در واقعیت ممکن است مشتریان تجهیزات دورتر را بر اساس جذابیت بالاتر انتخاب کنند. جذابیت تجهیزات بر اساس سطح فضای تجهیزات، تنوع محصولات عرضه شده به بازار، قیمت، کیفیت محصولات، سطح دسترسی به تجهیزات و مکان آن ها تعیین می شود [۲۲-۲۳]. مکان تجهیزات نه تنها بر سهم بازار شرکت وارد شونده تاثیر دارد، بلکه سهم بازار رقبا را نیز تحت تاثیر قرار می دهد. بنابراین در محیط کسب و کار متغیر برای سازمان ها الزام آور خواهد بود که مسایل مربوط به رقبا، استراتژی های آن ها در بهبود کیفیت خدمتدهی و جذب مشتری را در نظر بگیرند و سازمان هایی که از این اصل مهم غفلت ورزند، به سرعت میدان را به نفع رقبا از دست خواهند داد. با توجه به این موضوع که در محیط رقابتی، انتخاب تجهیزات توسط مشتریان صورت می گیرد، بنابراین فرض شده است که تجهیزات در یک محیط رقابتی مبتنی بر انتخاب مشتری<sup>۴</sup> استقرار می یابند و به جای تخصیص مشتریان به تجهیزات، مشتریان بر اساس زمان سفر و کیفیت یا شهرت مراکز خدمتدهی، تجهیزات

برآورده می شود. ماریانو و همکاران [۱۴-۱۳] نیز مدل هایی برای مکان یابی مراکز خدمتدهی با چندین خدمت دهنده ارائه کردند که در آن ها تقاضای مشتریان در زمان ثابت نیست و از یک فرآیند احتمالی پیروی می کند. این مدل ها فرض می کنند که زمان سفر بین هر دو گره احتمالی است و کسر مشغول بودن خدمت دهنده ها بیش از یک مقدار ثابت نیست.

ماریانو و سرا [۱۵] مدل صف مکان یابی-تخصیص حداکثر پوشش<sup>۱</sup> را ارائه کردند. این مدل با ایجاد تغییرات زیر در مسئله مکان یابی حداکثر پوشش حاصل شده است:

- تخصیص گره های تقاضا به خدمت دهنده ها در محدوده فاصله یا زمان استاندارد
- استفاده از نظریه صف در مدل مکان یابی-تخصیص به گونه ای که با احتمال  $\alpha$  هیچ تقاضایی بیش از یک مدت زمان مشخص منتظر نماند و تعداد افراد در صف محدود باشد.

در این مدل یک حد حداقل برای کیفیت خدمتدهی تعیین شده است که در زمان انتظار یا در تعداد افراد منتظر دریافت خدمت منعکس می شود. این مدل برای مکان یابی مراکز خدمتدهی تکی و همچنین با چندین خدمت دهنده مدلسازی و با استفاده از نرم افزار CPLEX و یک روش ابتکاری حل شد. ماریانو و سرا [۱۶]، یک مدل مکان یابی-تخصیص با هدف پوشش همه تقاضا و تخصیص خدمت دهنده ها به تجهیزات با محدودیت طول صف و زمان انتظار بررسی کردند. چیوشی و همکاران [۱۷]، مسئله مکان یابی حداکثر پوشش مورد انتظار<sup>۲</sup> را با در نظر گرفتن احتمال در دسترس نبودن خدمت دهنده ها ارائه نمودند.

شوندی و محلوجی [۱۸]، یک مدل ریاضی جدید برای مکان یابی-تخصیص مراکز اضطراری نظیر بیمارستان ها، ایستگاه های آتش نشانی، پایگاه های امداد و غیره ارائه کردند. در مدل آن ها از نظریه فازی و صف استفاده شده است و در نهایت مدل به یک مسئله برنامه ریزی عدد صحیح صفر و یک تبدیل و با استفاده از الگوریتم ژنتیک حل شده است. هدف اصلی آن ها توسعه یک مدل جدید مکان یابی-تخصیص در زمینه فازی بود و از اولین فعالیت های صورت گرفته در این زمینه به شمار می رود.

نظر به این که مسئله مکان یابی-تخصیص حداکثر پوشش با امکان ایجاد ازدحام جز مسایل NP-complete است، از روش های متفاوتی در حل مدل استفاده شده است. کرا و لرن [۱۹] از الگوریتم ژنتیک و روش آزاد سازی لاگرانژ برای حل مسئله مکان یابی-تخصیص حداکثر پوشش با امکان ایجاد ازدحام استفاده کردند. کرا و همکاران [۲۰] نیز یک روش برای حل این مدل با در نظر گرفتن یک خدمت دهنده در هر مرکز و با استفاده از روش

<sup>3</sup>. clustering search

<sup>4</sup>. user-choice

<sup>1</sup>. Queuing Maximal Covering Location-Allocation Model

<sup>2</sup>. Maximum Expected Covering Location Model

تجهیزات جدید در شبکه ( $E = N - \bar{E}$ ) است. فرض شده است که در هر یک از تجهیزات تنها یک خدمت دهنده وجود دارد و نرخ خدمتدهی تجهیزات به مشتریان در هر واحد زمانی از توزیع نمایی با پارامتر  $\mu_j$  پیروی می کند. بنابراین هر تجهیز از نظم صف M/M/1 پیروی می کند و نرخ مشتریانی که تقاضای خدمت از تجهیزات واقع شده در گره  $j$  دارند، به صورت زیر مشخص می شود:

$$\lambda_j = \sum_{i \in N} h_i a_i q_{ij} \quad j \in E \quad (4)$$

هدف مسئله استقرار  $p$  تجهیز در شبکه ای است که از قبل یک یا چندین تجهیز خدمتدهی توسط رقبا مستقر شده است، به گونه ای که درصد کل تقاضای جذب شده حداکثر شود. برای اطمینان از کیفیت خدمتدهی، درصد تقاضای جذب شده توسط هر یک از تجهیزات در معرض این محدودیت قرار می گیرد که اگر مشتری تجهیز  $i$  را انتخاب کرد، در ورود او به مرکز خدمتدهی ممکن است با احتمال حداقل  $\alpha$  در یک صف منتظر بماند که در آن کمتر از  $b$  نفر در حالت انتظار برای دریافت خدمت به سر می برند. این محدودیت به صورت زیر بیان می شود:

$$p(j) \geq \alpha \quad (5)$$

محدودیت بالا هر مرکز خدمتدهی را مجبور می کند که کمتر یا حداکثر  $b$  نفر با احتمال حداقل  $\alpha$  در صف داشته باشد. با حل معادلات تعادلی حالت های پایدار سیستم صف M/M/1، معادله زیر حاصل می شود:

$$\lambda_j \leq \mu_j \sqrt{b+1-\alpha} \quad (6)$$

جزئیات بیشتر در زمینه اثبات این معادله، در مرجع [۱۵] موجود است. برای بیان مسئله به زبان ریاضی از متغیر تصمیم  $y_j$  استفاده شده است که در صورت استقرار تجهیز در گره  $j$  مقدار آن برابر یک و در غیر این صورت معادل صفر است. بنابراین مدل پیشنهادی به صورت زیر بیان می شود:

$$\text{Max} \sum_{i \in N} \sum_{j \in E} h_i a_i q_{ij} \quad (7)$$

$$q_{ij} = \frac{y_j u_{ij}}{\sum_{l \in E} y_l u_{il} + \sum_{l \in \bar{E}} u_{il}} \quad i \in N, j \in E \cup \bar{E} \quad (8)$$

$$u_{ij} = \frac{A_j^\gamma}{t_{ij}^\beta} \quad j \in E \cup \bar{E} \quad (9)$$

$$\sum_{j \in E \cup \bar{E}} q_{ij} = 1 \quad i \in N \quad (10)$$

را انتخاب می کنند و به جز تجهیزاتی که در مکان های مناسب مورد تقاضای مشتریان هستند، افراد در سایر مکان ها تمایلی برای دریافت خدمت نخواهند داشت.

### ۳. تعریف مسئله و مدل سازی آن

سیستم تحت بررسی به عنوان یک شبکه  $G=(N, L)$  با مجموعه ای از گره های  $N$  و کمان های  $L$  در نظر گرفته شده است. گره ها معرف نقاط تقاضا هستند و کمان ها جریان اصلی حمل و نقل را نشان می دهند. در همه گره ها جمعیتی از مشتریان ( $a_i$ ) استقرار یافته اند. فرض شده است که نرخ تقاضای مشتریانی که به تجهیزات خدمتدهی در کل شبکه احتیاج دارند، از توزیع پواسون با نرخ  $h_i$  در واحد زمان پیروی می کند. برای توسعه مدل پایه از مدل تعامل فضایی از نوع جاذبه<sup>۱</sup> استفاده شده است؛ این مدل ابتدا توسط هوف [۲۴] برای بیان گزینه های مختلف مشتری در انتخاب تجهیزات مطرح شد. در مدل های تعامل فضایی، منفعت<sup>۲</sup> مشتریان واقع شده در گره  $i$  که برای دریافت خدمت به تجهیز  $j$  مراجعه می کنند، به صورت یک نسبت بیان می شود. این نسبت تابعی غیر کاهش از جذابیت تجهیز ( $A_j$ ) و تابعی کاهش از مسافت سفر ( $d_{ij}$ ) است و به صورت زیر بیان می شود:

$$u_{ij} = \frac{A_j^\gamma}{d_{ij}^\beta} \quad (1)$$

در این فرمول پارامتر  $\gamma$  و  $\beta$  به ترتیب میزان تاثیر جذابیت تجهیزات خدمتدهی و مسافت سفر را در انتخاب مشتریان نشان می دهد. در مدل پیشنهادی از کیفیت خدمتدهی و یا شهرت مراکز خدمتدهی به عنوان عامل جذابیت و به جای فاصله سفر از زمان سفر استفاده شده است، بنابراین تابع منفعت به صورت زیر بازنویسی می شود:

$$u_{ij} = \frac{A_j^\gamma}{t_{ij}^\beta} \quad (2)$$

احتمال این که مشتری گره  $i$  برای دریافت خدمت به سمت تجهیز مستقر شده در گره  $j$  برود، معادل با منفعت مشتریان در صورت انتخاب تجهیز  $j$  در مقایسه با دیگر تجهیزات موجود در شبکه است و به صورت زیر بیان می شود:

$$q_{ij} = \frac{u_{ij}}{\sum_{l \in E} u_{il} + \sum_{l \in \bar{E}} u_{il}} \quad (3)$$

در فرمول بالا،  $\bar{E}$  مجموعه تجهیزات رقابتی موجود در شبکه و  $E$  مجموعه گره های غیر اشغال شده و داوطلب برای استقرار

<sup>۱</sup> gravity-like spatial interaction model

<sup>۲</sup> utility

کیفیت یا مقدار برازندگی<sup>۱</sup> را برای هر جواب تولید شده ارزیابی می کنند.

الگوریتم های ژنتیک در مقایسه با دیگر روش های فرا ابتکاری برای پیمایش فضاهای جستجوی وسیع مناسب هستند و این فرآیند را با سرعت نسبتاً بالایی انجام می دهند و به علت استفاده از عملگر جهش، جستجو را به دور از نقطه بهینه موضعی<sup>۲</sup> معطوف می کنند.

الگوریتم های ژنتیک یک توازن عالی بین کیفیت جواب، زمان محاسبه و انعطاف پذیری برای بررسی محدودیت های ویژه در موقعیت های واقعی به وجود می آورند. این ویژگی ها موجب می شود که الگوریتم های ژنتیک توانایی حل بسیاری از مسایل پیچیده جهان واقعی را داشته باشند [۲۶].

روند اجرای الگوریتم ژنتیک بدین ترتیب است که از یک تابع برازندگی برای معرفی شایستگی جواب های کدگذاری شده، استفاده می کند.

در طول اجرا، والدین برای توالد و تناسل بر اساس یک مکانیزم از جمعیت انتخاب می شوند. بعد از ترکیب کروموزوم های والدین، از عملگرهای جهش و تقاطع برای تولید جواب های بهتر استفاده می شود. این چرخه ارزیابی-انتخاب-توالد تکرار می شود تا یک جواب رضایت بخش به وجود آید و یا معیار توقف برآورده شود [۲۷]. در ادامه جزئیات الگوریتم ژنتیک پیشنهادی توضیح داده شده است.

#### ۴-۱. کدگذاری

نخستین گام در الگوریتم ژنتیک، کدگذاری مجموعه ای از پارامترها با عنوان ژن و اتصال آن ها به هم برای ایجاد یک رشته از کروموزوم ها است. در ساختار مدل پیشنهادی تنها متغیر تصمیم، متغیر مکان یابی  $z$  است، بنابراین کروموزوم به صورت یک رشته باینری با طولی معادل با تعداد گره های شبکه معرفی می شود.

#### ۴-۲. مکانیزم انتخاب

برای گزینش بهترین جواب ها در تولید جمعیت جدید، از مکانیزم انتخاب استفاده می شود. در الگوریتم پیشنهادی از انتخاب مسابقه ای<sup>۳</sup> استفاده شده است که هدف آن تقلید رقابت بین افراد جمعیت و با مقدار ۲ به عنوان اندازه مسابقه است. در این روش دو کروموزوم از جمعیت انتخاب می شوند و کروموزوم بدتر با حداقل مقدار برازندگی در بالای یک لیست خالی قرار می گیرد. بهترین کروموزوم به جمعیت برمی گردد و این فرآیند تا زمانی

$$\sum_{j \in E} y_j = p \quad (11)$$

$$\sum_{i=1}^n h_i a_i q_{ij} \leq \mu_j \sqrt{1-\alpha} \quad (12)$$

$$q_{ij} \geq 0 \quad i \in N, j \in E \quad (13)$$

$$y_j = 0,1 \quad i \in N, j \in E \quad (14)$$

تابع هدف، حداکثر تقاضای جذب شده توسط تجهیزات وارد شونده به شبکه را مشخص می کند. محدودیت های (۸) و (۹) بیانگر منفعت مشتریان و رفتار احتمالی آن ها در محیط رقابتی است. محدودیت (۱۰) بیان می کند که تقاضای همه مشتریان توسط تجهیزات شرکت واردشونده و یا رقیب برآورده می شود. محدودیت (۱۱) تعداد تجهیزاتی را که باید در شبکه استقرار یابد، مشخص می کند. محدودیت (۱۲) هر مرکز خدمتدهی را مجبور می کند که کمتر یا حداکثر  $b$  نفر با احتمال حداقل  $\alpha$  در صف داشته باشد. محدودیت (۱۳) از منفی شدن  $q_{ij}$  جلوگیری می کند و محدودیت (۱۴) نیز مقدار متغیر مکان یابی را مشخص می کند.

#### ۴. روش های حل مدل

همانطور که قبلاً بیان شد مدل مکان یابی-تخصیص حداکثر پوشش با امکان ایجاد ازدحام در زمره مسایل NP-Complete قرار می گیرد و با توسعه این مدل در محیط رقابتی مبتنی بر انتخاب مشتری و با در نظر گرفتن تقاضای احتمالی، تابع تعامل فضایی، غیرخطی بودن تابع هدف و محدودیت های مسئله، پیچیدگی های حل مسئله افزایش می یابد. برای حل مدل ابتدا از نرم افزار بهینه سازی لینگو ۸ استفاده شد، اما با توجه به این که نرم افزار لینگو ۸ تنها قادر به حل نمونه هایی از این مسئله با ابعاد کوچک است و توانایی حل مسایلی با حالت ازدحام بالا، نرخ تقاضای بالاتر و تعداد مشتریان بیشتر را ندارد، الگوریتم فرا ابتکاری ژنتیک برای حل مسایل با ابعاد بزرگتر توسعه داده شد. الگوریتم ژنتیک توسط هالند [۲۵] توسعه پیدا کرد و در آن از برنامه های کامپیوتری برای شبیه سازی فرآیند تکاملی استفاده شده است.

نقطه قوت الگوریتم های ژنتیک به این علت است که از محدودیت های فضای جستجو مانند پیوستگی آزاد هستند و در انتخاب تابع هدف بسیار انعطاف پذیر عمل می کنند. یک جنبه مهم از الگوریتم های ژنتیک این است که برای جستجوی جواب، به دانش قبلی و یا محدودیت های مربوط به فضا مانند همواری و تحدب تابع هدف نیاز ندارند. الگوریتم های ژنتیک تنها تابع تخصیص

<sup>1</sup>. Fitness value

<sup>2</sup>. local optimum

<sup>3</sup>. Tournament selection

در این بخش پارامترهای ورودی مسئله و نتایج پیاده سازی مدل با استفاده از نرم افزار لینگو ۸ و الگوریتم ژنتیک ارائه می شود. برای حل مدل از شبکه‌هایی با ۱۰ تا ۴۰ گره استفاده شده است. فرض شده است که در محیط رقابتی تنها دو رقیب وجود دارد که یکی از آنها شرکت وارد شونده و دیگری شرکت رقیب است. تعداد تجهیزات رقیب و شرکت وارد شونده در شبکه در مسایل با ابعاد کوچک ۲ و ۳ و در مسایل با ابعاد بزرگ تر ۵، ۶ و ۷ تجهیز است. ماتریس زمان سفر متقارن است و به صورت تصادفی در بازه [۰،۲] ساعت انتخاب شده است. مقدار پارامتر  $\gamma$  در بازه [۰،۱] متغیر است. نرخ خدمتدهی به مشتریان در تجهیزات شرکت رقیب و شرکت وارد شونده یکسان و برابر با ۷ مشتری در ساعت در نظر گرفته شده است. جمعیت مشتریان در همه گره های تقاضا یکسان و در مسایل با ابعاد کوچک و بزرگ به ترتیب برابر با ۱ و ۲ مشتری است. نرخ تقاضای مشتریان در همه گره ها یکسان است و از توزیع پواسون با میانگین ۲، ۳ و ۴ مشتری در ساعت پیروی می کند. حداکثر تعداد مشتریان در صف با احتمال حداقل  $\alpha$ ، به صورت متغیر بین ۰ و ۴ در نظر گرفته شده است. احتمال این که در ورود مشتری به مرکز، هر خدمت دهنده کمتر از  $b$  نفر در صف داشته باشد، به صورت متغیر در بازه [۰،۱] تغییر می کند. کدنویسی الگوریتم ژنتیک پیشنهادی در محیط Visual Basic انجام شده است. برای حل مسئله فرض شده است که ابتدا تجهیزات رقیب به صورت تصادفی در شبکه مستقر می شوند و بعد شرکت وارد شونده با حل مدل تجهیزات را در شبکه استقرار می دهد. نتایج مقایسه پیاده سازی مدل با استفاده از نرم افزار لینگو ۸ و الگوریتم ژنتیک در جداول (۱) و (۲) نشان داده شده است. در این جداول  $F$  نمایانگر تعداد تجهیزات رقیب و  $\bar{M}$  میزان تقاضای جذب شده توسط رقیب را نشان می دهد. در مواردی که نرم افزار لینگو ۸ قادر به حل مدل نیست، از علامت (-) استفاده شده است. در این جداول میزان انحراف از بهترین جواب به صورت زیر محاسبه شده است:

تکرار می شود که همه کروموزومها در این لیست قرار بگیرند. سپس با شروع از بالای لیست، کروموزومها برای اجرای عملگرهای ژنتیک انتخاب می شوند [۲۸].

### ۳-۴. عملگر تقاطع

با اعمال عملگر تقاطع بر روی کروموزوم های والدین، دو نوزاد با ترکیب ساختار کروموزومها ایجاد می شوند. در الگوریتم پیشنهادی از تقاطع تک نقطه‌ای استفاده شده است که در آن یک نقطه به عنوان نقطه برش در طول کروموزوم های والدین انتخاب می شود و کروموزومها از آن نقطه به دو بخش تقسیم می شوند و دو کروموزوم جدید با تعویض بخش اول و حفظ بخش دوم به صورت قبلی، حاصل می شوند.

### ۴-۴. عملگر جهش

عملگر جهش تغییرات تصادفی در کروموزومها ایجاد می کند و جستجو را به دور از نقطه بهینه موضعی معطوف می کند. در الگوریتم ژنتیک از عملگر جهش یکنواخت استفاده شده است، بدین ترتیب یک عدد تصادفی در بازه [۱،n] انتخاب می شود و ژن موجود در آن مکان از کروموزوم تغییر می کند. این عملگر با نرخ ۰/۰۸ انجام می شود که این نرخ درصدی از کل تعداد ژنهای موجود را که دچار تغییر می شوند، تعیین می کند (n معرف تعداد گره های شبکه و یا طول کروموزوم است).

### ۵-۴. معیار توقف

در الگوریتم های ژنتیک، از چندین معیار توقف مانند توقف بعد از تعداد تکرارهای مشخص، توقف بعد از سپری شدن یک مدت زمان مشخص و توقف بعد از اجرای تعداد مشخصی از تکرارها که به موجب آن هیچ بهبودی در بهترین جواب حاصل نگردد، استفاده می شود. معیار توقف در الگوریتم پیشنهادی، توقف بعد از تعداد تکرارهای مشخص است که برابر ۱۰۰ تکرار در نظر گرفته شده است.

## ۵. پارامترهای ورودی مسئله و نتایج عددی

$$Gap = \frac{\text{درصد سهم بازار به دست آمده از الگوریتم ژنتیک} - \text{درصد سهم بازار به دست آمده از نرم افزار لینگو 8}}{\text{درصد سهم بازار به دست آمده از نرم افزار لینگو 8}}$$

دست آمده از نرم افزار لینگو ۸، در مسایل با نرخ تقاضای ۲ مشتری در ساعت ۹.۲۵ درصد و در مسایل با نرخ تقاضای ۳ مشتری در ساعت ۳.۷۹ درصد است؛ بنابراین میزان انحراف الگوریتم ژنتیک از نرم افزار لینگو ۸ در مسایل با ابعاد کوچک ۶.۵۲ درصد است.

نرم افزار لینگو ۸ از رویکرد شاخه و کران در حل مدل استفاده می کند، اما با توجه به غیرخطی بودن مدل و باینری بودن متغیرهای تصمیم در مواردی که تعداد مشتریان از یک فراتر رود و همچنین در نرخ های ورود بالاتر از ۳ مشتری در ساعت، این نرم افزار قادر به حل مدل نیست. با توجه به این جداول می توان گفت که متوسط میزان انحراف الگوریتم ژنتیک در مقایسه با جوابهای به

جدول ۱. مقایسه نتایج پیاده سازی مدل با نرم افزار لینگو ۸ و الگوریتم ژنتیک به ازای  $\beta = 0.2, \gamma = 0.4, \alpha = 0.5, b = 2$  و

$$h_i = 2$$

Number of node	p	r	Competitor's location	Lingo			Genetic algorithm			Gap		
				Our location	$\lambda$	$\bar{\lambda}$	Our market share	Our location	$\lambda$		$\bar{\lambda}$	Our market share
۱۰	۲	۲	۲،۴	۸،۹	۸/۱۵۹۲۶۷	۲/۱۳۹۹۱۷	۰/۷۹۲۲	۱،۵	۷/۴۲۹۱۰	۳/۰۴۱۱۴۷	۰/۷۰۹۵	۰/۱۰۴۴
	۲	۳	۴،۷،۸	۱،۲	۵/۷۳۲۴۸۹	۳/۵۶۸۰۲۱	۰/۶۱۶۴	۲،۳	۴/۲۱۲۱۷	۳/۰۵۷۰۲	۰/۵۷۹۵	۰/۰۵۹۹
	۳	۲	۲،۴	۷،۸،۹	۹/۷۱۷۹۴۵	۱/۷۳۲۳۲۲	۰/۸۴۹۴	۱،۵،۶	۸/۰۸۲۷۲	۱/۹۶۵۱۴	۰/۸۰۴۴	۰/۰۵۳۰
	۳	۳	۴،۸،۹	۱،۲،۵	۷/۱۳۲۶۹۰	۲/۹۹۳۳۲۵	۰/۷۰۴۵	۱،۲،۳	۵/۳۶۲۵۱	۲/۲۹۴۶۹	۰/۷۰۰۳	۰/۰۰۶۰
۱۲	۲	۲	۲،۴	۸،۱۰	۱۰/۵۳۳۳۶	۲/۱۴۵۳۶۴	۰/۸۳۰۷	۵،۶	۸/۴۹۱۸۲	۳/۶۴۹۱۸	۰/۶۹۹۴	۰/۱۵۸۱
	۲	۳	۱،۳،۶	۸،۱۰	۷/۶۳۴۴۰۹	۳/۷۳۳۳۲	۰/۶۷۱۴	۷،۱۰	۵/۲۷۳۷۸	۴/۰۵۸۰۸	۰/۵۶۵۱	۰/۱۵۸۳
	۳	۲	۱۰،۱۱	۱،۲،۵	۱۲/۱۲۸۰۷	۱/۷۹۱۸۰۲	۰/۸۷۱۳	۴،۷،۹	۹/۳۷۴۹۲	۳/۳۲۲۸۱	۰/۷۳۳۱	۰/۱۵۲۶
	۳	۳	۸،۱۰،۱۱	۱،۲،۵	۹/۲۳۳۴۵۲	۳/۲۹۰۵۶۶	۰/۷۳۱۴	۱،۵،۷	۶/۳۷۰۳۳	۲/۷۷۴۸۹	۰/۶۹۶۶	۰/۰۴۷۶

جدول ۲. مقایسه نتایج پیاده سازی مدل با نرم افزار لینگو ۸ و الگوریتم ژنتیک به ازای  $\beta = 0.2, \gamma = 0.4, \alpha = 0.5, b = 2$  و

$$h_i = 3$$

Number of node	p	R	Competitor's location	Lingo			Genetic algorithm			Gap		
				Our location	$\lambda$	$\bar{\lambda}$	Our market share	Our location	$\lambda$		$\bar{\lambda}$	Our market share
۱۰	۲	۲	۱،۳	-	-	-	-	۲،۵	۱۰/۲۵۷۲	۵/۴۵۹۳۳	۰/۶۵۲۶	-
	۲	۳	۶،۷،۸	۱،۲	۸/۷۳۱۷۸۶	۵/۵۴۸۷۳۳	۰/۶۱۱۴	۱،۲	۶/۹۶۱۵۸	۴/۴۵۷۹۳	۰/۶۰۹۶	۰/۰۰۳۴
	۳	۲	۸،۹	۱،۲،۳	۱۴/۷۹۶۹۲	۲/۷۰۱۱۳۲	۰/۸۴۵۶	۱،۲،۷	۱۱/۲۷۳۳	۳/۰۴۳۵	۰/۷۷۳۳	۰/۰۸۵۵
	۳	۳	۶،۸،۹	۱،۲،۳	۱۲/۸۳۸۳۴	۴/۶۸۸۱۳۶	۰/۷۳۲۹	۱،۲،۵	۸/۶۰۶۳۳	۳/۳۳۳۸۷	۰/۷۲۰۸	۰/۰۱۶۵
۱۲	۲	۲	۱،۴	-	-	-	-	۲،۶	۱۳/۵۰۰۷	۵/۴۷۶۶۳	۰/۷۱۱۴	-
	۲	۳	۴،۹،۱۱	-	-	-	-	۲،۳	۷/۰۵۷۳۳	۵/۶۶۰۷۸	۰/۵۵۴۹	-
	۳	۲	۳،۴	-	-	-	-	۱،۲،۱۱	۱۶/۳۲۹۱	۳/۸۵۵۰۷	۰/۸۰۹۰	-
	۳	۳	۱،۳،۶	۸،۱۰،۱۱	۱۴/۰۵۴۴۱	۴/۸۴۱۴۰۸	۰/۷۴۳۸	۷،۹،۱۰	۹/۵۴۵۷۶	۳/۹۱۱۱۴	۰/۷۰۹۴	۰/۰۴۶۲

وارد شونده کم تر از شرکت رقیب است، شرکت وارد شونده سهم بازار قابل توجهی را کسب نموده است. همچنین این جداول کارایی الگوریتم پیشنهادی را منعکس می کند، زیرا با توجه به تعداد متفاوت تجهیزات رقیب و شرکت وارد شونده، مکان های مطلوب در بسیاری از موارد تکرار شده است و در مواردی که این اتفاق رخ نداده است، این مکان های مطلوب توسط رقیب اشغال و یا الگوریتم مکان های مطلوب دیگری را جایگزین آن ها نموده است.

همانطور که قبلاً بیان شد نرم افزار لینگو ۸ قادر به حل مسایل با ابعاد بزرگ نیست، بنابراین تنها نتایج پیاده سازی الگوریتم ژنتیک در حل مسایل با ابعاد بزرگ تر در جداول (۳) تا (۵) نشان داده شده است. در این جداول با افزایش تعداد تجهیزات خدمتدهی، سهم بازار شرکت واردشونده افزایش می یابد. با توجه به کیفیت خدمتدهی ارائه شده توسط شرکت وارد شونده و در نظر گرفتن رضایتمندی مشتریان در ارائه خدمات، که تاثیر آن در طول صف منعکس شده است، حتی در مواردی که تعداد تجهیزات شرکت

جدول ۳. نتایج الگوریتم ژنتیک در شبکه ۲۰ گرهی به ازای  $\beta = 0.2, \gamma = 0.4, \alpha = 0.5, b = 2, h_i = 4$

p	r	our location	Cometitor location	$\lambda$	$\bar{\lambda}$	Our market share	competitor's market share
۵	۵	۲،۱۱،۱۳،۱۷،۱۹	۳،۵،۹،۱۲،۱۴	۲۰/۳۴۹۲	۱۰/۸۹۰۱	۰/۶۳۷۰	۰/۳۶۳۰
۵	۶	۳،۹،۱۰،۱۱،۱۴	۱،۲،۴،۶،۸،۱۸	۱۷/۵۰۸۱	۱۱/۷۹۰۹	۰/۵۹۵۵	۰/۴۰۴۵
۷	۷	۲،۳،۹،۱۱،۱۸	۱،۶،۷،۱۲،۱۶،۱۷،۱۹	۱۵/۵۷۰۳	۱۰/۵۴۰۵	۰/۵۸۷۰	۰/۴۱۳۰
۶	۵	۸،۱۰،۱۱،۱۲،۱۷،۱۸	۲،۶،۷،۱۶،۱۹	۲۱/۴۰۴۹	۱۱/۶۹۹۸	۰/۶۸۲۱	۰/۳۱۷۹
۶	۶	۱،۳،۱۰،۱۱،۱۳،۱۸	۵،۶،۹،۱۴،۱۷،۱۹	۱۹/۸۲۴۴	۱۱/۰۸۶۹	۰/۶۶۰۳	۰/۳۳۹۷
۷	۷	۲،۶،۹،۱۰،۱۸،۱۹	۱،۳،۴،۱۱،۱۲،۱۴،۱۷	۱۶/۱۸۱۲	۹/۵۵۶۶۱	۰/۶۱۹۱	۰/۳۸۰۹
۵	۵	۲،۸،۹،۱۱،۱۲،۱۷،۱۹	۱،۵،۶،۱۴،۱۸	۲۳/۲۴۷۹	۱۰/۰۱۴۴	۰/۷۵۱۳	۰/۲۴۸۷
۷	۶	۹،۱۰،۱۱،۱۲،۱۳،۱۴،۱۹	۱،۲،۴،۶،۸،۱۸	۲۰/۴۴۲۰	۹/۳۷۲۳۱	۰/۷۱۶۱	۰/۲۸۳۹
۷	۷	۱،۲،۱۱،۱۳،۱۶،۱۷،۱۹	۳،۵،۸،۹،۱۲،۱۴،۱۸	۱۷/۱۹۷۹	۸/۴۲۳۰۶	۰/۶۹۰۸	۰/۳۰۹۲

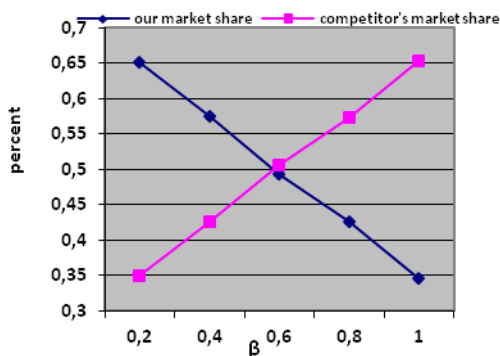


جدول ۴. نتایج الگوریتم ژنتیک در شبکه ۳۰ گرهی به ازای  $h_i = 4, \beta = 0.2, \gamma = 0.4, \alpha = 0.5, b = 2$ 

p	r	Our location	Cometitor location	$\lambda$	$\bar{\lambda}$	Our market share	competitor's market share
۵	۵	۱۰۰۰۱۱۰۲۱۰۲۳	۳۰۱۳۰۱۶۰۲۰۰۲۷	۲۶/۶۰۳۵	۱۹/۲۱۶۱	۰/۵۴۴۹	۰/۴۵۵۱
۵	۶	۲۰۶۰۱۳۰۱۵۰۱۶	۵۰۸۰۱۲۰۲۲۰۲۳۰۲۷	۲۳/۴۷۰۹	۲۰/۸۳۹۴	۰/۵۳۳۷	۰/۴۶۶۳
۷	۷	۵۰۶۰۱۰۰۰۱۸	۱۴۰۱۶۰۱۷۰۲۱۰۲۲۰۲۳۰۲۵	۲۱/۲۴۰۷	۲۰/۰۷۹۷	۰/۵۲۵۸	۰/۴۷۴۲
۵	۵	۱۲۰۱۴۰۲۳۰۲۵۰۲۶۰۲۸	۳۰۷۰۱۱۰۱۵۰۲۱	۲۸/۳۱۵۴	۱۷/۷۹۹۲	۰/۶۱۰۸	۰/۳۸۹۲
۶	۶	۲۵۰۷۰۱۰۰۱۳۰۲۵	۳۰۶۰۹۰۱۵۰۲۷۰۲۸	۲۵/۷۵۸۵	۱۷/۱۲۰۲	۰/۵۸۹۷	۰/۴۱۰۳
۷	۷	۲۸۰۱۰۰۱۱۰۱۲۰۱۸	۵۰۱۳۰۱۶۰۱۷۰۲۱۰۲۷۰۲۸	۲۲/۰۶۲۷	۱۶/۳۱۵۷	۰/۵۷۱۹	۰/۴۲۸۱
۵	۵	۶۰۱۱۰۱۲۰۱۳۰۲۵۰۲۶	۵۰۸۰۱۴۰۱۹۰۲۲	۳۰/۵۷۰۷	۱۴/۳۷۸۴	۰/۶۸۱۲	۰/۳۱۸۸
۷	۶	۲۰۹۰۱۰۱۹۰۲۶۰۲۷۰۲۸	۵۰۶۰۱۱۰۲۰۰۲۳۰۲۵	۲۶/۳۷۸۳	۱۳/۳۱۰۸	۰/۶۶۵۰	۰/۳۳۵۰
۷	۷	۳۰۱۰۰۱۲۰۱۸۰۲۱۰۲۲۰۲۹	۲۰۶۰۱۶۰۱۷۰۱۹۰۲۴۰۲۷	۲۳/۰۱۴۱	۱۵/۱۹۵۶	۰/۶۲۱۰	۰/۳۷۹۰

جدول ۵. نتایج الگوریتم ژنتیک در شبکه ۴۰ گرهی به ازای  $h_i = 4, \beta = 0.2, \gamma = 0.4, \alpha = 0.5, b = 2$ 

p	r	Our location	Cometitor location	$\lambda$	$\bar{\lambda}$	Our market share	competitor's market share
۵	۵	۱۴۰۱۵۰۱۸۰۲۴۰۳۷	۶۰۲۲۰۲۳۰۲۴۰۳۴	۲۶/۵۴۰۳	۲۸/۱۱۱۹	۰/۴۷۰۷	۰/۵۲۹۳
۵	۶	۲۱۰۲۳۰۳۰۳۳۰۳۹	۱۰۷۰۲۰۰۲۸۰۲۸۰۳۶۰۳۸	۲۴/۰۵۰۶	۲۵/۲۸۶۸	۰/۴۶۳۶	۰/۵۳۶۴
۷	۷	۸۰۱۵۰۱۶۰۱۸۰۳۵	۶۰۲۲۰۲۳۰۳۱۰۳۲۰۳۴۰۳۸	۲۲/۷۳۲۱	۲۶/۷۰۲۸	۰/۴۵۵۶	۰/۵۴۴۴
۵	۵	۲۰۱۶۰۲۱۰۲۵۰۲۹۰۳۳	۶۰۲۳۰۲۴۰۲۵۰۳۹	۳۳/۶۱۶۰	۲۱/۹۱۶۷	۰/۵۹۸۹	۰/۴۰۱۱
۶	۶	۱۱۰۱۵۰۱۶۰۲۵۰۲۸۰۳۵	۶۰۲۲۰۲۳۰۳۱۰۳۲۰۳۴	۲۸/۲۳۱۵	۲۱/۲۳۲۸	۰/۵۶۸۱	۰/۴۳۱۹
۷	۷	۱۰۱۲۰۱۶۰۲۳۰۳۳۰۳۸	۲۰۴۰۶۰۸۰۱۴۰۲۹۰۳۱	۲۵/۸۲۸۱	۲۱/۳۱۰۹	۰/۵۴۶۸	۰/۴۵۳۲
۵	۵	۱۵۰۶۰۱۰۰۱۱۰۱۵۰۳۶	۷۰۱۸۰۲۵۰۳۴۰۳۵	۳۷/۸۶۵۷	۲۱/۰۸۲۲	۰/۶۳۱۶	۰/۳۶۸۴
۷	۶	۲۰۳۵۰۱۶۰۱۹۰۲۲۰۲۵	۴۰۱۱۰۱۳۰۱۵۰۲۷۰۳۸	۲۸/۹۹۹۱	۲۲/۳۳۷۷	۰/۵۸۷۵	۰/۴۱۲۵
۷	۷	۱۲۰۱۳۰۱۷۰۲۲۰۲۶۰۳۲۰۳۶	۲۰۶۰۱۸۰۲۴۰۲۵۰۲۸۰۳۴	۲۶/۳۲۷۶	۱۸/۳۳۸۷	۰/۵۶۸۹	۰/۴۳۱۱

شکل ۱. تاثیر اهمیت زمان سفر در سهم بازار در شبکه ۳۰ گرهی با  $\gamma = 0.4, \alpha = 0.5, b = 2$ 

۲-۶. بررسی تغییرات تاثیر کیفیت تجهیزات خدمت‌دهی ( $\gamma$ )

شکل (۲) میزان تغییرات سهم بازار شرکت واردشونده و رقیب را به ازای مقادیر مختلف  $\gamma$  نشان می‌دهد. با افزایش مقدار  $\gamma$ ، میزان اهمیت کیفیت تجهیزات خدمت‌دهی در انتخاب مشتریان افزایش و به دنبال آن درصد سهم بازار شرکت واردشونده افزایش خواهد یافت. این اثر همچنین موجب کاهش سهم بازار شرکت رقیب می‌شود، اما با توجه به این که کیفیت تجهیزات رقیب و شرکت واردشونده یکسان در نظر گرفته شده است، میزان تاثیر

## ۶. تحلیل حساسیت

برای بررسی تاثیر پارامترهای مختلف مسئله در تابع هدف از شبکه ۳۰ گرهی استفاده شده است و متوسط سهم بازار شرکت واردشونده و رقیب در ۱۰ بار اجرای الگوریتم ژنتیک محاسبه شده است، در هر بار اجرا، الگوریتم بعد از ۱۰۰ تکرار متوقف می‌شود و در همه موارد، زمان اجرای الگوریتم ژنتیک بیش از ۵۰ ثانیه نبوده است. همچنین تعداد تجهیزات رقیب و شرکت وارد شونده یکسان و برابر با ۶ در نظر گرفته شده است.

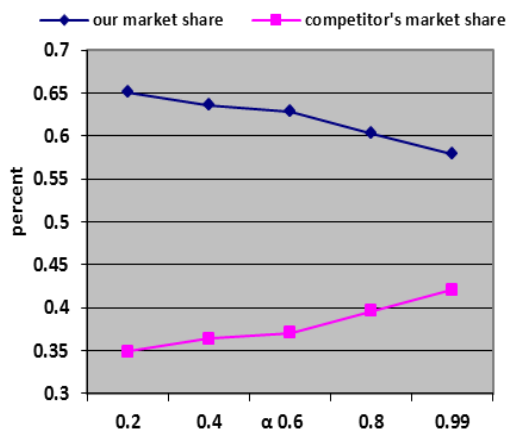
### ۱-۶. بررسی تغییرات تاثیر زمان سفر ( $\beta$ )

برای بررسی میزان تاثیر زمان سفر، سهم بازار شرکت وارد شونده و رقیب به ازای مقادیر مختلف پارامتر  $\beta$  محاسبه و در شکل (۱) نشان داده شده است.

با توجه به شکل (۱) می‌توان گفت که با افزایش تاثیر زمان سفر، مطلوبیت تجهیزات برای مشتریان کاهش می‌یابد و با توجه به محیط رقابتی مبتنی بر انتخاب مشتری درصد سهم بازار شرکت واردشونده کاهش خواهد یافت، این نتیجه همچنین موجب افزایش جذابیت تجهیزات رقیب و افزایش سهم بازار رقیب می‌شود.

افزایش  $\alpha$ ، احتمال این که مشتری با کمتر از  $b$  نفر در صف منتظر بماند افزایش می یابد و کاهش طول صف برای دریافت خدمت، افزایش رضایت مشتریان را دربرخواهد داشت، اما با توجه به کمبود امکانات خدمتدهی، سرعت پایین خدمت دهنده ها، عدم امکان افزایش تعداد خدمت دهنده ها و افزایش هزینه تجهیز به خدمت دهنده های بیشتر، برای شرکت مقرون به صرفه نخواهد بود که این احتمال را افزایش دهد تا کیفیت خدمتدهی بسیار مطلوبی را داشته باشد.

اما همان طور که مشاهده می کنید حتی با بیشترین احتمال یعنی  $0.99/99$  درصد سهم بازار شرکت وارد شونده نسبت به رقیب بیشتر است و این به معنای افزایش رضایتمندی مشتریان با کاهش طول صف می باشد. بنابراین برای افزایش رضایت مشتری، بهبود کیفیت خدمتدهی و افزایش سهم بازار نسبت به رقیب باید شرکت وارد شونده، یک توازن مناسب بین پارامترهای مختلف مسئله برقرار سازد.



شکل ۴. تاثیر  $\alpha$  در سهم بازار در شبکه ۳۰ گرهی با

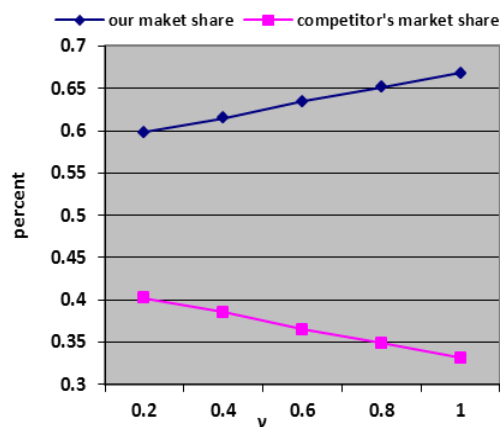
$$\beta = 0.2, \gamma = 0.4, b = 2$$

### ۶. نتیجه گیری و تحقیقات آتی

در این مقاله یک مدل ریاضی غیرخطی با هدف حداکثر سازی درصد تقاضای جذب شده برای سیستم های با امکان ایجاد ازدحام معرفی شد. در مدل پیشنهادی انتخاب تجهیزات توسط مشتریان از مدل های تعامل فضایی تاثیر می پذیرد و مشتریان تجهیزات را براساس کیفیت یا شهرت مراکز خدمتدهی و زمان سفر انتخاب می کنند.

با توجه به ماهیت احتمالی تقاضا در مسایل دنیای واقعی، رفتار مشتریان در انتخاب تجهیزات شرکت وارد شونده و رقیب به صورت احتمالی بررسی شد. برای حل مدل ابتدا از نرم افزار بهینه سازی لینگو ۸ استفاده شد، اما با توجه به غیرخطی بودن تابع هدف و محدودیت ها و باینری بودن متغیرهای تصمیم، این نرم افزار تنها قابلیت حل مسایلی با ابعاد کوچک را دارد و از

این پارامتر بر روی درصد سهم بازار شرکت ها به اندازه میزان تاثیر پارامتر  $\beta$  نیست.

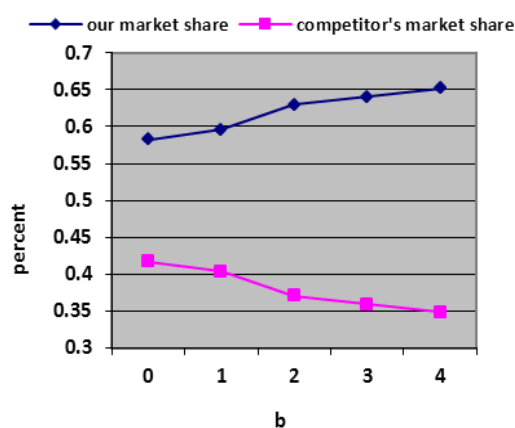


شکل ۲. تاثیر اهمیت کیفیت تجهیزات در سهم بازار در

شبکه ۳۰ گرهی با  $\beta = 0.2, \alpha = 0.5, b = 2$

### ۶-۳. بررسی تغییرات $b$

شکل (۳) تاثیر تعداد افراد منتظر برای دریافت خدمت با احتمال حداقل  $\alpha$  در سهم بازار شرکت ها را نشان می دهد. این شکل نشان می دهد که با افزایش  $b$ ، درصد سهم بازار شرکت واردشونده افزایش می یابد؛ باید توجه داشت که افزایش تعداد مشتریان در صف موجب می شود که احتمال انتخاب تجهیز توسط مشتریان بعدی کاهش یابد ولی از طرفی با افزایش تعداد افراد در صف و افزایش مراجعه مشتریان به سیستم، سهم بازار شرکت وارد شونده نسبت به شرکت رقیب افزایش می یابد.



شکل ۳. تاثیر  $b$  در سهم بازار در شبکه ۳۰ گرهی با

$$\beta = 0.2, \gamma = 0.4, \alpha = 0.5$$

### ۶-۴. بررسی تغییرات احتمال $\alpha$

شکل (۴) تاثیر منفی احتمال انتظار افراد در صف با کمتر از  $b$  مشتری در سهم بازار شرکت واردشونده را نشان می دهد. با

- [10] Berman, O., Larson, R., Parkan, C., "The Stochastic Queue  $p$ -Median Location Problem", *Transportation Science* 21, 1987, pp. 207-216.
- [11] Batta, R., Larson, R., Odoni, A., "A Single - Server Priority Queuing - Location Model", *Networks* 8, 1988, pp. 87 - 103.
- [12] ReVelle, C., Hogan, K., "The Maximum Availability Location Problem", *Transportation Science* 23, 1989, pp.192-200.
- [13] Marianov, V., ReVelle, C., "The Queuing Probabilistic Location Set Covering Problem and Some Extensions", *Socio-Economic Planning Sciences* 28, 1994, pp. 167-178.
- [14] Marianov, V., ReVelle, C., "The Queuing Maximal Availability Location Problems: a Model for the Siting of Emergency Vehicles", *European Journal of Operational Research* 93, 1996, pp.110-120.
- [15] Marianov, V., Serra, D., "Probabilistic Maximal Covering Location-Allocation Models for Congested Systems", *Journal of Regional Science* 38, 1998, pp. 401-424.
- [16] Marianov, V., Serra, D., "Location-Allocation of Multiple-Server Service Centers with Constrained Queues or Waiting Times", *Annals of Operations Research* 111, 2002, pp.35-50.
- [17] Chiyoshi, F.Y., Galvao, R.D., Morabito, R., "A Note on Solutions to the Maximal Expected Covering Location Problem", *Computers & Operations Research* 30, 2002, pp. 87-96.
- [18] Shavandi, H., Mahlooji, H., "A Fuzzy Queuing Location Model with a Genetic Algorithm for Congested Systems", *Journal of Applied Mathematics and Computation* 181, 2006, pp.440-456.
- [19] Corrêa, F.A., Lorena, L.A.N., "Using the Constructive Genetic Algorithm for Solving the Probabilistic Maxima Covering Location-Allocation Problem", In: *Workshop on computational intelligence/SBRN*.
- [20] Corrêa, F.A., Chaves, A.A., Lorena, L.A.N., "Hybrid Heuristics for the Probabilistic Maximal Covering Location-Allocation Problem", *Operational Research* 7, 2008, pp.323-344.
- [21] Correa, F.A., Lorena, L.A.N., Ribeiro, G.M., "A Decomposition Approach for the Probabilistic Maximal Covering Location-Allocation Problem", *Journal of Computers & Operations Research* 36, 2009, pp. 2729-2739.
- [22] Wu, T.H., Lin, J.N., "Solving the Competitive Discretionary Service Facility Location Problem", *European Journal of Operational Research* 144, 2003, pp. 366-378.
- [23] Rhim, H., Ho, T.H., Karmarkar, U.S., "Competitive Location, Production, and Market Selection", *European Journal of Operational Research* 149, 2003, pp.211-228.

الگوریتم ژنتیک برای حل مسایل با ابعاد بزرگ تر و با نرخ های ورود بالاتر استفاده شد. مقایسه نتایج پیاده سازی الگوریتم ژنتیک و نرم افزار لینگو ۸ در مسایل با ابعاد کوچک نشان می دهد که متوسط میزان انحراف در سهم بازار با استفاده از الگوریتم ژنتیک ۶.۵۲ درصد است.

در پایان تحلیل حساسیت بر روی پارامترهای مختلف مسئله نظیر تعداد افراد در صف، احتمال انتظار افراد برای دریافت خدمت، میزان تاثیر اهمیت زمان سفر و کیفیت تجهیزات خدمتدهی در سهم بازار شرکت واردشونده و رقیب انجام شد. نتایج تحقیق نشان می دهد که بررسی نظریه صف در مدل مکان یابی-تخصیص حداکثر پوشش موجب بهبود کیفیت خدمتدهی، کاهش زمان انتظار مشتریان و در نهایت ایجاد یک سیستم خدمتدهی با هدف بهبود رضایت مشتری می شود و موقعیت رقابتی سازمان ها را تحت الشعاع قرار می دهد. تحقیقات آتی می تواند شامل بررسی مدل های صف با چندین خدمت دهنده، بررسی توابع تعامل فضایی متفاوت و توسعه دیگر روش های فرا ابتکاری برای حل مسئله باشد.

## مراجع

- [1] Addabbo, T., Kocarev, L., "Periodic Dynamics in Queuing Networks", *Chaos, Solitons and Fractals* 41, 2009, pp. 2178-2192.
- [2] Bhattacharjee, A., "An Empirical Analysis of the Antecedents of Electronic Commerce Service Continuanace", *Decision Support Systems* 32, 2001, pp. 201-214.
- [3] Toregas, C., Swain, R., ReVelle, C., Bergman, L., "The Location of Emergency Service Facilities", *Operations Research* 19, 1971, pp.1363-1373.
- [4] Church, R., ReVelle, C., "The Maximal Covering Location Problem", *Papers of the Regional Science Association* 32, 1974, pp. 101-118.
- [5] Larson, R.C., "A Hypercube Queuing Model for Facility Location and Redistricting in Urban Emergency Services", *Computers and Operations Research* 1, 1974, pp. 67-95.
- [6] Drezner, Z., *Facility Location: A Survey of Applications and Methods*, Springer-Verlag, New York, 1995.
- [7] Daskin, M.S., "A Maximum Expected Covering Location Model: Formulation, Properties and Heuristic Solutions", *Transportation Science* 17, 1983, pp. 48-70.
- [8] Berman, O., Larson, R., Chiu, S., "Optimal Server Location on a Network Operating as an M/G/1 Queue", *Operations Research* 12, 1985, pp. 746-771.
- [9] Berman, O., Mandowsky, R., "Location-Allocation on Congested Network", *European Journal of Operational Research* 26, 1986, pp. 238-250.

- [24] Huff, D.L., "Defining and Estimating a Trade Area", *Journal of Marketing* 28, 1964, pp. 34-38.
- [25] Holland, J.H., *Adaptation in Natural and Artificial Systems: An Introductory Analysis with Applications to Biology, Control and Artificial Intelligence*, University of Michigan Press, 1975.
- [26] Sadegheih, A., Drake, P.R., "System network Planning Expansion using Mathematical Programming, Genetic Algorithms and Tabu Search", *Energy Conversion and Management* 49, 2008, pp. 1557-1566.
- [27] Giovanni, L.D., Pezzella, F., "An Improved Genetic Algorithm for the Distributed and Flexible Job-Shop Scheduling Problem", *European Journal of Operational Research* 200, 2010, pp. 395-408.
- [28] Simaria, A.S., Vilarinho, P. M., "A Genetic Algorithm Based Approach to the Mixed-Model Assembly Line Balancing Problem of Type IP", *Computers & Industrial Engineering* 47, 2004, pp. 391-407.