



# A MATHEMATICAL MODEL FOR VIRTUAL MANUFACTURING CELLS SCHEDULING WITH SETUP TIME, TRAVELING TIME, TARDINESS AND MACHINE LOAD BALANCE ON A DISTRIBUTED LAYOUT

Mahdi Sarem Bafandeh, Reza Tavakkoli-Moghaddam\* & Alireza Rashidi

*Mahdi Sarem Bafandeh, MSc. in Industrial Engineering, South Tehran Branch, Islamic Azad University*

*Reza Tavakkoli-Moghaddam, Professor of Industrial Engineering, College of Engineering, University of Tehran,*

*Alireza Rashidi, Assistance Professor of Industrial Engineering, Firoozkooh Branch, Islamic Azad University, Firoozkooh*

## Keywords

Virtual manufacturing cell,  
Flexible manufacturing  
system,  
Mathematical model,  
Scheduling

## ABSTRACT

*In this paper, a mixed-integer programming model for scheduling of virtual manufacturing cells is presented. Virtual cells in this model are a combination of cellular and flexible manufacturing systems. It considers sequence-dependent setup time, travel time between machines, and workload balancing machines. The aim of this model is to minimize the cost of handling and performance indicators such as the completion time of the last job and tardiness. Then, a few numerical examples are solved and the computational results of the original and proposed models are presented.*

© 2016 IUST Publication, IJIEPM. Vol. 27, No. 1, All Rights Reserved



## مدل ریاضی برای زمان بندی سلول های تولید مجازی با زمان آماده سازی، زمان سفر، دیرکرد و تعادل بار کاری ماشین در چیدمان فیزیکی توزیع شده

مهدی صارم بافنده، رضا توکلی مقدم\* و علیرضا رشیدی

### چکیده:

در این مقاله، یک مدل برنامه ریزی عدد صحیح مختلط برای زمان بندی سلولهای تولید مجازی ارائه می گردد. سلولهای مجازی در این مدل تلفیقی از سیستمهای تولید سلولی و تولید انعطاف پذیر می باشد. در این مدل زمان های آماده سازی وابسته به توالی عملیات، زمان جابجایی بین ماشین ها و همچنین تعادل بار کاری ماشین ها را در نظر گرفته شده است. هدف این مدل کمینه کردن هزینه های جابه جایی و شاخص های عملکردی مانند زمان اتمام آخرین کار، زمان تاخیر موقعیت کارها بر روی هر ماشین می باشد و نتایج حل چند مثال عددی با استفاده از مدل پیشنهادی و مرجع ارائه شده است.

### کلمات کلیدی

سلول تولید مجازی،  
سیستم تولیدی  
انعطاف پذیر،  
مدل ریاضی،  
زمان بندی

### ۱. مقدمه

مانند هر بخش دیگر، بخش تولید نیز امروزه برای بقا در برابر رکود اقتصادی که در سرتا سر جهان وجود دارد، تلاش می کند. از این رو شرکتها نگاه بیشتری به گزینه های که هزینه های تولید خود را کاهش می دهد دارند. بدون شک یکی از موثرترین این استراتژی ها، کاهش هزینه در پیکربندی (چیدمان) دوباره امکانات تولیدی می باشد. سیستم های تولید سلولی<sup>۱</sup> (CMS) که یکی از کاربردهای تکنولوژی گروهی<sup>۲</sup> (GT) در صنعت می باشد جایگزین سیستم های تولید سنتی شده است. سیستم های تولید سلولی با در نظر گرفتن شباهت بین قطعات و فرآیندها و گروه بندی آنها براین اساس، زمینه طراحی و تولید بهینه آنها را فراهم می آورند. در اکثر تحقیقات گذشته مساله تولید سلولی برای شرایط ثابت تولید در نظر گرفته شده است. در نتیجه تولید سلولی سنتی انعطاف پذیری لازم را ندارد تا اینکه خود را با شرایط هر دوره وفق دهد.

روش های سیستم های تولید سلولی انعطاف پذیر<sup>۳</sup> مانند سیستم تولید سلولی دینامیک<sup>۴</sup> و تولید سلولی مجازی برای غلبه بر این مشکلات توسعه پیدا کرده اند. سلول های تولیدی مجازی<sup>۵</sup> (VMC)، تقریباً در دهه ی گذشته پیشنهاد شدند، در این روش، ماشین ها بدون تغییر در مکان فیزیکی به خانواده قطعات تخصیص داده می شوند و هر زمان که تقاضا تغییر کند می توان گروه بندی ماشین ها را بدون تغییر فیزیکی آنها تغییر داده و سلول مجازی جدید را تشکیل داد. در راهکارهای دیگر برای برخورد با تغییرات تقاضا جانمایی ماشین ها در سطح کارخانه به صورت جانمایی توزیع شده<sup>۶</sup> یا جانمایی هولوگرافیک<sup>۷</sup> در نظر گرفته می شود. در این نوع جانمایی ماشین های مشابه به صورت پراکنده در سطح کارخانه مستقر می شوند. طراحان این شیوه معتقدند که چنین جانمایی باعث افزایش تعداد مسیرهای عملیاتی ممکن برای پردازش قطعات است [۶].

در این مقاله، جانمایی در نظر گرفته شده برای سلول های تولیدی از نوع هولوگرافیک می باشد. در این نوع جانمایی از هر نوع ماشین، چند نمونه مشابه وجود دارد که همجوار نیستند و در سطح کارخانه به صورت پراکنده مستقر شده اند. که این سیستم تولید سلولی مجازی با این نوع جانمایی تا حدودی مشابه سیستم تولید کارگاهی انعطاف پذیر<sup>۸</sup> است با این تفاوت که در جانمایی در نظر گرفته شده در این مقاله برخلاف محیط کارگاهی انعطاف پذیر، ماشین های مشابه در نزدیکی یکدیگر مستقر نیستند و به صورت موازی با هم کار نمی کنند.

تاریخ وصول: ۹۲/۰۶/۰۳

تاریخ تصویب: ۹۳/۰۲/۱۷

مهدی صارم بافنده، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد تهران جنوب،  
sarem.mahdi@gmail.com  
علیرضا رشیدی، گروه مهندسی صنایع، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد فیروزکوه،  
alireza\_rashidi@yahoo.com  
\*نویسنده مسئول مقاله: رضا توکلی مقدم، دانشکده مهندسی صنایع، پردیس  
دانشکده های فنی، دانشگاه تهران tavakoli@ut.ac.ir

در این مقاله، مدل ریاضی زمان بندی سیستم تولید سلولی مجازی با جانمایی هولوگرافیک مدنظر قرار گرفته است. برای زمان بندی در چنین سیستم های تولیدی، دو تصمیم اصلی باید اتخاذ شوند، تخصیص ماشین ها به کارها و تعیین زمان شروع و پایان کارها بر روی ماشین ها می باشد. در این مقاله، با مدنظر قراردادن زمانهای آماده سازی وابسته به توالی عملیات، زمان جابه جایی بین ماشین ها و همچنین شاخص های عملکردی نظیر زمان تاخیر کارها بر روی موقعیت ماشین ها و تعادل کاری ماشین ها، مسئله ی زمان بندی سلول های مجازی به صورت یک مدل ریاضی ارائه شده است. ساختار مقاله در ادامه شامل سه قسمت است، که در قسمت اول به تعریف مسئله که خود شامل دو بخش بیان مسئله و بیان مدل ریاضی می باشد. در قسمت دوم به خطی سازی مدل پیشنهادی می پردازد و در قسمت آخر نیز خلاصه ای از حل و نتایج مدل و ارائه پیشنهادها برای مطالعات آتی را بیان کرده است.

## ۲. مرور بر ادبیات گذشته

با وجود آنکه مفهوم سلول های تولیدی مجازی بصورت غیر رسمی در کار تحقیقاتی آلتوم [۷] وجود داشته است، اولین بار در اوایل دهه ی ۸۰ اصطلاح سلول های مجازی در کار مک لین و همکاران [۸] مطرح گردید و سلول های تولید مجازی به این صورت تعریف شده است: سلول های مجازی را یک ساختار سلسله مراتبی و پویا را معرفی کرده اند.

در مطالعات ایرانی [۹] سلول های تولید مجازی VMCs بصورت زیر تعریف شده است: "تقسیم زمان کاری ایستگاهها با استفاده از سیستم حمل و نقل انعطاف پذیر و مجموعه ی ایستگاه های کاری در سطح کارگاه انجام می شود و این امکان را می دهد که بتوانند سلول ها بصورت پویا دوباره ساختار دهی شوند."

سوریش و مریدیت [۱۰] بر روی اثر استفاده از زمان بندی مبتنی بر خانواده<sup>۹</sup> در یک طرح عملی تحقیق کرده اند، که در این مطالعه، تناقض های فراوان در انعطاف پذیری مسیرها تولید، در هنگامی که برای ایجاد سلول های قدیمی، ماشین ها به اشتراک گذاشته می شوند وجود داشته است. این سیستم از طرح کارگاهی<sup>۱۰</sup> و زمان بندی مبتنی بر خانواده استفاده می کند، و به سیستم های<sup>۱۱</sup> FLP منسوب شده اند. گوش [۱۲-۱۱] و کائن [۱۴-۱۳] این سیستم ها را سیستم تولید سلول مجازی نامیده اند آنان جریان تحقیقات را با بررسی بر روی استفاده از قوانین زمان بندی گروهی قطعات متعدد گسترش دادند.

سادتین و همکاران [۱۶-۱۷] در دو تحقق به زمان بندی سلول های مجازی پرداختند. این مولفین به مجموعه ای از ماشین ها که برای پردازش یک کار در محیط تولیدی با جانمایی توزیع شده تخصیص داده می شود، سلول مجازی گفته اند. بنابراین در کلیه تعاریف، اپراتورها به عنوان منبع اصلی از سلول های مجازی حذف شده اند. به

هر حال، نویسندگان اخیرا شروع به از بین بردن این شکاف کرده اند. کوهلینگ<sup>۱۲</sup> در سال ۱۹۹۸ به نیروی انسانی نیز توجه کرده است. هری و براون [۱۸] به اهمیت ساختار اطلاعات که همکاری بین افراد و سلول های مجازی را ممکن می سازد، اشاره می کنند. سوریش و سلامپ [۱۹] دوباره براساس تعریف، سلول مجازی را کاربردی از تکنولوژی گروهی در چیدمان کارگاهی بیان کردند. آنها تحقیقات خود را بر روی ابعاد کاری با در نظر گرفتن ماشین ها و نیروی انسانی گسترش داده اند و علاوه بر ماشین ها، نیروی انسانی را نیز به عنوان منبعی محدود در نظر گرفته اند.

## ۳. تعریف مسئله

### ۳-۱. سلول های تولید مجازی

از آنجا که VMS به عنوان جایگزین برای CMS می باشد و تا حدودی ویژگی های سیستم تولید سلولی دارا است، و تفات قابل توجه این دو سیستم در پاسخ دهی سریع به تغییرات بیرونی می باشد. CMS نسبت به تغییرات به دلیل گروه بندی فیزیکی ماشین ها ناسازگار می باشد و پاسخ مناسبی به تغییرات نمی دهد. به جای محدود کردن قطعات به سلولهای ماشین، از ماشین ها با فرآیندهای مشابه که در مجاور یکدیگر قرار ندارند استفاده شده است و این امر باعث افزایش کارایی و همچنین امکان ایجاد مسیرهای متنوع تولید در فاز برنامه ریزی را ایجاد می کند.

برای درک بهتر و کاملتر ر برخی از سلولهای مجازی افق زمان بندی را به دوره های زمانی تقسیم می کنند. و فرض می شود که وقتی اولین عملیات از هر کار شروع می شود عملیات بعدی باید در دوره بعد شروع شود، همچنین فرض شده است که عملیات ها باید در ابتدا هر دوره شروع شوند حتی اگر عملیات قبلی در ابتدای دوره به پایان رسیده باشد، نمی توان عملیات بعد در آن دوره آغاز شود، که این برای درک بهتر بیان شده است اما در رفتار سیستم یک عامل منفی تلقی می شود. در واقع این نوع سلولهای مجازی از مفهوم تکنولوژی گروهی پیروری می کنند.

در این مقاله، سلول های مجازی از مفهوم تکنولوژی گروهی پیروی نمی کنند و دوره های زمان بندی در مدل بصورت تک دوره ای فرض شده و به دلیل اعمال زمان سررسید موقعیت های کاری برای ماشین ها که عبارت است از زمان های شروع، پردازش و آماده سازی و بدون در نظر گرفتن زمان تاخیر وجود هر قطعه در هر موقعیت کاری برای هر ماشین می باشد، از اتلاف منابع تا حد امکان جلوگیری می شود و در دوره زمانی تعدادی محصول - کار در یک بازه زمانی، در برنامه تولید قرار می گیرد و بر اساس برخی از تعاریف که به تعدادی ماشین که یک کار را انجام، سلولهای مجازی اطلاق می شود، عملیات ها می توانند پی در پی و در هر زمانی انجام شوند.

منجرب به تقسیم کارها بین ماشین ها می شود و بار کاری ماشین ها را کاهش می دهد، سه هدف یاد شده در تعارض با یکدیگر قرار دارند به گونه ای که بهبود هزینه جابه جایی باعث بدتر شدن دو هدف دیگر می شود. همچنین از دیگر اهدافی که در این شرایط تولید برای بهبود سیستم تولیدی لحاظ شده است زمان تاخیرها است، که باعث می شود کارها در زمان مقرر به ماشین ها اختصاص داده شود و کارها با تاخیر کمتری به اتمام برسد با این اوصاف لازم است تعاملی مناسب بین این اهداف ایجاد شود.

در تعداد بسیار محدودی از تحقیقات انجام شده در زمینه طراحی سلول های مجازی زمان آماده سازی ماشین های تولیدی و زمان جابه جایی بین ماشین ها در نظر گرفته شده اند، که این عوامل تاثیر بالایی بر نحوه عملکرد سیستم تولیدی دارد. بنابراین با ایجاد تعاملی مناسب بین این اهداف می توان یک مدل کارا برای بهبود بهره وری و کارایی برنامه زمان بندی و کاهش هزینه ها جهت بهبود سیستم تولیدی ایجاد کرد.

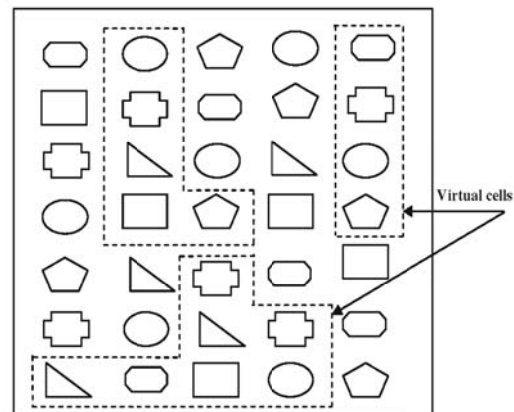
در این بخش با در نظر گرفتن دیرکرد و تعادل کار ماشین ها و زمان های آماده سازی وابسته به توالی و جابه جایی مساله زمان بندی کار در سلول های مجازی به صورت یک مدل برنامه ریزی ریاضی عدد صحیح آمیخته چند هدفه (MOMIP) مدل سازی شده است. مدل ارائه شده از دسته مدل های چند هدفه می باشد که اهداف آن به صورت وزین شده با نرم افزار بهینه سازی GAMS به طور دقیق حل گردیده است.

با توجه به شرایط و اهداف مسئله، مدل ارائه شده زمان شروع هر عملیات، زمان تکمیل هر عملیات، تخصیص کارها به هر نوع ماشین و مقدار کاری که هر نوع ماشین پردازش می کند را بیان می کند. مفروضات زیر در مدل ریاضی مدنظر قرار گرفته شده است:

- حجم تولید هر قطعه در افق برنامه ریزی مشخص است.
- مسیر عملیاتی و توالی عملیات هر قطعه، مشخص می باشد.
- زمان های انجام عملیات توسط هر ماشین بر روی هر قطعه، مشخص می باشند.
- همه کارها در زمان صفر در دسترس هستند.
- از هر نوع ماشین چند نمونه یکسان با ظرفیت زمان پردازش یکسان وجود دارند که به موزات هم کار نمی کنند.
- ماشین ها غیر قابل حرکت هستند و فاصله بین هر جفت ماشین، مشخص است.
- هر قطعه فقط یک بار یک نوع ماشین را ملاقات می کند یا به عبارتی فرض پردازش مجدد<sup>۱۴</sup> وجود ندارد.
- وقفه کاری<sup>۱۵</sup> مجاز نیست
- هزینه واحد جابه جایی برای هر واحد از قطعات مشخص است.
- زمان های آماده سازی ماشین ها وابسته به توالی عملیات می باشد و مقدار آنها از قبل مشخص است.

همچنین در این مقاله، جانمایی در نظر گرفته شده برای سلول های تولیدی از نوع هولوگرافیک می باشد. در این نوع جانمایی از هر نوع ماشین، چند نمونه مشابه وجود دارد که همجوار نیستند و در سطح کارخانه به صورت پراکنده مستقر شده اند. که این سیستم تولید سلولی مجازی با این نوع جانمایی تا حدودی مشابه سیستم تولید کارگاهی انعطاف پذیر<sup>۱۳</sup> است با این تفاوت که در جانمایی در نظر گرفته شده در این مقاله برخلاف محیط کارگاهی انعطاف پذیر، ماشین های مشابه در نزدیکی یکدیگر مستقر نیستند و به صورت موازی با هم کار نمی کنند، زیرا این امر باعث افزایش انعطاف پذیری بیشتر به دلیل ایجاد مسیرهای تولید مختلف می باشد. همچنین بسته های کاری ( محصولات- کارها) قابل شکستن به بسته های کاری کوچکتر نیستند، زیرا ماشین های یکسان همجوار نیستند و بصورت موازی کار نمی کنند و همچنین انعطاف پذیری مورد نظر که به دلیل پراکندگی ماشین ها که به منظور ایجاد مسیرهای تولید گوناگون برای محصولات- کارها وجود دارد، کاهش پیدا می کند.

شکل (۱) زیر نشان دهنده مفهوم و طراحی سلولهای مجازی که به تعدادی ماشین که یک کار را انجام می دهند، می باشد و در این مفهوم ممکن است که از هر نوع ماشین بیش از یکی وجود داشته باشد و در قسمت های مختلف کارخانه قرار گرفته باشد.



شکل ۱. سلول مجازی با جانمایی توزیع شده

### ۲-۳. مدل ریاضی چند هدفه VMC

یکی از مهمترین اهداف در تشکیل سلول های مجازی، کمینه کردن مسافت یا هزینه جابه جایی می باشد. همچنین کمینه کردن زمان اتمام آخرین کار یکی از معمول ترین معیارهای زمان بندی در سیستم تولیدی کارگاهی انعطاف پذیر است به گونه ای که کاهش این معیار را هم ارز با افزایش بهره وری در سیستم تولیدی در نظر گرفته اند. همچنین از دیگر اهدافی که در تحقیقات گذشته بکار نرفته، تعادل بار کاری بین ماشین ها در محیط کاری می باشد که

۴. مدل ریاضی پیشنهادی

$$\begin{aligned} \min f = & W_1 C_{MAX} \\ & + W_2 \sum_{j=1}^n \sum_{h=1}^m \sum_{s(i)}^k Y_{s(i),j,h} Y_{s(k),j,h+1} D_{s(i),s(k)} N_j \quad (1) \\ & + W_3 \sum_{s(i)} \sum_l \max \{0, (C_{s(i),l} - d_{s(i),l})\} \\ & + W_4 \sum_{s(i)} |W_{s(i)} - \bar{W}| \end{aligned}$$

$s, t$

$$t_{j,h} + P_{j,h} N_j \leq t_{j,h+1} \quad \forall j, h \quad (2)$$

$$t_{j,h} + P_{j,h} N_j \leq C_{MAX} \quad \forall j, h \quad (3)$$

$$\max \left\{ \begin{aligned} & C_{s(i),l}, T m_{s(i),l} + X_{s(i),j,h,l} N_j P_{j,h} \\ & + X_{s(i),j,h,l} X_{s(i),j',h',l+1} S_{s(i),j,j'} \\ & + Y_{s(o),j',h'} - Y_{s(i),j',h} mth_{s(i),s(o)} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

$$\leq T m_{s(i),l+1} \quad \forall i, k, j, j', h, h', l$$

$$C_{s(i),l} = T m_{s(i),l} + \sum_j \sum_h X_{s(i),j,h,l} N_j P_{j,h} \quad \forall i, l \quad (5)$$

$$t_{j,h} + M (1 - X_{s(i),j,h,l}) \geq T m_{s(i),l} \quad \forall i, j, h, l \quad (6)$$

$$T m_{s(i),l} + M (1 - X_{s(i),j,h,l}) \geq t_{j,h} \quad \forall i, j, h, l \quad (7)$$

$$\sum_j \sum_h X_{s(i),j,h,l} \leq 1 \quad \forall i, l \quad (8)$$

$$\sum_l X_{s(i),j,h,l} = Y_{s(i),j,h} \quad \forall i, j, h \quad (9)$$

$$\sum_j \sum_h X_{s(i),j,h,l} \leq \sum_j \sum_h X_{s(i),j,h,l-1} \quad \forall j, h \quad (10)$$

$$W_{s(i)} = \sum_j \sum_h \sum_l X_{s(i),j,h,l} N_j P_{j,h} \quad \forall i \quad (11)$$

$$\bar{W} = \frac{\sum_{s(i)} W_{s(i)}}{m} \quad \forall i \quad (12)$$

تابع هدف (معادله ۱) که شامل کمینه جمع وزن شده عبارت اول که زمان تکمیل آخرین کار بر روی آخرین ماشین می باشد  $(C_{MAX})$  عبارت دوم هزینه جابجایی مواد را بیان می کند، عبارت سوم که مقدار تاخیر موقعیت کارها بر روی هر ماشین را نشان می دهد و بصورت یک تابع Max می باشد که مقدار صفر یا مثبت (تأخیر) را بیان می کند و عبارت چهارم بارکاری ماشین ها را متعادل می کند، به عبارت دیگر کارها بین ماشین های مشابه تا حد امکان بطور مساوی تقسیم شود. در این تابع وزن ها توسط تصمیم گیرنده بیان می شود.

محدودیت اول (معادله ۲) مربوط به روابط پیش نیازی کارها می باشد و نشان می دهد یک فعالیت تنها زمانی شروع می شود که فعالیت قبل از آن پردازش شده باشد. و محدودیت دوم (معادله ۳)

- امکان تقسیم بارکاری برای عملیاتی که می توان بر روی ماشین های متفاوت انجام شود، وجود ندارد.
- زمان های جا به جایی بین ماشین ها وابسته از قبل مشخص است.
- زمان سر رسید هر موقعیت کاری بر روی هر ماشین مشخص می باشد.

۳-۳. نمادها و اندیس ها

اندیس ها

$j, z$ : اندیس نوع کار  $(1, \dots, z)$

$i, o, k$ : اندیس نوع ماشین ها  $(1, \dots, m)$

$h, h'$ : اندیس شماره عملیات  $(1, \dots, h)$

$S(i)$ : ماشین های نوع  $i$  نام

$L$ : اندیس شماره موقعیت قرار گرفتن عملیات هر قطعه مربوط به ماشین  $(1, \dots, l(s(i)))$

پارامترها

$W_r$ : وزن هدف  $r$  ام.

$N_j$ : اندازه دسته کار  $J$ .

$P_{jh}$ : زمان پردازش عملیات  $h$  ام از کار  $J$  ام.

$D_{s(i),s(k)}$ : هزینه هر واحد جابه جایی برای هر کار که از ماشین  $s(k)$  به ماشین  $s(i)$  حمل شده است.

$M$ : عدد مثبت بسیار بزرگ

$d_{s(i),l}$ : زمان سر رسید توالی 1 از ماشین نوع  $s(i)$

$S_{s(i),j,j'}$ : زمان آماده سازی لازم برای ماشین  $s(i)$  زمانی که کار  $J'$  بعد از کار  $J$  بر روی ماشین قرار می گیرد.

$mth_{s(i),s(o)}$ : زمان جابه جایی کارها از ماشین  $s(o)$  به ماشین  $s(i)$

متغیرهای تصمیم

$Y_{s(i),j,h}$ : ۱ اگر ماشین  $s(i)$  برای پردازش عملیات  $h$  ام از کار  $J$  ام انتخاب شود و در غیر این صورت صفر.

$X_{s(i),j,h,l}$ : ۱ عملیات  $h$  ام از کار  $J$  ام در توالی  $l$  بر روی ماشین  $s(i)$  پردازش شود و در غیر این صورت صفر.

$t_{j,h}$ : زمان شروع پردازش عملیات  $h$  ام از کار  $J$  ام

$T m_{s(i),l}$ : زمان شروع توالی  $l$  از ماشین نوع  $s(i)$

$C_{s(i),l}$ : زمان پایان توالی  $l$  از ماشین نوع  $s(i)$

$C_{max}$ : زمان اتمام آخرین کار بر روی آخرین ماشین

$W_{s(i)}$ : بارکاری ماشین نوع  $s(i)$

$\bar{W}$ : متوسط بارکاری ماشین ها

و محدودیت سوم به یک محدودیت خطی، متغیرهای جدید زیر همراه با دسته ای از محدودیت ها متناظر به مدل افزوده می شوند. محدودیت های خطی سازی برای متغیرهای جدید به ترتیب در معالات زیر معرفی شده اند:

$$\max \{0, (C_{s(i),l} - d_{s(i),l})\} = e_{s(i),l} \quad (13)$$

$$|W_{s(i)} - \bar{W}| = f_{s(i)} \quad (14)$$

$$\left. \begin{aligned} & C_{s(i),l}, Tm_{s(i),l} + X_{s(i),j,h,l} N_j P_{j,h} \\ & + X_{s(i),j,h,l} X_{s(i),j',h',l+1} S_{s(i),j,j'} \\ & + Y_{s(o),j',h'} - Y_{s(i),j',h'} mth_{s(i),s(o)} \end{aligned} \right\} = k_{m,l} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} X_{s(i),j,h,l} X_{s(i),j',h',l+1} &= U_{s(i),j,j',h,h',l,l+1} \\ Y_{s(i),j,h} Y_{s(k),j,h+1} &= Z_{s(i),s(k),j,h,h+1} \end{aligned} \quad (16)$$

الف) محدودیت متناظر با متغیر جدید  $e_{s(i),l}$

$$e_{s(i),l} \geq 0 \quad (17)$$

$$e_{s(i),l} \geq C_{s(i),l} - d_{s(i),l} \quad (18)$$

ب) محدودیت متناظر با متغیر جدید  $f_{s(i)}$

$$W_{s(i)} - \bar{W} \leq f_{s(i)} \quad (19)$$

$$W_{s(i)} - \bar{W} \geq -f_{s(i)} \quad (20)$$

ج) محدودیت متناظر با متغیر جدید  $k_{s(i),l}$

که تضمین کننده این مطب می باشد که  $C_{MAX}$  بزرگتر مساوی تمام زمان های تکمیل در سیستم می باشد.

محدودیت سوم (معادله ۴) تضمین می کند که زمان شروع به کار ماشین نوع  $s(i)$  برای پردازش کاری که توالی  $l+1$  به آن تخصیص داده شده است بعد از پردازش کامل توالی  $l$  انجام پذیرد، به عبارتی زمان شروع به کار ماشین نوع  $s(i)$  برای پردازش کاری که توالی  $l+1$  به آن تخصیص داده شده است برابر با بیشترین مقدار بین زمان پایان موقیت توالی قبلی ماشین یعنی  $l$  و زمان پایان عملیات ماقبل از قطعه ای که به موقعیت فعلی این ماشین تخصیص داده شده است. محدودیت چهارم (معادله ۵) تضمین می کند که زمان پایان به کار ماشین نوع  $s(i)$  برای پردازش کاری که توالی  $l$  به آن تخصیص داده شده است بعد از پردازش کامل توالی  $l$  زمان آماده سازی کار تخصیص داده شده به توالی  $l$  انجام پذیرد.

محدودیت پنجم و ششم (معادلات ۶ و ۷) ایجاب می کنند که زمانی که متغیر  $x$  مقدار ۱ بگیرد آنگاه زمان شروع عملیات  $h$  از کار  $l$ ام با زمان شروع توالی  $l$ ام از ماشین نوع  $s(i)$  برابر می باشد. محدودیت هفتم (معادله ۸) نشان میدهد هر توالی از هر ماشین به یک عملیات تخصیص داده می شود و محدودیت هشتم (معادله ۹) تضمین می کند زمانی که عملیاتی به ماشینی تخصیص داده میشود توالی انجام آن عملیات بر روی ماشین مشخص گردد. محدودیت دهم (معادله ۱۱) بار کاری هر نوع ماشین را نشان می دهد و محدودیت یازدهم (معادله ۱۲) نیز متوسط بار کاری تمام ماشین ها را نشان می دهد.

#### ۴-۱. خطی سازی مدل ریاضی پیشنهادی

بخش دوم، سوم و چهارم در تابع هدف و همچنین محدودیت سوم غیر خطی می باشد. برای تبدیل تابع هدف به یک تابع هدف خطی

$$C_{s(i),l} \leq k_{s(i),l} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} Tm_{s(i),l} + X_{s(i),j,h,l} N_j P_{j,h} + X_{s(i),j,h,l} X_{s(i),j',h',l+1} S_{s(i),j,j'} \\ + Y_{s(o),j',h'} - Y_{s(i),j',h'} mth_{s(i),s(o)} \leq k_{s(i),l} \end{aligned} \quad (22)$$

$$Z_{s(i),s(k),j,h,h+1} \leq Y_{s(i),j,h} \quad (26)$$

$$\forall i, k, j, h, i \neq k$$

$$Z_{s(i),s(k),j,h,h+1} \leq Y_{s(k),j,h+1} \quad (27)$$

$$\forall i, k, j, h, i \neq k$$

$$Y_{s(i),j,h} + Y_{s(k),j,h+1} - Z_{s(i),s(k),j,h,h+1} = 1$$

$$\forall i, k, j, h, i \neq k \quad (28)$$

د) محدودیت متناظر با متغیر جدید  $U_{s(i),j,j',h,h',l,l+1}$

$$U_{s(i),j,j',h,h',l,l+1} \leq X_{s(i),j,h,l} \quad (23)$$

$$\forall i, j, j', h, h', l, h \neq h', j \neq j'$$

$$U_{s(i),j,j',h,h',l,l+1} \leq X_{s(i),j',h',l+1} \quad (24)$$

$$\forall i, j, j', h, h', l, h \neq h', j \neq j'$$

$$X_{s(i),j,h,l} + X_{s(i),j',h',l+1} - U_{s(i),j,j',h,h',l,l+1} \leq 1$$

$$\forall i, j, j', h, h', l, h \neq h', j \neq j' \quad (25)$$

محدودیت متناظر با متغیر جدید  $Z_{s(i),s(k),j,h,h+1}$

1	0	5	3	3	12	6
2	15	0	15	15	11	18
3	20	5	0	8	2	10
4	5	1	4	0	20	2
5	0	7	3	19	0	20
6	4	8	3	19	7	0

جدول ۷. زمان آماده سازی ماشین B

شماره کار	1	2	3	4	5	6
1	0	7	13	14	14	9
2	2	0	19	10	7	15
3	11	14	0	16	5	5
4	0	14	2	0	14	18
5	0	15	13	12	0	5
6	13	17	20	5	11	0

جدول ۸. زمان آماده سازی ماشین C

شماره کار	1	2	3	4	5	6
1	0	14	14	16	1	20
2	2	0	1	11	3	5
3	4	13	0	17	20	15
4	11	13	13	0	7	7
5	14	13	11	17	0	12
6	3	9	14	1	15	0

۶. حل مثال ها با نرم افزار بهینه سازی GAMS 23.4

با در نظر گرفتن پارامترهای ذکر شده و بعد از کد نویسی مدل های مرجع و پیشنهادی در نرم افزار بهینه سازی GAMS و جواب بهینه سراسری برای مسئله شماره ۱ بدست می آید. در مدل مرجع تعداد محدودیت ها ۸۱۶ و متغیرها ۴۶۴۹ عدد است و زمان حل ۰/۱۵ دقیقه می باشد و در مدل پیشنهادی تعداد محدودیت ها ۳۶۷۱ و متغیرها ۵۴۰۱ عدد است و زمان حل ۱/۰۷ دقیقه می باشد. برای نمونه نتایج محاسباتی به دست آمده از حل مسئله در شکل های ۲ و ۳ و جدول ۹ می باشد.

همان طور که در گانت زمان بندی برای مسئله شماره ۱ مشاهده می شود زمان تکمیل کارها در مدل پیشنهادی با توجه به اینکه زمان آماده سازی و جابه جایی را علاوه بر زمان پردازش در نظر گرفته است باز هم مقدار بهتری (کمتری) نسبت به مقدار زمان تکمیل کار در مدل مرجع دارد. همچنین پارامتر هزینه کل به دلیل اضافه شدن هزینه های تاخیر و بالانس کاری ماشین نسبت به جواب هزینه کل مدل مرجع تا حدودی بدتر شده است.

۵. مثال های عددی

در این قسمت پارامترها و اطلاعات ورودی مدل در قالب یک مسئله در جداول ۱ الی ۸ ارائه گردیده است.

جدول ۱. مشخصات ماشین ها

شماره ماشین	نوع ماشین
1,2,3	A
4,5,6	B
7,8	C

جدول ۲. مشخصات کارها

شماره کار	توالی و زمان پردازش	اندازه دسته کار
1	(A,5),(B,7)	30
2	(C,8),(A,4)	28
3	(B,6),(A,5),(C,10)	12
4	(C,7),(B,2),(A,7)	18
5	(B,7), (C,4)	17
6	(B,7), (A,10)	21

جدول ۳. هزینه جابه جایی بین ماشین ها

شماره ماشین	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	22	54	73	72	77	16	41
2	22	0	31	18	17	26	29	16
3	54	31	0	38	39	38	74	45
4	73	18	38	0	79	32	77	18
5	72	17	39	79	0	64	38	65
6	77	26	38	32	64	0	39	79
7	16	29	74	77	38	39	0	59
8	41	16	45	18	65	79	59	0

جدول ۴. زمان جابه جایی بین ماشین ها

شماره ماشین	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	2	5	7	7	8	2	4
2	2	0	3	2	2	3	3	2
3	5	3	0	4	4	4	7	4
4	7	2	4	0	8	3	8	2
5	7	2	4	8	0	6	4	6
6	8	3	4	3	6	0	4	8
7	2	3	7	8	4	4	0	6
8	4	2	4	2	6	8	6	0

جدول ۵. زمان سررسید

شماره کار	L=	1	2	3	4	5
A		238	388	541	668	751
B		231	378	497	569	629
C		224	365	491	587	-

جدول ۶. زمان آماده سازی ماشین A

شماره کار	1	2	3	4	5	6
-----------	---	---	---	---	---	---

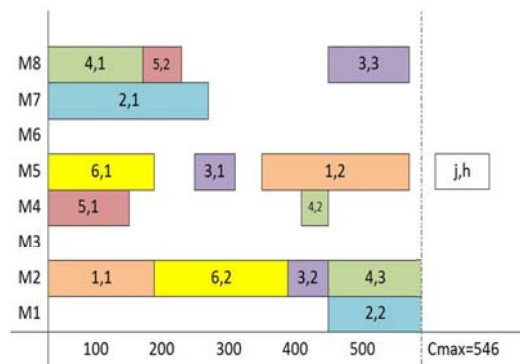
انجام شده است اما در تولید سلولی مجازی در سطح برنامه ریزی تولید انجام نگرفته است.

از طرفی دیگر در تحقیقات بسیار اندکی در زمینه طراحی سلول های مجازی زمان های آماده سازی ماشین های تولیدی و زمان های جابه جایی بین ماشین ها در نظر گرفته شده است اما محققان در این تحقیقات اثر زمان های آماده سازی وابسته به توالی عملیات تولیدی و زمان جابه جایی بین ماشین ها را بر برنامه زمان بندی تولید شده نادیده گرفته است. در تحقیق حاضر برای زمان بندی سلول های مجازی مدل جدیدی ارائه شده است که زمان های وابسته به توالی عملیات تولیدی و همچنین زمان جابه جایی بین ماشین ها را مد نظر قرار می دهد.

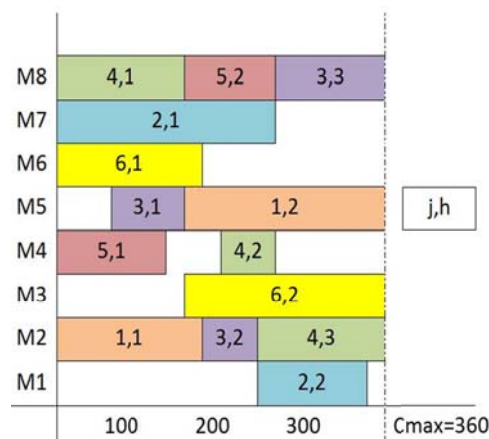
جانمایی در نظر گرفته شده برای سلول های تولیدی از نوع هولوگرافیک (توزیع شده) می باشد. در این نوع جانمایی از هر نوع ماشین چند نمونه مشابه وجود دارد که همجوار نیستند و در سطح کارخانه به صورت پراکنده مستقر شده اند. اگرچه هر یک از قطعات دارای مسیر عملیاتی منحصر به فردی است اما از آنجایی که برای هر یک از عملیات موجود در مسیر عملیاتی، چند ماشین مشابه وجود دارد، برای پردازش کارها ترکیب های متفاوتی را می توان انتخاب نمود. با این اوصاف سیستم تولید سلولی مجازی با این نوع جانمایی تا حدودی مشابه سیستم تولید کارگاهی انعطاف پذیر است با این تفاوت که در جانمایی در نظر گرفته شده در این تحقیق برخلاف محیط کارگاهی انعطاف پذیر، ماشین های مشابه در نزدیکی یکدیگر مستقر نیستند و به صورت موازی با هم کار نمی کنند.

مدل ارائه شده برای زمان بندی سلول های مجازی از دسته مدل های چند هدفه می باشد و برای حل این مدل جهت بدست آوردن جواب بهینه از نرم افزار بهینه سازی استفاده شده است. با ارائه مثال های عددی کارایی مدل ارائه شده با مدل مرجع مقایسه شده است همچنین به منظور حل مسائل با ابعاد واقعی با استفاده از الگوریتم شاخه و کرانه موجود در نرم افزار بهینه سازی GAMS مقایسه شده است.

با توجه به مطالعه انجام شده در تحقیق حاضر، حوزه های زیر می توانند زمینه های مناسبی برای انجام تحقیقات آتی قلمداد شود. ❖ در نظر گرفتن مفروضات جدید در مساله زمان بندی سلول های مجازی، در مدل ارائه شده زمان های دسترسی به ماشین های تولیدی برابر صفر در نظر گرفته شده اند که می توان حل مساله را با در نظر گرفتن این زمان ها به صورت غیر صفر مورد بررسی قرار داد دلیل این امر این است که زمانی که تقاضا تغییر می کند یا تقاضای جدیدی وارد سیستم می شود لزوماً همه ماشین ها در همان لحظه در دسترس نیستند. همچنین در نظر گرفتن خرابی ماشین ها مدل را به شرایط واقعی نزدیک تر می کند.



شکل ۲. گانت زمان بندی مسئله شماره ۱ از حل مدل مرجع



شکل ۳. گانت زمان بندی مسئله شماره ۱ از حل مدل

### پیشنهادی

در ادامه مسائلی با ابعاد مختلف و با فرض برابری وزن اهداف  $TTC$ ,  $C_{MAX}$ ,  $TML$ <sup>16</sup>,  $TT$ <sup>17</sup>,  $TTC$ <sup>18</sup>,  $C_{MAX}$  مرجع حل کرده و مقادیر بهینه در جدول (۶-۱) آمده است.

### جدول ۹. مقادیر بدست آمده از حل مدل مرجع و پیشنهادی

شماره مسئله	مدل مرجع		مدل پیشنهادی			
	Cmaxref	TTCref	Cmax	TTC	TT	TML
1	546	2665	360	3106	441	707
2	620	3695	557	3955	247	1408
3	637	7913	682	8026	695	2168
4	892	6958	756	7838	455	1207
5	824	16770	780	17864	3837	8049

### ۷. نتیجه گیری

امروزه در بسیاری از شرکت های تولیدی تعادل بار کاری ماشین ها و زمان تاخیر موقعیت کارها بر روی هر ماشین به عنوان شاخص های کارکردی جهت بهبود در بهره وری و بهبود در برنامه ریزی و کاهش هزینه های الزام شده است. هر چند تحقیقات زیادی در زمینه تولید سلولی با در نظر گرفتن شاخص های عملکردی



- ❖ در نظر گرفتن سایر شاخص های عملکردی برای زمان بندی در نظر گرفته شود.  
با توجه به نوع مسئله زمان بندی که حل در ابعاد بزرگ مسائل، زمان زیادی را صرف می کند از الگوریتم های ابتکاری و فرا ابتکاری برای حل این مسائل استفاده شود.
- بی نوشت**
1. Cellular Manufacturing System
  2. Group Technology
  3. Flexible Cellular Manufacturing System
  4. Dynamic Cellular Manufacturing System
  5. Virtual Manufacturing Cell
  6. Distributed Layout
  7. Holographic Layout
  8. Flexible Job shop
  9. Family Based Scheduling
  10. Job Shop Layout
  11. Functional Layout Problem
  12. Kuhling
  13. Flexible Job shop
  14. Recycling
  15. Preemption
  16. Total Machine Load Balance
  17. Total Tardiness
  18. Total Traveling Cost
- مراجع**
- [6] Montreuil B. Fractal layout organization for job shop environments, International Journal of Production Research, 1999, No. 3, Vol. 37, pp. 501-521.
- [7] Altom RJ. Costs and savings of group technology, Research report, Society of Manufacturing Engineers, Dearborn, 1978.
- [8] McLean CR, Bloom HM, Hopp TH. The virtual manufacturing cell, In Proceedings of the Fourth IFAC/IFIP Conference on Information Control Problems in Manufacturing Technology, 1982, pp. 105-111.
- [9] Irani SA, Cavalier TM, Cohen PH. Virtual manufacturing cells: exploiting layout design and intercell flows for the machine sharing problem, International Journal of Production Research, 1993, No. 4, Vol. 31, pp. 791-810.
- [10] Suresh NC, Meredith JR. Coping with the loss of pooling synergy in cellular manufacturing systems, Management Science, 1994, No. 4, Vol. 40, pp. 466-483.
- [11] Kannan VR, Ghosh S. Cellular manufacturing using virtual cells, International Journal of Operations and Production Management, 1996, Vol. 16, pp. 99-112.
- [12] Kannan VR, Ghosh S, Avirtual. Cellular manufacturing approach to batch production, Decision Sciences, 1996, No. 3, Vol. 27, pp. 519-539.
- [13] Kannan VR. A simulation analysis of the impact of family configuration on virtual cellular manufacturing, Production Planning and Control, 1997, No. 1, Vol. 8, pp. 14-24.
- [14] Kannan VR. Analysing the trade-off between efficiency and flexibility in cellular manufacturing systems, Production Planning and Control, 1998, No. 6, Vol. 9, pp. 572-579.
- [15] Vakharai AJ, Moily JP, Huang Y. Evaluating virtual cells and multistage flow shops: an analytical approach, The International Journal of Flexible Manufacturing Systems, 1999, Vol. 11, pp. 291-314.
- [16] Kesen SE, Das SK, Gungor Z. A mixed integer programming formulation for scheduling of virtual manufacturing cells (VMCs), International Journal Advanced Manufacturing Technology, 2010, Vol. 47, pp. 665-678.
- [17] Kesen SE, Das SK, Gungor Z. A genetic algorithm based heuristic for scheduling of
- [1] Drolet J, Abdounour G, Rheault M. The cellular manufacturing evolution, Computers and Industrial Engineering, 1996, Vol. 31, pp. 139-142.
- [2] Wemmerlov U, Hery NL. Cellular manufacturing in the US industry: a survey of user, International Journal of Production Research, 1989, No. 9, Vol. 27, pp. 1511-1530.
- [3] Khilwani N, Ulutas BH, Islier AA, Tiwari MK. A methodology to design virtual cellular manufacturing systems, Journal of Intelligent Manufacturing, 2011, No. 4, Vol. 22, pp. 533-544.
- [4] Suresh NC, Slomp J, Kaparthi S. Sequence-dependent clustering of parts and machines: a fuzzy art neural network approach, International Journal of Production Research, 1999, No. 12, Vol. 37, pp. 2793-2816.
- [5] Slomp J, Chowdaryb BV, Suresh NC. Design of virtual manufacturing cells: a mathematical programming approach, International Journal of Robotics and Computer Integrated Manufacturing, 2005, Vol. 21, pp. 273-288.

- systems for SMEs, Logistics Information Management, 2000, No. 4, Vol. 13, pp. 228-242.
- [21] Nomden G, Zee DJ. Van Der. Virtual cellular manufacturing: configuring routing flexibility, International Journal of Production Economics, 2008, No. 1, Vol. 112, pp. 439-451.
- [22] Nomden G, Slomp J, Suresh NC. Virtual manufacturing cells: A taxonomy of past research and identification of future research issues, International Journal of Flexible Manufacturing Systems, 2006, No. 2, Vol. 17, pp. 71-92.
- virtual manufacturing cells (VMCs), International Journal of Computers & Operations Research, 2010, Vol. 37, pp. 1148-1156.
- [18] Hyer NL, Brown KA. The discipline of real cells, Journal of Operations Management, 1999, No. 5, Vol. 17, pp. 557-574.
- [19] Suresh NC, Slomp J. Performance comparison of virtual cellular manufacturing with functional cellular layouts in DRC settings, International Journal of Production Research, 2005, No. 5, Vol. 43, pp. 945-979.
- [20] Subash Babu A, Nandurkar KN, Thomas A. Development of virtual cellular manufacturing