



INTEGRATED ORDER ACCEPTANCE AND SCHEDULING PROBLEM WITH NON-IDENTICAL PARALLEL MACHINES IN A MAKE-TO-ORDER SYSTEM

S. Emami, M.S. Sabbagh*, G. Moslehi & S.R. Hejazi

S. Emami, PhD student of Department of Industrial Eng.-Isfahan University of Technology

M.S. Sabbagh, Assistance professor of Industrial Eng.-Isfahan University of Technology

G. Moslehi, Professor of Industrial Eng.-Isfahan University of Technology

S.R. Hejazi, Associate professor of Industrial Eng.-Isfahan University of Technology

Keywords

Robust optimization,
Order acceptance and
Scheduling,
Nested partitions
algorithm,
Non - identical parallel
machines

ABSTRACT

In this paper, we consider a Make-To-Order (MTO) system with non-identical machines. We may not be able to accept all orders, due to order delivery requirements; we have to choose some orders to maximize profit. In order to study this problem, we present a Mixed Integer Linear Programming (MILP) to integrate order acceptance and scheduling (OAS) problem on non-identical parallel machines. Also, since the processing times on machines are uncertain, the robust counterpart of the proposed model has been presented. Our computational experiments have shown that it is time consuming to solve even small instances of the proposed model. Thus, we present an extended algorithm of nested partitions (NP) namely external and internal nested partitions to solve this problem. Furthermore, our computational results indicate that the proposed algorithm is both computationally efficient and effective to find a good solution in comparison to the MILP model.

© 2016 IUST Publication, IJIEPM. Vol. 26, No. 4, All Rights Reserved



مسأله یکپارچه پذیرش سفارش و زمانبندی با ماشین‌های موازی متفاوت در سیستم ساخت بر اساس سفارش

سعید امامی، محمدسعید صباغ*، قاسم مصلحی و سیدرضا حجازی

چکیده:

در این مقاله، یک سیستم ساخت بر اساس سفارش (MTO) با چند ماشین موازی مختلف مورد مطالعه قرار گرفته است. با توجه به الزامات مورد نظر برای تحویل به موقع سفارشات، می‌توان فقط تعداد محدودی از سفارشات را برای بیشینه کردن سود مورد پذیرش قرار داد. بر این اساس، یک مدل برنامه‌ریزی ریاضی خطی مختلط عدد صحیح (MILP) برای مسأله یکپارچه پذیرش سفارشات و زمانبندی (OAS) بر روی ماشین‌ها ارائه شده است. همچنین با در نظر گرفتن غیرقطعی بودن زمان پردازش سفارشات بر روی ماشین‌ها، هم‌ارز استوار مدل پیشنهادی ارائه گردیده است. زمان حل مدل‌های ریاضی پیشنهادی حتی برای مسائل کوچک نیز در پاره‌ای از موارد بسیار طولانی بوده و لذا توسعه‌ای از الگوریتم تفکیک سازی تو در تو (NP) بنام الگوریتم تفکیک سازی بیرونی و درونی ارائه گردیده است. بررسی‌های عددی نشان داده‌اند که الگوریتم پیشنهادی کارائی مطلوبی چه به لحاظ زمانی و چه به لحاظ یافتن یک جواب خوب نسبت به مدل‌های ریاضی دارد و توانسته، مسائل را در ابعاد واقعی‌تر حل نماید.

کلمات کلیدی

بهینه‌سازی استوار،
پذیرش سفارشات و زمانبندی،
الگوریتم تفکیک‌سازی تو در
تو،
ماشین‌های موازی متفاوت

۱. مقدمه

در محیط تولید رقابتی امروزی، بسیاری از سازمان‌ها به طور فزاینده‌ای در حال حرکت به سمت سیستم‌های تولید ساخت براساس سفارش (MTO)^۱، به منظور برآورده نمودن نیازهای مشخص مشتریان هستند. مشتریان عموماً علاقمند به تحویل به موقع سفارشات خود هستند. پذیرش و پردازش همه سفارشات بالقوه، ممکن است غیر عملی یا منجر به کاهش درآمد و حتی از دست دادن مشتریان گردد. انتخاب سفارشات مناسب بستگی به جهت‌گیری‌های استراتژیک سازمان، وضعیت جاری ظرفیت، میزان سوددهی یک سفارش و ملاحظات متعدد دیگر دارد. به طور معمول در بسیاری از صنایع، پذیرش سفارشات و تصمیمات

برنامه‌ریزی ظرفیت به طور جداگانه به ترتیب توسط بخش فروش و بخش تولید صورت می‌پذیرند. به‌طور طبیعی بخش فروش مایل به پذیرش سفارشات زیاد به منظور بیشینه نمودن درآمد است و در حالی که تمرکز بخش تولید برای بیشینه‌سازی بهره‌وری است. چنین ناسازگاری‌های درون سازمانی، منجر به تأخیرهای قابل ملاحظه‌ای در تحویل سفارشات و تحمیل جریمه‌های دیرکرد به سازمان و یا صرف منابع اضافی خواهد شد. بنابراین تولیدکننده باید سفارش‌ها را براساس تجزیه و تحلیل دقیق ظرفیت در دسترس و تاریخ تحویل سفارشات، به منظور بیشینه‌سازی سود انتخاب نماید. در حالی‌که تولیدکننده تصمیم به انتخاب سفارش‌هایی برای پردازش در یک بازه زمانی می‌گیرد، همزمان در مورد چگونگی پردازش سفارشات با هدف استفاده کارا از ظرفیت، تصمیم‌گیری می‌نماید. مسأله پذیرش سفارش و زمانبندی (OAS)^۲، به صورت تصمیم مشترک پذیرش سفارشات برای پردازش و چگونگی زمانبندی آنها تعریف می‌گردد. تصمیم‌گیرنده با مجموعه‌ای از سفارشات که نیازمندی‌های پردازش آنها بیشتر از ظرفیت در دسترس است، مواجه می‌باشد و می‌تواند برخی از آنها را رد نماید.

در سالهای اخیر این مسأله بسیار مورد توجه قرار گرفته است. اولین کارهای انجام شده مرتبط با این مقاله، توسط اسلنتیک و مرتن [۱] و قش [۲] بوده است. آنها مسأله پذیرش سفارش و زمانبندی در یک

تاریخ وصول: ۹۰/۰۴/۱۴

تاریخ تصویب: ۹۲/۱۰/۱۱

سعید امامی، دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی اصفهان،
s_emami@in.iut.ac.ir

قاسم مصلحی، استاد، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی اصفهان،
moslehi@cc.iut.ac.ir

سیدرضا حجازی، دانشیار، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی اصفهان،
rehejazi@cc.iut.ac.ir

*نویسنده مسئول مقاله: دکتر محمدسعید صباغ، استادیار، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی اصفهان،
sabbagh@cc.iut.ac.ir

محیط تک ماشین را مورد ملاحظه قرار دادند. آنها فرض کردند که سفارشات دارای زمان‌های ورود ثابت، زمان‌های پردازش، جریمه برای دیرکردها و درآمد قطعی هستند. هدف بیشینه کردن کل سود خالص است که برابر مجموع درآمدهای همه سفارشات پذیرفته شده منهای مجموع جریمه‌های دیرکرد است.

اسلنتیک و مرتن [۱] یک الگوریتم شاخه و کران برای حل مسئله به طور بهینه و دو روش ابتکاری برای حل تقریبی آن ارائه نمودند. قش [۲] بر روی جنبه‌های تئوری مسئله تمرکز نمود. او نشان داد که مسئله NP-hard است. لوئیس و اسلنتیک [۳] مسئله را به دوره‌های چندگانه برای حالتی که عدم پذیرش کار از یک مشتری منجر به از دست رفتن همه کارهای آتی از آن مشتری خواهد شد، توسعه دادند. آنها یک الگوریتم برنامه‌ریزی ریاضی دینامیک و تعدادی الگوریتم ابتکاری برای این حالت توسعه دادند. اسلنتیک و مرتن [۴] یک الگوریتم شاخه و کران برای برخورد با این نوع مسئله توسعه داده‌اند. رم و اسلنتیک [۵] عملکرد الگوریتم ژنتیک را برای حل این مسئله مورد بررسی قرار دادند. اوگوز و همکاران [۶] و سسارت و همکاران [۷] مسئله OAS را با در نظر گرفتن زمان‌های دسترسی و زمان‌های راه‌اندازی وابسته به توالی برای کارها در محیط تک ماشین مورد بررسی قرار دادند. آنها یک مدل برنامه‌ریزی ریاضی خطی مختلط عدد صحیح (MILP) ارائه نمودند که برای مسائلی تا ۱۰ کار در محدوده زمانی یک ساعت قادر به حل بهینه بوده و سه روش ابتکاری برای آن توسعه دادند. همچنین سسارت و همکاران [۷] یک روش جستجوی ممنوع را برای حل مدل پیشنهادی ارائه دادند. نویبیون و لوس [۸] حالتی را در نظر گرفتند که مجموعه سفارشات شامل دو زیرمجموعه مجزا از کارهای برنامه‌ریزی شده و کارهای قابل انتخاب است. آنها الگوریتم دقیقی برای حل این حالت توسعه دادند. پارک و همکاران [۹] از برنامه‌ریزی ژنتیک^۴ برای حل مسئله OAS استفاده نمودند. ژانگ و همکاران [۱۰] مسئله OAS را با در نظر گرفتن محدودیت دسترسی به ماشین مورد مطالعه قرار دادند. آنها فرض نمودند که ماشین فقط در بازه‌های زمانی خاصی در دسترس می‌باشد. تابع هدف مورد نظر می‌نیم کردن دوره تولید تمامی سفارشات پذیرفته شده بعلاوه هزینه جریمه ناشی از عدم پذیرش سفارشات است.

مستری و همکاران [۱۱] مدلی را با اضافه نمودن اضافه‌کاری و زمان‌های تحویل ثابت به مسئله چند ماشین به منظور بیشینه نمودن سود پذیرش سفارشات ارائه نمودند. وانگ و همکاران [۱۲] مدلی برای OAS در یک سیستم جریان کارگاهی^۵ دو ماشینی ارائه نمودند. آنها از الگوریتم شاخه و کران برای حل آن استفاده کردند. جزئیات بیشتر و نتایج تحقیقات گسترده‌تر بر روی این موضوع را می‌توان در مرور ادبیات‌های اخیر انجام شده توسط کسکینوکاک و تیور [۱۳] و اسلنتیک [۱۴] پیدا نمود.

در یک بررسی انجام شده بر روی برخی مسائل توسط بن‌تال و نیمروفسکی [۱۵] نشان داده شده است که حتی یک نوسان کوچک در داده‌ها می‌تواند منجر به نشدنی شدن جواب برای برخی از مسائل شود. بهینه‌سازی استوار^۶، مرتبط با مدلسازی مسائل با داده‌های غیرقطعی، برای به دست آوردن جوابی است که به عنوان یک جواب خوب برای همه یا اکثر مقادیر واقعی پارامترهای غیرقطعی تضمین شده است. این تکنیک براساس مطالعات زیر توسعه پیدا نموده است. سویستر [۱۶] رویکردهای صریحی را برای بهینه‌سازی استوار مورد بررسی قرار داد و فرض نمود که بردارهای ستونی ماتریس محدودیت متعلق به مجموعه‌های غیرقطعی بیضی^۷ است. بن‌تال و نیمروفسکی [۱۵] الگوانوی و همکاران [۱۷] ایده‌های جدیدی را برای مدلسازی داده‌های غیرقطعی براساس مجموعه‌های غیرقطعی بیضی معرفی نمودند. برتسمیس و سیم [۱۸] یک رویکرد بهینه‌سازی استوار براساس مجموعه‌های غیرقطعی چندوجهی^۸ ارائه نمودند. شکوهی و شهریاری [۱۹] از رویکرد پیشنهادی برتسمیس و سیم [۱۸] برای مسئله بهینه‌سازی منابع نگهداری و تعمیرات استفاده نمودند.

در این مقاله، مدل پیشنهادی توسط اوگوز و همکاران [۶] برای مسئله OAS در محیط تک ماشین، برای یک سیستم ساخت بر اساس سفارش با چندماشین موازی متفاوت^۹ در حالت قطعی توسعه داده شده است. در این مدل، کارها دارای زمان‌های دسترسی، زمان‌های آماده‌سازی وابسته به توالی و زمان‌های پردازش متفاوت بر روی ماشین‌ها هستند. همچنین، غیرقطعی بودن زمان‌های پردازش سفارشات بر روی ماشین‌ها مورد توجه قرار گرفته است. با لحاظ نمودن فرموله‌بندی هم‌ارز استوار^{۱۰} پیشنهادی برتسمیس و سیم [۱۸] بدلیل خطی بودن آن، هم‌ارز استوار مدل مورد نظر برای مواجهه با عدم قطعیت زمان‌های پردازش ارائه گردیده است.

از آنجائی که مدل ارائه شده توسط اوگوز و همکاران [۶] در حالت تک ماشین NP-hard بوده، لذا توسعه آن به حالت چند ماشین و هم‌ارز استوار آن NP-hard می‌باشد. بر این اساس، نرم‌افزار GAMS/CPLEX قادر به حل آن در یک زمان قابل قبول حتی برای برخی از مسائل در ابعاد کوچک نیست. از اینرو الگوریتم تفکیک سازی تو در تو (NP)^{۱۱} [۲۰] برای حل آن توسعه داده شده است و الگوریتمی بنام الگوریتم تفکیک‌سازی تودرتو بیرونی و درونی معرفی گردیده است.

در این مقاله، ابتدا مدل ریاضی یکپارچه مسئله پذیرش سفارش و زمانبندی در یک محیط با ماشین‌های موازی متفاوت با زمان‌های دسترسی، زمان‌های آماده‌سازی وابسته به توالی کارها و زمان‌های پردازش متفاوت در حالت قطعی ارائه می‌شود. در بخش سوم، هم‌ارز استوار مدل پیشنهادی در حالت چندماشین با در نظر گرفتن زمان‌های پردازش غیرقطعی ارائه شده است. ارائه روش حل و

- همچنین فرض می‌شود که همه داده‌ها در ابتدای دوره برنامه‌ریزی شناخته شده هستند.

۲-۲. مدل ریاضی

با معرفی متغیرهای باینری زیر، مدل MILP برای مسئله OAS در محیط ماشین‌های موازی متفاوت در ادامه آمده است.

- اگر سفارش i بر روی ماشین m تولید شود برابر 1 ، در غیر اینصورت برابر صفر E_{im} $i \in N, m = 1, 2, \dots, M$
- اگر سفارش i آخرین سفارش تولیدی بر روی ماشین m باشد برابر 1 ، در غیر اینصورت برابر صفر L_{im} $i \in N, m = 1, 2, \dots, M$
- اگر سفارش i قبل از سفارش j بر روی ماشین m تولید شود برابر 1 ، در غیر اینصورت برابر صفر Y_{ijm} $i, j \in N, i \neq j, m = 1, 2, \dots, M$
- اگر سفارش i پذیرفته شود برابر 1 ، در غیر اینصورت برابر صفر x_i $i \in N$

$$\max Z = \sum_{i=0}^n (e_i x_i - w_i T_i) \quad (1)$$

s. t.

$$\sum_{m=1}^M E_{im} = x_i \quad \forall i \in N \quad (2)$$

$$\sum_{i=0}^n L_{im} = 1 \quad \forall m = 1, 2, \dots, M \quad (3)$$

$$\sum_{i=0}^n Y_{ijm} = E_{jm} \quad \forall j \in N, i \neq j \text{ \& } \forall m = 1, 2, \dots, M \quad (4)$$

$$\sum_{j=0}^n Y_{ijm} = E_{im} - L_{im} \quad \forall i \in N, i \neq j, \forall m = 1, 2, \dots, M \quad (5)$$

$$C_i + (S_{ijm} + p_{jm}) Y_{ijm} + G(Y_{ijm} - 1) \leq C_j \quad \forall i, j \in N, i \neq j, \forall m = 1, 2, \dots, M \quad (6)$$

$$(r_j + p_{jm} + S_{ijm}) Y_{ijm} \leq C_j \quad \forall i, j \in N, i \neq j, \forall m = 1, 2, \dots, M \quad (7)$$

$$T_i \geq C_i - d_i \quad \forall i \in N \quad (8)$$

$$E_{0m} = 1 \quad \forall m = 1, 2, \dots, M \quad (9)$$

$$L_{im}, E_{im}, x_i, Y_{ijm} = \{0, 1\} \quad \forall i, j \in N, i \neq j, \forall m = 1, 2, \dots, M \quad (10)$$

$$T_i, C_i \geq 0 \quad \forall i \in N \quad (11)$$

عبارت (۱) نشان‌دهنده تابع هدف سود است که از اختلاف درآمد سفارشات و جریمه‌های دیرکرد سفارشات محاسبه می‌شود. مجموعه محدودیت‌های (۲) بیان می‌کنند که اگر یک سفارش مورد پذیرش قرار گیرد، برای پردازش به یک ماشین تخصیص پیدا کند. مجموعه محدودیت‌های (۳) آخرین سفارش را بر روی هر ماشین مشخص می‌کند. محدودیت‌های (۴) و (۵) بیان می‌کنند که اگر کاری بعد از پذیرش برای پردازش بر روی ماشینی قرار گیرد، آنگاه باید قبل از یک کار و بعد از کاری دیگر در توالی ظاهر گردد.

معرفی الگوریتم تفکیک سازی تودر تو بیرونی و درونی و توسعه آن برای حل مدل پیشنهادی در بخش چهارم آمده است. در بخش پنجم، نتایج محاسباتی و بررسی کارآمدی مدل و الگوریتم مورد بحث قرار گرفته است. در نهایت در بخش ششم نتیجه‌گیری و زمینه‌های مطالعات آتی مطرح گردیده است.

۲. مدل ریاضی قطعی

جانمایی ماشین‌ها به صورت موازی برای افزایش انعطاف‌پذیری در بسیاری از سیستم‌های تولیدی نظیر نساجی، شیمیایی، الکترونیک، فرمدهی پلاستیک و صنایع خدماتی متداول است. در یک محیط تولیدی با ماشین‌های موازی غیریکسان و با سرعت‌های متفاوت، زمان‌های پردازش سفارشات فقط وابسته به ماهیت سفارشات نیست، بلکه وابسته به ماهیت ماشین‌ها نیز هست. همچنین هر ماشین زمان‌های آماده‌سازی وابسته به توالی منحصر به خود را دارد.

فرض کنید مجموعه‌ای از سفارشات مستقل $N = \{1, 2, \dots, n\}$ و M ماشین موازی متفاوت، در آغاز دوره برنامه‌ریزی مورد نظر می‌باشند. برای هر سفارش i ، $i \in N$ ، زمان دسترسی (r_i)، زمان پردازش بر روی ماشین m (p_{im})، موعد تحویل (d_i)، زمان آماده‌سازی ماشین m برای سفارش i بعد از سفارش j (S_{ijm}) زمانی است که قبل از پردازش سفارش i باید برای آماده‌سازی ماشین m صرف شود، در صورتی که کار i بر روی ماشین در حال پردازش بوده است، بیشینه درآمد حاصل از هر سفارش (e_i) و هزینه واحد جریمه دیرکرد (w_i) مشخص است. با مشخص بودن توالی σ_m بر روی هر ماشین از مجموعه سفارشات انتخاب شده $\sigma \subset N$ و $\bigcup_{m=1}^M \sigma_m = \sigma$ و $\bigcap_{m=1}^M \sigma_m = \emptyset$ می‌توان زمان تکمیل (C_i) هر سفارش $i \in \sigma$ را محاسبه نمود. با استفاده از زمان تکمیل و موعد تحویل هر سفارش، می‌توان مقدار دیرکرد (T_i) هر یک از سفارشات را با استفاده از رابطه $\max\{0, C_i - d_i\}$ محاسبه نمود. به طور کلی مسئله OAS بدنبال یافتن مجموعه σ و توالی‌های σ_m به منظور بیشینه نمودن سود است.

۲-۱. فرضیات

در این مسئله فرض می‌شود که

- ماشین‌های موازی دارای سرعت‌های غیریکسان هستند.
- زمان‌های پردازش و آماده‌سازی برای ماشین‌ها متفاوت است و همچنین زمان‌های آماده‌سازی وابسته به توالی در نظر گرفته شده‌اند.
- هر سفارش فقط روی یک ماشین پردازش می‌شود و در هر زمان هر ماشین تنها یک کار را پردازش می‌نماید.
- هر سفارش بلافاصله بعد از تکمیل، به مشتری تحویل داده می‌شود و لذا هزینه نگهداری وجود ندارد.

$$\begin{cases} u_m = x_m, & \text{if } x_m \text{ is positive or binary variable} \\ -u_m \leq x_m \leq u_m, & \text{otherwise} \end{cases}$$

در این مقاله، فرض می‌شود که زمان‌های پردازش در ناحیه متقارن \hat{p}_{jm} و p_{jm} ، $\hat{p}_{jm} \in [p_{jm} - \hat{p}_{jm}, p_{jm} + \hat{p}_{jm}]$ مقدار می‌گیرند. دامنه نوسان به ترتیب نشان دهنده مقادیر واقعی، مقادیر اسمی و دامنه نوسان زمان پردازش هستند. از آنجائی که در هر یک از محدودیت‌های مجموعه محدودیت‌های (۶) و (۷)، فقط یک ضریب غیرقطعی زمان پردازش وجود دارد؛ لذا پارامتر بودجه (Γ^p) در فرموله‌بندی هم‌ارز استوار، مقادیری در بازه $[0,1]$ می‌گیرد. بر این اساس، هم‌ارز استوار محدودیت‌های (۶) و (۷) مدل پیشنهادی، با ثابت بودن باقیمانده محدودیت‌ها و معادلات به شرح ذیل است.

$$C_i + (s_{ijm} + p_{jm})y_{ijm} + G(y_{ijm} - 1) + \Gamma^p z_{jm}^p + q_{jm}^p \leq C_j \quad \forall i, j, m \text{ \& } i \neq j \quad (12)$$

$$(r_j + p_{jm} + s_{ijm})y_{ijm} + \Gamma^p z_{jm}^p + q_{jm}^p \leq C_j \quad \forall i, j, m \text{ \& } i \neq j \quad (13)$$

$$z_{jm}^p + q_{jm}^p \geq \hat{p}_{jm} y_{ijm} \quad \forall i, j, m \text{ \& } i \neq j \quad (14)$$

$$z_{jm} \geq 0, q_{jm} \geq 0 \quad \forall j, m \quad (15)$$

که Γ^p در بازه $[0,1]$ مقدار می‌گیرد.

۴. روش حل

با توجه به NP-hard بودن مدل و ضعف نرم‌افزار GAMS/CPLEX برای حل حتی پاره‌ای از مسائل کوچک، استفاده از الگوریتم NP [۲۰] برای حل مدل پیشنهاد شده است. به منظور بهبود کارائی الگوریتم، توسعه‌ای از این الگوریتم بنام الگوریتم تفکیک سازی بیرونی و درونی ارائه گردیده است.

۴-۱. الگوریتم تفکیک سازی تودرتو

این روش به طور ساختاریافته ناحیه شدنی را به زیر ناحیه‌هائی تقسیم می‌کند و بر اساس اطلاعات بدست آمده از تولید تصادفی جواب‌های شدنی از نواحی جاری، از یک ناحیه به ناحیه دیگر حرکت می‌کند. این روش، جستجوی خود را بر اساس قسمتی از ناحیه شدنی که محتمل‌ترین ناحیه^{۱۱} در هر تکرار است و همچنین بر اساس تعدادی از جوابهای شدنی تولید شده پی می‌گیرد و تلاش‌های محاسباتی همواره بر این ناحیه محتمل متمرکز می‌شود. روش NP، برای مسائلی که ناحیه شدنی آن را بتوان تفکیک‌سازی نمود، بسیار کارا می‌باشد. به طوری که جواب‌های خوب با هم خوشه‌بندی شده و نواحی متناظر آنها کاندیدهای مناسبی برای تمرکز تلاش‌های محاسباتی می‌باشند.

۴-۱-۱. توسعه الگوریتم NP برای حل مدل پیشنهادی

در این مقاله، یک الگوریتم NP توسعه یافته بنام الگوریتم تفکیک سازی تو در تو بیرونی و درونی به منظور حل مدل پیشنهادی ارائه

مجموعه محدودیت‌های (۶) و (۷) برای محاسبه زمان ختم هر سفارش مورد استفاده قرار گرفته‌اند. محدودیت (۸) برای تعیین میزان دیرکرد هر سفارش بیان شده است. محدودیت (۹) تضمین می‌کند که کار موهومی صفر بر روی هر ماشین قرار گیرد. G یک عدد بزرگ است.

۳. هم‌ارز استوار مدل پیشنهادی

بهینه‌سازی استوار یک رویکرد ساختاریافته (سیستماتیک) برای بهینه‌سازی تحت عدم قطعیت و به منظور تعیین جواب‌های انعطاف‌پذیر است. هدف بهینه‌سازی هم‌ارز استوار، انتخاب یک جواب است که قادر به غلبه بر عدم قطعیت داده‌ها به بهترین شکل ممکن است. در این مقاله، از فرموله‌بندی استوار پیشنهادی توسط برترسمیس و سیم [۱۸] استفاده گردیده است. به منظور تشریح این ساختار، مدل MILP زیر را در نظر بگیرید.

$$\begin{aligned} \max \quad & cx \\ \text{s.t.} \quad & \sum_m a_{lm} x_m \leq p_l \quad \forall l \\ & x_m \text{ binary or continuous, } m = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (P1)$$

با فرض اینکه پارامترهای غیرقطعی هستند، محدودیت‌ها در (P1) به صورت زیر بسط داده می‌شوند:

$$\sum_{m \in M_l} a_{lm} x_m + \sum_{m \in M_l} \hat{a}_{lm} x_m \leq p_l$$

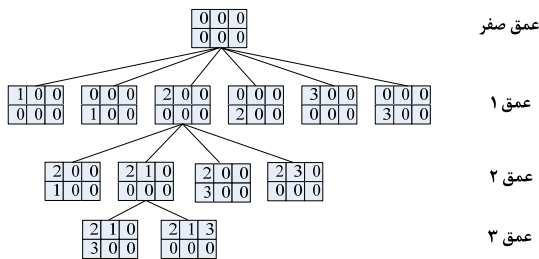
که، M_l مجموعه اندیس برای ضرایب غیرقطعی در l امین محدودیت را مشخص می‌کند. \hat{a}_{lm} مقادیر واقعی ضرایب را در بازه غیرقطعی $[a_{lm} - \hat{a}_{lm}, a_{lm} + \hat{a}_{lm}]$ نشان می‌دهد. a_{lm} مقادیر اسمی و \hat{a}_{lm} دامنه نوسانات را نشان می‌دهند.

برترسمیس و سیم [۱۸] برنامه‌ریزی خطی استوار با ضرایب غیرقطعی را با یک مجموعه غیرقطعی همراه با بودجه مورد ملاحظه قرار دادند. در این فرموله‌بندی بهینه‌سازی استوار، یک پارامتر بودجه $\Gamma_l \in [0, |M_l|]$ برای کنترل درجه محافظه‌کاری جواب معرفی شده است، که $|M_l|$ نشان‌دهنده تعداد ضرایب غیرقطعی در محدودیت l ام است. نقش Γ_l ، تنظیم استواری روش پیشنهادی در مقابل سطح محافظه‌کاری جواب است و آن بودجه عدم قطعیت برای محدودیت l امیده می‌شود. فرموله‌بندی استوار مدل (P1) بر اساس مدل پیشنهادی برترسمیس و سیم [۱۸] به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} \max \quad & cx \\ \text{s.t.} \quad & \sum_m a_{lm} x_m + \Gamma_l z_l + \sum_{m \in M_l} q_{lm} \leq p_l \\ & z_l + q_{lm} \geq \hat{a}_{lm} u_m \\ & q_{lm} \geq 0, \quad z_l \geq 0 \end{aligned} \quad (P2)$$

ماشین منتخب، تصمیم‌گیری می‌شود. بر این اساس، عمق بیشینه درخت مورد نظر برابر تعداد کارها است یعنی $d^* = n$. تنها در صورت پذیرش تمام سفارشات، الگوریتم به عمق بیشینه می‌رسد و در صورت رد برخی از سفارشات الگوریتم در سطوح بالاتر درخت تفکیک سازی متوقف می‌شود. به طور کلی در عمق d_k به تعداد $M * (n - d_k + 1)$ تفکیک وجود دارد.

برای تفکیک سازی در عمق ۱، برای هر سفارش به تعداد M جایگشت وجود دارد و لذا در حالت کلی به تعداد $M * (n - 1 + 1)$ تفکیک در این سطح وجود دارد. در عمق ۲، برای هر سفارش باقیمانده به تعداد M جایگشت وجود دارد و بر این اساس به تعداد $M * (n - 2 + 1)$ تفکیک در این سطح وجود دارد. به همین ترتیب تا عمق بیشینه عملیات تفکیک سازی انجام می‌گردد. با در نظر گرفتن دو ماشین و سه سفارش، نمونه‌ای از درخت تفکیک سازی در شکل ۲ نمایش داده شده است.



شکل ۲. درخت تفکیک سازی برای دو ماشین و سه سفارش

در رویه پیشنهادی برای تفکیک سازی، در هر عمق تعداد زیادی تفکیک وجود دارد که بررسی تمامی آنها بسیار زمانبر و در بسیاری از موارد بی‌فایده است. لذا از یک رویکرد حریصانه برای بررسی تفکیک‌ها و انتخاب تفکیک برتر برای تفکیک سازی مجدد استفاده می‌شود. بر این اساس، جواب‌هایی که دارای مقادیر هدف منفی بوده، حذف گردیده و از بین جواب‌ها با مقدار هدف مثبت، به تعداد محدود و مشخصی بهترین جواب‌ها برای بررسی و تفکیک‌سازی مجدد مورد استفاده قرار می‌گیرند.

نمونه‌برداری و محاسبه شاخص نویدبخشی

برای محاسبه شاخص نویدبخشی، از الگوریتم تفکیک سازی درونی استفاده می‌شود. بر اساس این الگوریتم، با تشخیص عمق هر تفکیک، اقدام به تفکیک‌سازی مجدد و شناسایی تفکیک‌های کوچکتر محتمل خواهد شد. این عمل تا محقق شدن یکی از شروط توقف یعنی رسیدن به عمق بیشینه و یا عدم بهبود در مقدار تابع هدف ادامه پیدا خواهد نمود. بهترین مقدار تابع هدف یافته شده به عنوان شاخص نوید بخشی تفکیک اولیه و همچنین جواب متناظر آن خروجی این الگوریتم می‌باشند که برای مقایسه با سایر تفکیک‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرند.

شده است. در این الگوریتم، پس از تفکیک سازی بخش محتمل و در نظر گرفتن ناحیه مجاور^{۱۳}، برای محاسبه شاخص نویدبخشی و تشخیص تفکیک محتمل برای مرحله بعد، از الگوریتم تفکیک سازی درونی استفاده می‌شود. بر اساس این الگوریتم، تفکیک‌های محتمل اولیه، خود به تفکیک‌های کوچکتر افزای می‌گردند و برای هر تفکیک کوچکتر یک شاخص نویدبخشی که همان ارزش آن تفکیک کوچک است، محاسبه می‌شود. در صورت محتمل بودن بهبود مقدار تابع هدف، الگوریتم تفکیک‌سازی درونی تا آخرین عمق در تفکیک کوچک مورد نظر ادامه پیدا می‌کند و در غیر اینصورت الگوریتم درونی متوقف می‌شود. خروجی الگوریتم درونی یک جواب با تعداد سفارش‌هایی حداقل برابر با تعداد سفارش‌های تفکیک اولیه و مقدار تابع هدف حداقل برابر با مقدار تابع هدف تفکیک اولیه خواهد بود که به عنوان شاخص نوید بخشی این تفکیک در مقایسه با تفکیک‌های دیگر در نظر گرفته می‌شود. به طور خلاصه، وظیفه اصلی الگوریتم درونی، جستجوی محلی در یک بخش از فضای شدنی جواب است. پس از اتمام بررسی الگوریتم درونی در هر یک از تفکیک‌ها و ناحیه مجاور، و در نهایت مشخص شدن شاخص نوید بخشی هر تفکیک، الگوریتم تفکیک‌سازی با انتخاب بخش با شاخص بهتر در لایه خارجی ادامه پیدا می‌کند.

نمایش جواب

در این الگوریتم، هر جواب به صورت یک ماتریس $M * n$ نمایش داده می‌شود. در هر یک از درایه‌های آن، شماره یک سفارش و یا یک عدد صفر قرار دارد. وجود شماره یک سفارش در یک جواب، معرف پذیرش آن، ماشینی که آن را مورد پردازش قرار می‌دهد و جایگاه آن سفارش در توالی سفارشات بر روی آن ماشین است. درایه‌های شامل عناصر صفر، نشان‌دهنده عدم انجام سفارشی بر روی ماشین مورد نظر هستند. نمایش عمومی جواب با در نظر گرفتن دو ماشین و سه سفارش در شکل زیر آمده است.

m_1	1	3	0
m_2	2	0	0

شکل ۱. نمایش جواب برای دو ماشین و سه سفارش

تفکیک سازی

در مسأله مورد نظر، ناحیه شدنی (θ) شامل همه جایگشت‌هایی است که پذیرش یا عدم پذیرش سفارشات بر روی هر یک از M ماشین ایجاد می‌نماید. از اینرو برای تفکیک‌سازی θ ، روش زیر مورد ملاحظه قرار می‌گیرد:

در این روش، به تعداد سفارشات دریافتی، عمق درخت تفکیک سازی وجود دارد. به عبارت دیگر در هر عمق درخت تفکیک سازی، در مورد پذیرش یا عدم پذیرش یک سفارش، ماشین مناسب برای پردازش آن در صورت پذیرش و جایگاه آن در توالی

با توجه به توضیحات فوق، گام‌های الگوریتم تفکیک سازی تودرتو بیرونی و درونی به شرح ذیل می‌باشد:

تفکیک سازی بیرونی

گام صفر: ارزش‌دهی اولیه

فرض کنید $d_k = 0, k = 0, Z^* = 0$ و محتمل‌ترین ناحیه در مرحله k ام (σ_k) برابر است با $\theta = \sigma_k$

گام ۱: تفکیک سازی σ_0 و محاسبه مقادیر تابع هدف (Z) مجموعه Σ' انتخاب تعداد NS از بهترین جواب‌ها از مجموعه Σ' و قرار دادن آنها در مجموعه Σ'' در صورتی که تمامی مقادیر تابع هدف کمتر از Z^* باشد، الگوریتم متوقف می‌شود؛ یعنی پذیرش هیچ سفارشی اقتصادی نیست.

گام ۲: در صورتی که $k = NP_{iter}$ ، تعداد تکرارهای الگوریتم (الگوریتم متوقف می‌شود. در صورتی که $d_k = d^*$ به ۶ برود. در غیر اینصورت، محاسبه شاخص نویدبخشی (PI) هر یک از NS تفکیک مجموعه Σ'' $(\sigma_k^1, \sigma_k^2, \dots, \sigma_k^{NS})$ و بهترین تفکیک در مجموعه $\Sigma''' = \theta \setminus \Sigma''$ (σ_k^{NS+1}) به عنوان شاخص نوید بخشی ناحیه مجاور با استفاده از الگوریتم تفکیک سازی درونی.

گام ۳: یافتن بهترین شاخص نوید بخشی (BPI) و تفکیک متناظر آن

$$BPI = \max_{1 \leq j \leq NS+1} Pj^j$$

$$\hat{j}_k = \arg \max_{1 \leq j \leq NS+1} Pj^j$$

گام ۴: اگر $BPI < Z^*$ باشد، برگشت به عقب و انتخاب بهترین جواب بررسی نشده در مجموعه Σ' به عنوان ناحیه منتخب برای تفکیک سازی، در غیر اینصورت $BPI = Z^*$ ، $d_k = d_k(\sigma_k)$

گام ۵: افزایش شمارنده $k = k + 1$ ، تفکیک سازی σ_k و انتخاب تعداد محدودی از تفکیک‌ها و به هنگام نمودن Σ'' بازگشت به گام ۲.

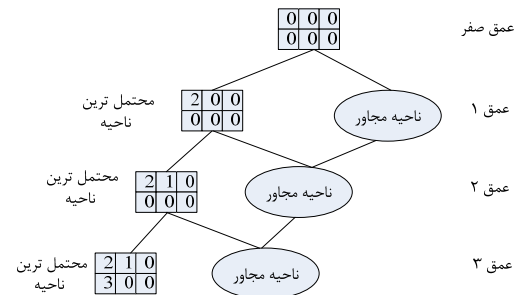
گام ۶: نمونه‌برداری در عمق بیشینه

ناحیه با عمق بیشینه فقط شامل یک نقطه است. فرض کنید Z_d^* مقدار تابع هدف آن باشد. با انتخاب بهترین جواب بررسی نشده در مجموعه Σ' و بکارگیری الگوریتم تفکیک سازی درونی، شاخص نوید بخشی (PI) آن محاسبه می‌گردد. در صورتی که $Z_d^* > PI$ باشد این گام تکرار می‌شود. در غیر اینصورت، با در نظر گرفتن خروجی‌های الگوریتم درونی و افزایش شمارنده $k = k + 1$ به گام ۲ برود.

تفکیک سازی درونی

قدم صفر: در نظر گرفتن عمق اولیه (d_k^0) تفکیک منتخب (σ_k) و مقدار تابع هدف آن (Z_k)

پس از تفکیک‌سازی در هر سطح (شکل ۲) و انتخاب محتمل‌ترین ناحیه، با حفظ ناحیه محتمل به منظور استفاده از آن برای تفکیک‌سازی در سطح پایین‌تر، مابقی تفکیک‌ها در ناحیه مجاور تجمع می‌شوند. در شکل ۳، این موضوع با توجه به درخت فرضی نمایش داده شده در شکل ۲ نشان داده شده است.



شکل ۳. نمایش محتمل‌ترین ناحیه و ناحیه مجاور

برگشت به عقب

برگشت به عقب، با دو استراتژی مختلف در الگوریتم درونی و بیرونی انجام می‌پذیرد. در حرکت درونی، در صورتی که با افزایش تعداد سفارش‌ها و یا به عبارتی حرکت در عمق بیشتر درخت تفکیک سازی بهبود رخ ندهد، الگوریتم به سطح بالاتر برمی‌گردد. در حرکت بیرونی، در صورتی که شاخص نویدبخشی برتر مربوط به ناحیه مجاور باشد، الگوریتم به بهترین تفکیک بررسی نشده در عمق ۱ بر می‌گردد.

لحاظ نمودن محدودیت‌های استوار

با توجه به نحوه نمایش جواب در الگوریتم NP ، تمامی متغیرهای مربوط به مدل قطعی OAS پیشنهادی به طور مستقیم قابل محاسبه هستند. برای محاسبه مقادیر متغیرهای z_{jm}^p و q_{jm}^p ، مدل زیر را که دوگان مدل ماکزیمم کردن تابع محافظت در فرموله‌بندی استوار برترسیم و سیم [۱۸] است را برای مسأله مورد نظر در این مقاله، در نظر بگیرید:

$$\begin{aligned} \min \quad & \Gamma^p z_{jm}^p + q_{jm}^p \\ \text{s. t.} \quad & z_{jm}^p + q_{jm}^p \\ & \geq \hat{p}_{jm} y_{ijm} \quad \forall i, j, m \quad \& \quad i \neq j \\ & z_{jm}^p \geq 0, q_{jm}^p \geq 0 \quad \forall j, m \end{aligned} \quad (P3)$$

از آنجائی که Γ^p مقادیری در بازه $[0, 1]$ اختیار می‌نماید، لذا برای کلیه مقادیر Γ^p در بازه $[0, 1]$ در صورتی که $y_{ijm} = 1$ باشد، به سادگی مشاهده می‌شود که $z_{jm}^p = \hat{p}_{jm}$ ، $q_{jm}^p = 0$ و همچنین برای مقدار $\Gamma^p = 1$ نتیجه می‌شود: $z_{jm}^p = \hat{p}_{jm}$ or $q_{jm}^p = \hat{p}_{jm}$ or $z_{jm}^p + q_{jm}^p = \hat{p}_{jm}$ که این مقادیر را می‌توان به سادگی با توجه به نحوه نمایش جواب در الگوریتم، در محاسبه زمان ختم سفارشات منظور نمود.

یکنواخت در فواصل زیر تولید می‌شوند: زمان پردازش (p_{im}) در فاصله $[1, 20]$ ؛ زمان‌های دسترسی به کارها (n_i) در فاصله $[0, \tau p_a]$ که میانگین زمان پردازش سفارشات بر روی ماشین‌ها است ($p_a = \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{m=1}^M p_{im}}{M \cdot n}$)؛ زمان‌های آماده‌سازی وابسته به توالی (S_{ijm}) در فاصله $[1, 10]$ و درآمدها (e_i) در فاصله $[1, 20]$ به صورت تصادفی تولید شده‌اند جریمه دیرکرد (w_i) بوسیله رابطه $w_i = e_i/R * P_i$ محاسبه شده که $P_i = \frac{\sum_{m=1}^M p_{im}}{M}$ است [۶]. موعده تحویل (d_i) یک عدد صحیح در بازه $p_a [1 - \tau - R/2, 1 - \tau + R/2]$ است [۲۱].

برای τ و R از مقادیر ۰.۳ و ۰.۷ استفاده شده است. دو مقدار ۶ و ۱۲ برای تعداد ماشین‌ها (M) و سه مقدار ۱۰، ۲۵ و ۵۰ برای تعداد سفارشات (n) به منظور تولید مسائل در ابعاد مختلف در نظر گرفته شده است. از اینرو به تعداد ۲۴ ($3 \times 2 \times 2 \times 2$) گروه داده تولید شده‌اند. گروه‌ها به صورت $n/M/\tau/R$ نشان داده می‌شوند. به عنوان مثال نماد $n10M6\tau.3R.7$ معرف گروهی با ۱۰ سفارش، ۶ ماشین و پارامترهای τ و R به ترتیب برابر با ۰.۳ و ۰.۷ می‌باشند.

به منظور بررسی کارایی فرموله‌بندی هم‌ارز استوار مدل پیشنهادی، سه مقدار ۰، ۰.۵ و ۱ که به ترتیب بیان‌کننده احتمال تغییر محدودیت به مقدار ۰.۷۵، ۰.۲۵ و ۰.۵ می‌باشند، برای پارامتر بودجه (Γ^P) در نظر گرفته شده است. همچنین برای میزان نوسانات پارامتر غیرقطعی زمان پردازش (γ) نسبت به مقدار اسمی، سه مقدار ۵٪، ۱۵٪ و ۲۵٪ در نظر گرفته شده است، یعنی $\hat{p}_{im} = \gamma p_{im}$ است. با توجه به مقادیر مورد نظر برای پارامترهای Γ^P و γ ، برای هر گروه از داده‌ها، تعداد ۷ نمونه در نظر گرفته شده است. از اینرو نماد $n10M6\tau.3R.7(\Gamma^P.5\gamma.15)$ معرف نمونه‌ای با مقادیر $\Gamma^P = 0.5$ و $\gamma = 0.15$ در گروه $n10M6\tau.3R.7$ می‌باشد. شایان ذکر است که گروه‌ها و نمونه‌ها با تغییر مقادیر n و M و بر اساس (پیوست) ایجاد می‌گردند. از ترکیب پارامترهای مختلف فوق، ۱۶۸ مسأله برای بررسی کارایی الگوریتم‌ها در حالت استواری و ۲۴ مسأله در حالت اسمی، تعریف شده است. هر یک از این نمونه‌ها با استفاده از الگوریتم تفکیک‌سازی پیشنهادی و با در نظر گرفتن مدل MILP در محیط نرم‌افزار GAMS/CPLEX حل و مقایسه شده‌اند.

تنظیمات نرم‌افزار GAMS/CPLEX

برای حل مسائل تولید شده در نرم‌افزار GAMS، محدودیت زمانی ۳۶۰۰ ثانیه اجرا برای مسائل با تعداد سفارشات ۱۰ و ۲۵ و همچنین ۷۲۰۰ ثانیه برای مسائل با تعداد سفارشات ۵۰ در نظر گرفته شده است و بهترین جواب شدنی بدست آمده گزارش شده است. همچنین فاصله نسبی^{۱۷} بهینگی در حل‌کننده CPLEX برابر صفر در نظر گرفته شده است.

قدم ۱: تا زمانی که $d_k < n$ است، بندهای زیر را تکرار کنید:

$$1-1) \sigma_{S_k}^1, \sigma_{S_k}^2, \dots, \sigma_{S_k}^{M*(n-d_k+1)}$$

۲-۱ ارزش هر تفکیک را محاسبه کنید
 $(ZS_k^1, ZS_k^2, \dots, ZS_k^{M*(n-d_k+1)})$. همچنین داریم:

$$ZS^i = \max_{1 \leq i \leq M*(n-d_k+1)} ZS_k^i.$$

اگر $ZS^i > Z^*$ باشد، آنگاه $Z^* = ZS^i$ و $\sigma_{S_k} = \sigma_{S_k}^i$ و $d_k = d_k + 1$ در غیر اینصورت قدم ۱ را ترک کنید.

قدم ۲: اگر $d_k > d_k^0$ باشد، آنگاه $PI = Z^*$ در غیر اینصورت $PI = Z_k$.

قدم ۳: برو به گام ۳ تفکیک‌سازی بیرونی

همگرایی الگوریتم

شی و اولافسون [۲۰] نشان دادند که الگوریتم NP با احتمال یک در زمان محدود به بهینه جهانی همگرا می‌شود. از آنجائی که تفاوت اصلی الگوریتم پیشنهادی در این مقاله و الگوریتم NP استفاده از استراتژی تفکیک‌سازی درونی برای نمونه‌برداری در هر یک از تفکیک‌ها است (این استراتژی بر اساس منطق الگوریتم NP تدوین شده است) لذا، الگوریتم پیشنهادی نیز در نهایت به بهینه جهانی^{۱۴} همگرا می‌شود.

قضیه ۱: الگوریتم تفکیک‌سازی تودرتو بیرونی و درونی، در نهایت به بهینه جهانی همگرا می‌شود. به عبارتی، فرض کنید مجموعه جواب‌هایی که به طور جهانی بهینه هستند را مشخص می‌نماید. با احتمال یک، $\theta \in \varphi$ و $k^* < \infty$ وجود دارند، بطوری که $\sigma_k = \{\theta\}$ برای همه $k \geq k^*$.

اثبات: یافتن توالی بهترین ناحیه در هر تکرار $\{\sigma_k\}_{k=0}^{\infty}$ یک فرآیند تصادفی^{۱۵} است. از طرفی، از آنجائی که بهترین ناحیه در هر تکرار، فقط وابسته به بهترین ناحیه در آخرین تکرار می‌باشد، لذا $\{\sigma_k\}_{k=0}^{\infty}$ یک زنجیره مارکوف است. همچنین هر $\theta \in \varphi$ یک حالت جاذب است، لذا $\{\sigma_k\}_{k=0}^{\infty}$ یک زنجیره مارکوف جاذب است. اگر $\theta \in \Theta \setminus \varphi$ و $\sigma_k = \{\theta\}$ آنگاه θ یک وضعیت گذرا^{۱۶} است و لذا الگوریتم با احتمال مثبت در تکرار بعدی برگشت به عقب خواهد داشت. با توجه به تعداد محدود وضعیت گذرا در یک زنجیره مارکوف جاذب، زنجیره در نهایت و با احتمال یک، در یک وضعیت جاذب، جذب خواهد شد. بنابراین با احتمال یک، $\theta \in \varphi$ و $k^* < \infty$ وجود دارند، به گونه‌ای که $\sigma_k = \{\theta\}$ برای همه $k \geq k^*$.

۵. نتایج محاسباتی

تولید داده

برای تولید داده، مشابه پوتس و واسنهوف [۲۱] از دو پارامتر دامنه زمان تحویل (R) و فاکتور دیرکرد (τ)، به منظور پوشش تعداد زیادی از حالت‌ها استفاده شده است. پارامترهای مسأله، اعداد صحیحی هستند که به صورت تصادفی با استفاده از یک توزیع

تنظیمات الگوریتم NP پیشنهادی

الگوریتم تفکیک سازی تودرتو بیرونی و درونی در محیط نرم‌افزار MATLAB کدنویسی شده است. برای اجرای الگوریتم NP پیشنهادی، عمق بیشینه برابر تعداد کارها در نظر گرفته شده است. برای اطمینان از جواب بدست آمده در عمق بیشینه، الگوریتم به تعداد پنج بار در ناحیه مجاور به جستجوی جواب می‌پردازد. یعنی $NP_{iter} = d^* + 5$ است. همچنین برای اجرای مسائل تولید شده، $NS = 10$ در نظر گرفته شده است.

شاخص‌های عملکرد

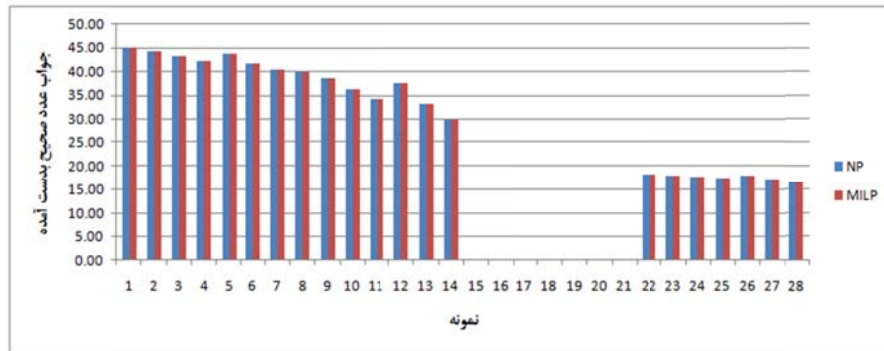
برای بررسی عملکرد مدل و هم‌ارز استوار آن، از دو شاخص مقدار تابع هدف برای بهترین جواب عدد صحیح بدست آمده و زمان اجرا، در نرم‌افزار GAMS/CPLEX و الگوریتم تفکیک‌سازی تودرتو بیرونی و درونی استفاده شده است. مسائل تولید شده، بر روی کامپیوتری با 3GB حافظه و پردازشگری با مشخصات Intel core i5 2.4 GHz اجرا شده‌اند.

تجزیه و تحلیل نتایج

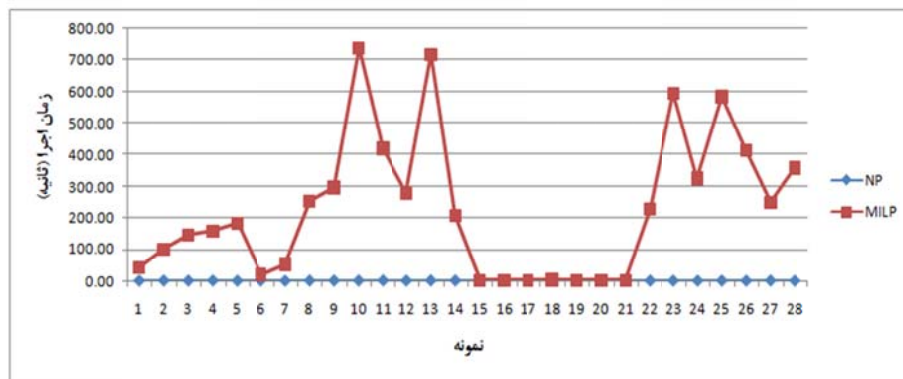
با حل نمونه‌های تعریف شده، نتایجی به شرح ذیل بدست آمده است:

۱- نرم‌افزار GAMS/CPLEX فقط برای تعدادی از نمونه‌ها (۸۷/۵٪) با تعداد سفارش برابر ۱۰ قادر به ارائه جواب بهینه بوده است و برای برخی از نمونه‌ها (۱۲/۵٪) در مدت زمان ۳۶۰۰ ثانیه یک جواب عدد صحیح ارائه نموده است. این نرم‌افزار برای هیچ یک از نمونه‌ها با تعداد سفارش ۲۵ و ۵۰ در مدت زمان تعیین شده، قادر به ارائه جواب بهینه نبوده و فقط برای تعدادی از نمونه‌ها (۶۷/۲۱٪) با تعداد سفارش برابر ۲۵ یک جواب عدد صحیح در مدت زمان ۳۶۰۰ ثانیه ارائه نموده است. همچنین برای هیچ یک از نمونه‌ها با تعداد سفارش برابر ۵۰، در مدت زمان ۷۲۰۰ ثانیه جوابی ارائه نکرده است. در مقابل الگوریتم تفکیک‌سازی پیشنهادی برای تمامی نمونه‌ها در مدت زمان کمتر از ۱۴۰۰ ثانیه یک جواب عدد صحیح ارائه نموده است.

۲- مقایسه جواب‌های بدست آمده از الگوریتم تفکیک‌سازی پیشنهادی با نمونه‌هایی که به صورت بهینه توسط نرم‌افزار GAMS/CPLEX حل شده‌اند، نشان می‌دهد که در ۱۰۰٪ این نمونه‌ها نتایج یکسان بوده است. همچنین در تمامی نمونه‌هایی که نرم‌افزار GAMS/CPLEX در مدت زمان معین، یک جواب شدنی عدد صحیح ارائه نموده است، الگوریتم پیشنهادی جواب‌های یکسان یا بهتر ارائه کرده است.



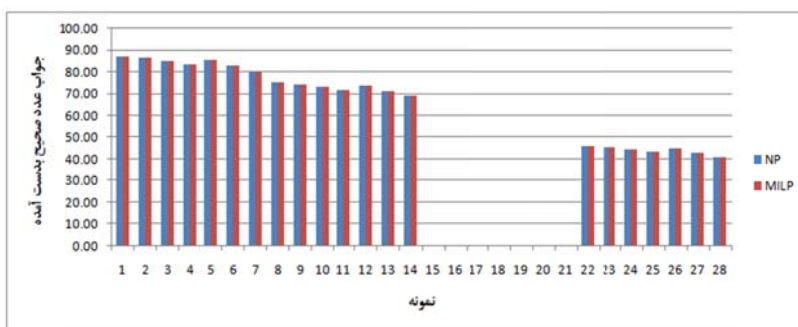
شکل ۴. جواب صحیح بدست آمده برای $M = 6$ و $n = 10$



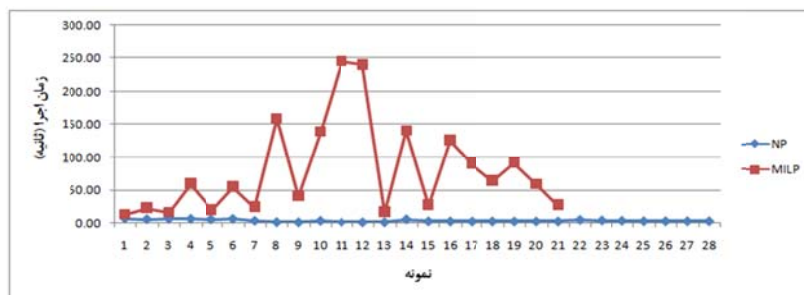
شکل ۵. زمان اجرا برای $M = 6$ و $n = 10$

نمونه‌های مورد نظر، جواب مشابه‌ای ارائه نموده است. همچنین، زمان اجرای الگوریتم برای این نمونه‌ها به مراتب کمتر از زمان حل مدل MILP می‌باشد.

شکل ۴ و شکل ۵ بر اساس مقادیر مندرج در جدول ۱ ترسیم شده‌اند. با ملاحظه شکل ۴ و شکل ۵ برای نمونه‌هایی با $n = 10$ و $M = 6$ که توسط نرم‌افزار GAMS/CPLEX به طور بهینه حل شده‌اند، مشاهده می‌شود که الگوریتم پیشنهادی نیز برای کلیه



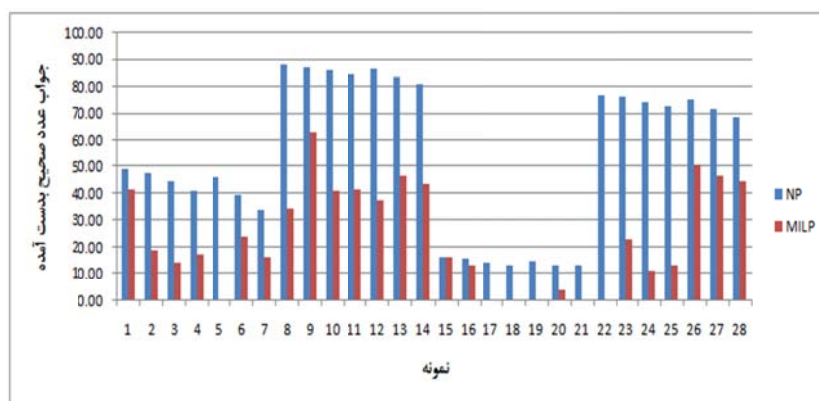
شکل ۶. جواب صحیح بدست آمده برای $n = 10$ و $M = 12$



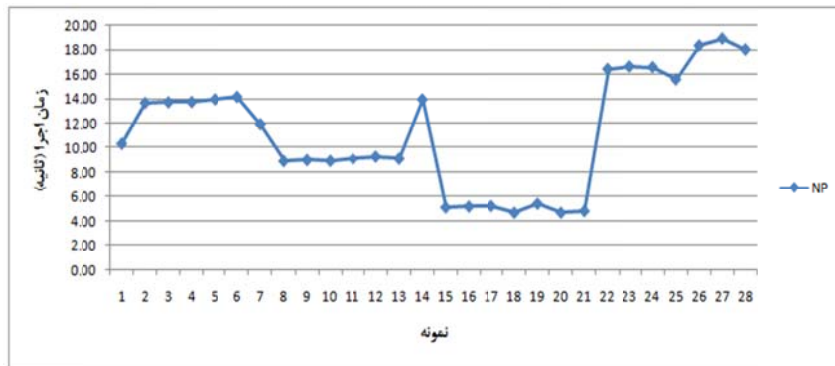
شکل ۷. زمان اجرا برای $n = 10$ و $M = 12$

این شکل‌ها قابل مشاهده است. زمان اجرای نمونه‌های ۲۲ تا ۲۸ در شکل ۷ برای مدل MILP بیشتر از ۳۶۰۰ ثانیه بوده و لذا در شکل نمایش داده نشده است.

در شکل ۶ و شکل ۷ عملکرد نرم‌افزار GAMS/CPLEX و الگوریتم پیشنهادی برای نمونه‌هایی با $n = 10$ و $M = 12$ نمایش داده شده است. برتری مطلق الگوریتم پیشنهادی نیز در



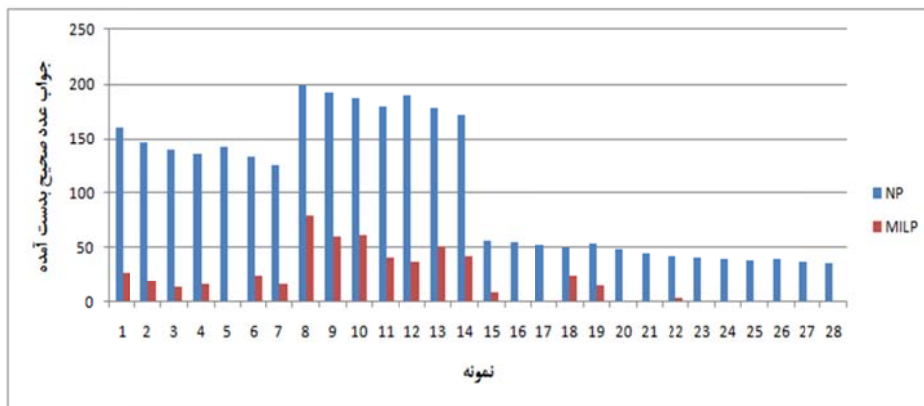
شکل ۸. جواب صحیح بدست آمده برای $n = 25$ و $M = 6$



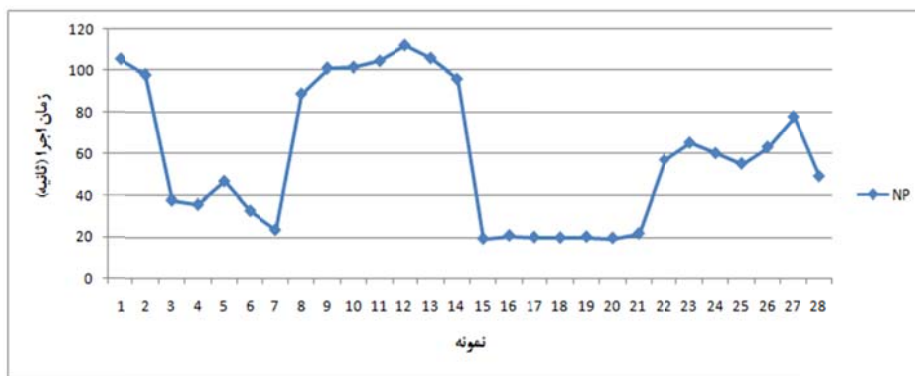
شکل ۹. زمان اجرا برای $n = 25$ و $M = 6$

در تمامی نمونه‌های شکل ۸ ملاحظه می‌شود که الگوریتم پیشنهادی نتایج بسیار مطلوبی را نتیجه داده است. در نمونه‌هایی که نوار میله‌ای برای MILP وجود ندارد، نرم‌افزار GAMS/CPLEX قادر به ارائه یک جواب شدنی در مدت زمان معین شده نبوده است. همچنین با ملاحظه شکل ۹ مشاهده می‌شود که طولانی‌ترین زمان حل برای الگوریتم پیشنهادی مربوط به نمونه ۲۷ است که برابر

۱۸/۹۴ ثانیه می‌باشد. در حالی که زمان اجرای تمامی نمونه‌ها در این گروه با نرم‌افزار GAMS/CPLEX بیشتر از ۳۶۰۰ ثانیه است که در شکل ۹ نمایش داده نشده است. نتایج مشابهی برای نمونه‌هایی با $n = 25$ و $M = 12$ بدست آمده است که در شکل ۱۰ و شکل ۱۱ مشاهده می‌شود.



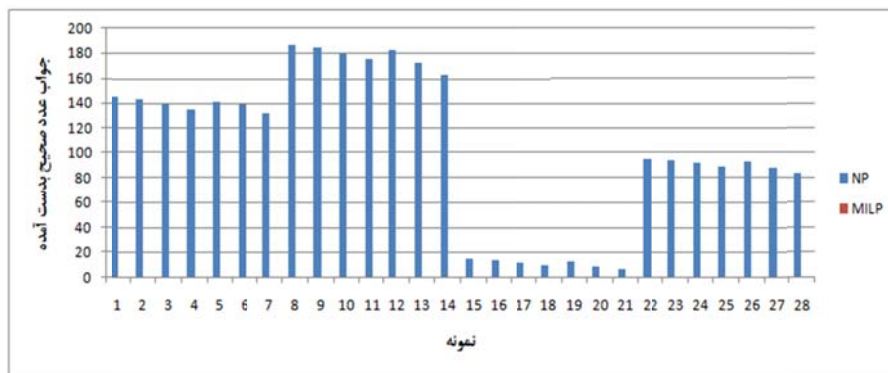
شکل ۱۰. جواب صحیح بدست آمده برای $n = 25$ و $M = 12$



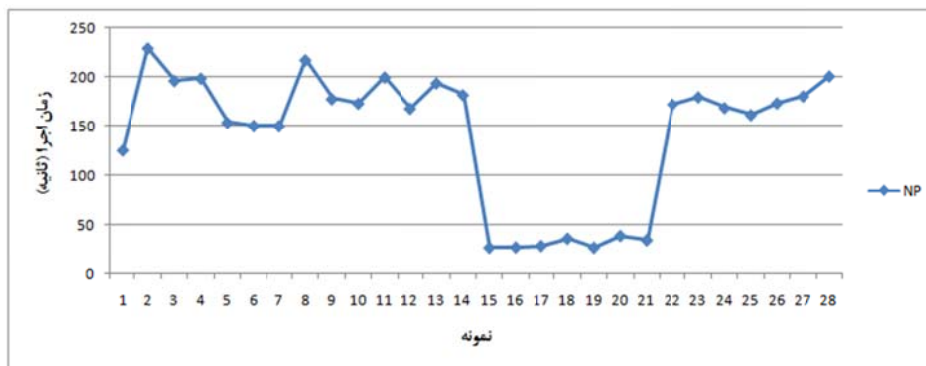
شکل ۱۱. زمان اجرا برای $n = 25$ و $M = 12$

در مدت زمان ۷۲۰۰ ثانیه نبوده است. در حالی که طولانی‌ترین زمان اجرای الگوریتم پیشنهادی در این گروه‌ها، مربوط به نمونه ۱۴ در شکل ۱۵ بوده که کمتر از ۱۴۰۰ ثانیه می‌باشد.

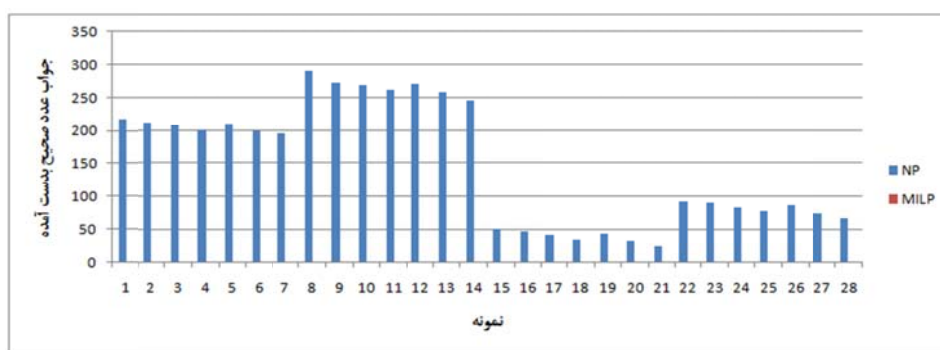
شکل ۱۲ تا شکل ۱۵ عملکرد الگوریتم پیشنهادی و مدل MILP را برای نمونه‌هایی با $n = 50$ نشان می‌دهند. برای هیچ یک از این نمونه‌ها، نرم‌افزار GAMS/CPLEX قادر به ارائه یک جواب صحیح



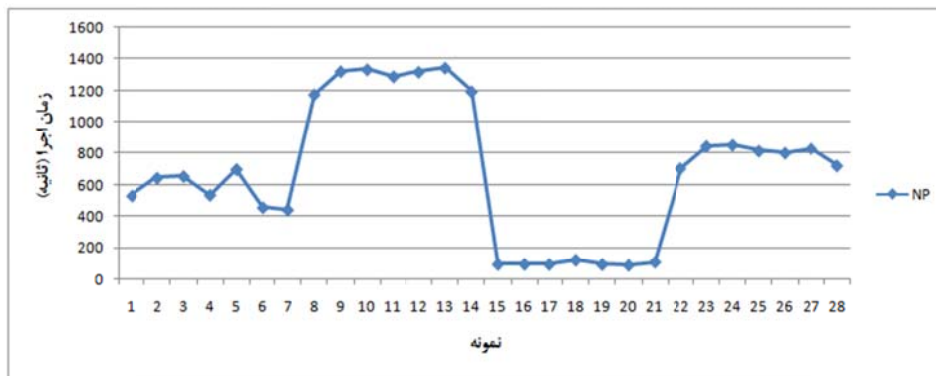
شکل ۱۲. جواب صحیح بدست آمده برای $n = 50$ و $M = 6$



شکل ۱۳. زمان اجرا برای $n = 50$ و $M = 6$



شکل ۱۴. جواب صحیح بدست آمده برای $n = 50$ و $M = 12$

شکل ۱۵. زمان اجرا برای $n = 50$ و $M = 12$

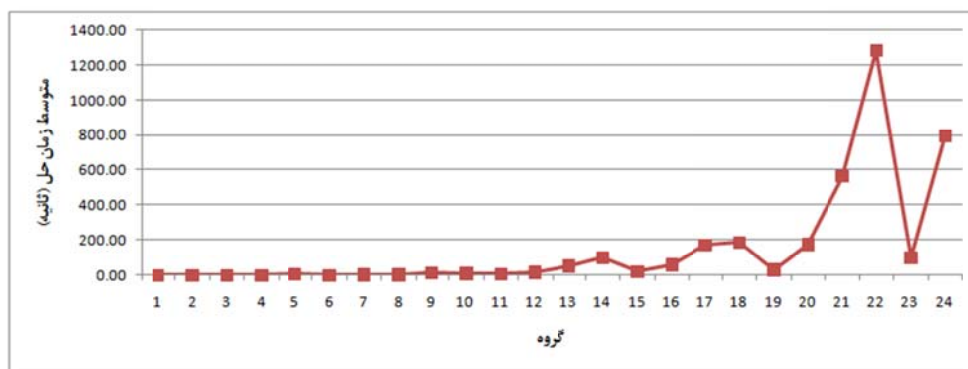
نمودارهای ترسیم شده برای زمان اجرا، ملاحظه می‌شود که افزایش تعداد ماشین‌ها در یک n معین، منجر به افزایش متوسط زمان اجرا می‌گردد.

در تمامی مسائل حل شده، نمونه‌های ۱۵ تا ۲۱ دارای کمترین زمان اجرا می‌باشند. در این نمونه‌ها $\tau = 0.7$ می‌باشد. برای مقادیر بزرگتر τ بازه تولید زمان‌های دسترسی کارها بزرگتر خواهد شد. بنابراین با افزایش τ زمان‌های دسترسی سفارشات بزرگتری تولید می‌شوند و لذا بسیاری از سفارشات رد می‌گردند. این موضوع منجر به کاهش فضای شدنی و کاهش زمان حل مدل می‌شود.

تجزیه و تحلیل فوق نشان داده است که الگوریتم پیشنهادی کارائی مطلوبی نسبت به حل مدل MILP در محیط نرم‌افزار GAMS/CPLEX دارد.

۶. بررسی زمان حل الگوریتم

در جدول ۲ (پیوست) عملکرد زمانی الگوریتم‌ها برای گروه‌های مختلف درج شده است و نمودار شکل ۱۶ بر اساس متوسط زمان اجرای ۷ نمونه در هر گروه ترسیم گردیده است. ملاحظه می‌شود که با افزایش تعداد سفارشات و تعداد ماشین‌ها، زمان اجرای الگوریتم افزایش می‌یابد. همچنین با توجه به

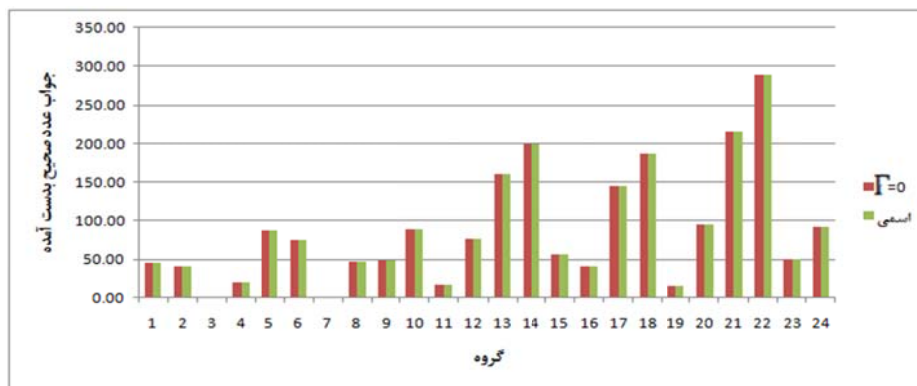


شکل ۱۶. متوسط زمان اجرای (ثانیه) گروه‌ها در الگوریتم NP

۱. $\Gamma^P = 0$: معرف این است که مدل با زمان‌های پردازش اسمی حل می‌شود و در واقع هیچ محافظتی در مقابل عدم قطعیت وجود ندارد. گرفتن $\Gamma^P = 0$ کاملاً منطبق با نتایج مدل در حالت اسمی است (شکل ۱۷).

۴. تجزیه و تحلیل استواری

با توجه به کارائی بالای نتایج حاصل از اجرای الگوریتم NP پیشنهادی، کلیه نتیجه‌گیری‌های محاسباتی در این بخش با استناد به نتایج ثبت شده از این الگوریتم می‌باشد. به منظور بررسی ویژگی‌های مدل استوار پیشنهادی، سه مقدار برای پارامتر بودجه (Γ^P) در بازه $[0,1]$ در نظر گرفته شده است.

شکل ۱۷. مقایسه مقادیر هدف در حالت اسمی و $\Gamma^P = 0$

پردازش متفاوت، یک مدل ریاضی برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط (MILP) با فرض قطعی بودن تمامی پارامترها ارائه شده است. با در نظر گرفتن غیرقطعی بودن زمان پردازش سفارشات بر روی ماشین‌ها، مدل هم‌ارز استوار پیشنهاد گردیده است. مدل پیشنهادی NP-hard بوده و نرم‌افزار GAMS/CPLEX قادر به حل آن فقط برای مسائل نسبتاً کوچک در زمان قابل قبول بوده است. لذا یک الگوریتم تفکیک‌سازی تو در تو بیرونی و درونی پیشنهاد شده است. براساس داده‌های تصادفی تولید شده منطبق با ادبیات موضوع، ارزیابی مدل پیشنهادی و هم‌ارز استوار آن با نرم‌افزار GAMS/CPLEX و الگوریتم تفکیک‌سازی تو در تو بیرونی و درونی پیشنهادی، انجام شده است. نتایج نشان داده است که با توجه به پیچیده بودن مدل، الگوریتم پیشنهادی کارایی بسیار بالایی برای حل مدل از نظر ابعاد و مدت زمان دارد. برای مطالعات آتی می‌توان از در نظر گرفتن غیرقطعی بودن موعد تحویل، زمان‌های دسترسی کارها، درآمد حاصل از هر سفارش و استفاده از برنامه‌ریزی ریاضی احتمالی نام برد. همچنین بکارگیری روش‌های حل دقیق نظیر شاخه و کران و روش‌های تجزیه نظیر الگوریتم تجزیه بندرز می‌تواند، امیدبخش باشد. بررسی فرموله‌بندی‌های متداول دیگر بهینه‌سازی استوار نظیر رویکرد مالوی و همکاران [۲۲] نیز از جمله زمینه‌های مطالعات آتی این تحقیق است.

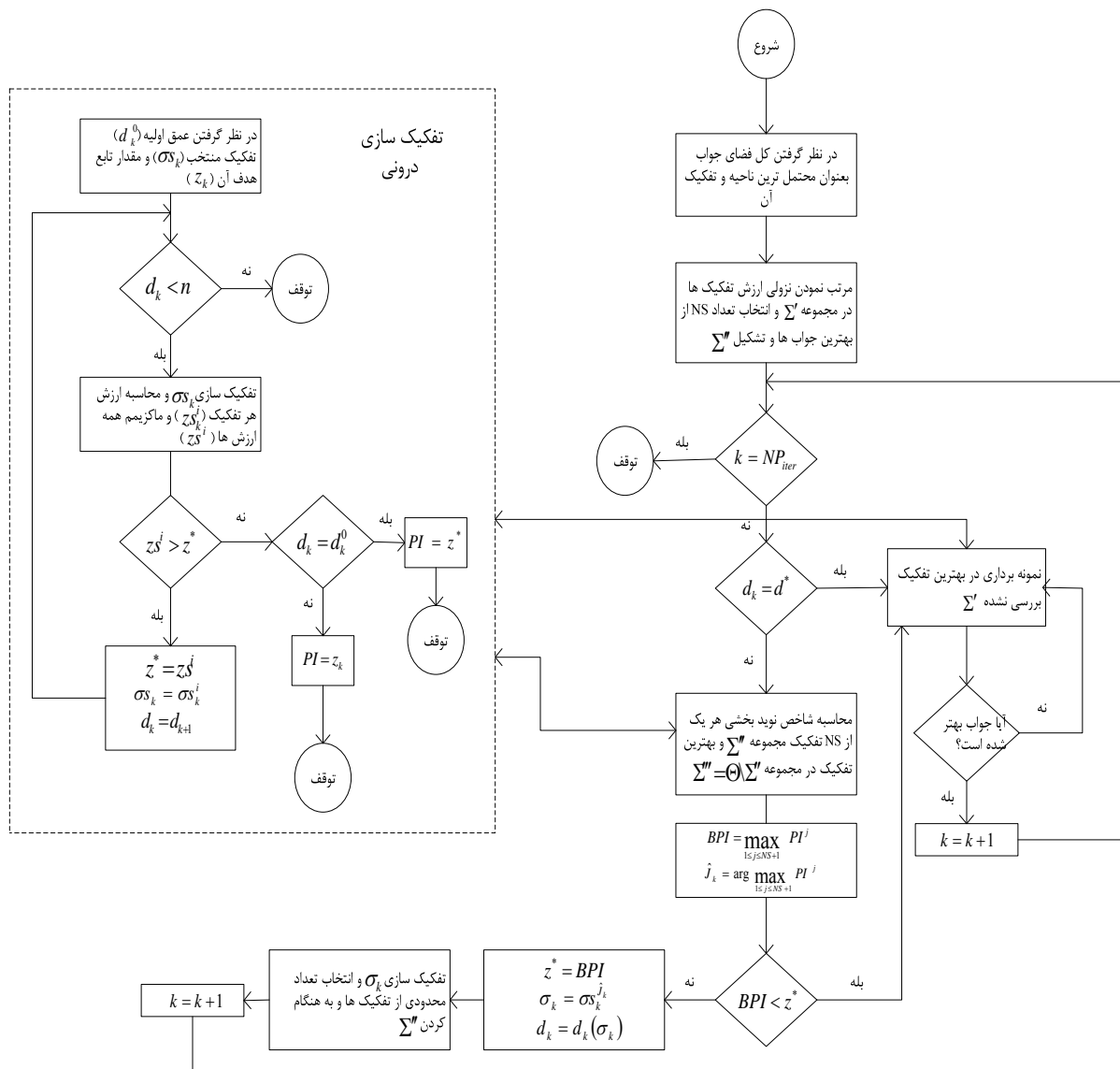
۲. $\Gamma^P = 0.5$: معرف وجود امکان برای بالانس بین سطح ایمنی محدودیت مورد نظر و سطح محافظه‌کاری جواب نهائی است.
 ۳. $\Gamma^P = 1$: معرف این است که محدودیت مورد نظر در مقابل عدم قطعیت زمان‌های پردازش، به طور کامل مقاوم شده است و جواب‌های بدست آمده دارای سطح محافظه‌کاری بسیار بالایی هستند.

برای هر یک از مقادیر Γ^P ، سه مقدار ۵٪، ۱۵٪ و ۲۵٪ برای سطح نوسانات پارامتر غیرقطعی زمان پردازش (۷) نسبت به مقدار اسمی، در نظر گرفته شده است. همان‌طوری که مورد انتظار بود، در تمامی نمونه‌های حل شده، با افزایش مقدار Γ^P ، کاهش در مقدار تابع هدف مشاهده شده است. همچنین در یک Γ^P ثابت، با افزایش مقدار ۷ نیز کاهش در مقدار تابع هدف دیده شده است. این موضوع را می‌توان در شکل‌های ترسیم شده برای جواب‌های عدد صحیح بدست آمده برای نمونه‌های مختلف مشاهده نمود.

۷. نتیجه‌گیری

در این مقاله، مسئله یکپارچه پذیرش سفارش و زمانبندی (OAS) در یک سیستم ساخت بر اساس سفارش با ماشین‌های موازی متفاوت مورد توجه قرار گرفته است. با در نظر گرفتن زمان‌های دسترسی کارها، زمان‌های آماده‌سازی وابسته به توالی و زمان‌های

پیوست



شکل ۱۸. فلوجارت الگوریتم تفکیک‌سازی تو در تو بیرونی و درونی

جدول ۱. عملکرد GAMS/CPLEX و NP در دو حالت استوار و اسمی

استوار										استوار												
NP					GAMS/CPLEX					NP					GAMS/CPLEX							
زمان حل (ثانیه)	عدد صحیح بدست آمده	زمان حل (ثانیه)	فاصله نسبی	بهترین جواب ممکن	عدد صحیح بدست آمده	γ	Γ^P	τ/R	n/M	گروه نمونه	زمان حل (ثانیه)	عدد صحیح بدست آمده	زمان حل (ثانیه)	فاصله نسبی	بهترین جواب ممکن	عدد صحیح بدست آمده	γ	Γ^P	τ/R	n/M	گروه نمونه	
0.80	0.00	2.50	0	0.00	0.00	---				اسمی	1.11	45.00	26.04	0	45.00	45.00	---				اسمی	
0.84	0.00	2.19	0	0.00	0.00	-	0			15	1.15	45.00	100.00	0	45.00	45.00	-	0			1	
0.77	0.00	2.58	0	0.00	0.00	5%				16	1.36	44.45	144.23	0	44.45	44.45	5%				2	
0.76	0.00	2.46	0	0.00	0.00	15%	0.5	0.7/		17	1.35	43.35	157.87	0	43.35	43.35	15%	0.5	0.3/		3	
0.76	0.00	2.92	0	0.00	0.00	25%		0.3		18	3	1.35	42.25	181.28	0	42.25	42.25	25%		0.3		4
0.89	0.00	2.46	0	0.00	0.00	5%				19	1.03	43.90	19.94	0	43.90	43.90	5%				5	
0.77	0.00	2.52	0	0.00	0.00	15%	1			20	1.36	41.70	52.40	0	41.70	41.70	15%	1			6	
0.78	0.00	2.05	0	0.00	0.00	25%			10/	21	0.94	40.50	100.00	0	40.50	40.50	25%			10/	7	
1.23	18.00	158.70	0	18.00	18.00	---			6	اسمی	1.72	40.00	212.00	0	40.00	40.00	---				6	
1.26	18.00	227.41	0	18.00	18.00	-	0			22	1.38	40.00	252.11	0	40.00	40.00	-	0			8	
1.14	17.85	593.50	0	17.85	17.85	5%				23	1.49	38.75	295.87	0	38.75	38.75	5%				9	
1.18	17.55	324.52	0	17.55	17.55	15%	0.5	0.7/		24	1.76	36.25	738.02	0	36.25	36.25	15%	0.5	0.3/		10	
1.22	17.25	583.82	0	17.25	17.25	25%		0.7		25	4	1.80	34.25	419.02	0	34.25	34.25	25%		0.7		11
1.08	17.70	414.08	0	17.70	17.70	5%				26	1.52	37.50	276.15	0	37.50	37.50	5%				12	
1.41	17.10	249.48	0	17.10	17.10	15%	1			27	1.80	33.30	717.76	0	33.30	33.30	15%	1			13	
1.21	16.50	357.57	0	16.50	16.50	25%				28	1.64	30.00	206.78	0	30.00	30.00	25%				14	
2.21	0.00	26.37	0.00	0.00	0.00	---				اسمی	6.63	87.00	9.62	0.00	87.00	87.00	---				اسمی	
2.25	0.00	27.09	0.00	0.00	0.00	-	0			15	6.79	87.00	12.91	0.00	87.00	87.00	-	0			1	
2.07	0.00	125.87	0.00	0.00	0.00	5%				16	5.67	86.35	22.70	0.00	86.35	86.35	5%				2	
2.04	0.00	90.66	0.00	0.00	0.00	15%	0.5	0.7/		17	6.18	85.05	15.84	0.00	85.05	85.05	15%	0.5	0.3/		3	
2.04	0.00	64.16	0.00	0.00	0.00	25%		0.3		18	7	6.12	83.75	59.44	0.00	83.75	83.75	25%		0.3		4
2.05	0.00	91.88	0.00	0.00	0.00	5%				19	5.49	85.70	19.74	0.00	85.70	85.70	5%				5	
2.06	0.00	58.46	0.00	0.00	0.00	15%	1			20	6.07	83.10	54.92	0.00	83.10	83.10	15%	1			6	
2.07	0.00	27.07	0.00	0.00	0.00	25%			10/	21	3.19	80.00	24.42	0.00	80.00	80.00	25%			10/	7	
4.74	46.00	3600	1.40	110.20	46.00	---			12	اسمی	1.11	75.00	237	0.00	75.00	75.00	---				12	
4.43	46.00	3600	1.03	93.31	46.00	-	0			22	1.01	75.00	158.60	0.00	75.00	75.00	-	0			8	
3.60	45.45	3600	1.07	94.24	45.43	5%				23	0.78	74.35	40.24	0.00	74.35	74.35	5%				9	
3.18	44.35	3600	1.09	92.51	44.28	15%	0.5	0.7/		24	3.04	73.05	138.72	0.00	73.05	73.05	15%	0.5	0.3/		10	
2.47	43.25	3600	1.12	91.72	43.25	25%		0.7		25	8	0.78	71.75	244.98	0.00	71.75	71.75	25%		0.7		11
2.44	44.90	3600	1.12	95.20	44.90	5%				26	0.79	73.70	240.03	0.00	73.70	73.70	5%				12	
2.46	42.70	3600	0.93	81.96	42.55	15%	1			27	0.77	71.10	16.25	0.00	71.10	71.10	15%	1			13	
2.47	40.50	3600	0.51	61.02	40.50	25%				28	5.39	69.00	140.32	0.00	69.00	69.00	25%				14	
5.15	16.00	3600	17.75	300.00	16.00	---				اسمی	11.29	49.00	3600	5.12	251.00	41.00	---				اسمی	
5.14	16.00	3600	17.75	300.00	16.00	-	0			15	10.33	49.00	3600	5.12	251.00	41.00	-	0			1	
5.21	15.25	3600	22.08	300.00	13.00	5%				16	13.68	47.38	3600	12.42	251.00	18.7	5%				2	
5.25	13.75	3600	---	---	---	15%	0.5	0.7/		17	13.73	44.13	3600	17.16	251.00	13.83	15%	0.5	0.3/		3	
4.70	13.00	3600	---	---	---	25%		0.3		18	11	13.75	40.88	3600	13.66	251.00	17.13	25%		0.3		4
5.44	14.50	3600	---	---	---	5%				19	13.97	45.75	3600	---	---	---	5%				5	
4.70	13.00	3600	81.19	300.00	3.65	15%	1			20	14.17	39.25	3600	9.57	251.00	23.75	15%	1			6	
4.84	13.00	3600	---	---	---	25%			25/	21	11.93	33.25	3600	14.69	251.00	16.00	25%			25/	7	
14.37	77.00	3600	---	---	---	---			6	اسمی	8.78	88.00	3600	4.17	212.00	41.00	---				6	
16.45	77.00	3600	---	---	---	-	0			22	8.92	88.00	3600	5.24	212.00	34.00	-	0			8	
16.66	76.15	3600	10.91	272.09	22.85	5%				23	9.00	87.28	3600	2.38	212.00	62.75	5%				9	
16.61	74.45	3600	23.75	271.61	10.98	15%	0.5	0.7/		24	8.94	85.83	3600	4.23	212.00	40.50	15%	0.5	0.3/		10	
15.60	72.75	3600	19.82	270.68	13.00	25%		0.7		25	12	9.10	84.38	3600	4.12	212.00	41.38	25%		0.7		11
18.37	75.30	3600	4.36	271.41	50.65	5%				26	9.28	86.55	3600	4.74	212.00	36.95	5%				12	
18.94	71.90	3600	4.83	270.47	46.40	15%	1			27	9.12	83.65	3600	3.57	212.00	46.40	15%	1			13	
18.04	68.50	3600	5.10	269.84	44.25	25%				28	13.96	80.75	3600	3.87	212.00	43.50	25%				14	
19.64	56.00	3600	9.07	302.00	30.00	---				اسمی	92.31	160.00	3600	34.86	251.00	7.00	---				اسمی	
19.28	56.00	3600	32.56	302.00	9.00	-	0			15	105.78	160.00	3600	8.30	251.00	27.00	-	0			1	
20.81	54.75	3600	301.00	302.00	1.00	5%				16	98.20	146.35	3600	12.14	251.00	19.10	5%				2	
19.94	52.25	3600	---	---	---	15%	0.5	0.7/		17	37.80	140.10	3600	17.16	251.00	13.83	15%	0.5	0.3/		3	
19.75	49.75	3600	11.26	302.00	24.63	25%		0.3		18	15	35.70	135.50	3600	13.66	251.00	17.13	25%		0.3		4
20.19	53.50	3600	18.93	302.00	15.15	5%				19	46.73	142.70	3600	---	---	---	5%				5	
19.56	48.50	3600	---	---	---	15%	1			20	32.71	133.20	3600	9.14	251.00	24.75	15%	1			6	
21.76	43.50	3600	---	---	---	25%			25/	21	23.48	125.50	3600	14.69	251.00	16.00	25%			25/	7	
61.87	41.00	3600	---	---	---	---			12	اسمی	86.85	199.00	3600	4.17	212.00	41.00	---				12	
57.09	41.00	3600	85.70	260.00	3.00	-	0			22	89.12	199.00	3600	1.65	212.00	80.00	-	0			8	
65.40	40.08	3600	---	---	---	5%				23	101.40	192.65	3600	2.55	212.00	59.78	5%				9	
60.32	38.23	3600	---	---	---	15%	0.5	0.7/		24	101.84	187.95	3600	2.42	212.00	62.00	15%	0.5	0.3/		10	
55.32	37.25	3600	---	---	---	25%		0.7		25	16	104.73	180.38	3600	4.25	212.00	40.38	25%		0.7		11
63.31	39.15	3600	---	---	---	5%				26	112.38	190.30	3600	4.74	212.00	36.95	5%				12	
77.99	36.90	3600	---	---	---	15%	1			27	106.11	178.45	3600	3.13	212.00	51.35	15%	1			13	
49.17	35.50	3600	---	---	---	25%				28	96.26	172.25	3600	3.99	212.00	42.50	25%				14	
25.32	14.00	7200	---	---	---	---				اسمی	124.3	145.00	7200	---	---	---	---					اسمی
26.52	14.00	7200	---	---	---	-	0			15	125.33	145.00	7200	---	---	---	-	0				1
26.84	13.10	7200	---	---	---	5%		0.7/	50/	16	6	229.45	143.10	7200	---	---	5%		0.3/	50/		2
28.26	11.30	7200	---	---	---	15%	0.5	0.3		17	19	196.28	139.30	7200	---	---	15%	0.5	0.3		6	3
35.73	9.50	7200	---	---	---	25%				18	198.66	135.50	7200	---	---							

استوار										استوار															
NP					GAMS/CPLEX					NP					GAMS/CPLEX										
زمان	عدد	زمان	فاصله	بهترین	عدد	γ	Γ^P	τ/R	n/M	نمونه	گروه	زمان حل	عدد	زمان	فاصله	بهترین	عدد	γ	Γ^P	τ/R	n/M	نمونه	گروه		
حل	صحیح	حل	نسبی	جواب	صحیح							(ثانیه)	آمد	حل	نسبی	جواب	صحیح								
پدست	پدست	(ثانیه)	ممکن	آمد	پدست							(ثانیه)	آمد	(ثانیه)	ممکن	آمد	پدست								
26.48	12.20	7200	---	5%	19							153.30	141.20	7200	---	5%							5		
38.59	8.70	7200	---	15%	20	1						150.12	139.60	7200	---	15%	1						6		
34.12	6.50	7200	---	25%	21							150.00	132.00	7200	---	25%							7		
168.30	95.00	7200	---	---	---	---	---	---	---	اسمی		218.00	187.00	7200	---	---	---	---	---	---	---	---	اسمی		
172.06	95.00	7200	---	-	0					22		217.42	187.00	7200	---	-	0						8		
179.47	93.83	7200	---	5%	23					23		177.52	184.63	7200	---	5%							9		
168.50	91.48	7200	---	15%	0.5	0.7/				24		172.96	179.88	7200	---	15%	0.5	0.3/					10		
161.24	89.13	7200	---	25%	0.7					25	20	199.78	175.13	7200	---	25%	0.7						11	18	
173.28	92.65	7200	---	5%	26					26		167.82	182.25	7200	---	5%							12		
180.34	87.95	7200	---	15%	27	1				27		193.88	172.75	7200	---	15%	1						13		
200.96	83.25	7200	---	25%	28					28		181.76	163.25	7200	---	25%							14		
89.80	50.00	7200	---	---	---	---	---	---	---	اسمی		535.00	217.00	7200	---	---	---	---	---	---	---	---	اسمی		
92.78	50.00	7200	---	-	0					15		529.77	217.00	7200	---	-	0						1		
93.36	47.00	7200	---	5%	16					16		643.40	211.70	7200	---	5%							2		
92.84	41.00	7200	---	15%	0.5	0.7/				17		652.88	207.30	7200	---	15%	0.5	0.3/					3		
120.42	35.00	7200	---	25%	0.3					18	23	535.05	201.13	7200	---	25%	0.3						4	21	
92.14	44.00	7200	---	5%	19					19		698.15	209.40	7200	---	5%							5		
87.64	32.20	7200	---	15%	1					20		454.85	199.35	7200	---	15%	1						6		
107.64	24.00	7200	---	25%	21					21		440.32	194.25	7200	---	25%						50/	7		
724.00	92.00	7200	---	---	---	---	---	---	---	اسمی		1203.00	290.00	7200	---	---	---	---	---	---	---	50/	12	اسمی	
704.45	92.00	7200	---	-	0					22		1174.81	290.00	7200	---	-	0						8		
845.03	89.75	7200	---	5%	23					23		1321.91	273.10	7200	---	5%							9		
853.29	83.00	7200	---	15%	0.5	0.7/				24		1334.33	267.95	7200	---	15%	0.5	0.3/					10		
815.87	76.75	7200	---	25%	0.7					25	24	1289.54	261.50	7200	---	25%	0.7						11	22	
802.56	86.05	7200	---	5%	26					26		1318.33	269.80	7200	---	5%							12		
830.60	74.00	7200	---	15%	1					27		1345.00	258.50	7200	---	15%	1						13		
721.56	66.75	7200	---	25%	28					28		1193.46	245.00	7200	---	25%							14		

جدول ۲. عملکرد زمانی الگوریتم‌ها

GAMS/CPLEX			NP			R	τ	M	n	گروه
زمان اجرا (ثانیه)			زمان اجرا (ثانیه)							
متوسط	می‌نیمم	ماکزیمم	متوسط	می‌نیمم	ماکزیمم					
99.91	19.94	181.28	1.22	0.94	1.36	0.3				1
415.10	206.78	738.02	1.63	1.38	1.80	0.7	0.3			2
2.45	2.05	2.92	0.80	0.76	0.89	0.3		6		3
392.91	227.41	593.50	1.21	1.08	1.41	0.7	0.7			4
29.99	12.91	59.44	5.64	3.19	6.79	0.3			10	5
139.88	16.25	244.98	1.80	0.77	5.39	0.7	0.3			6
69.31	27.07	125.87	2.08	2.04	2.25	0.3			12	7
3600	3600	3600	3.01	2.44	4.43	0.7	0.7			8
3600	3600	3600	13.08	10.33	14.17	0.3	0.3			9
3600	3600	3600	9.76	8.92	13.96	0.7	0.7			10
3600	3600	3600	5.04	4.70	5.44	0.3		6		11
3600	3600	3600	17.24	15.60	18.94	0.7	0.7			12
3600	3600	3600	54.34	23.48	105.78	0.3	0.3			13
3600	3600	3600	101.69	89.12	112.38	0.7	0.7			14
3600	3600	3600	20.19	19.28	21.76	0.3			12	15
3600	3600	3600	61.23	49.17	77.99	0.7	0.7			16
7200	7200	7200	171.88	125.33	229.45	0.3	0.3			17
7200	7200	7200	187.31	167.82	217.42	0.7	0.7			18
7200	7200	7200	30.94	26.48	38.59	0.3	0.7		6	19
7200	7200	7200	176.55	161.24	200.96	0.7	0.7			20
7200	7200	7200	564.92	440.32	698.15	0.3	0.3			21
7200	7200	7200	1282.48	1174.81	1345.00	0.7	0.7			22
7200	7200	7200	98.12	87.64	120.42	0.3			12	23
7200	7200	7200	796.19	704.45	853.29	0.7	0.7			24

- [9] Park J, Nguyen Su, Zhang M, Johnston M. Genetic programming for order acceptance and scheduling, in IEEE Congress on Evolutionary Computation, Cancún, México, (2013).
- [10] Zhong X, Ou J, Wang G. Order acceptance and scheduling with machine availability constraints, European Journal of Operational Research, (2014), Vol. 232, No. 3, pp. 435–441.
- [11] Mestry S, Damodaran P, Chen CS. A branch-and-price solution approach for order acceptance and capacity planning in make-to-order operations, European Journal of Operational Research, (2009), Vol. 211, pp. 480–495.
- [12] Wang X XX, Cheng TCE. Order acceptance and scheduling in a two-machine flowshop, International Journal of the Production Economics, (2013), Vol. 141, pp. 366–376.
- [13] Keskinocak P, Tayur S. Due date management policies. Kluwer, Boston, Handbook of Quantitative Supply Chain Analysis: Modeling in the E-business Era, (2004).
- [14] Slotnick SA. Order acceptance and scheduling: a taxonomy and review, European Journal of Operational Research, (2011), Vol. 212, pp. 1-11.
- [15] Ben-Tal A, Nemirovski A. Robust solutions of linear programming problems contaminated with uncertain data, Mathematical Programming, (2000), Vol. 88, pp. 411–421.
- [16] Soyster AL. Convex programming with set-inclusive constraints and applications to inexact linear programming, Operations Research, (1973), Vol. 21, pp. 1154-1157.
- [17] El-Ghaoui L, Oustry F, Lebret H. Robust solutions to uncertain semidefinite programs, SIAM Journal on Optimization, (1998), Vol. 9, pp. 33-52.
- [18] Bertsimas D, Sim M. The price of robustness, Operations Research, (2004), Vol. 52, No. 1, pp. 35-53.
- [19] Shokouhi A SH. A robust optimization approach to resources allocation in maintained systems, IJIEPM, (2010), Vol. 21, No. 1, pp. 25-33.
- [20] Shi. L., Olafsson. S., Nested partitions method for global optimization, Operations Research, (2000), Vol. 48, No. 3, pp. 390-407.
- [21] Potts CN, van Wassenhove LN. A branch and bound algorithm for the total weighted tardiness

پی‌نوشت

1. Make to Order
2. Order Acceptance and Scheduling
3. Mixed integer linear programming
4. Genetic programming
5. Flow shop
6. Robust optimization
7. Ellipsoidal uncertainty sets
8. Polyhedral uncertainty sets
9. Non-identical parallel machines
10. Robust counterpart optimization
11. Nested partitions
12. Most promising region
13. Surrounding region
14. Global optimum
15. Stochastic process
16. Transient
17. Relative gap

مراجع

- [1] Slotnick SA, Morton TE. Selecting jobs for a heavily loaded shop with lateness penalties, Computers and Operations Research, (1996), Vol. 23, pp. 131-140.
- [2] Ghosh J. Job selection in a heavily loaded shop, Computers and Operations Research, (1997), Vol. 24, pp. 141-145.
- [3] Lewis HF, Slotnick SA. Multi-period job selection: planning work loads to maximize profit, Computers and Operations Research, (2002), Vol. 29, pp. 1081-1098.
- [4] Slotnick SA, Morton TE. Order acceptance with weighted tardiness, Computers & Operations Research, (2007), Vol. 34, pp. 3029-3042.
- [5] Rom WO, Slotnick SA. Order acceptance using genetic algorithms, Computers and Operations Research, (2009), Vol. 36, pp. 1758-1767.
- [6] Oguz C SFS, Yalcin ZB. Order acceptance and scheduling decisions in make-to-order systems, International Journal of the Production Economics, (2010), Vol. 125, pp. 200-211.
- [7] Cesaret B, O'guz C, Salman FS. A tabu search algorithm for order acceptance and scheduling, Computers and Operations Research, (2012), Vol. 39, pp. 1197–1205.
- [8] Talla Nobibon F, Leus R. Exact algorithms for a generalization of the order acceptance and scheduling problem in a single-machine environment, Computers and Operations Research, (2011), Vol. 38, pp. 367–378.

problem, Operations Research, (1985), Vol. 33, No. 2, pp. 363-377.

- [22] Mulvey JM, Vanderbei RJ, Zenios SA. Robust optimization of large-scale systems, Operations Research, (1995), Vol. 43, pp. 264-281.