



DEVELOPING A METHODOLOGY FOR DESIGNING RELIABLE AND ROBUST PRODUCT UNDER UNCERTAINTY

Ameneh Forouzandeh Shahraki & Rassoul Noorossana*

Ameneh Forouzandeh Shahraki, M.Sc. graduate, Industrial Engineering Department, Iran University of Science and Technology.

Rassoul Noorossana, Professor, Industrial Engineering Department, Iran University of Science and Technology.

Keywords

Robustness,
Reliability,
Multi objective
optimization,
Genetic algorithm

ABSTRACT

Uncertainties in design variables and problem parameters are often inevitable and must be considered in an optimization task. Robustness and reliability of design are so important in optimization problems. Both robust design and reliability-based design approaches take into consideration these aspects. However, the individual application of them doesn't ensure the stability of product during its life cycle. In this paper, we combine both robust design and reliability-based design approaches into one model and propose a general methodology to design reliable and robust products. The application of the proposed methodology is demonstrated using a numerical example.

© 2016 IUST Publication, IJIEPM. Vol. 27, No. 1, All Rights Reserved



توسعه رویکردی برای طراحی محصول استوار و قابل اطمینان در حضور عدم قطعیت

آمنه فروزنده شهرکی و رسول نورالسنا*

چکیده:

وجود عدم قطعیت در متغیرهای طراحی و پارامترهای مسئله، امری گریز ناپذیری بوده و باید در فعالیت بهینه‌سازی در نظر گرفته شود. در مسائل بهینه‌سازی، استواری و قابلیت اطمینان طرح از اهمیت زیادی برخوردار است. دو رویکرد طراحی استوار و طراحی بر مبنای قابلیت اطمینان دو جنبه فوق را دربر می‌گیرند. اما کاربرد جداگانه این دو رویکرد، پایداری محصول در طول عمر آن را تضمین نمی‌کند. بنابراین، در این نوشتار ما رویکرد طراحی استوار و طراحی بر مبنای قابلیت اطمینان را در یک مدل ترکیب کرده و یک متدولوژی کلی برای طراحی محصول استوار و قابل اطمینان ارائه می‌کنیم. کارایی متدولوژی ارائه شده با حل یک مثال عددی نشان داده می‌شود.

کلمات کلیدی

استواری،
قابلیت اطمینان،
بهینه‌سازی چند هدفه،
الگوریتم ژنتیک

۱. مقدمه

امروزه با توجه به بازار رقابتی نیاز شدیدی به محصولات استوار و قابل اطمینان در بازارها مشاهده می‌شود. چالش مهندسی مدرن، تضمین این مهم است که هزینه‌های ساخت و زمان‌های چرخه طراحی حداقل شد و در عین حال نیازمندی‌های کارایی و قابلیت اطمینان برآورده شوند. اگر محصول رقابتی باشد، کیفیت و قابلیت اطمینان بهبود یافته، می‌تواند مزیت‌های رقابتی فراهم نمایند. اغلب فعالیت‌ها در زمینه کیفیت در مراحل ساخت اجرا می‌شوند، اما بیشتر کارایی و کیفیت محصول در تصمیم‌های اولیه در مرحله طراحی تعیین می‌شوند. در نتیجه "طراحی برای کیفیت" هدف اولیه است. بهینه‌سازی بعنوان ابزار طراحی به منظور یافتن طرح‌های بهینه با حداقل هزینه که نیازمندی‌های کاربردی را برآورده می‌نمایند، مورد استفاده قرار می‌گیرد. هدف اصلی در بهینه‌سازی طراحی، یافتن مجموعه متغیرهای طراحی است به گونه‌ای که تابع هدف بهینه شده

و محدودیت‌های کارایی برآورده شوند. تکنیک‌های بهینه‌سازی قطعی بطور موفقیت آمیزی در بسیاری از مسائل طراحی محصول مورد استفاده قرار گرفته‌اند. البته در بهینه‌سازی طراحی قطعی^۱ (DDO)، طرح‌های بهینه در مرز محدودیت‌ها قرار گرفته و فضایی برای عدم قطعیت‌ها باقی نمی‌ماند. احتمال شکست راه حل بهینه قطعی به علت تأثیر عدم قطعیت‌های موجود در مدل‌سازی، فاز ساخت و شرایط عملیاتی وجود دارد. طرح‌های بهینه قطعی که بدون در نظر گرفتن عدم قطعیت‌ها تعیین می‌شوند غیر قابل اطمینان بوده و ممکن است به شکست منجر شوند [۱].

در طول ۲۰ سال اخیر رویکردهای مختلفی به منظور بررسی عدم قطعیت‌ها و بهینه‌سازی طراحی با وجود عدم قطعیت توسعه یافته‌اند که عبارتند از: بهینه‌سازی طراحی استوار^۲ (RDO) [۲] و بهینه‌سازی طراحی بر مبنای قابلیت اطمینان^۳ (RBDO) [۳-۴]. حال در زیر مرور مختصری از روش‌های بهینه‌سازی طراحی تحت عدم قطعیت را ارائه می‌دهیم.

۱-۱. بهینه‌سازی طراحی استوار

طراحی استوار روشی برای بهبود کیفیت محصول با کاهش تأثیر تغییرات بوده و بر روی استواری کارایی (هدف طراحی) تأکید دارد. برای اولین بار طراحی استوار توسط تگوجی (۱۹۹۳) به منظور بهبود کیفیت محصول با حداقل سازی تغییرات بدون حذف علت

تاریخ وصول: ۹۱/۰۱/۲۶

تاریخ تصویب: ۹۱/۰۴/۲۵

آمنه فروزنده شهرکی، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه علم و صنعت ایران،
a.forouzandeh@gmail.com

*نویسنده مسئول مقاله: رسول نورالسنا، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه علم و صنعت ایران، rassoul@iust.ac.ir

تجمیع ممان کارایی^۵ (PMI)، روش تفاوت درصدی^۶ (PDM). در PMI و PDM در صورت استفاده از روش یکسان برای تحلیل معکوس قابلیت اطمینان، تعداد ارزیابی‌های تابع یکسان خواهد بود. DRM زمانی که تعداد متغیرهای تصادفی کم باشد، کارا بوده اما در صورت زیاد بودن این متغیرها، PMI کارا تر است. در PDM تفاوت بین تابع کارایی در دو سطح متفاوت قابلیت اطمینان بعنوان شاخص تغییرات تابع کارایی محاسبه می‌شود. اما در صورت غیر یکنواخت بودن تابع کارایی، نمی‌توان به نتایج صحیحی دست یافت. در یان و همکاران [۹]، PMI در چندین مثال مورد استفاده قرار گرفته و کارایی و دقت آن مورد تایید قرار گرفته است. در این مقاله به منظور تعیین ممان‌های آماری، از روش PMI استفاده می‌شود.

۲-۱. بهینه‌سازی طراحی بر مبنای قابلیت اطمینان

در دو و چن [۱۰] انواع تکنیک‌های مدل‌سازی امکان‌پذیری طراحی (محدودیت‌های طراحی) با وجود عدم قطعیت آورده شده است. این تکنیک‌ها به دو دسته اصلی تقسیم شده‌اند: روش‌هایی که به تحلیل آماری و احتمالی نیاز دارند (فرمول‌بندی امکان‌پذیری احتمالی، شبیه‌سازی مونت کارلو، فرمول‌بندی تطبیق ممان^۷) و روش‌هایی که به تحلیل آماری و احتمالی نیاز ندارند (تحلیل بدترین شرایط^۸، ارزیابی فضای گوشه^۹ و فرمول‌بندی طرح‌های تغییرات^{۱۰}). فرمول‌بندی امکان‌پذیری بصورت احتمالی صرف نظر از زمان محاسبات، روش ایده‌آل توصیف استواری امکان‌پذیری است که می‌تواند تضمین کند که راه‌حل به سطح دقیقی از برآورده شدن محدودیت دست می‌یابد.

رویکرد بهینه‌سازی طراحی بر مبنای قابلیت اطمینان بر حفظ امکان‌پذیری طراحی در سطوح احتمالی مورد نیاز تأکید داشته و محدودیت‌ها به منظور در نظر گرفتن عدم قطعیت‌ها در متغیرها و پارامترهای طراحی، به صورت احتمالی مدل‌سازی می‌شوند [۴]. فرمول‌بندی امکان‌پذیری احتمالی کلی می‌تواند به صورت زیر بیان شود:

$$P[g_j(x, p) \geq 0] \geq R_j \quad j = 1, \dots, \quad (3)$$

که R_j احتمال مورد نظر برای برآوردن محدودیت j است. اگر توزیع همه متغیرهای X و پارامترهای P مشخص باشند، احتمال رابطه قبل بطور دقیق طبق انتگرال زیر قابل محاسبه است:

$$P[g_j(x, p) \geq 0] = \int_{g_j(x, p) \geq 0} f_{xp} dx dp \quad (4)$$

بطوری که $f_{xp}(x, p)$ تابع جرم احتمال توام x و p است. از لحاظ عملی، بدست آوردن راه حل عددی یا تحلیلی برای معادله بالا به خاطر تجمیع چند بعدی و ناحیه انتگرال پیچیده، بسیار سخت و

ایجاد آنها ارائه شد. رویکردهای طراحی استوار موجود را می‌توان به سه دسته اصلی تقسیم نمود: تکنیک طراحی آزمایش‌های تگوشی [۲]، طراحی استوار بر مبنای روش شناسی رویه^۵ پاسخ [۵] و تکنیک‌های بهینه‌سازی کلی [۶] هدف اصلی تمامی این رویکردها بهینه کردن میانگین و حداقل سازی واریانس تابع کارایی است. به طور کلی در طراحی استوار، با توجه به عدم قطعیت‌ها و به منظور استوارسازی توابع هدف و توابع محدودیت، مسئله طراحی استوار به صورت زیر فرمول‌بندی شده است:

$$\begin{cases} \text{minimize } F(X, d, P) \\ \text{subject to } G_j(X, d, P) \geq 0 \quad j = 1, \dots, J \end{cases} \quad (1)$$

d و X به ترتیب نشان دهنده بردار متغیرهای طراحی قطعی و تصادفی بوده و P نشان دهنده بردار پارامترهای طراحی تصادفی است. F و G_j توابعی هستند که عدم قطعیت‌ها را در نظر می‌گیرند که معمولاً تابعی از میانگین و واریانس توابع f و g_j هستند [۷]. مفهوم اصلی در مسائل RDO اینست که ممان‌های آماری مرتبه اول و دوم به چه دقت و کارایی تخمین زده می‌شوند. بطور تحلیلی، K امین ممان آماری تابع کارایی با استفاده از انتگرال زیر بدست می‌آید.

$$E(\{h(X)\}^k) = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} \{h(X)\}^k f_X(X) dX, \quad (2)$$

که در آن $f_X(X)$ تابع جرم احتمال توام پارامتر تصادفی X است. عملاً محاسبه ممان‌های آماری تابع کارایی با استفاده از رابطه بالا غیرممکن است. خصوصاً زمانی که ابعاد مسئله نسبتاً بزرگ باشد. بنابراین چندین تلاش عددی برای تخمین ممان‌های مرتبه اول و دوم با کارایی بهتر ارائه شده است. طراحی آزمایش‌ها، بسط مرتبه اول سری تیلور، شبیه‌سازی مونت کارلو، روش نمونه‌برداری اهمیت و روش نمونه‌برداری ابر مکعب لاتین از جمله این روش‌ها هستند. شبیه‌سازی مونت کارلو برای تخمین ممان‌های آماری روش دقیقی است، اما تعداد ارزیابی‌های تابع در این روش بسیار زیاد است. بنابراین در بسیاری از کاربردهای مهندسی با مقیاس بزرگ، استفاده از شبیه‌سازی مونت کارلو غیر عملی است. طراحی آزمایش‌ها زمانی که تعداد متغیرهای طراحی زیاد باشد، نیازمند حجم بالای محاسبات است. بسط سری تیلور مرتبه اول بطور گسترده در طراحی استوار به منظور تخمین ممان مرتبه اول و دوم مورد استفاده قرار می‌گیرد، اما این بسط به خطای زیادی منجر می‌شود، بخصوص زمانی که متغیرهای تصادفی ورودی، تغییرات زیادی داشته باشند چرا که این بسط از همه اطلاعات توابع جرم احتمال متغیرهای تصادفی ورودی استفاده نمی‌کند. به منظور غلبه بر این نقاط ضعف، در لی و همکاران [۸] سه روش به منظور محاسبه این ممان‌ها ارائه شده و از لحاظ کارایی محاسباتی و دقت مورد مقایسه قرار گرفتند؛ روش کاهش ابعاد تک متغیره^۴ (DRM)،

در نقطه بدست آمده، $g(U)$ به حداقل مقدار خود می‌رسد. با حل مساله بالا نقطه U^* ای بر روی سطح دایره‌ای به شعاع β_j یافت می‌شود که تابع $G_j(U)$ را حداقل می‌کند. پس از یافتن MPP، محدودیت احتمالی اولیه با رابطه زیر جایگزین می‌شود:

$$G_j(U^*) \geq 0 \quad (8)$$

در رویکرد RIA، MPP نقطه مماس دایره‌ای به شعاع β در فضای U با منحنی $g(U)$ است. تعیین MPP یک مساله حداقل‌سازی با یک محدودیت مساوی به صورت زیر است [۱۴]:

$$\begin{cases} \text{minimize } \|U\| \\ \text{subject to } G_j(U) = 0 \end{cases} \quad (9)$$

نقطه بهینه U^* برای جایگزین کردن محدودیت اصلی با محدودیت زیر مورد استفاده قرار می‌گیرد:

$$\|U\| \geq \beta_j^r \quad (10)$$

رویکرد اول نسبت به رویکرد دوم از کارایی بیشتری برخوردار است [۱۶]. در [۱۲-۱۳] نشان داده شده است که سرعت همگرایی در RIA پائین بوده و حتی در برخی از مسائل همگرا نیست. رویکرد PMA کارا تر و استوارتر از رویکرد RIA است، چرا که حداقل‌سازی تابع پیچیده با محدودیت ساده، آسان‌تر از حداقل‌سازی یک تابع ساده با وجود محدودیت پیچیده است. بنابراین در این مقاله به منظور بررسی محدودیت‌های احتمالی رویکرد PMA مورد استفاده قرار می‌گیرد. به منظور یافتن MPP در این رویکرد علاوه بر الگوریتم‌های کلی بهینه‌سازی، تکنیک‌های متفاوتی همچون مقدار میانگین مقدم^{۱۶} (AMV)، یافتن MPP بر مبنای نمونه‌گیری و ... مورد استفاده قرار می‌گیرند. یکی از بهترین روش‌های یافتن معکوس MPP در دو و همکاران [۱۷] ارائه شده است. الگوریتم فوق که ترکیبی از روش AMV و روش جستجوی کمانی است برای هر نوع تابع محدودیت (محدب یا غیر محدب) و هر نوع توزیع پیوسته عدم قطعیت‌ها مناسب است. روش AMV با استفاده از مفهوم جهت تندترین نزول^{۱۷} برای توابع محدب کارا بوده و برای توابع غیر محدب یا همگرا نبوده یا اینکه سرعت آن بسیار پائین است. روش جستجوی کمانی^{۱۸} بر اساس مفهوم جستجوی یک بعدی برای دایره متناظر با شاخص قابلیت اطمینان بوده و برای حل توابع غیر محدب بسیار کاراست. در طول فرایند یافتن MPP بسته به نوع تابع یکی از روش‌های فوق مورد استفاده قرار می‌گیرند. در این مقاله ما الگوریتم فوق را مورد استفاده قرار می‌دهیم.

در فرمول‌بندی RBDO، محدودیت احتمالی محدودیت کلیدی بوده و همانطور که عنوان شد دو رویکرد اساسی به منظور برخورد

یا حتی غیر ممکن است. در مواردی که روش تحلیلی کاربردی نباشد، تقریب‌های آماری با استفاده از روش‌های نمونه‌گیری (همچون شبیه‌سازی مونت کارلو) یا روش‌های مبتنی بر بهینه‌سازی مورد استفاده قرار می‌گیرند [۴].

ارزیابی احتمال برآورده شدن محدودیت با استفاده از روش نمونه‌گیری بسیار زمان‌بر بوده و با افزایش سطح قابلیت اطمینان (احتمال برآورده شدن محدودیت) حجم محاسبات بطور قابل ملاحظه‌ای افزایش می‌یابد.

در روش‌های مبتنی بر بهینه‌سازی مهمترین کار تعیین محتمل‌ترین نقطه^{۱۱} (MPP) است [۴]. به منظور یافتن MPP، در ابتدا متغیرهای تصادفی از فضای موجود (X) با استفاده از تبدیل روزنبلت به فضای نرمال استاندارد مستقل (U) برده می‌شوند. تبدیل فوق به صورت زیر است:

$$U_i = \Phi^{-1}[F_{X_i}(X_i)] \quad (5)$$

Φ^{-1} معکوس توزیع نرمال استاندارد بوده و F، تابع توزیع تجمعی متغیر تصادفی X است. بطور مثال اگر متغیرهای تصادفی توزیع نرمال داشته باشند، X_i به صورت $X_i = \mu_i + \sigma_i u_i$ بیان می‌شود [۱۱]. در فضای نرمال استاندارد U، نقطه‌ای روی مرز محدودیت $g_j(U)$ بوده که کمترین فاصله تا مرکز را داشته باشد. این فاصله شاخص قابلیت اطمینان نامیده می‌شود [۱۱]. اگر تابع محدودیت خطی باشد، ارتباط بین β_j و R_j به صورت زیر است:

$$R_j = \begin{cases} \phi(\beta_j) & \text{if } R_j \geq .5 \\ 1 - \phi(\beta_j) = \phi(-\beta_j) & \text{if } R_j < .5 \end{cases} \quad (6)$$

β_j شاخص قابلیت اطمینان مورد نیاز با توجه به سطح قابلیت اطمینان R_j بوده و $\Phi(0)$ تابع چگالی نرمال استاندارد است. اگر $g_j(U)$ غیر خطی باشد، با استفاده از روش قابلیت اطمینان مرتبه اول^{۱۲} (FORM)، رابطه بالا با تقریب خوبی قابل استفاده است. این روش بر اساس تقریب خطی تابع محدودیت در نقطه MPP در فضای U است. اگر تابع محدودیت شدیداً غیر خطی باشد، با توجه به روش قابلیت اطمینان مرتبه دوم^{۱۳} (SORM)، تقریب‌های مرتبه دوم بر روی سطح محدودیت برآزش می‌شوند. بنابراین در فضای جدید پس از یافتن MPP احتمال مورد نظر با استفاده از FORM یا SORM قابل محاسبه است [۱۲].

به منظور تعیین MPP دو روش متفاوت، رویکرد اندازه‌گیری^{۱۴} (PMA) [۱۳] و رویکرد شاخص قابلیت اطمینان^{۱۵} (RIA) ارائه شده است [۱۴]. در رویکرد PMA به منظور یافتن MPP مسئله بهینه‌سازی زیر باید حل شود [۱۵]:

$$\begin{cases} \text{minimize } G_j(U) \\ \text{subject to : } \|U\| = \beta_j \end{cases} \quad (7)$$

با این نوع محدودیت‌ها وجود دارد. بطور کلی فرمول‌بندی اصلی به صورت حداقل‌سازی تابع هدف با وجود محدودیت‌های احتمالی به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\begin{cases} \text{minimize } f(d, \mu_X, \mu_P) \\ \text{subject to } P(G_i(d, X, P) \geq 0) \geq R_i \quad i = 1, \dots, n \\ d^L \leq d \leq d^U, \mu_X^L \leq \mu_X \leq \mu_X^U \end{cases} \quad (11)$$

که در آن X و P به ترتیب بردار متغیر و پارامتر تصادفی بوده و d بردار متغیر قطعی است. f تابع هدف و G_i نشان دهنده i امین تابع محدودیت است.

در ایوس و همکاران [۱۸] انواع روش‌های حل مسائل RBDO طبقه‌بندی شده و کارایی، دقت و پایداری آنها مورد مقایسه قرار گرفته است. روش‌های اصلی حل مسائل RBDO را می‌توان به سه دسته، رویکرد دو حلقه‌ای^{۱۹}، رویکرد تک حلقه‌ای^{۲۰} و رویکرد جدا شده^{۲۱} تقسیم نمود.

در رویکرد دو حلقه‌ای محدودیت‌های احتمالی درون حلقه بهینه‌سازی در نظر گرفته می‌شوند، بطوری که حلقه درونی به ارزیابی قابلیت اطمینان پرداخته و حلقه بیرونی با بهینه‌سازی تابع هدف سروکار دارد. محدودیت‌های احتمالی با توجه به رویکرد PMA و یا رویکرد RIA مورد ارزیابی قرار می‌گیرند. در این مقاله ما روش دو حلقه‌ای را با توجه به الگوریتم ژنتیک مورد استفاده قرار می‌دهیم.

از آنجایی که کاربرد جداگانه دو رویکرد طراحی استوار و طراحی بر مبنای قابلیت اطمینان، پایداری محصول در طول عمر آن را تضمین نمی‌کند بنابراین باید این دو روش در قالب بهینه‌سازی طراحی استوار بر مبنای قابلیت اطمینان^{۲۲} (RBRDO) به منظور دستیابی همزمان به کیفیت و قابلیت اطمینان ترکیب شوند [۱۹].

در این مقاله ما بهینه‌سازی طراحی استوار بر مبنای قابلیت اطمینان را با الگوریتم ژنتیک چند هدفه ترکیب کرده و یک متدولوژی کلی برای طراحی محصول استوار و قابل اطمینان ارائه می‌دهیم. این متدولوژی از چهار مرحله اصلی فرمول‌بندی، بهینه‌سازی، ارزیابی و انتخاب تشکیل شده است. در دو مرحله اول با مدل‌سازی مساله و استفاده از الگوریتم ژنتیک برای حل مساله RBRDO مجموعه نقاط پارتو استوار و قابل اطمینان بدست آمده و پس از این بهترین‌ترین نقطه یا نقاط از دید تصمیم گیرندگان با توجه به معیارهای تعریف شده، انتخاب می‌شوند. در آخرین مرحله نیز نتایج بدست آمده با استفاده از شبیه‌سازی مونت کارلو مورد ارزیابی قرار گرفته و مهمترین متغیرها به منظور کنترل در طول فرایند تعیین می‌شوند.

در [۲۰] یک متدولوژی طراحی برای شش سیگما با ترکیب رویکرد طراحی استوار، تکنیک مدل‌سازی امکان‌پذیری و بهینه‌سازی چند هدفه ارائه شده است. در آنجا تحلیل بدترین شرایط به منظور مدل‌سازی امکان‌پذیری مورد استفاده قرار گرفته است. اما در

بیشتر موارد تحلیل بدترین شرایط، بسیار محتاطانه است چرا که احتمال رخداد همزمان بدترین شرایط متغیرها یا انحرافات پارامترها بسیار کم است [۲۱]. علاوه بر آن در مرحله بهینه‌سازی تنها میانگین مد نظر قرار گرفته و واریانس اهداف تنها در مرحله انتخاب بهترین نقاط مورد توجه قرار می‌گیرد.

در این مقاله ابتدا به طور مختصر رویکرد بهینه‌سازی استوار بر مبنای قابلیت اطمینان بررسی شده و سپس روش‌های متفاوت برای یافتن نقطه بهینه برای دو تابع هدف معرفی می‌شوند. در ادامه متدولوژی کلی را ارائه داده و با یک مثال عددی کارایی رویکرد فوق را تایید می‌کنیم. در بخش نهایی نتیجه‌گیری را بیان می‌کنیم.

۲. بهینه‌سازی طراحی استوار بر مبنای قابلیت اطمینان

همانطور که در قسمت قبل عنوان شد، رویکرد RBDO قابلیت اطمینان محصول را بهبود داده اما تغییرپذیری مشخصه‌های کارایی را حداقل نمی‌کند در صورتیکه رویکرد RDO تغییرپذیری را کاهش داده اما طبیعت احتمالی متغیر تصادفی را نادیده می‌گیرد. بنابراین این دو رویکرد می‌توانند یکدیگر را تکمیل کنند. در صورتیکه کاربرد جداگانه آنها پایداری تابعی محصول در طول عمر آن را تضمین نمی‌کند [۱۹].

در مساله RBRDO استواری با در نظر گرفتن میانگین و تغییرات تابع هدف $(\sigma_{obj}, \mu_{obj})$ لحاظ شده و ملاحظات قابلیت اطمینان با محدودیت‌های احتمالی به صورت زیر مدل می‌شوند:

$$\begin{cases} \text{minimize } f(\mu_{obj}, \sigma_{obj}) \\ \text{subject to } P(G_i(d, X, P) \geq 0) \geq R_i \quad i = 1, \dots, n \\ d^L \leq d \leq d^U, \mu_X^L \leq \mu_X \leq \mu_X^U \end{cases} \quad (12)$$

همانطور که می‌بینیم در مساله RBRDO با بیش از یک تابع هدف مواجه‌ایم. در بیشتر مقالات ارائه شده در بحث RBRDO، از جمله دو [۱۹] و شرالی و همکاران [۲۲] مجموع وزنی میانگین و انحراف معیار بعنوان هدف در نظر گرفته شده است. اما این رویکرد، معمولاً به نتایج رضایت‌بخشی منجر نمی‌شود [۲۳]. بنابراین ما در قسمت بعدی نحوه برخورد با این دسته از مسائل را تشریح می‌کنیم.

۳. یافتن نقطه بهینه با توجه به دو تابع هدف

در صورت وجود بیش از یک تابع هدف به ندرت می‌توان نقاطی را یافت که همزمان همه توابع هدف را بهینه کند. بنابراین در این مواقع به دنبال راه‌حل‌های غیر مسلط^{۲۳} هستیم. بنا به تعریف و با فرض اینکه f_i از نوع Max باشد، \bar{X} یک راه‌حل مؤثر خواهد بود اگر هیچ نقطه‌ای مانند X وجود نداشته باشد که

$$\begin{cases} f_i(X) \geq f_i(\bar{X}) \quad \forall i \\ f_j(X) \geq f_j(\bar{X}) \quad \exists j \end{cases} \quad (13)$$

متدولوژی ارائه شده از چهار مرحله اصلی فرمول‌بندی، بهینه‌سازی، انتخاب و ارزیابی تشکیل شده است. خروجی دو مرحله اول مجموعه نقاط پارتو بوده که در مرحله سوم بر اساس معیارهای تعریف شده، بهترین نقاط انتخاب می‌شوند. در آخرین مرحله نیز مهمترین متغیرها برای هر تابع هدف و محدودیت به منظور تعیین طرح کنترلی مناسب تعیین می‌شوند. این رویکرد در شکل ۱ نشان داده شده است.

در اولین مرحله پس از تعیین متغیرها، توابع هدف، محدودیت‌ها و نوع توزیع متغیرها مسئله را با توجه به رویکرد RBRDO مدل‌سازی می‌کنیم. در مرحله بهینه‌سازی روش حل مسئله دو هدفه فوق از ۷ گام اصلی زیر تشکیل شده است..

گام ۱: در ابتدا پارامترهای اصلی مسئله شامل اندازه جمعیت، تعداد نسل‌ها بعنوان معیار توقف، تعداد متغیرهای تصمیم، حدود این متغیرها، تعداد اهداف و خود توابع هدف، تعداد محدودیت‌ها و توابع محدودیت و سطح قابلیت اطمینان مورد نیاز هر یک از محدودیت‌ها تعریف می‌شوند.

گام ۲: جمعیت اولیه به صورت تصادفی ایجاد می‌شود. باید برای هر یک از نقاط بدست آمده تابع هدف آن محاسبه و شدنی بودن آن مورد بررسی قرار گیرد. این گام، خود از گام‌های فرعی زیر تشکیل شده است:

گام ۱-۲: انتخاب کروموزم‌های اولیه به طور تصادفی

گام ۲-۲: محاسبه میانگین و انحراف معیار تابع هدف به ازای هر کروموزم

گام ۳-۲: بررسی امکان‌پذیری کروموزم‌ها. به این منظور توابع محدودیت احتمالی با توجه به رویکرد PMA به محدودیت قطعی تبدیل شده و با توجه به رابطه (۱۴) میزان انحراف از محدودیت^{۲۶} (CV) به ازای هر کروموزم محاسبه می‌شود، g_j مقدار تابع محدودیت Z ام در نقطه MPP متناظر با آن محدودیت است. در صورتی که CV مقداری بیش از صفر بگیرد کروموزم فوق، شدنی نیست. مقدار CV به منظور انجام مقایسه رقابتی بین دو کروموزم مورد استفاده قرار می‌گیرد.

$$CV = \sum_{i=1}^n |u_i(x)|, \quad u_i = \min\{g_i(x), 0\} \quad (14)$$

در ادبیات مربوطه این راه‌حل معروف به راه حل بهینه پارتو^{۲۴} می‌باشد و راه‌حلی است که نتوان هدفی را بهبود بخشید بدون آنکه حداقل به یک هدف دیگر لطمه وارد شود. در این دسته از مسائل روشی که بتوان همزمان تمام اهداف را بهینه کند ارائه نشده است و این امر به این علت است که معمولاً اهداف با یکدیگر در تعارض هستند. بنابراین خروجی مسئله بهینه‌سازی چند هدفه یک نقطه نبوده و مجموعه‌ای از نقاط پارتو است.

هر رویکرد بهینه‌سازی چند هدفه باید به دو هدف زیر دست یابد که اغلب ممکن است در تضاد با هم باشند.

۱. مجموعه بدست آمده (تقریب مجموعه جواب‌های پارتو) باید تا حد امکان به مجموعه نقاط پارتو واقعی نزدیک بوده و در حالت ایده‌آل زیر مجموعه‌ای از این نقاط باشد.

۲. نقاط مجموعه باید بطور یکنواخت توزیع شده و پراکندگی میان جواب‌های ایجاد شده حداکثر باشد.

روش‌های متعددی برای یافتن مجموعه نقاط پارتو وجود دارد. در اینجا ما یکی از الگوریتم‌های ژنتیک^{۲۵} (GA) را به منظور حل مسائل بهینه‌سازی چند هدفه انتخاب می‌کنیم. چرا که GA بر مبنای جمعیت بوده و می‌توان مجموعه‌ای از چندین راه‌حل غیر مسلط را تنها با یک اجرا یافت. توانایی GA در جستجو همزمان نواحی متفاوت فضای حل، امکان یافتن مجموعه متمایزی از راه‌حل‌ها برای انواع مسائل پیچیده با فضاهای حل غیر محدب، غیر پیوسته و چند نمایی را فراهم می‌کند. علاوه بر این نیازی به الویت‌بندی یا وزن‌دهی اهداف نیست. روش NSGAI یکی از پرکاربرترین این الگوریتم‌ها است و کارایی آن در بسیاری از مسائل مورد تایید قرار گرفته است [۲۴].

به منظور بررسی محدودیت‌ها با توجه به الگوریتم NSGAI، ما رویکرد ارائه شده در [۲۴] را مورد استفاده قرار می‌دهیم. در این رویکرد، مفهوم Constrain-Domination و انتخاب رقابتی دوتایی بر اساس این مفهوم مورد استفاده قرار می‌گیرند. به این ترتیب تعریف تسلط بین دو راه حل x و y به این صورت اصلاح می‌شود؛ گفته می‌شود راه حل x ، راه‌حل y را Constrained-Dominate می‌کند، در صورتی که یکی از شرایط زیر صحیح باشد:

۳. x شدنی و y نشدنی باشد.

۴. x و y هر دو نشدنی باشند، اما میزان انحراف محدودیتی x کمتر باشد.

هر دو شدنی باشند و x بر y غلبه کند.

۴. متدولوژی ارائه شده

در این بخش ما یک متدولوژی کلی برای طراحی محصولات استوار و قابل اطمینان با ترکیب رویکرد طراحی استوار، طراحی بر مبنای قابلیت اطمینان و الگوریتم ژنتیک ارائه می‌دهیم.

حل مساله به ازای سطوح مختلف قابلیت اطمینان، اطلاعات سودمندی را بدست داده که می‌توان یک مصالحه بین بهینگی و سطح قابلیت اطمینان بدست آورد. مزیت اصلی یافتن تمام نقاط پارتو به ازای سطوح مختلف قابلیت اطمینان اینست که با این کار می‌توان حساسیت نسبی نواحی مختلف را نسبت به عدم قطعیت‌ها تعیین نمود. این اطلاعات به طراحان و تصمیم گیرندگان در انتخاب نقطه یا نقاطی که کمترین حساسیت را به عدم قطعیت‌ها دارند، کمک می‌کند. بنابراین به منظور کسب اطلاعات بیشتر، مسائل به ازاء سطوح مختلف قابلیت اطمینان حل می‌شوند. از طرف دیگر با توجه به نیاز حداکثر سازی بازده کلی سیستم، شاخص قابلیت فرایند در مرحله طراحی و بعنوان یک معیار دیگر ارزیابی طرح‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرد. بازده محصول یا فرایند برای آامین تابع کارایی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$(15) \quad \text{احتمال } (LSL_i \leq Y_i \leq USL_i) = \text{بازده}_i$$

بنابراین حداکثرسازی شاخص قابلیت فرایند بازده را بهبود می‌دهد. این شاخص با توجه به رابطه زیر تعریف می‌شود:

$$(16) \quad C_{pk} = \min \left(\frac{USL - \mu}{3\sigma}, \frac{\mu - LSL}{3\sigma} \right) = (C_{pk,USL}, C_{pk,LSL})$$

USL و LSL به ترتیب حدود مشخصات فنی سطح بالا و پائین بوده و C_{pk} به صورت فاصله بین میانگین و نزدیک‌ترین حد، تقسیم به نیمی از عرض فرایند تعریف می‌شود.

در آخرین مرحله، برای هر نقطه پارتو بدست آمده، بحرانی‌ترین متغیرها برای هر تابع هدف و هر محدودیت بدست می‌آیند. چرا که از نقطه نظر ساخت، تعیین متغیرهای بحرانی برای کنترل کیفیت محصول و برآوردن سطح رضایت مشتری بسیار مهم است. برای تعیین این متغیرها شاخص حساسیت مرتبه اول X_{ij} بر روی تابع هدف f_m مورد استفاده قرار می‌گیرد:

$$(17) \quad S = \left(\left| \frac{V(f_m) - V(f_m | x_{ij} = x_{ij}^*)}{V(f_m)} \right| \right)$$

بطوری که $V(f_m)$ واریانس تابع هدف f_m است زمانی که تمامی متغیرها دچار تغییر می‌شوند و $V(f_m | x_{ij} = x_{ij}^*)$ واریانس تابع هدف f_m است زمانی که یکی از متغیرها در مقدار هدف خود ثابت بماند. پس از تعیین این متغیرها می‌توان با کنترل آنها و کم کردن تغییرات آنها، تغییرات تابع کارایی را کاهش داد. در صورت لزوم روش‌های کنترلی برای کنترل و پایش چنین متغیرهای توسعه می‌یابد.



شکل ۱. فلوچارت متدولوژی ارائه شده

گام ۳: در این مرحله جمعیت کروموزوم‌ها بر اساس اصل Constraint-Dominance مرتب شده و تمامی مرزها مشخص می‌شوند. به هر یک از نقاط بر اساس مرزی که آن نقطه به آن متعلق است رتبه و فاصله شلوغی تخصیص داده می‌شود. تا زمانی که معیار توقف (که در اینجا تعداد نسل‌ها به عنوان معیار توقف در نظر گرفته شده است) برآورده نشده باشد گام‌های بعدی انجام می‌شوند.

گام ۴: در این گام، انتخاب رقابتی دوتایی بر اساس رتبه و فاصله، برای انتخاب والدین انجام می‌شود. عملگر CCO1 ارائه شده در [۲۵]، برای انجام مقایسه بین دو کروموزوم مورد استفاده قرار می‌گیرد.

گام ۵: در این مرحله فرزندان بر اساس عملگر ژنتیک که از ادغام^{۲۷} و جهش^{۲۸} تشکیل شده، تولید می‌شوند. در این مرحله نیز مقدار توابع هدف و شدنی بودن نقاط تولید شده مورد بررسی قرار می‌گیرد.

گام ۶: کروموزوم‌های غیر مسلط جمعیت ترکیبی والدین و فرزندان، مرتب شده و به هر یک رتبه و فاصله جدید تخصیص داده می‌شود.

گام ۷: بهترین کروموزوم‌ها بر اساس رتبه و فاصله، با جمعیت اولیه جایگزین و گام‌های ۴ به بعد بر روی این جمعیت جدید انجام می‌شود.

در انتهای مرحله بهینه سازی مجموعه نقاط پارتو بعنوان راه‌حل نهایی مساله بدست می‌آید. در مرحله بعد باید با توجه به اطلاعات بیشتر، بهترین نقاط از بین این مجموعه نقاط پارتو انتخاب شوند. در این مقاله دو معیار در نظر گرفته شده عبارتند از: حساسیت نسبت به سطح قابلیت اطمینان و شاخص قابلیت فرایند.

مصالحه بین کارایی و سطح قابلیت اطمینان مورد نیاز صورت گیرد. به منظور تایید اینکه آیا سطح قابلیت اطمینان مورد نظر برآورده شده است یا نه، با استفاده از نتایج شبیه‌سازی مونت کارلو با اندازه نمونه ۱۰۰۰۰۰ احتمال مورد نظر در نقطه بهینه محاسبه می‌شود. از آنجایی که توزیع متغیرها مشخص است لذا نمونه‌های تصادفی با توجه به توزیع نرمال $N(x_{ij}^*, 4)$ تولید می‌شوند. مقدار بهینه بدست آمده برای آامین متغیر در نقطه پارتوآم است. بدین منظور چهار نقطه پارتو در طول مجموعه نقاط بطور نمونه انتخاب و شبیه‌سازی فوق انجام شده است. نتایج بدست آمده برای دو سطوح مختلف در جدول ۲ نشان داده است. علاوه بر این، برای هر یک نقاط مشخص شده شاخص قابلیت فرایند با توجه به USL مساوی با ۱۱ تعیین شده و احتمال کمتر بودن تابع هدف از این مقادیر محاسبه و در جدول ۲ آورده شده است.

جدول ۱. جزئیات پارامترهای مورد استفاده

مقدار	نام پارامتر
۱۰۰	اندازه جمعیت
۱۰۰۰	تعداد نسل‌ها
۰.۹	احتمال ادغام
$(n = \text{تعداد متغیرها}) / n$	احتمال جهش
۲	شاخص توزیع برای ادغام
۵۰	شاخص توزیع برای جهش

۵. مثال عددی

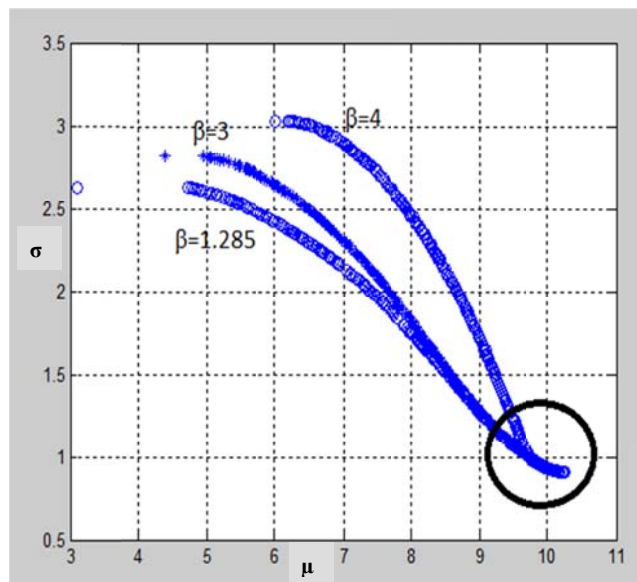
در این قسمت کارایی متدولوژی فوق را با حل یک مثال عددی ارائه شده در [۲۶] نشان می‌دهیم.

$$\begin{cases} \min f(x) = (x_1 - 4)^3 + (x_1 - 3)^4 \\ \quad \quad \quad + (x_2 - 5)^2 + 10 \\ \text{st: } g(x) = x_1 + x_2 - 6.45 \geq 0 \\ \quad \quad \quad 1 \leq x_1 \leq 10 \\ \quad \quad \quad 1 \leq x_2 \leq 10 \end{cases} \quad (18)$$

متغیرها دارای توزیع نرمال با انحراف معیار ۰.۴ بوده و $X_i = N(\mu_{X_i}, 4)$ و مستقل از هم فرض شده‌اند. در اولین مرحله، مساله با توجه به در نظر گرفتن استواری تابع هدف و در نظر گرفتن محدودیت‌ها به صورت احتمالی به صورت زیر فرمول‌بندی می‌شود:

$$\begin{cases} \text{minimize } [\mu_f, \sigma_f] \\ \text{st: } P[g(x) = x_1 + x_2 - 6.45 \geq 0] \geq R \\ \quad \quad \quad 1 \leq x_1 \leq 10 \\ \quad \quad \quad 1 \leq x_2 \leq 10 \end{cases} \quad (19)$$

ما با استفاده از نرم افزار Matlab، الگوریتم ارائه شده را پیاده‌سازی نمودیم. در جدول ۱ پارامترهای مورد استفاده، عنوان شده‌اند. مساله به منظور بررسی تاثیر سطح قابلیت اطمینان به ازای مقادیر مختلف β (۳، ۴، ۳، ۱.۲۸۵) بررسی و نمودار مجموعه نقاط پارتو در شکل ۲ نشان داده شده است. همانطور که مشاهده می‌کنیم با افزایش β مقدار تابع هدف افزایش یافته و نمودار مجموعه نقاط پارتو به سمت راست حرکت می‌کند. بنابراین لازم است که یک



شکل ۲. نقاط پارتو برای سطوح مختلف قابلیت اطمینان

جدول ۲. نتایج شبیه‌سازی مونت کارلو در دو سطح متفاوت قابلیت اطمینان

$\beta = 1.285$ (٪۹۰)							
(۳.۴۵ و ۵.۵۵)		(۳.۰۱ و ۵)		(۲.۶۳ و ۵.۰۱)		(۲.۲۴ و ۵.۰۱)	
$(x_1, x_2) =$		$(x_1, x_2) =$		$(x_1, x_2) =$		$(x_1, x_2) =$	
۱۰۰		۹۹.۷۳		۹۸.۳۶		۹۴.۴۰۲	
۰.۲۷۳		۰.۵۴۳		۰.۶۲۱		۰.۷۹۶	
۷۸.۵۷۵		۹۸.۷		۹۹.۸۹۸		۹۹.۹۸۷	
درصد تغییرات تابع هدف و محدودیت به ازای هر یک از متغیرها							
g (%)	f (%)	g (%)	f (%)	g (%)	f (%)	g (%)	f (%)
۵۰.۰۱	۸۴.۱۴	۴۹.۸۸	۹۷.۵۹	۵۰.۰۴	۹۸.۰۹	۴۹.۸۴	۹۹.۲۵
۴۹.۹۹	۱۵.۸۶	۵۰.۳۷	۲.۴۸	۴۹.۹۶	۱.۹۱	۵۰.۱۶	۰.۷۵
$\beta = 3$ (٪۹۹.۸۶۵)							
(۳.۴۵ و ۵.۵۵)		(۳.۰ و ۵.۱۴)		(۲.۵۶ و ۵.۵)		(۲.۱۲ و ۶.۰۲)	
$(x_1, x_2) =$		$(x_1, x_2) =$		$(x_1, x_2) =$		$(x_1, x_2) =$	
۱۰۰		۹۹.۸۹۸		۹۹.۸۸۰		۹۹.۸۶۶	
۰.۲۷		۰.۵۴		۰.۵۸		۰.۷۱	
۷۸.۱۰۱		۹۸.۵۲۲		۹۹.۰۰		۹۹.۰۳۳	
درصد تغییرات تابع هدف و محدودیت به ازای هر یک از متغیرها							
g (%)	f (%)	g (%)	f (%)	g (%)	f (%)	g (%)	f (%)
۵۰.۲۵	۸۳.۲۲	۵۰.۰۸	۹۷.۰۸	۴۹.۹۶	۹۵.۰۴	۴۹.۹۹	۹۱.۰۰
۴۹.۷۵	۱۶.۷۷	۴۹.۹۲	۲.۹۲	۵۰.۰۴	۴.۹۶	۵۰.۰۱	۹.۰۰

از تغییرات در متغیر x_1 ایجاد شده و با کنترل این متغیر می‌توان بیش از ۸۵٪ تغییرات تابع هدف را کنترل نمود.

از لحاظ تاثیر در تابع محدودیت هر دو متغیر x_1 و x_2 در سطح یکسانی قرار دارند. علاوه بر این، میزان تاثیر متغیر x_1 در درصد تغییرات تابع هدف با افزایش سطح قابلیت اطمینان کاهش یافته و نقش x_2 افزایش می‌یابد. توجه به این مساله از اهمیت بالایی برخوردار خواهد بود.

در شکل ۳ نیز نحوه تغییر هر یک از متغیرها نسب به میانگین یا انحراف معیار نشان داده شده است. همانطور که در شکل نشان داده است جهت افزایش متغیر x_1 با جهت افزایش میانگین یکسان بوده اما مخالف جهت افزایش انحراف معیار است. و متغیر x_2 برعکس متغیر x_1 عمل می‌کند.

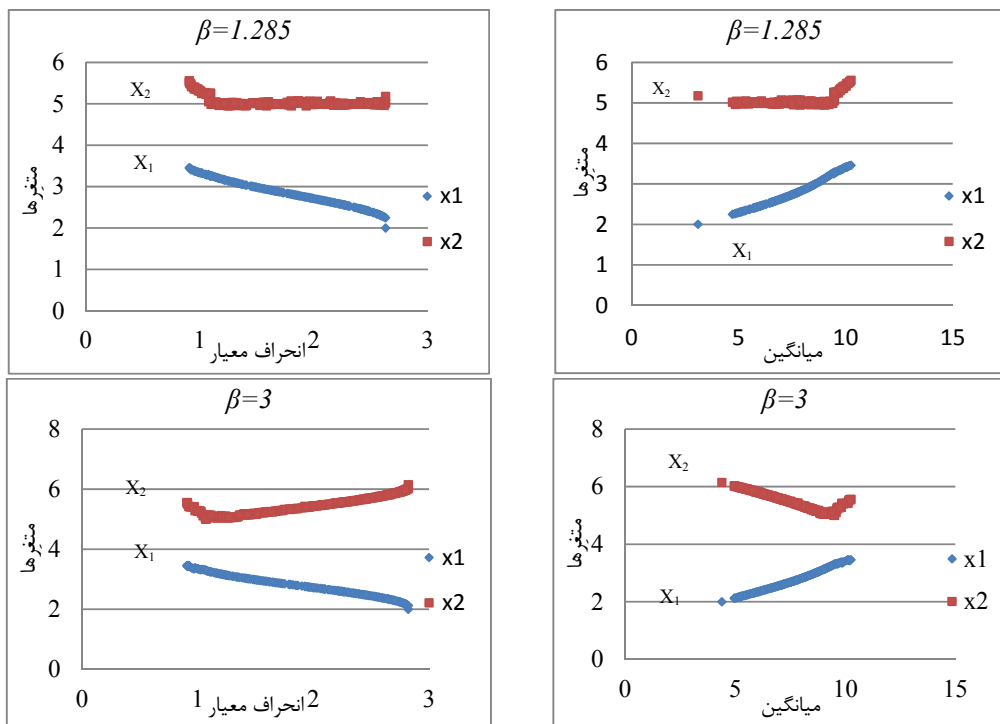
۶. نتیجه گیری

در این مقاله، یک متدولوژی کلی برای طراحی محصولات استوار و قابل اطمینان توسعه داده شد. سه مفهوم طراحی استوار، طراحی بر مبنای قابلیت اطمینان و بهینه سازی چند هدفه ترکیب شدند و الگوریتم ژنتیک به منظور تعیین نقاط پارتو مساله ترکیبی RBRDO مورد استفاده قرار گرفت.

نتایج نشان می‌دهد که با توجه به احتمال برآورده شدن محدودیت‌ها، در تمامی حالات سطح قابلیت اطمینان مد نظر برآورده شده است و در قسمتی که شکل ۲ با دایره نشان داده است، احتمال برآورده شدن محدودیت بسیار بالا بوده و در واقع این نقاط کمترین میزان حساسیت را نسبت به سطح قابلیت اطمینان دارند. از طرف دیگر همانطور که می‌بینیم در مجموعه نقاط هر سطح، جهت افزایش احتمال برآورده شدن محدودیت و قابلیت فرایند عکس یکدیگر بوده و افزایش یکی، منجر به کاهش دیگری می‌شود. بنابراین باید برای انتخاب بهترین نقاط از بین مجموعه نقاط در هر سطح، مساله فوق مد نظر قرار گیرد.

در مقایسه بین نتایج بدست آمده برای مجموعه نقاط دو سطح مختلف با β های مختلف نیز می‌بینیم که با وجود افزایش قابلیت اطمینان در جهت عکس میزان قابلیت فرایند کاهش می‌یابد. بنابراین تصمیم گیرنده باید با توجه به این مساله سطح قابلیت اطمینان مورد نظر را انتخاب نماید.

به منظور تعیین مهمترین متغیرها و میزان تاثیر بر روی تابع هدف و محدودیت، آنالیز حساسیتی بر روی داده‌های شبیه‌سازی انجام و درصد تغییرات تابع هدف و تابع محدودیت برای هر متغیر بطور مشخص در جدول آورده شده است. با توجه به درصد تغییرات بدست آمده از آنالیز حساسیت می‌بینیم که بیشترین تغییرات تابع f



شکل ۳. رابطه متغیرها و اهداف در سطوح مختلف قابلیت اطمینان

2. Robust Design Optimization (RDO)
3. Reliability-based Design Optimization (RBDO)
4. Univariate Dimension Reduction Method
5. Performance Moment Integration
6. Percentile Difference Method
7. Moment Matching Formulation
8. The Worst Case Analysis
9. Corner Space evaluation
10. Variation Patterns Formulation
11. Most Probable Point
12. First Order Reliability Method
13. Second Order Reliability Method
14. Performance Measure Approach (PMA)
15. Reliability Index Approach (RIA)
16. Advanced Mean Value
17. Steepest Ascent Direction
18. Arc Search
19. Double loop approach
20. Single loop approach
21. Decoupled approach
22. Reliability-based Robust Design Optimization (RBRDO)
23. Non-Dominant
24. Pareto Optimal Solution
25. Genetic algorithm
26. Constraint Violation (CV)
27. Crossover
28. Mutation

نتایج نشان می‌دهد که با افزایش قابلیت اطمینان در جهت عکس میزان قابلیت فرایند کاهش می‌یابد. بنابراین باید بین دو شاخص قابلیت اطمینان و قابلیت فرایند توافقی صورت بگیرد. متدولوژی ارائه شده اطلاعات لازم برای چنین توافقی را فراهم کرده و به تصمیم‌گیرندگان و مدیران در انتخاب بهترین طرح‌ها کمک می‌کند. علاوه بر این تعیین مهمترین متغیرها در مرحله طراحی به برنامه‌ریزی سیستم ساخت بهتر و تهیه طرح کنترلی مناسب در طول فرایند ساخت کمک می‌کند و در اصل هدف، ایجاد ارتباط بین مرحله طراحی و مرحله ساخت است. از جمله مواردی که می‌توان برای تحقیقات آتی منظور نمود، در نظر گرفتن همبستگی بین متغیرها است. همچنین می‌توان متدولوژی ارائه شده را برای مسائل با بیش از یک تابع کارایی توسعه داد. توسعه دیگر این است که از متدولوژی ارائه شده در مسائل دو سطحی استفاده کنیم. در این دسته از مسائل بهینه‌سازی، هر راه‌حل شدنی سطح بالا باید شرایط بهینگی مسئله سطح پائین را برآورده نماید. این نوع مسائل در مسائل کاربردی بسیار دیده می‌شوند. کارهای زیادی در این حوزه در حالت قطعی انجام شده است اما در صورت وجود عدم قطعیت می‌توان متدولوژی ارائه شده در این مقاله را توسعه داده و مورد استفاده قرار داد.

پی‌نوشت

1. Deterministic Design Optimization (DDO)

- مراجع
- [13] Lee JO, Yang YS, Ruy WS. Comparative study on reliability index and target performance based probabilistic structural design optimization, *Computer Structure*, 1999, Vol. 80, pp. 257-269.
- [14] Nikolaidis E, Burdisso R. Reliability-based optimization: a safety index approach, *Computer Strucuter*, 1987, No. 6, Vol. 28, pp. 81-788.
- [15] Du X, Sudjianto A, Chen W. An integrated framework for optimization under uncertainty using inverse reliability strategy, *Mechanical Design (ASME)*, 2004, No. 4, Vol. 126, pp. 562-70.
- [16] Youn BD, Choi KK, Yang RJ, Gu L. Reliability-based design optimization for crash-worthiness of vehicle side impact, *Journal of Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2004, Vol. 26, pp. 272-83.
- [17] Du X, Sudjianto A, Chen W. An integrated framework for optimization under uncertainty using inverse reliability strategy, *Mechanical Design (ASME)*, 2004, No. 4, Vol. 126, pp. 562-70.
- [18] Aoues Y, Chateaneuf Alaa. Benchmark study of numerical methods for reliability-based design optimization, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2010, Vol. 41, pp. 277-294.
- [19] Yadav OP, Bhamare SS, Rathore A. "Reliability-based robust design optimization: a multi-objective framework using hybrid quality loss function, *Journal of Quality and Reliability Engineering International*, 2010, No. 1, Vol. 26, pp. 27-41.
- [20] Baril C, Yacout S, Clément B. Design for Six Sigma through collaborative multi objective optimization, *Computers & Industrial Engineering*, 2011, No. 1, Vol. 60, pp. 43-55.
- [21] Parkinson A, Sorensen C, Pourhassan N. A general approach for robust optimal design, *Mechanical Design (ASME)*, 1993, Vol. 115, pp. 74-80.
- [22] Sherali HD, Ganesan V. An inverse reliability-based approach for designing under uncertainty with application to robust piston design, *Journal of Global Optimization*, 2007, Vol. 37, No. 1, pp. 47-62.
- [1] Mourelatos ZP, Liang J. A methodology for trading-off performance and robustness under uncertainty, *Proceeding of ASME Design Engineering Technical Conference*, 2005.
- [2] Phadke MS. *Quality Engineering using Robust Design*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1989.
- [3] Kapur KC, Lamberson LR. *Reliability in Engineering Design*, Wiley, New York, 1977.
- [4] Agarwal H. *Reliability based design optimization: Formulations and Methodologies*, PhD thesis, University of Notre Dame, 2004.
- [5] Vining GG, Myers RH. Combining Taguchi and response surface philosophies: a dial response approach, *Journal of Quality Technology*, 1990, Vol. 22, pp. 38-45.
- [6] Chen W, Wiecek MM, Zhang J. Quality utility - a compromise programming approach to robust design, *ASME Journal of Mechanical Design*, 1999, Vol. 121, pp. 179-187.
- [7] Park GJ, Lee TH. Robust design: an overview, *AIAA Journal*, 2006, No. 1, Vol. 44, pp. 181-191.
- [8] Lee I, Choi KK, Du L, Gorsich D. Dimension reduction method for reliability-based robust design optimization, *Computers and Structures*, 2008, Vol. 86, pp. 1550-1562.
- [9] Youn BD, Choi KK, Yi K. Performance moment integration (PMI) method for quality assessment in reliability-based robust optimization, *Mechanical Based Design Structure Mechanism*, 2005, No. 3, Vol. 33, pp. 185-213.
- [10] Du X, Chen W. Towards a better understanding of modeling feasibility robustness in engineering design, *Mechanical Design*, 2000, No. 4, Vol. 122, pp. 358-394.
- [11] Du X, Chen W. A most probable point-based method for efficient uncertainty analysis, *Design and Manufacturing Automation*, 2001, No.1, Vol. 4, pp. 47-66.
- [12] Tu J, Choi KK, Park YH. A new study on reliability-based design optimization, *Mechanical Design (ASME)*, 1999, No. 4, Vol. 121, pp. 557-564.

- [25] Favuzza S, Ippolito MG, Riva Sanseverini E. Crowded comparison operators for constraints handling in NSGA-II for optimal design of the compensation system in electrical distribution networks, *Advanced Engineering Informatics*, 2006, Vol. 20, pp. 201-211.
- [26] Chen W, Wiecek MM, Zhang J. Quality utility - a compromise programming approach to robust design, *ASME Journal of Mechanical Design*, 1999, No. 1, Vol. 121, pp. 179-187.
- [23] Das I, Dennis J. A closer look at drawbacks of minimizing sums of objectives for pareto set generation in multi criteria optimization, *Structural Optimization*, 1997, No. 1, Vol. 14, pp. 63-69.
- [24] Deb K, Pratap A, Agarwal S, Meyarivan T. A fast and elitist multi objective genetic algorithm: NSGA-II, *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2002, No. 1, Vol. 6, pp. 182-97.