International Journal of Industrial Engineering & Production Management (2016)
September 2016, Volume 27, Number 3
pp. 463-477

http://IJIEPM.iust.ac.ir/

Minimizing Total Weighted Tardiness and Delivery Cost for an Integrated Production and Distribution Scheduling Model in Supply Chain

Seyed Reza Rezaei, Seyed Reza Hejazi & Morteza Rasti-Barzoki*

Seyed Reza Rezaei, *Department of Industrial & Systems Engineering, Isfahan University of Technology*
Seyed Reza Hejazi, *Department of Industrial & Systems Engineering, Isfahan University of Technology*
Morteza Rasti-Barzoki, *Department of Industrial & Systems Engineering, Isfahan University of Technology*

Keywords

Supply chain scheduling, Integer programming, Batch delivery and Total weighted tardiness

ABSTRACT

In this paper, integrated production and batch delivery scheduling problem for make to order production system and one customer in supply chain has been addressed. One manufacture received n orders from one customer. Orders must be processed by single machine and sent in batches to customer. Sending several jobs as a batch lead to less transportation cost but may increase the cost of tardiness jobs. The objective is determining the production and delivery scheduling so that the related costs is minimized. The problem is strongly NP-hard. In this paper, two new math programming models including Mixed Integer Non Linear Programming (MINLP) and Mixed Integer Programming (MIP) models and a Heuristic Algorithm (HA) are presented for solving it. In order to evaluate the efficiency of these three methods computational tests based on full factorial experimental design was conducted. Computational test is performed for evaluation of these three methods. The obtained results show that the heuristic algorithm is efficient. For determine efficiency, Analysis of variance (ANOVA) technique was used. The results showed that the HA is the most efficient method.

© 2016 IUST Publication, IJIEPM Vol. 27, No. 3, All Rights Reserved

نشـــریه بین المللـــی مهنـــدسی صنـــایع و مدیـــــریت تولیـــد

شمـــاره ۳، جلـــد ۲۷، پاییز ۱۳۹۵

صفحـــه ۴۷۷-۴۶۴

نشریه بین المللی مهندسی صنایع و مدیریت تولید دانشگاه علم و صنعت ایران

ISSN: 2008-4870

http://IJIEPM.iust.ac.ir/

کمینه کردن مجموع وزنی تاخیرکارها و هزینه ارسال برای مدل زمانبندی یکپارچه تولید و توزیع در زنجیره تامین

سید رضا رضایی، سید رضا حجازی، مرتضی راستی برزکی*

کلمات کلیدی

زمانبندی زنجیره تامین، برنامه‌ریزی عددصحیح، ارسال دسته‌ای، مجموع وزنی تاخیر

چکیده:

در این مقاله مساله یکپارچه زمانبندی تولید و توزیع سفارش‌ها در حالت تک مشتری برای سیستم تولیدی "تولید برای سفارش" در یک زنجیره تامین مورد بررسی قرار گرفته است. یک تولید کننده n سفارش از یک مشتری دریافت می‌کند. سفارشات لازم است توسط یک ماشین پردازش و در قالب دسته‌هایی به مشتری ارسال شود. ارسال دسته‌ای سفارش‌ها منجر به کاهش هزینه های ارسال می شود اما ممکن است موجب افزایش تاخیر بعضی از سفارش‌ها گردد. هدف تعیین توالی پردازش کارها و تعیین دسته‌بندی آن‌ها برای ارسال است به طوری که مجموع وزنی تاخیر کارها و هزینه‌های ارسال کمینه شود. مساله به طور قوی **NP-hard** است. در این مقاله، دو مدل برنامه ریزی ریاضی جدید شامل مدل غیرخطی مختلط و مدل خطی مختلط و همچنین یک روش ابتکاری جدید برای حل مساله مذکور ارایه شده است. به منظور بررسی کارایی این سه روش، تست های محاسباتی با رویکرد طراحی آزمایش ها به صورت کامل انجام و تحلیل نتایج با به کارگیری تکنیک آنالیز واریانس صورت گرفته است. نتایج تست محاسباتی، کارایی روش ابتکاری را نشان می دهد. همچنین وضعیت عملکرد روش ابتکاری برای گروه های مختلف و پارامترهای مساله مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفته است.

۱. مقدمه

مدیریت زنجیره تامین(SCM[1]) یکی از موضوعات بسیار مهمی است که هم از نظر تئوری و هم از جنبه کاربردی سال ها مورد توجه محققین قرار گرفته است و باتوجه به گستردگی و تنوع موضوع هم اکنون نیز تحقیقات بسیاری را به خود اختصاص داده است [۱]. اما موضوع زمانبندی زنجیره تامین از موضوعات نسبتاً جدیدی است که اهم تحقیقات آن مربوط به سال‌های بعد از ۲۰۰۰ میلادی می باشد [۲].

تاریخ وصول: ۹۲/۰۳/۱۳

تاریخ تصویب: ۹۴/۰۴/۰۶

سید رضا رضایی، دانشجوی ارشد، دانشکده مهندسی صنایع و سیستم‌ها، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان، sr.rezaei@in.iut.ac.ir

سید رضا حجازی، دانشیار، دانشکده مهندسی صنایع و سیستم‌ها، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان، rehejazi@cc.iut.ac.ir

*نویسنده مسئول مقاله: **دکتر مرتضی راستی برزکی**، استادیار، دانشکده مهندسی صنایع و سیستم‌ها، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان، rasti@cc.iut.ac.ir

در سه دهه گذشته، تحقیقات زیادی بر روی مدل‌های یکپارچه تولید و توزیع صورت گرفته است و مقالات مروری زیادی نظیر سارمنتو و نقی [۳]، ارنگوس و همکارانش [۴]، گوتسچالک و همکارانش [۵]، بیلگن و اوخاهان [۶]، چن [۷] در خصوص چنین مدل‌هایی وجود دارد. به طور خاص موضوع زمانبندی یکپارچه تولید و توزیع نیز یکی از موضوعات مهمی است که پس از ارایه مقاله هال و پاتس [۸] در سال ۲۰۰۳ تحقیقات زیادی را به خود اختصاص داده است. چن [۹] در سال ۲۰۱۰ مطالعه مروری مناسبی را در این زمینه ارایه کرده است که بررسی آن تحقیق، این موضوع را به خوبی نشان می دهد. تولید و توزیع دو جز مهم یک زنجیره تامین را شامل می شوند؛ بنابراین هماهنگی برنامه ریزی تولید و ارسال یکی از مسائل مهم زمانبندی زنجیره تامین می‌باشد. در مسائل کلاسیک زمانبندی به هماهنگی با واحد حمل و نقل و در نظر گرفتن شرایط ارسال توجهی نشده است و تصمیمات مربوط به زمان‌بندی تولید و برنامه‌ریزی ارسال به طور جداگانه انجام می‌شود[۱۰]؛ در حالی که، اتخاذ

تصمیمات یکپارچه تولید و توزیع که نگرش جامع‌تر این موضوع است، کاهش هزینه‌ها و افزایش سودآوری مرتبط با سیستم تولیدی و بهبود سطح سرویس و سطح رضایتمندی مشتری را به همراه دارد. یکی از مهمترین شاخص‌ها جهت رضایت مشتری نهائی، عملکرد تحویل کالا یا خدمات ارائه داده شده است.

تحقیقات و یافته‌های جدید نیز نشان می‌دهد که عملکرد تحویل یکی از مهمترین دغدغه‌های مدیران در زنجیره تامین است [۱۱]. تحویل به موقع است که عدم برآورده شدن آن به عنوان تاخیر شناخته می شود زمانی مطرح می شود که تولیدکننده نتواند خدمت یا کالایی را در زمان (یا بازه زمانی) توافق شده با مشتری ارائه نماید [۱۲]. مدل های یکپارچه زمانبندی تولید و توزیع با توجه به هزینه های تاخیر و هزینه های زیاد لجستیک بسیار حائز اهمیت می باشند چن و واراکتاراکیس [۱۲] و پاندور و چن [۱۳] نشان داده‌اند که در مدل‌هایی که آنها بررسی نموده‌اند، سود قابل توجهی در اخذ تصمیمات یکپارچه می‌تواند وجود داشته باشد. هال و پاتس [۱۴]، نشان دادند که یکپارچگی تولید و توزیع، میتواند هزینه‌های کلی سیستم را بسته به هدف زمانبندی،٪۲۰، ٪۲۵ و حتی بیشتر کاهش دهد. اسلوتنیک و سوبل اشاره کرده اند که هزینه های مرتبط با تاخیر در صنعت هوافضا می تواند تا نزدیک یک میلیون دلار در روز برای تامین کنندگان قطعات هواپیماسازی باشد [۱۵]. همچنین بررسی توماس و گریفین نشان داده است که بیش از ٪۱۱ تولید خالص ملی آمریکا صرف هزینه های حمل و نقل می شود و هزینه های لجستیک بیش از ٪۳۰ هزینه کالاهای فروخته شده را تشکیل می دهد [۱۶].

مسئله کمینه کردن مجموع وزنی تاخیر کارها یکی از مسائل مهم تئوری و کاربردی می باشد [۱۷] که سال‌ها مورد توجه محققین قرار گرفته و تاکنون تحقیقات بسیار زیادی در این زمینه انجام شده است [۱۸]. در سال ۱۹۶۹، ایمون [۱۹] اصول غلبه‌ای را ارائه داد که یکی از شاخص‌ترین توسعه مفهومی برای این مسئله است که تاکنون ارائه شده است. لاور[۲۰] در سال ۱۹۷۷ و لنسترا و همکارانش [۲۱] در دو تحقیق مجزا NP-Hard بودن مسئله مجموع تاخیر کارها را از جنبه پیچیدگی زمانی نشان دادند. چارژه و بیکر [۲۲] در سال ۱۹۷۸ یک الگوریتم برنامه ریزی پویای و پاتس و واسنهوز [۲۳] با ارائه یک الگوریتم شاخه و کران توانستند اولین الگوریتم های دقیق را برای مسئله مجموع تاخیرکارها را ارائه دهند. سال ۱۹۹۰، فرنچ [۲۴] مسئله کمینه کردن مجموع وزنی تاخیرکارها (تعمیم یافته مسئله $1//\sum T_j$) را یکی از مشهورترین مسئله بهینه‌سازی ترکیبی در تئوری زمانبندی معرفی کرد و علامت اختصاری SMTWTP[۲] را برای بیان مسئله استفاده کرد؛ همچنین نمایش اختصاری مساله مذکور بر اساس علامت گذاری فرنچ به صورت $n/1/\sum W_jT_j$ است. بعد از سال ۱۹۹۰به دلیل پیچیدگی حل SMTWTP حجم گسترده‌ای از تحقیقات روی الگوریتم‌های فراابتکاری فراوانی نظیر الگوریتم تبرید[۳] (ماتسو ۱۹۸۹ [۲۵]، پاتس و واسنهوز ۱۹۹۱ [۲۳]، کراول ۱۹۹۸ [۲۶])، الگوریتم ژنتیک[۴] (کراول ۱۹۹۸ [۲۶]، کلوگوز ۲۰۰۸ [۲۷])، الگوریتم جستجوی ممنوعه[۵] (کراول ۱۹۹۸[۲۶]، بیلژ ۲۰۰۷ [۲۸])، الگوریتم بهینه سازی مورچگان[۶] (باور ۱۹۹۹[۲۹])، الگوریتم بهینه سازی انبوه ذرات[۷] (تاسگترین۲۰۰۶ [۳۰])، الگوریتم جستجوی همسایگی[۸] (ونگ و تانگ ۲۰۰۹ [۳۱]) و الگوریتم ترکیبی ابتکاری و فراابتکاری (آندراس نراچو ۲۰۱۳[۳۲]) تمرکز یافته‌اند. در مقاله حاضر، تابع هدف SMTWTP بعنوان هدف زمانبندی تولید در یکپارچگی انتخاب شده است. دسته‌بندی به منظور کاهش هزینه‌های ارسال به مشتری صورت می‌گیرد؛ بدین ترتیب که یک دسته شامل کارهایی است که یکدفعه و با یکدیگر توسط یک وسیله ارسال می‌شوند. گسترش این نوع از مسائل موضوع مهمی است که اخیراً مورد توجه محققین زنجیره تامین واقع شده است. این دسته از مسائل در ادبیات موضوع به ارسال دسته‌ای[۹] معروف شده است. در سال ۱۹۹۳ اولین مقاله با در نظر گرفتن هزینه حمل و نقل برای ارسال دسته‌ها توسط چنگ و کالباچر [۳۳] ارائه شد؛ آن‌ها مسئله $1//V\ (\infty,\infty)\ , direct/1/\sum E_j + TC$ را بررسی نمودند؛ در این مورد نیز اغلب مقالات مرتبط با روش ارسال مستقیم ارجاعی به این مقاله دارند. از سال ۱۹۹۳ تا سال ۲۰۱۲ بیش از ۴۵ مقاله در این زمینه منتشر شده است که بیانگر گسترش و اهمیت این دسته از مسائل است که اخیراً مورد توجه محققین در بحث زنجیره تامین واقع شده است [۳۴]. در این مطالعه ارسال مستقیم سفارشات به هر مشتری بررسی می شود. تابع هزینه ارسال بصورت یک رابطه خطی بین تعداد دفعات ارسال و هزینه هر بار ارسال تعریف می شود.

به نظر می‌رسد اولین مقاله در زمینه مسائل تولید و توزیع یکپارچه مسئله $1/r_j/V\ (\infty,1)\ , iid/n/D_{max}$ باشد که در سال ۱۹۸۰ توسط پاتس [۳۵] ارائه شد. این تحقیق با در نظر گرفتن زمان حمل و نقل اما بدون ظرفیت یا هزینه ارسال می‌باشد. اغلب مقالات IPODS با روش ارسال تکی و فوری به مقاله پاتس اشاره دارند. در سال ۱۹۹۳ اولین مقاله با در نظر گرفتن هزینه حمل و نقل برای ارسال دسته‌ها توسط چنگ و کالباچر [۳۳] ارائه شد؛ آن‌ها مسئله $1//V\ (\infty,\infty)\ , direct/1/\sum E_j + TC$ را بررسی نمودند. تنها مطالعه موجود در زمینه یکپارچگی تولید و توزیع با محوریت تاخیر مربوط به پاتس [۳۶] در سال ۲۰۰۵ است که برای اولین بار در زمینه مسائل IPODS

تابع هدف تاخیر را محور بخش زمانبندی تولید قرار داد و آن را با مفهوم زمانبندی ارسال دسته ای ترکیب کرد و برای مسئله $1//V\ (\infty,\infty)\ ,direct/1/\sum T_j + TC$ یک الگوریتم برنامه‌ریزی پویا (DP[۱۰]) شبه چند جمله‌ای ارائه داد. در این مقاله محور بحث حالت تعمیم یافته مسئله پاتس یعنی $1/S/V\ (\infty,\infty)\ ,direct/1/\sum W_j T_j + TC$ است که ترکیب مسئله SMTWTP و ارسال دسته‌ای می باشد.

ساختار این مقاله بدین صورت است که پس از تعریف مساله، در بخش دوم تعریف علائم در بخش سوم مدل غیرخطی مختلط[۱۱] آورده شده است. در بخش چهارم مدل خطی مختلط[۱۲] آورده شده است. در بخش پنجم یک روش ابتکاری ارایه می شود. انجام تست های محاسباتی به منظور مقایسه سه رویکرد به ترتیب در بخش های ششم و هفتم آورده شده است. جمع بندی به همراه ارایه پیشنهاداتی جهت کارهای آتی نیز در بخش پایانی مقاله می‌باشد.

۲. تعریف مسئله

یک مسئله زمانبندی زنجیره تامین را در نظر بگیرید که در آن n کار توسط یک مشتری سفارش داده می‌شود. زمان پردازش کار jام p_j و موعد تحویل آن d_j می‌باشد. به منظور کاهش هزینه‌های ارسال می‌توان کارهای پردازش شده را دسته‌بندی نمود و تمام کارهای یک دسته را با یک وسیله و با هزینه θ (مستقل از حجم و تعداد کارها) ارسال نمود. فرض می‌شود به تعداد کافی وسیله وجود دارد. همچنین، برای سادگی فرض می‌شود تحویل دسته به مشتری در زمان ارسال صورت می‌گیرد. به عبارت دیگر زمان تحویل هر سفارش به مشتری، برابر زمان تکمیل دسته‌ای است که آن سفارش با آن دسته فرستاده می‌شود. هدف کمینه‌سازی مجموع وزنی تاخیر کارها و هزینه‌های ارسال است.

به منظور تطابق بیشتر با دنیای واقعی، برای هر دسته یک زمان آماده سازی در نظر گرفته می‌شود. استینر و ژانگ در تحقیقات خود اشاره کرده اند که استفاده از این نوع زمان آماده سازی بسیار واقعی تر و عملی تر است و تحقیقات کاربردی تر می‌شوند [۳۷]. نمونه هایی از کاربرد زمان آماده سازی برای هر دسته که موضوع ارسال هم در آن وجود دارد در مطالعات هاچمن و لاندی [۳۸] و نیز لینگ و چنگ [۳۹] ارایه شده است. به عنوان مثال می توان به زمان‌های مورد نیاز جهت بسته بندی سفارشات اشاره نمود که در آن بجز زمان پردازش سفارشات زمانی هم برای آماده سازی پالت یا انتقال بسته باید منظور نمود. همچنین نمونه‌های دیگری از کاربرد آن در سیستم های بارگیری است که زمانی صرف انتقال بسته ها می شود. لازم به ذکر است جهت محاسبه زمان تکمیل هر دسته باید زمان تکمیل پردازش کارهای موجود در آن دسته را با یک زمان آماده سازی جمع نمود (تفاوتی در اینکه زمان آماده سازی در کجای دسته در نظر گرفته شود وجود ندارد زیرا زمان تکمیل دسته برابر مجموع زمان های مذکور است و زمان تکمیل هر کار برابر زمان تکمیل دسته مربوطه می‌باشد) [۳۴].

بر اساس نمایش اختصاری پیشنهاد شده توسط چن [۴] نمایش اختصاری این مساله به صورت $1/s/V\ (\infty,\infty), direct/1/\sum_{j=1}^{n} w_j T_j + \theta B$ است که در آن $\sum_{j=1}^{n} w_j T_j$ مجموع وزنی تاخیر کارها و θB کل هزینه ارسال است.

این مساله بدون در نظر گرفتن وزن کارها و زمان آماده سازی برای هر دسته در سال ۲۰۰۵ توسط هال و پاتس معرفی شده است [۴۰] در مقاله حاضر دو روش برنامه‌ریزی خطی و یک روش ابتکاری برای حل مساله $1/s/V\ (\infty,\infty), direct/1/\sum_{j=1}^{n} w_j u_j + \theta B$ (که توسعه‌ای بر مساله هال و پاتس است) ارایه و نتایج حاصل با یکدیگر مقایسه شده است.

۲-۱. فرضیات مساله

- سیستم تولیدی تک ماشین است،
- یک مشتری وجود دارد،
- نحوه ارسال مستقیم و دسته ای است،
- برای هر دسته یک زمان آماده سازی منظور می شود،
- برای هر دسته یک هزینه ارسال مستقل از حجم و تعداد کارهای آن دسته منظور می شود،
- موعد تحویل کارها مختلف و مشخص است (برای هر کار یک موعد تحویل)،
- زمان های پردازش برای هر کار مشخص است
- انقطاع کارها مجاز نیست،
- کلیه کارها در زمان صفر در دسترس هستند،
- کار تکمیل شده در یک دسته، تا زمان تکمیل تمام کارهای متعلق به ان دسته برای ارسال منتظر می‌ماند.

۲-۲. پیچیدگی مساله

واضح است مسائلی که علاوه بر اهداف معمول زمانبندی و توالی، هزینه‌های ارسال را نیز در نظر می‌گیرند پیچیده‌تر از مسائل کلاسیک هستند. بدلیل این که اگر فرض شود که هزینه ارسال بسیار بزرگ باشد در این صورت تمام کارها باید در یک دسته ارسال شود یعنی تعداد دسته ها، یک خواهد بود و مسئله ارسال دسته‌ای به مسئله کلاسیک زمانبندی کاهش می‌یابد. مساله $\sum_{j=1}^{n} w_j T_j$، به طور قوی NP-hard[۱۳] است [۴۱]. بنابراین، مساله $1/s/V\ (\infty,\infty), direct/1/\sum_{j=1}^{n} w_j T_j + \theta B$ نیز به طور قوی NP-hard است.

۲-۳. علایم اصلی

جدول ۱. تعریف علائم مورد استفاده در برنامه‌ریزی عددصحیح

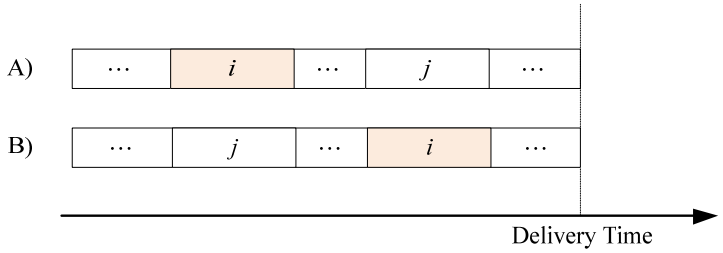
پارامتر	تعریف
j	اندیس سفارشات (کارها) $(\boldsymbol{j = 1, 2, \dots, n})$
n	تعداد کل سفارشات
S	زمان آماده سازی دسته های مربوط به مشتری $\boldsymbol{k}$
θ	هزینه هر بار ارسال
B	تعداد دسته ها (متغیر تصمیم)
p_j	زمان پردازش کار jام
w_j	وزن (جریمه) دیرکرد کار $\boldsymbol{j}$ام
T_j	تاخیر کار $\boldsymbol{j}$ام (متغیر تصمیم)
y_b	یک اگر دسته bام خالی نباشد؛ صفر در غیر اینصورت (متغیر تصمیم)
C_b	زمان تکمیل دسته bام (متغیر تصمیم)
d_j	موعد تحویل کار jام
M	یک عدد بزرگ
x_{jb}	یک اگر کار $\boldsymbol{j}$ متعلق به دسته bام باشد؛ صفر در غیر اینصورت (متغیر تصمیم)
D_j	زمان ارسال کار jام
P	مجموع زمان پردازش تمام کارها

۳. ویژگی‌های جواب بهینه

قبل از مدل سازی بهتر است به بررسی ویژگی های جواب بهینه بپردازیم. بررسی ساختار جواب بهینه باعث کاهش فضای جستجو و ارایه روش های کاراتری اعم از روش های دقیق و ابتکاری برای مساله می شود. قضایای زیر ویژگی های خاص مساله مذکور را نشان می دهند:

قضیه ۱: برای مساله $1/s/V\ (\infty,\infty), direct/1/\ \sum_{j=1}^{n} T_j W_j + \theta B$ ترتیب (توالی) کارها در یک دسته در تابع هدف تاثیری ندارد.

اثبات: با توجه به قاعده جابجایی جفت های مجاور (شکل ۱) و تعریف تاخیر هر یک از کارها در سیستم ارسال دسته‌ای $(T_j = max\{0, D_j - d_j\})$، اثبات قضیه یک بدیهی می‌باشد.



شکل ۱. نمایش شماتیک جابجایی کارها در یک دسته

قضیه ۲: برای مساله $1/s/V\ (\infty,\infty), direct/1/\ \sum_{j=1}^{n} w_j T_j + \theta B$ جواب بهینه‌ای وجود دارد که در آن توالی کارهای به موقع، به ترتیب افزایش موعد تحویل (EDD[۱۴]) می‌باشد.

اثبات: (بوسیله قاعده جابجایی جفت های مجاور).

قضیه ۳: برای مساله $1/s/V\ (\infty,\infty), direct/1/\ \sum_{j=1}^{n} w_j T_j + \theta B$ جواب بهینه‌ای وجود دارد که کار i قبل از کار j قرار می گیرد اگر یکی از سه شرط زیر برقرار باشد:

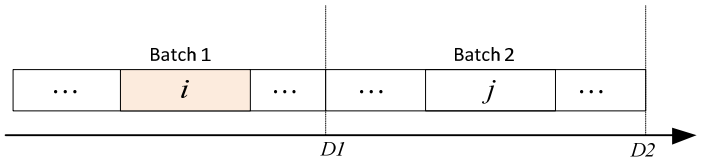
$(a)\ p_i \le p_j\ , w_i \ge w_j\ and\ d_i \le max\{d_j, \sum_{h\in B_j} p_h + p_j\}$

$(b)\ w_i \ge w_j\ , d_i \le d_j\ and\ d_i \ge \sum_{h\in J-A_i} p_h - p_j$

$$(c)\ d_j \geq \sum_{h \in J - A_i} p_h$$

A_h و B_h بترتیب نشان دهنده مجموعه‌ای از کارهایی است که بعد و قبل از کار h در یک حل بهینه قرار می‌گیرند [۱۹].

اثبات: قضیه سوم را ایمون [۱۹] برای مسئله SMTWTP به صورت کامل ثابت کرده است، البته در این بخش نشان داده می‌شود که قضیه مذکور برای مسئله $1/s/V\ (\infty,\infty), direct/1/\sum_{j=1}^{n} w_j T_j + \theta B$ نیز قابل تعمیم است. برای اثبات این قضیه سه حالت ممکن برای کار i و j در ارسال دسته‌ای را بررسی می‌کنیم:



شکل ۲. نمایش وضعیت زمانبندی کار i و j نسبت به یکدیگر

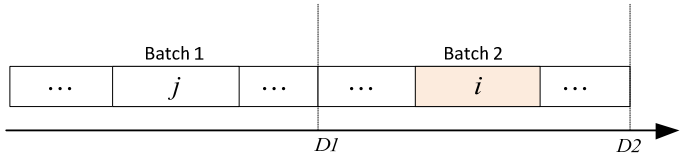
حالت سوم: اگر کار i و j در دو دسته جداگانه قرار گیرند ولی کار i در دسته دوم قرار گیرد. با در نظر گرفتن تعریف تاخیر در مسائل کلاسیک و ارسال دسته‌ای (جدول ۲) می‌توان گفت توالی بهینه‌ای در زمانبندی کارها یافت می‌شود که در آن کار i قبل از کار j قرار می‌گیرد یعنی با جابجایی کار i و j تابع هدف مسئله بهبود می‌یابد که با فرض قضیه در تناقض است.

حالت اول: اگر کار i و j در یک دسته قرار گیرند جابجایی کار i و j در یک دسته تاثیری بر مقدار تابع هدف ندارد(همان قضیه یک). بنابراین ویژگی بیان شده ایمون برای SMTWTP در مسئله $1/s/V\ (\infty,\infty), direct/1/\sum_{j=1}^{n} w_j T_j + \theta B$ نیز صادق است.

حالت دوم: اگر کار i و j در دو دسته جداگانه قرار گیرند و فرض کنیم کار i در دسته یک قرار گیرد بازهم کار i از لحاظ توالی، زودتر از کار j پردازش می‌شود و بنابراین ویژگی یاد شده صادق است.

جدول ۲. تعریف تاخیر در مسائل کلاسیک و مسائل ارسال دسته‌ای

Classic problems	Batch Delivery problems
$T_j = max\{0, C_j - d_j\}$	$T_j = max\{0, D_j - d_j\}, D_j \geq C_j$



شکل ۳. نمایش وضعیت زمانبندی کار i و j نسبت به یکدیگر

۴. مدل غیرخطی مختلط

در این بخش در ابتدا مدل غیرخطی مختلط مسئله $1/s/V\ (\infty,\infty), direct/1/\sum_{j=1}^{n} w_j T_j + \theta B$ ارایه می‌شود:

$$Minimize \quad \sum_{j=1}^{n} W_j T_j + \theta\, B \qquad (۱)$$

$$Subject\ to: \quad T_j = D_j - d_j \qquad j = 1,2,\dots,n \qquad (۲)$$

$$\sum_{b=1}^{n} x_{jb} = 1 \qquad j = 1,2,\dots,n \qquad (۳)$$

$$C_b = C_{b-1} + \sum_{j=1}^{n} p_j x_{jb} + S y_b \qquad b = 1,2,\dots,n \qquad (۴)$$

$$C_0 = 0 \qquad (۵)$$

$$D_j \geq C_b x_{jb} \qquad b = 1,2,\dots,n\ ;\ j = 1,2,\dots,n \qquad (۶)$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{jb} \leq M y_b \qquad b = 1,2,\dots,n \qquad (۷)$$

$$B = \sum_{b=1}^{n} y_b \quad (۸)$$

$$C_b \geq 0 \qquad b = 1,2,\dots,n \quad (۹)$$

$$x_{jb} \epsilon \{0,1\} \qquad b = 1,2,\dots,n \; ; \; j = 1,2,\dots,n \quad (۱۰)$$

$$y_b \epsilon \{0,1\} \qquad b = 1,2,\dots,n \quad (۱۱)$$

$$T_j > 0 \qquad j = 1,2,\dots,n \quad (۱۲)$$

$$B \geq 0 \qquad Integer \quad (۱۳)$$

تابع هدف شامل کمینه کردن مجموع هزینه های تاخیر و ارسال است که در رابطه ۱ نشان داده شده است. رابطه ۲ مقدار تاخیر هر کار را محاسبه می‌کند. رابطه ۳ نشان می‌دهد که هر کار باید فقط به یک دسته اختصاص یابد. رابطه ۴، زمان تکمیل پردازش یک دسته را با درنظر گرفتن زمان آماده سازی محاسبه می‌کند. مقدار اولیه متغیر زمان تکمیل دسته (C_0) در رابطه ۵ آورده شده است. رابطه ۶ زمان ارسال هر کار را با استفاده از زمان تکمیل دسته‌ای که آن کار متعلق به آن دسته است، را محاسبه می‌کند. رابطه ۸ و ۹ تعداد دسته های بهینه مسئله را با استفاده از متغیر y_b مشخص می‌کند. روابط ۱۰ تا ۱۳ نیز وضعیت متغیرهای مدل را نشان می دهند.

۵. مدل خطی مختلط

برای مدل خطی مختلط، مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح غیرخطی مختلط (MINLP) را به شکل جدیدی بازنویسی می‌کنیم که ایده آن مبتنی بر خطی کردن مدل می‌باشد. این بازنویسی از یک طرف نباید تعداد متغیرها و محدودیت ها را افزایش دهد و از طرف دیگر با کارایی حل مساله را از جهت زمان حل و درصد جواب بهینه نسبت به مدل MINLP بصورت چشمگیری افزایش دهد؛ بنابراین، در این بخش، یک برنامه ریزی عدد صحیح مختلط جدید برای مساله مذکور ارائه می‌شود.

$$Minimize \quad \sum_{j=1}^{n} W_j T_j + \theta \mathrm{B} \quad (۱۴)$$

$$Subject\ to: \quad T_j = D_j - d_j \qquad j = 1,2,\dots,n \quad (۱۵)$$

$$\sum_{b=1}^{n} x_{jb} = 1 \qquad j = 1,2,\dots,n \quad (۱۶)$$

$$C_b = C_{b-1} + \sum_{j=1}^{n} p_j x_{jb} + S y_b \qquad b = 1,2,\dots,n \quad (۱۷)$$

$$C_0 = 0 \quad (۱۸)$$

$$D_j \geq C_b - M(1 - x_{jb}) \qquad b = 1,2,\dots,n \; ; \; j = 1,2,\dots,n \quad (۱۹)$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{jb} \leq M y_b \qquad b = 1,2,\dots,n \quad (۲۰)$$

$$B = \sum_{b=1}^{n} y_b \quad (۲۱)$$

$$C_b \geq 0 \qquad b = 1,2,\dots,n \quad (۲۲)$$

$$x_{jb} \epsilon \{0,1\} \qquad b = 1,2,\dots,n \; ; \; j = 1,2,\dots,n \quad (۲۳)$$

$$y_b \epsilon \{0,1\} \qquad b = 1,2,\dots,n \quad (۲۴)$$

$$T_j > 0 \qquad j = 1,2,\dots,n \quad (۲۵)$$

$$B \geq 0 \qquad Integer \quad (۲۶)$$

در این مدل روابط ۱۴ الی ۲۶ مشابه مدل غیر خطی مختلط تعریف می‌شود. مهمترین ایده در این مدل تبدیل رابطه غیر خطی ۶ مدل MINLP به رابطه خطی ۱۹ می‌باشد که ایده آن به طور کامل در جدول ۳ مشاهده می‌شود.

جدول ۳. سیاست تعیین توالی کارها در شروع الگوریتم

مدل	نوع رابطه	محدودیت	وضعیت متغیر	نتیجه اعمال مقدار متغیر در محدودیت
MIP	Linear	$D_j \geq C_b - M(1 - x_{jb})$	$if\ x_{jb} = 0$	$D_j \geq C_b - M\ or\ D_j \geq 0$
			$if\ x_{jb} = 1$	$D_j \geq C_b$
MINLP	Non Linear	$D_j \geq C_b x_{jb}$	$if\ x_{jb} = 0$	$D_j \geq 0$
			$if\ x_{jb} = 1$	$D_j \geq C_b$

۶ الگوریتم ابتکاری

در این جا یک روش ابتکاری معرفی می‌شود که بر اساس آن می‌توان جواب‌های نزدیک بهینه‌ای را با انتخاب چند نوع سیاست در نقطه شروع پیدا نمود. منظور از سیاست یک روش برای تعیین توالی کارها (در ابتدای الگوریتم) می‌باشد. الگوریتم مورد نظر می‌تواند از نقاط شروع متفاوتی که از روش‌های گوناگونی (سیاست‌های مختلف) به دست می‌آید شروع شود و بر اساس آن سیاست‌ها تا یافتن جواب نزدیک بهینه ادامه پیدا کند. با توجه به توضیحات بالا الگوریتم ابتکاری مورد نظر دارای گام های زیر می‌باشد:

۱. تمام کارها را در مجموعه J قرار دهید و $C_b = 0, P = \sum_{j=1}^{n} p_j, i = 0, b = 0$

۲. سیاستbام تعیین توالی کارها را محاسبه نمایید و $b = b + 1$ (جدول ۴).

۳. برای دسته B_i متغیرهای $D = D + s$، $T_i = 0$، $i =$، $S = 0,$ $i + 1$ تعریف کنید.

۴. مقدار V_jرا برای ماکزیمم مقدار ρ از سیاستbام برای مجموعه کارهای موجود در J محاسبه نمایید. $V_j = w_j \times max\{0, D + T_i + p_j - d_j\}$

۵. کار j را در دسته B_i ام قرار دهید و $T_i = p_j + T_i$ و $S = S + V_j$ محاسبه و کارjام را از مجموعه J حذف نمایید.

۶. اگر شرط $S \leq \theta$ برقرار نبود دسته B_i ام را ببندید و گرنه گام سوم تا گام پنجم را آن قدر تکرار نمایید تا دسته‌ای به دست آید که مجموع وزنی تاخیرها به هزینه ارسال برسد.

۷. اگر $J = \emptyset$شد متوقف شوید و مقدار $C_b + S + \theta$ را بعنوان جواب الگوریتم ابتکاری سیاست bام اعلام نمایید و به گام هشتم بروید در غیر این صورت $C_b = C_b + S + \theta$ و $D = T_i + D$و به گام سوم برگردید.

۸. اگر $b = 4$ شد متوقف شوید و مینمم مقدار C_b را بعنوان جواب نهایی الگوریتم ابتکاری اعلام نمایید در غیر این صورت به گام یک بروید.

جدول ۴. سیاست تعیین توالی کارها در شروع الگوریتم

سیاست ۱	سیاست ۲	سیاست ۳	سیاست ۴
$\rho_j = \frac{(P - d_j \times w_j)}{p_j}$	$\rho_j = \frac{(P - d_j \times {w_j}^2)}{p_j \times (max(w_i) + 1 - w_j)}$	$\rho_j = (P - d_j \times w_j)$	EDD[۱۵]

۱.۶ پیچیدگی الگوریتم ابتکاری

پیچیدگی گام های ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷ و ۸، $O(n)$ است. پیچیدگی محاسباتی گام ۴ $O(n^2)$ می‌باشد؛ بنابراین، پیچیدگی الگوریتم ابتکاری از مجموع زمان های مذکور، $O(n^2)$ به دست می‌آید.

۷ نتایج محاسباتی

به منظور بررسی کارایی الگوریتم ارایه شده با توجه به عدم وجود داده‌های الگو برای اجرای مدل MINLP,MIP چهارده سولور مطابق جدول ۵ انتخاب شد که پس از تست های اولیه دو سولور برای مدل MINLP و سه سولور برای مدل MIP به دلیل کارایی بالا نسبت به مابقی سولور ها انتخاب شد و برای تست روش برنامه‌ریزی ریاضی در محیط GAMS 23.7 و روش ابتکاری در محیط MATLAB کدنویسی و اجرا شد. رایانه مورد استفاده دارای مشخصات CPU 3.40GHz, RAM 2GB, OS Windows 7 (64-bit) می‌باشد همچنین برای تولید مسئله در این مقاله از الگوی راستی و همکاران ([۴۲] و [۴۳]) استفاده شده است.

جدول ۵. سولورهای بکارگرفته شده در تست اولیه

Solvers for MINLP			Solvers for MIP		
No.	Solvers	Pre_Test Result	No.	Solvers	Pre_Test Result
1	DICOPT		1	CPLEX	*
2	COUENNE		2	XPRESS	*
3	BONMIN	*	3	BONMIN	
4	BARON	*	4	BARON	
5	KNITRO		5	MOSEK	
6	OQNLP		6	GLPK	
7	SBB		7	OSICPLEX	*
*Accpted for Final Test					

در این تست تعداد کارها ۱۴، ۱۲، ۱۰، ۸، ۶، ۴ انتخاب شدند. زمان های پردازش، زمان های آماده سازی و وزن کارها به صورت تصادفی در بازه های $[1,100]$، $[0,10]$ و $[1,100]$ تولید شدند. با توجه به تقابل بین هزینه ارسال و وزن کارها و به منظور بررسی اثر هزینه ارسال بر روی میزان سختی مساله، برای هر تعداد کار هزینه ارسال در سه بازه کوچک (رده[16] A)، متوسط(رده B) و بزرگ (رده C) به صورت تصادفی تولید شد. در رده های A، B و C هزینه ارسال به ترتیب در بازه های $[0,\overline{w}]$، $[0,\frac{n}{2}\overline{w}]$ و $[0,n\overline{w}]$ تولید شدند.

همچنین، با توجه به اینکه دیگر عامل[17] مهم تاثیر گذار بر سختی مساله موعد تحویل کارها می‌باشد برای هر رده، سه زیر رده[18] شامل زیر-رده های ۱، ۲ و ۳ در نظر گرفته شد. در زیر رده های ۱، ۲، ۳ و ۴ موعد تحویل به ترتیب در بازه های $[0,0.5P]$، $[0.5P,P]$، $[0,P]$ و $[0.5P,1.5P]$ تولید شدند. طراحی آزمایش ها با توجه به امکان وجود اثرات متقابل (که وجود آنرا تست‌های اولیه تایید کردند) به صورت طراحی کامل[19] انجام شد. جدول ۶ عوامل مورد مطالعه و سطوح مربوطه را نشان می‌دهد.

جدول ۶. عوامل مورد مطالعه و سطوح مربوط به آنها

Factor	Value	Level
Number of jobs	4,6, … ,14 jobs	4,6, … ,14
Batch delivery costs	$[0,\overline{w}]$	Low
	$[0,\frac{n}{2}\overline{w}]$	Medium
	$[0,n\overline{w}]$	High
Due dates	$[0,0.5P]$	Tight
	$[0.5P,P]$	Medium and narrow
	$[0,P]$	Medium and outspread
	$[0.5P,1.5P]$	Loose

برای هر تعداد کار در هر گروه، ۱۰ مساله به صورت تصادفی تولید و حل شدند؛ بنابراین، تعداد کل مسائل تولید شده برای ۱۲ گروه و ۷۲ (۱۲×۶) تیمار، ۷۲۰ (۱۰×۷۲) مساله می‌باشد. همچنین، یک محدودیت زمانی ۶۰۰ ثانیه‌ای برای حل هر مساله در نظر گرفته شد به طوری که اگر الگوریتم در محدودیت مذکور به پایان نرسد بالاجبار متوقف می‌شود. نتایج تست محاسباتی برای ۱۲ گروه و ۷۲ تیمار مذکور در جدول ۷ آورده شده است.

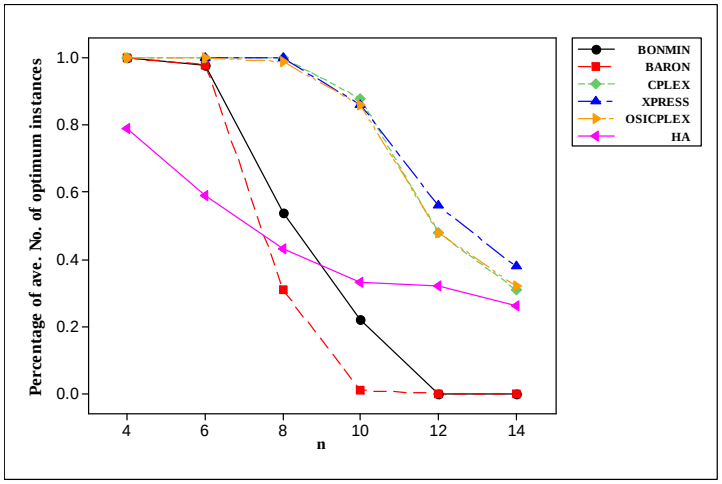
جدول ۷. نتیجه تست محاسباتی

			No. of optimum instances						*Avg. of running time (s)*						*((HA-Opt)/Opt)*100*		
			MINLP		MIP			*HA*	MINLP		MIP			*HA*			
Class	*Sub Class*	*n*	*BONMIN*	*BARON*	*CPLEX*	*XPRESS*	*OSICPLEX*	*HA*	*BONMIN*	*BARON*	*CPLEX*	*XPRESS*	*OSICPLEX*	*HA*	*Avg.*	*Min*	*Max*
1	1	4	10	10	10	10	10	7	6.4	1.1	0.6	0.7	0.6	0.058	0.4	0.0	3.0
		6	10	10	10	10	10	3	37.1	16.4	1.6	1.3	1.6	0.022	7.3	0.0	20.0

Class	Sub Class	n	No. of optimum instances						Avg. of running time (s)						((HA-Opt)/Opt)*100		
			MINLP		MIP			HA	MINLP		MIP			HA			
			BONMIN	BARON	CPLEX	XPRESS	OSICPLEX	HA	BONMIN	BARON	CPLEX	XPRESS	OSICPLEX	HA	Avg.	Min	Max
1	2	8	9	5	10	10	10	1	279.1	359.6	28.4	19.9	28.7	0.027	7.7	0.0	21.9
		10	0	0	8	7	7	0	-	-	277.8	196.8	279.5	-	6.8	0.3	16.7
		12	0	0	0	0	0	0	-	-	-	-	-	-	-	-	-
		14	0	0	0	0	0	0	-	-	-	-	-	-	-	-	-
		4	10	10	10	10	10	6	13.0	0.9	0.5	0.6	0.5	0.010	10.1	0.0	65.8
		6	10	10	10	10	10	4	231.5	18.3	1.0	1.1	1.1	0.016	10.2	0.0	32.5
		8	0	0	10	10	10	7	-	327.2	4.6	36.1	4.7	0.030	7.2	0.0	40.9
		10	0	0	10	10	10	4	-	-	72.9	20.3	53.7	0.039	13.3	0.0	43.4
		12	0	0	6	8	6	2	-	-	335.2	124.1	295.3	0.043	27.3	0.0	98.1
		14	0	0	1	3	1	1	-	-	582.1	185.2	590.3	0.053	12.3	0.0	36.8
1	3	4	10	10	10	10	10	7	8.0	1.1	0.5	0.7	0.6	0.018	9.7	0.0	53.2
		6	10	10	10	10	10	4	58.0	14.5	1.1	1.0	1.1	0.027	10.5	0.0	76.9
		8	6	6	10	10	10	1	296.8	266.0	4.6	4.5	4.6	0.059	33.7	0.0	96.3
		10	2	1	10	10	10	1	368.1	501.9	43.0	39.2	44.2	0.058	18.8	0.0	74.7
		12	0	0	2	3	3	0	-	-	162.5	271.3	303.9	-	54.3	12.7	139.1
		14	0	0	0	1	1	0	-	-	-	536.6	529.1	-	28.3	28.3	28.3
1	4	4	10	10	10	10	10	10	7.7	0.9	0.5	0.7	0.7	0.014	0.0	0.0	0.0
		6	10	10	10	10	10	10	28.2	8.8	0.6	0.7	0.6	0.022	0.0	0.0	0.0
		8	10	7	10	10	10	10	87.8	274.9	0.8	0.9	0.9	0.028	0.0	0.0	0.0
		10	7	0	10	10	10	10	47.0	-	1.4	1.0	1.5	0.032	0.0	0.0	0.0
		12	0	0	10	10	10	10	-	-	10.8	9.4	10.8	0.042	0.0	0.0	0.0
		14	0	0	10	10	10	9	-	-	4.1	1.9	3.9	0.053	1.3	0.0	12.8
2	1	4	10	10	10	10	10	8	5.6	1.0	0.5	0.6	0.6	0.016	0.1	0.0	0.7
		6	10	10	10	10	10	4	106.8	11.4	1.4	1.2	1.4	0.024	3.0	0.0	9.8
		8	6	3	10	10	10	1	168.5	286.8	26.7	18.2	26.4	0.026	3.7	0.0	7.5
		10	1	0	5	5	4	0	535.3	-	225.9	326.4	239.9	-	15.5	4.4	41.4
		12	0	0	0	0	0	0	-	-	-	-	-	-	-	-	-
		14	0	0	0	0	0	0	-	-	-	-	-	-	-	-	-
2	2	4	10	10	10	10	10	9	11.0	1.0	0.5	0.6	0.5	0.009	1.9	0.0	18.8
		6	9	9	10	10	10	9	163.6	12.2	0.8	0.8	0.8	0.015	5.1	0.0	51.1
		8	0	0	10	10	10	2	-	215.5	4.8	2.8	4.6	0.017	18.5	0.0	66.9
		10	0	0	10	10	10	4	-	-	47.3	43.7	48.4	0.022	20.4	0.0	120.2
		12	0	0	8	9	8	4	-	-	156.1	36.4	145.7	0.054	14.1	0.0	60.0
		14	0	0	1	5	1	1	-	-	125.6	148.8	375.5	0.044	45.4	0.0	102.7
2	3	4	10	10	10	10	10	8	7.4	1.0	0.5	0.6	0.5	0.009	3.3	0.0	26.0
		6	10	10	10	10	10	4	76.5	21.4	1.1	1.1	1.3	0.016	10.5	0.0	55.2
		8	4	3	10	10	10	1	438.2	317.8	8.8	5.3	8.8	0.021	11.6	0.0	27.1
		10	2	0	9	9	9	0	294.4	-	53.2	87.2	53.5	-	41.1	1.9	69.3
		12	0	0	3	5	4	0	-	-	247.8	369.0	322.1	-	32.2	13.9	59.7
		14	0	0	1	1	1	0	-	-	456.2	250.5	453.8	-	100.3	2.2	198.3
2	4	4	10	10	10	10	10	8	7.3	0.8	0.4	0.5	0.5	0.008	2.6	0.0	19.0
		6	10	10	10	10	10	10	27.3	6.8	0.5	0.6	0.5	0.012	0.0	0.0	0.0
		8	10	5	10	10	10	10	40.8	482.7	0.5	0.7	0.6	0.015	0.0	0.0	0.0
		10	8	0	10	10	10	10	43.2	-	1.0	0.9	1.1	0.023	0.0	0.0	0.0
		12	0	0	10	10	10	9	-	-	5.9	2.2	5.7	0.036	1.7	0.0	17.4
		14	0	0	10	10	10	10	-	-	5.0	1.9	4.9	0.042	0.0	0.0	0.0
3	1	4	10	10	10	10	10	7	4.2	1.1	0.5	0.6	0.5	0.012	3.2	0.0	18.4
		6	9	9	10	10	10	4	22.1	14.7	1.4	1.2	1.3	0.018	2.3	0.0	16.1
		8	9	0	10	10	9	2	270.1	-	42.9	40.0	42.5	0.026	3.8	0.0	8.2
		10	0	0	4	4	4	0	-	-	292.8	315.7	292.1	-	4.5	0.1	7.9
		12	0	0	0	0	0	0	-	-	-	-	-	-	-	-	-
		14	0	0	0	0	0	0	-	-	-	-	-	-	-	-	-
3	2	4	10	10	10	10	10	9	12.5	1.1	0.4	0.5	0.5	0.007	1.0	0.0	10.3
		6	10	10	10	10	10	6	235.9	101.9	0.9	1.0	0.9	0.012	7.7	0.0	32.8
		8	0	0	10	10	10	6	-	538.2	6.0	5.9	6.4	0.039	12.8	0.0	45.1

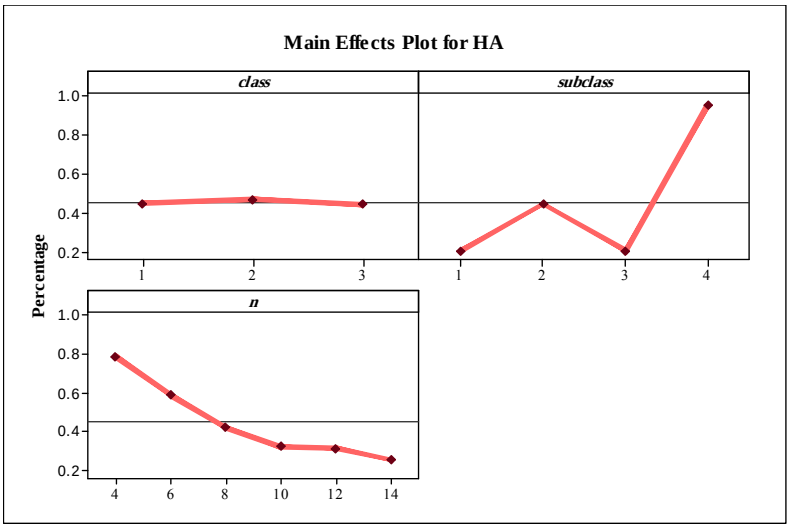
Class	Sub Class	n	No. of optimum instances						Avg. of running time (s)						((HA-Opt)/Opt)*100		
			MINLP		MIP			HA	MINLP		MIP			HA			
			BONMIN	BARON	CPLEX	XPRESS	OSICPLEX	HA	BONMIN	BARON	CPLEX	XPRESS	OSICPLEX	HA	Avg.	Min	Max
3	3	10	0	0	10	10	10	2	-	-	21.3	9.9	21.6	0.035	22.4	0.0	79.7
		12	0	0	6	9	5	3	-	-	194.8	89.0	123.5	0.046	37.6	0.0	134.1
		14	0	0	1	5	1	1	-	-	200.2	210.1	198.0	0.033	53.8	0.0	202.1
		4	10	10	10	10	10	7	7.0	1.0	0.5	0.6	0.5	0.017	1.6	0.0	13.3
		6	10	10	10	10	10	3	59.5	14.2	1.1	1.0	1.1	0.023	9.9	0.0	23.1
		8	3	3	10	10	10	1	278.9	368.4	7.3	8.5	7.2	0.025	14.8	0.0	45.4
		10	0	0	9	8	9	0	-	-	105.4	51.5	102.6	-	43.8	8.2	133.0
		12	0	0	3	3	2	0	-	-	329.6	211.4	264.7	-	49.3	13.1	76.1
		14	0	0	3	0	3	0	-	-	267.1	-	269.1	-	66.5	40.6	114.5
3	4	4	10	10	10	10	10	9	6.4	0.9	0.4	0.5	0.5	0.011	2.6	0.0	25.7
		6	10	10	10	10	10	10	30.5	7.5	0.5	0.6	0.5	0.018	0.0	0.0	0.0
		8	8	5	10	10	10	9	83.8	232.2	1.1	1.0	1.1	0.018	7.0	0.0	70.0
		10	6	0	10	10	10	8	43.1	-	4.1	4.3	4.1	0.019	2.7	0.0	15.9
		12	0	0	10	10	10	10	-	-	4.6	1.9	4.5	0.030	0.0	0.0	0.0
		14	0	0	10	10	10	9	-	-	5.1	1.8	5.1	0.035	0.3	0.0	2.6

روش ابتکاری معرفی شده در ٪۴۵/۱۳ از مسائل به جواب بهینه رسیده است و حداکثر متوسط زمان حل آن ۰/۰۵۹۱۷ ثانیه است. شکل ۴شکل ۴ درصد متوسط جواب‌های بهینه را برای هر روش و برای هر n نشان می‌دهد. واضح است که هر چه تعداد کارها افزایش می‌یابد درصد جواب‌های بهینه توسط هر روش کاهش می‌یابد. همانطور که این شکل نشان می‌دهد روش ابتکاری (HA) برای n بزرگتر از ۸ عملکرد بهتری نسبت به مدل MINLP دارد و به عملکرد مدل MIP نزدیک می‌شود.

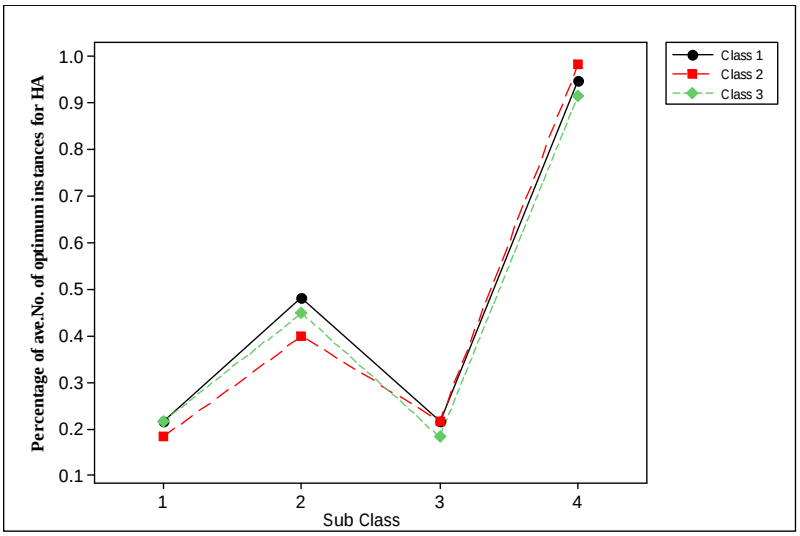


شکل ۴. درصد متوسط جواب‌های بهینه توسط هر روش

شکل ۶شکل ۶، درصد متوسط جواب‌های بهینه برای HA در هر رده و زیر رده نشان می‌دهد. واضح است که در هر رده زیر الگوریتم ابتکاری حدوداً همه مسائل رده چهارم را به صورت بهینه حل کرده است. این به این معنی است که مسائلی با موعد تحویل گسترده[۲۰] (باز یا آزاد) آسان‌ترین مسائل برای هر مقداری از هزینه ارسال می‌باشند. همچنین، مطابق جدول ۷ و شکل ۶ گروه A1 وA3 (که درآن هزینه‌های ارسال کوچک و موعد تحویل کارها سخت گیرانه هستند) مشکلترین گروه‌ها می‌باشد. همچنین، از این شکل می توان برداشت نمود که بین دو عامل مورد مطالعه اثرات متقابل وجود ندارد؛ بنابراین، با استفاده از تکنیک تحلیل واریانس یا ANOVA[۲۱] به بررسی دقیق تر این موضوع می پردازیم. تحلیل واریانس می‌تواند برای تعیین عوامل موثر و تعیین اثرات متقابل بین عوامل مورد استفاده قرار گیرد. نتایج این تکنیک برای این تست محاسباتی در جدول ۸ آورده شده است. بر اساس p-value کل مدل، مدل معنادار است. بر طبق p-value متغیر پاسخ (یعنی درصد میانگین جواب‌های بهینه HA) تمامی اثرات اصلی و اثرات متقابل عوامل بجز اثرات اصلی و اثرات متقابل عامل رده معنادار هستند. به عبارت دیگر تعداد کارها و زیر رده‌ها (هم اثرات اصلی و هم اثرات متقابل) بر درصد میانگین جواب‌های بهینه روش ابتکاری تاثیر گذار هستند.



شکل ۵. اثرات اصلی عوامل برای روش ابتکاری



شکل ۶. درصد متوسط جواب‌های بهینه برای HA در هر رده و زیر-رده

جدول ۸. ANOVA برای درصد جواب‌های بهینه به دست آمده توسط HA

Source	s.s.*	d.f.**	F	P
Corrected Model	106.999a	71	13.696	.000
Intercept	146.701	1	1333.275	.000
Class	.086	2	.391	.676
SubClass	66.515	3	201.505	.000
N	24.907	5	45.273	.000
Class * SubClass	.347	6	.526	.789
Class * *n*	1.231	10	1.118	.345
SubClass * *n*	10.776	15	6.529	.000
Class * SubClass * *n*	3.136	30	.950	.544
Error	71.300	648		
Total	325.000	720		
Corrected Total	178.299	719		

* مجموع مربعات

** درجه آزادی

۸ نتیجه گیری

- در این مقاله، مساله تصمیم گیری همزمان (یکپارچه) زمانبندی تولید و ارسال دسته‌ای با هدف کمینه سازی مجموع وزنی تاخیر کارها و هزینه ارسال ($1/s/$ $V\ (\infty,\infty), direct/1/\sum_{j=1}^{n} w_j T_j + \theta B$) مورد بررسی قرار گرفت و پس از معرفی و ارایه ساختار جواب بهینه، دو مدل ریاضی جدید (MINLP,MIP) و یک روش ابتکاری برای مساله مذکور ارایه شد. مساله به طور قوی NP-hard است. به منظور بررسی کارایی این سه روش، تست های محاسباتی با رویکرد طراحی آزمایش ها به صورت کامل انجام و تحلیل نتایج با به کارگیری تکنیک آنالیز واریانس صورت گرفته است. همچنین وضعیت عملکرد روش ابتکاری برای گروه های مختلف و پارامترهای مساله مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفته است. نتایج تست محاسباتی بر اساس تعداد جواب های بهینه، درصد خطای روش ابتکاری و متوسط زمان حل، کارایی روش ابتکاری را نشان می‌دهد. با توجه به عدم کارایی GAMS برای حل مسائل ناشی از پیچیدگی و فضای امکان بزرگ مساله می‌توان به منظور انجام تحقیقات آتی به توسعه روش های دقیق و کارا نظیر شاخه و کران یا روش های فرابتکاری اشاره نمود. همچنین می‌توان به تغییر تابع هدف زمانبندی یا ترکیب آن با مجموع وزنی زودکردها اشاره نمود. ارسال به صورت مسیریابی[۲۲] به جای ارسال مستقیم که در آن می توان سفارشات چند مشتری را با یکدیگر و به طور همزمان بوسیله یک وسیله ارسال نمود نیز از جمله فعالیت‌های آتی گسترش این تحقیق می‌باشد.

پی نوشت

1. Supply Chain Management
2. Single Machine Total Weighted Tardiness Problem
3. Simulated Annealing
4. Genetic Algorithm
5. Tabu Search
6. Ant Colony Optimization
7. Particle Swarm Optimization
8. Variable Neighborhood Search
9. Batch Delivery
10. Dynamic Programming
11. MIP
12. MINLP
13. Strongly
14. Earliest Due Date
15. Earliest Due Date
16. Class
17. Factor
18. Subclass
19. Full factorial experimental design
20. Loose
21. ANalysis Of Variance
22. Routing

مراجع

[۱] مظاهری، علی؛ کرباسیان، مهدی؛ همکاران (۱۳۹۳). ارائه مدلی جهت بهینه سازی زنجیره تامین یکپارچه با استفاده از روش برنامه ریزی تصادفی چند هدفه، نشریه بین المللی مهندسی صنایع و مدیریت تولید، شماره ۲، جلد ۲۵.

[۲] راستی برزکی، مرتضی؛ حجازی، سیدرضا؛ مهدوی مزده، محمد. یک FPTAS برای کمینه کردن مجموع وزنی تعداد کارهای تاخیری با درنظر گرفتن مجموع هزینه های تلصیص موعد تحویل گروهی، تلصیص منابع و برنامه ریزی توزیع در زنجیره تامین، نشریه بین المللی مهندسی صنایع و مدیریت تولید، در دست چاپ.

[3] Sarmiento AM, Nagi R. A review of integrated analysis of production-distribution systems, IIE Transactions, Vol. 31, (1999), pp. 1061–1074.

[4] Erenguc SS, Simpson NC, Vakharia AJ. Integrated production/distribution planning in supply chains: An invited review, European Journal of Operational Research, Vol. 115, (1999), pp. 219-236.

[5] Goetschalckx M, Vidal CJ, Dogan K. Modeling and design of global logistics systems: A review of integrated strategic and tactical models and design algorithms, European Journal of Operational Research, Vol. 143, (2002), pp. 1-18.

[6] Bilgen B, Ozkarahan I. Strategic tactical and operational production-distribution models: A review, Internaternational Journal of Technology Management, Vol. 28, (2004), pp. 151–171.

[7] Chen ZL. Integrated production and distribution operations: Taxonomy, models, and review. D. Simchi-Levi, SD Wu, ZJ Shen, eds. Handbook of Quantitative Supply Chain Analysis: Modeling in the E-Business Era. Kluwer Academic Publishers, Norwell, MA, (2004).

[8] Hall NG, Potts CN. Supply chain scheduling: batching and delivery, Operations Research, Vol. 51, No. 4, pp. 566-584.

[9] Chen ZL. Integrated production and outbound distribution scheduling: review and extensions, Operations Research, Vol. 58, No. 1, (2010), pp. 130-148.

[10] Rasti-Barzoki M, Hejazi SR, Mazdeh MM. Minimizing the weighted number of tardy jobs with due date assignment and capacity constrained deliveries for multiple customers in supply chains, European Journal of Operational Research, Vol. 228, No. 37, (2013), pp. 345-357.

[11] Lockamy A, McCormack K. Linking SCOR planning practices to supply chain performance, International Journal of Operations and Production Management, Vol. 24, No. 12, (2004), pp. 1192-1218.

[12] Chen ZL, Vairaktarakis LG. Integrated scheduling of production and distribution operations, Management Science, Vol. 51, No. 4, (2005), pp. 614-628.

[13] Pundoor G, Chen ZL. Scheduling a production-distribution system to optimize the trade off between delivery tardiness and total distribution cost, Naval Research Logistics, Vol. 52, (2005), pp. 571-589.

[14] [14] Hall NG, Potts CN. Supply chain scheduling: batching and delivery, Operations Research, Vol. 51, No. 4, (2003), pp. 566-584.

[15] Slotnick SA, Sobel MJ. Manufacturing lead-time rules: Customer retention versus tardiness costs, European Journal of Operational Research, Vol. 169, (2005), pp. 825-856.

[16] Thomas DJ, Griffin PM. Coordinated supply chain management, European Journal of Operational Research, Vol. 94, (1996), pp. 1-15.

[۱۷] زارع مهرجردی، یحیی؛ همکاران (۱۳۹۲). ارائه یک الگوریتم ترکیبی کارا جهت حل مدل برنامه ریزی خیی چند هدفه زمانبندی مسائل تک ماشین، نشریه بین المللی مهندسی صنایع و مدیریت تولید، شماره ۱، جلد ۲۵.

[18] Potts CN, Kanet JJ, Birkemeier C. Weighted tardiness for the single machine scheduling problem: An examination of precedence theorem productivity, Computres & Operations Research, Vol. 40, (2013), pp. 91-97.

[19] Emmons H. One-machine sequencing to minimize certain functions of job tardiness, Operations Research, Vol. 17, (1969), pp. 701-715.

[20] Lawer EL. A ‘pseudopolynomial" algorithm for sequencing jobs to minimize total tardiness, Annuals of Discrete Mathematics, Vol. 1, (1977), pp. 331-342.

[21] Lenstra JK, Rinnoy Kan AHG, Brucker P. Complexity of Machine Scheduling Problems, Annuals of Discrete Mathematics, Vol. 1, (1977), pp. 343-362.

[22] Scharge L, Baker KR. Dynamic programming solution of sequencing problems with precedence constraints, Operationals Research, Vol. 26, (1978), pp. 444-449.

[23] Potts CN, Van Wassenhove LN. Single Machine Tardiness Sequencing Heuristics, IEE Transactions, Vol. 23, (1991), pp. 346–354.

[24] French S. Sequencing and scheduling, an introduction to the mathematics of the job-shop, New York: Ellis Horwood, John Wiley & Sons, (1990).

[25] Matsuo H, Suh CJ, Sullivan RS. A controlled search simulated annealing method for the single machine weighted tardiness problem, Annals of Operations Research, Vol. 21, (1989), pp. 85-108.

[26] Crauwels HAJ, Potts CN, Van Wassenhove LN, Local search heuristics for the single machine total weighted tardiness scheduling problem, Informs Journal on Computing, Vol. 10, (1998), pp. 341-350.

[27] Kellegoz T, Toklu B, Wilson J. Comparing efficiencies of genetic crossover operators for one machine total weighted tardiness problem, Applied Mathematics and Computation, Vol. 199, (2008), pp. 590-598.

[28] Bilge U, Kurtulan M, Kırac F. A tabu search algorithm for the single machine total weighted tardiness problem, European Journal of Operational Research, Vol. 176, (2007), pp. 1423–35.

[29] Bauer A, Bullnheimer B, Hartl RF, Strauss C. An ant colony optimization approach for the single machine total tardiness problem, International Proceedings of CEC’99, PJ Angeline, Z Michalewicz, M. Schoenauer, X. Yao, A. Zalzalan (eds.), (1999), pp. 1445-1450.

[30] Tasgetiren MF, Liang YC, Sevkli M, Gencyilmaz G. Particle swarm optimization and differential evolution for the single machine total weighted tardiness problem, International Journal of Production Research, Vol. 22, (2006), pp. 4737-4754.

[31] Wang X, Tang L. A population-based variable neighborhood search for the single machine

total weighted tardiness problem, Computers & Operations Research, Vol. 36, (2009), pp. 2105-2110.

[32] Andreas C. Nearchou. A hybrid metaheuritic for the single-machine total weighted tardiness problem, Cybernetics and Systems, Vol. 43, No. 8, (2012), pp. 651-668.

[33] Cheng TCE, Kahlbacher HG. Scheduling with delivery and earliness penalties, Asia-Pacific Jpurnal of Operation Research, Vol. 10, (1993), pp. 145–152.

[۳۴] راستی برزکی، مرتضی (۱۳۹۱). مدل یکپارچه تلصیص موعد تحویل، تلصیص منابع و زمانبندی تولید و توزیع در زنجیره تامین، رساله دکترا، دانشگاه صنعتی اصفهان.

[35] Potts CN. Analysis of a heuristic for one machine sequencing with release dates and delivery times, Operations Research, Vol. 28, (1980), pp. 1436-1441.

[36] [36] Hall NG, Potts CN. The coordination of scheduling and batch deliveries, Annual Operations of Researc, Vol. 135, (2005), pp. 41-64.

[37] Steiner G, Zhang R. Approximation algorithms for minimizing the total weighted number of late jobs with late deliveries in two-level supply chains, Journal of Scheduling, Vol. 12, (2009), pp. 565-574.

[38] Hochbaum DS, Landy D. Scheduling with batching: minimizing the weighted number of tardy jobs, Operations Research Letters, Vol. 16, No. 2, (1994), pp. 79-86.

[39] Lin BMT, Cheng TCE. Two-machine flowshop batching and scheduling, Annals of Operations Research, Vol. 133, No. 1, (2005), pp. 149-161.

[40] Hall NG, Potts CN. The coordination of scheduling and batch deliveries, Annals of Operations Research, Vol. 135, (2005), pp. 41-64.

[41] Cheng TCE. Single machine scheduling to minimize total weighted tardiness, European Journal of Operational Research, Vol. 165, (2004), pp. 423-443.

[42] Rasti-Barzoki M, Hejazi SR, Mazdeh MM. A branch and bound algorithm to minimize the total weighed number of tardy jobs and delivery costs, Applied Mathematical Modelling, Vol. 37, (2013), pp. 4924-4937.

[۴۳] راستی برزکی، مرتضی؛ حجازی، سیدرضا. کمینه کردن مجموع وزنی تعداد کارهای تاخیری با در نظر گرفتن مجموع هزینه‌های تلصیص موعد تحویل گروهی و هزینه های ارسال، نشریه بین‌المللی مهندسی صنایع و مدیریت تولید، در دست چاپ.