International Journal of Industrial Engineering & Production Management (2016)
September 2016, Volume 27, Number 2
pp. 187-199

http://IJIEPM.iust.ac.ir/

# OPTIMAL ALLOCATION OF HUMAN RESOURCES TO THE PRODUCTION LINE IN CONDITIONS OF UNCERTAINTY USING QUEUING THEORY AND FUZZY LOGIC

**M.S. Fallahnezhad*, S.Khalili & H.Mohammad Zade**

***M.S. Fallahnezhad:*** *Associate Professor of Industrial Engineering, Yazd University.*
***S.Khalili:*** *MSc Graduate Student of Industrial Engineering, Yazd University.*
***H.Mohammadzade:*** *MSc Graduate Student of Industrial Engineering, Yazd University.*

**Keywords**

Optimal assignment of man and machine,
Queuing theory,
Fuzzy logic,
Cost and benefit of production,
Fuzzy ranking methods

**ABSTRACT**

*Obtaining staffing requirements for manufacturing operations is important parameters in production line balancing. Optimal allocation of manpower, increase production efficiency and thus increase profits of the companies. Since there is a possibility to assign different numbers of machines per operator therefore in a variety of scenarios and state of machine assignment to operators will occur. Our goal in writing this paper is to help managers choose the best possible scenario. In this model, each of the possible scenarios is modeled using the principles of queuing theory and costs and revenues from each of these scenarios is calculated. Since uncertainty is an integral part of the manufacturing environments, then a fuzzy logic model is proposed to accommodate the realities of the surrounding world. Since some input of the model such as service rate and arrival rate, thus profit of the model will be a fuzzy number therefore we use fuzzy ranking methods for prioritizing the scenarios.*

**© 2016 IUST Publication, IJIEPM. Vol. 27, No. 2, All Rights Reserved**

نشـــریه بین المللـــی مهنـــدسی صنـــایع و مدیـــریت تولیـــد

شمـــاره ۲، جلـــد ۲۷، تابستان ۱۳۹۵

صفحـــه ۱۹۹-۱۸۸

ISSN: 2008-4870

http://IJIEPM.iust.ac.ir/

# تخصیص تعداد بهینه‌ی نیروی انسانی به خط تولید در شرایط عدم قطعیت با استفاده از تئوری صف و منطق فازی

محمدصابر فلاح‌نژاد*، سعید خلیلی و هادی محمدزاده

**کلمات کلیدی**

**ترکیب بهینه انسان - ماشین، تئوری صف، منطق فازی، هزینه‌ها و درآمدهای تولید، روش‌های اولویت‌بندی فازی**

**چکیده:**

تعیین نیروی انسانی لازم جهت انجام عملیات تولیدی، از جمله پارامترهای مهم درمسئله‌ی بالانس خط تولید می‌باشد و تخصیص تعداد بهینه‌ی نیروی انسانی، افزایش راندمان خط تولید و به تبع آن افزایش سود را برای شرکت‌ها به ارمغان می‌آورد. از آنجا که امکان تخصیص تعداد متفاوتی از ماشین‌آلات به هر اپراتور وجود دارد، در نتیجه تعداد مختلفی سناریو و حالت، جهت واگذاری ماشین‌آلات به اپراتورها بوجود خواهد آمد. هدف ما از نگارش این مقاله، کمک به مدیران در انتخاب بهترین سناریوی ممکن، از بین سناریوهای مختلف تخصیص می‌باشد. در این مدل، ابتدا هر کدام از سناریوهای ممکن، با استفاده از مبانی تئوری صف مدلسازی شده و سپس هزینه‌ها و درآمدهای ناشی از پیاده‌سازی هرکدام از این سناریوها محاسبه می‌شود. البته جهت انطباق بیشتر مدل با واقعیت‌های موجود در دنیای پیرامون، عدم قطعیت، که جزء جدانشدنی محیط‌های تولیدی می‌باشد، به وسیله‌ی منطق فازی در مدل پیشنهادی لحاظ شده است. در ادامه، با توجه به اینکه برخی از ورودی‌های مسأله مثل نرخ ورود کالا به ایستگاه‌های کاری و نرخ خدمت اپراتورها نیز به صورت تقریبی و فازی در نظر گرفته شده‌اند، مقدار سود حاصله از اجرای هر سناریو نیز به صورت یک عدد فازی بدست خواهد آمد. لذا جهت انتخاب بهترین سناریوی تخصیص، یکی از روش‌های اولویت‌بندی اعداد فازی استفاده شده است.

## ۱. مقدمه

در دهه‌های اخیر با رشد چشمگیر سیستم‌های اتوماسیون صنعتی در واحدهای تولیدی، ماشین‌آلات دستی، که نیازمند کار و نظارت دائمی اپراتورها می‌باشند، جای خود را به ماشین‌آلات نیمه اتوماتیک و تمام اتوماتیک داده‌اند. این ماشین‌آلات، بیشتر عملیات تولیدی را به طور اتوماتیک انجام داده و به اپراتور، تنها در زمان‌های بارگذاری، تخلیه و تنظیم نیازمند هستند. حتی بعضی از آنها بدون نیاز به اپراتور به طور تمام اتوماتیک کار خود را انجام می‌دهند.

**تاریخ وصول: ۹۲/۱۱/۰۵**

**تاریخ تصویب: ۹۳/۰۴/۲۴**

**سعید خلیلی**، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه یزد، s.khalili1367@stu.yazd.ac.ir

**هادی محمدزاده**، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه یزد، hadi.mohammadzade@stu.yazd.ac.ir

*نویسنده مسئول مقاله: **محمدصابر فلاح‌نژاد**، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه یزد، fallahnezhad@yazd.ac.ir

در چنین شرایطی یک اپراتور قادر خواهد بود چندین ماشین را اداره کند و به این ترتیب کارایی خود را افزایش دهد. اما سؤال اصلی این است که مدیران کارخانه‌ها، هر اپراتور را مسئول اداره‌ی چند ماشین قرار دهند؟ در واقع چنانچه مدیریت تعداد ماشین‌آلات کمی را به هر اپراتور تخصیص دهد، ممکن است باعث افزایش هزینه‌های بیکاری اپراتورها و همچنین افزایش هزینه‌های استخدام و بکارگیری نیروی انسانی بیشتر، جهت انجام عملیات تولیدی شود. از طرف دیگر، اگرمدیریت تعداد ماشین‌آلات زیادی را به هر اپراتور تخصیص دهد، گرچه به ظاهر باعث کاهش هزینه‌های استخدام و بکارگیری نیروی انسانی شده است اما راندمان ماشین‌آلات و به تبع آن راندمان خط تولید و میزان محصول تولید شده را کاهش داده و شرکت با سود از دست رفته ناشی از عدم تولید کالا به اندازه کافی، روبه‌رو خواهد شد. در این مطالعه ما با رویکردی متفاوت از روش‌های کلاسیک بالانس خط تولید و روش‌هایی چون استفاده از سیستم و نمودار انسان- ماشین[1]، علاوه بر هزینه‌های بیکاری

ماشین و نیروی انسانی، هزینه‌های ناشی از ایجاد صف محصولات در حال تولید در هر ایستگاه کاری و به تبع آن افزایش زمان تولید و هزینه سود از دست رفته را نیز مدنظر قرار داده و با توجه به این هزینه‌ها تعداد بهینه ماشین‌آلاتی که باید به هر اپراتور تخصیص داده شود را برآورد می‌کنیم. همچنین قطعی فرض کردن داده‌های مسأله که به عنوان یکی از ضعف‌های بزرگ مدل‌های کلاسیک برشمرده می‌شود را با کمک منطق فازی در مدل ارائه شده‌ی خود برطرف نموده و پارامترهایی چون نرخ ورود کالا به ایستگاه‌ها و نرخ خدمت اپراتورها را که ممکن است همواره قطعی نباشد را به صورت فازی در نظر گرفته و مدل کرده‌ایم.

ساختار ادامه مقاله چنین است: ابتدا در بخش دوم، ادبیات و پیشینه موضوع تعیین تعداد بهینه اپراتور تخصیص یافته به خط تولید بررسی می‌شود. در بخش سوم، به تشریح مدل پیشنهادی و اجزای تابع سود ارائه شده پرداخته می‌شود و نحوه استفاده از مدلهای صف جهت شبیه سازی خط تولید ارائه و حالت‌هایی از این مدلهای صف بسط داده می‌شود. در بخش چهارم، ابتدا توضیحی پیرامون روشهای متنوع رتبه‌بندی اعداد فازی داده شده و سپس به تشریح روش سه معیاره ترتیبی جهت اولویت‌بندی سناریوهای مختلف تخصیص اپراتور به خط تولید پرداخته می‌شود. در بخش پنجم یک مثال عددی برای روشن شدن موضوع حل و بحث می‌شود. سرانجام، بخش ششم به نتیجه‌گیری و پیشنهادهایی برای تحقیقات آتی اختصاص می‌یابد.

## ۲. ادبیات و پیشینه‌ی موضوع

از یک منظر کلی منابع تولیدی به سه دسته اصلی شامل ماشین‌آلات، مواد اولیه و اپراتورها تقسیم می‌شود. با مروری بر تحقیقات انجام شده در زمینه ی منابع تولیدی ،این موضوع کاملاً مشهود است که مطالعات بسیاری در رابطه با برنامه‌ریزی مواد اولیه و ماشین‌آلات انجام شده است [۱, ۲]. اما موضوع مهم دیگری که نسبتاً کمتر به آن توجه شده است، مدیریت کارآمد منابع انسانی می‌باشد. این موضوع مخصوصاً زمانیکه در خط تولید با ماشین‌آلات و تجهیزات گران قیمتی مواجهه باشیم، از اهمیت خاصی برخوردار می‌باشد [۳]. تصمیم‌گیری و برنامه‌ریزی در حوزه‌ی مدیریت منابع انسانی در دو سطح انجام می‌شود: (۱) برنامه‌ریزی بلند مدت برای تعیین تعداد اپراتورهای لازم در خط تولید؛ و (۲) تخصیص کوتاه مدت اپراتورها، [۴]. تعدادی از محققین، مسأله تخصیص اپراتورها را به دو بخش(تخصیص اپراتورها و زمان‌بندی اپراتورها) تفکیک کرده و هر کدام را به صورت جداگانه مورد بررسی قرار دادند. به طور خلاصه تخصیص اپراتورها با این موضوع مرتبط است که کارها توسط چه کسانی و کجا انجام می‌شود ولی زمان‌بندی اپراتورها درباره‌ی زمان انجام کارها بحث می‌کند [۵]. در اغلب مطالعات انجام شده، مسأله‌ی تخصیص اپراتورها، ابتدا به عنوان یک مسأله برنامه ریزی عدد صحیح مختلط فرموله شده و سپس به وسیله الگوریتم‌های ابتکاری حل گشته است. ومبو و اسرینیواسان [۶] یک الگوریتم ابتکاری با هدف مینیمم کردن زمان سیکل تولید[۲]، برای مسئله‌ی تخصیص نیروی انسانی ارائه کردند و در این مدل به صورت ویژه‌ای بر سیستم‌های تولید به هنگام[۳] ( JIT ) متمرکز شدند. بسکرواسرینیواسان [۷] یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط برای حل مسأله تخصیص اپراتورها در سیستم‌های تولید سلولی[۴] ارائه کردند. هدف آنها نیز بالانس بار کاری در میان سلول‌ها و مینیمم کردن زمان سیکل تولید بود. سور و برا [۳] یک الگوریتم ابتکاری دو مرحله‌ای برای مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط، جهت تخصیص بهینه اپراتورها به سلول‌های تولیدی ارائه کردند. آنها در مدل‌شان از اطلاعات قطعی استفاده کردند و هدفشان هم مینیمم کردن هزینه کل بوده است. ناکاد و اُهنو [۸] مسأله تخصیص اپراتورها را در یک خط تولید U شکل بهینه‌سازی کردند. آنها در مدل خود اپراتورها را دارای چندین مهارت فرض کردند و هدفشان نیز حداقل کردن زمان سیکل با در نظر گرفتن فرایندهای غیر قطعی بوده است. چوی وت وهمکارانش [۹] به حل مسأله تخصیص دو اپراتور در شرایطی که زمان انجام عملیات، به کارهای تخصیص یافته و اپراتورها وابسته بوده، پرداخته‌اند. هدف آنها مینیمم کردن زمان تکمیل عملیات بوده است.هویانگ و چن [۴] یک رویکرد پویا را برای مدیریت منابع انسانی ارائه کردند و با استفاده از مدل شبیه‌سازی، نشان دادند که چنانچه تخصیص اپراتورها در میان تمام ایستگاه‌ها، متناسب با نیاز کاربردی ایستگاه‌ها و نرخ مورد درخواست سرویس ماشین آلات صورت پذیرد، می‌تواند میزان اثربخشی را نیز بهبود بخشد. موسی‌زادگان و ذگردی [۱۰] مدل جدیدی برای حل مسأله تخصیص نیروی انسانی به خط مونتاژ ارائه کرده‌اند که شامل هزینه نیروی انسانی و خرید تجهیزات است. آنها برای حل نیز از الگوریتم ژنتیک استفاده کرده‌اند و نتایج بدست آمده از آن را با روش تخصیص کارها به صورت تصادفی مقایسه کرده‌اند که نتایج حاکی از برتری نسبی روش آنها می‌باشد. یانگ وهمکارانش [۱۱] یک استراتژی پویا مبتنی بر شبیه‌سازی را برای تخصیص اپراتورها ارائه کردند که مشکلاتی همچون: زمان راه‌اندازی، سطح کار در فرایند و تداخل ماشین‌آلات را در نظر می‌گیرد و همچنین شرایط احتمالی سیستم‌های تولیدی را نیز شامل می‌شود. ارتی وروآن [۱۲] یک رویکرد تصمیم‌گیری بر اساس روش تحلیل پوششی داده‌ها[۵] (DEA)، برای تعیین تعداد اپراتورهای لازم در سیستم‌های تولید سلولی U شکل ارائه کردند و در این رویکرد همه واحدهای تصمیم گیرنده را با استفاده از شبیه‌سازی ارزیابی نمودند. سونگ و همکارانش [۱۳] یک راه‌حل برای تخصیص نیروی انسانی جهت بالانس بهینه خط مونتاژ با در نظر گرفتن میزان اثربخشی اپراتورهای چند مهارته ارائه کردند. آنها دو الگوریتم بازگشتی را برای رسیدن به جواب‌های شدنی مسأله تخصیص اپراتورها توسعه دادند. یانگ و همکارانش [۱۴] روش تصمیم‌گیری دو معیاره و روش

تاپسیس فازی را برای حل مسأله تخصیص اپراتورها پیشنهاد کردند و در هر دو روش از رویکرد تحلیل سلسله مراتبی برای تعیین وزن معیارها استفاده کردند. کائو و یانگ [۱۵] بر بهینه‌سازی مسأله تخصیص اپراتورهای چند مهارته در چند خط تولید، تمرکز کردند و یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط را نیز ارائه نمودند. همچنین در زمینه استفاده از مدل‌های صف در محیط‌های تولیدی کارهای بسیاری صورت پذیرفته است، اما اکثر این پژوهش‌ها در زمینه کنترل موجودی و بدست‌آوردن مقدار موجودی بهینه، ظرفیت بهینه انبارها و توالی عملیات صورت گرفته است.به عنوان نمونه، چن [۱۶] یک مدل صف فازی با در نظر گرفتن محدودیت ظرفیت ورود مشتری به سیستم، ارائه کرده که در آن نرخ ورود مشتریان و نرخ سرویس‌دهی به مشتریان به صورت عدد فازی ذوزنقه‌ای در نظر گرفته شده و در نهایت با تعیین تابع عضویت با استفاده از روش برش آلفا و اصل گشترش زاده و حل آن با روش برنامه‌ریزی خطی، پارامترهای بهینه مدل را محاسبه کرده است. همچنین او در مقاله‌ای دیگر [۱۷] یک مدل برنامه‌ریزی غیرخطی پارامتریک برای سیستم‌های صف فازی با خدمت گروهی ارائه کرده است که در آن نرخ ورود و نرخ خدمت هر دو فازی هستند. او نیز برای ساخت توابع عضویت در مدلش از روش برش آلفا استفاده نموده و برای نشان دادن اعتبار روش پیشنهادی‌اش دو سیستم فازی ( FcFs و $\infty$ ) : FM/FM/1 و( FcFs و $\infty$ ) : $FM/FM^k/1$ را که اغلب در مدیریت حمل‌ونقل مورد کاربرد قرار می‌گیرند را با موفقیت بررسی کرد. چن [۱۸] در مقاله‌ای دیگر یک رویکرد برنامه‌ریزی ریاضی برای مشکل تداخل ماشین‌ها ارائه نموده است، که در این رویکرد برخی از پارامترها به صورت فازی می‌باشند. پارامترهای فازی در این مدل نرخ شکست ماشین‌آلات و نرخ خدمت می‌باشند. اودر این مقاله بر اساس اصل گسترش، یک جفت برنامه ریاضی برای محاسبه حد پایین و بالا از اندازه عملکرد در سطح $\alpha$ را فرموله کرد. همچنین او در مقاله‌ای دیگر [۱۹] مدل صفی را ارئه کرده که در آن نرخ ورود مشتریان به سیستم، هزینه سرویس‌دهی به مشتریان و همچنین هزینه تأخیر در سرویس‌دهی به مشتریان به صورت عدد فازی ذوزنقه‌ای در نظر گرفته شده و با ادغام روش برش آلفا، اصل گسترش زاده و برنامه‌ریزی عدد صحیح غیر خطی، نرخ سرویس‌دهی مدل را با در نظر گرفتن یک تابع هزینه محاسبه کرده. گانی و کومار[۲۰] یک روش برای ساخت تابع عضویت برای اندازه‌گیری عملکرد سیستم‌های صف ورود گروهی با اندازه دسته متغیر فازی در جایی که نرخ ورود، نرخ خدمت و اندازه دسته به صورت اعداد فازی باشند، ارائه کرده‌اند. آنها در این روش یک برنامه‌ریزی عدد صحیح غیر خطی ارائه نموده‌اند که برای محاسبه حد پایین و حد بالای اندازه عملکرد سیستم از روش برش آلفا و اصل گسترش زاده استفاده کرده‌اند. کی و همکارانش [۲۱] با ارائه مدل فازی، سیستم صف ورود گروهی را مورد بررسی قرار دادند که در آن پارامترهای نرخ ورود مشتریان، نرخ خدمت، زمان بیکاری خدمت دهنده و اندازه دسته‌های ورودی نیز به صورت اعداد فازی ذوزنقه‌ای بیان شده و در نهایت با استفاده از روش برش آلفا و اصل گسترش زاده و حل مدل با استفاده از برنامه‌ریزی غیر خطی پارامتریک، پارامترهای بهینه مدل را تعیین کردند. کی و لین [۲۲] و کومار [۲۳] با ارائه مدل‌های فازی، سیستم‌های صفی را مورد بررسی قرار دادند که در آن نرخ ورود و نرخ خدمت به مشتری و همچنین نرخ شکست و نرخ تعمیر توسط خدمت دهندگان همگی به صورت فازی در نظر گرفته شده و سرویس دهنده نیز غیر قابل اطمینان فرض شده است. در نهایت برای تعیین پارامترهای بهینه، مسأله را با استفاده از روش برش آلفا و اصل گسترش زاده و با کمک برنامه‌ریزی غیرخطی فازی حل کرده اند. لین و همکارانش [۲۴] در مقاله‌ای سیستم‌های صف ورود گروهی را با در نظر گرفتن زمان راه‌اندازی خدمت دهنده مورد بررسی قرار دادند و در این مدل نرخ ورود گروهی، نرخ خدمت مشتری و نرخ راه‌اندازی خدمت همگی به صورت فازی لحاظ شده است. یائو و چیانگ [۲۵] با در نظر گرفتن تقاضا و هزینه سفارش‌دهی به صورت عدد فازی مثلثی، مدل مقدار سفارش اقتصادی را مورد بررسی قراردادند و با دی فازی سازی با دو روش فاصله جهت دار و مرکز ثقل، میزان سفارش اقتصادی و هزینه متغیر سالیانه را توسط این دو روش با یکدیگر مقایسه کردند. لیو [۲۶] با فازی در نظر گرفتن دو عامل تقاضا و هزینه‌ی خرید در مدل خود، با استفاده از روش برش آلفا و برنامه‌ریزی غیرخطی، تابع عضویت سود مدل را محاسبه کردو مقدار سفارش اقتصادی را به صورت عدد فازی مثلثی بدست آورد. شیشه بری و همکارانش [۲۷] مدل EPQ را با رویکرد فازی و با استفاده از روش برنامه‌ریزی غیرخطی و روشهای دی فازی سازی مورد بررسی قرار دادند و کارایی روش‌های دی فازی سازی را با یکدیگر مقایسه کردند. چن و چانگ [۲۸] مدل مقدار تولید اقتصادی را با درنظرگرفتن کالای معیوب غیرقابل جایگزین، در حالتی که نرخ تولید به صورت قطعی و فازی ذوزنقه ای باشد ارائه کردند. مدل ارائه شده در حالتی که نرخ تولید قطعی است، با استفاده از اصل گسترش و روش مرکز ثقل، و در حالتی که نرخ تولید فازی است، با استفاده از روش ضرایب لاگرانژ بررسی و حل شده است. بیجورک [۲۹] مدل مقدار تولید اقتصادی را با در نظرگرفتن سیکل تولید به صورت عدد فازی مثلثی مورد بررسی قرار داد. مدل ارائه شده با استفاده از اصل گسترش و روش مرکزثقل مورد بررسی قرار داده شده و نتایج حل عددی نشان میدهد که اندازه سیکل تولیدی در حالت فازی نسبت به حالت کلاسیک افزایش دارد. همچنین بیجورک [۳۰] مدل مقدار سفارش اقتصادی با کمبود را با در نظر گرفتن تقاضا و زمان سفارش[۶] به صورت عدد فازی مثلثی مورد بررسی قرار داد و با استفاده از اصل گسترش و دی فاز ی سازی با استفاده از روش فاصله جهت‌دار به محاسبه فاکتورهای بهینه مدل پرداخت و همچنین با مثال عددی ثابت کرد که در حالت عدم قطعیت مقدار انباشته اقتصادی نسبت به حالت کلاسیک افزایش

می‌یابد. یانگ [۳۱] مدل مقدار تولید اقتصادی کلاسیک را با در نظر گرفتن هزینه راه‌اندازی، نرخ تقاضا و نرخ تولید در حالت فازی ذوزنقه‌ای و حل مدل با استفاده از ضرایب لاگرانژ را مورد بررسی قرار داد و با به کارگیری اصل گسترش و روش ابتکاری جبری به محاسبه فاکتورهای بهینه مدل پرداخت. برادران کاظم زاده و همکاران [۳۲] یک رویکرد بهینه سازی چند هدفه بر اساس رویکرد تابع مطلوبیت برای حل مسایل شبکه‌های صف ارائه کردند. مفهوم مهمی که در رویکرد پیشنهادی آنها در نظر گرفته شده، استوار سازی مدل شبکه‌های صف است که به حساسیت کم اهداف به متغیرهای غیر قابل کنترل( فاکتورهای اختلال )اطلاق می گردد. همچنین براک و فلاح نژاد [۳۳] مدلی جهت تحلیل هزینه سیستم‌های صف فازی ارائه کرده‌اند و در آن مدل هزینه‌های نیروی انسانی درزمان‌های ارائه خدمت و بیکاری و همچنین هزینه‌ی صرف زمان و انتظار مشتریان در صف را مورد بررسی قرار داده‌اند و جهت تخصیص بهینه ایستگاه-های کاری به اپراتورها، هزینه‌های دو مدل $M/M/1$ و $M/E_2/1$ را با هم مقایسه کرده‌اند.

هدف ما در این مقاله این است که با استفاده از مبانی تئوری صف خط تولید کارخانه‌ای فرضی را که دارای $n$ ایستگاه کاری می‌باشد را مدل کرده و با استفاده از محاسبه تابع سود پیشنهادی در این مقاله، تعداد بهینه اپراتورهای لازم جهت اداره‌ی خط تولید را بدست آوریم. استفاده از مدلهای صف فازی در محاسبه میزان تابع سود پیشنهادی که رویکرد جدید این مقاله محسوب می‌شود دارای مزایایی نسبت به مدلهای کلاسیک بالانس خط تولید می‌باشد. سادگی و قابلیت فهم همگانی مفاهیم تئوری صف از یک سو و وجود تنوع زیاد در مدلهای صف موجود از سوی دیگر سبب شده است که بتوان به سادگی مدل پیشنهادی را برای شرایط مختلف تولیدی در شرکت‌های مختلف پیاده سازی کرد. درواقع کافیست ابتدا با توجه به شرایط مختلف هر شرکت، مدل صفی که بیشترین مطابقت را با آن شرایط دارد انتخاب و سپس بقیه مراحل را بر اساس مراحل مدل پیشنهادی دنبال کرد. این در حالی است که اکثر مدلهای موجود تنها برای یک شرایط خاص فرضی قابل پیاده سازی بوده و به راحتی قابل تعمیم برای شرایط مختلف نمی باشد. همچنین عدم قطعیت که یکی از اجزای جدانشدنی محیط‌های تولیدی می‌باشد نیز در این مدل در نظرگرفته شده است که سبب کارایی بیشتر مدل پیشنهادی شده است.

## ۳. مدل پیشنهادی

در روش پیشنهادی ابتدا با استفاده از مدلهای صف فازی، خط تولید یا مونتاژ کارخانه شبیه سازی می‌شود. سپس سناریوهای مختلفی برای تخصیص اپراتور به ایستگاههای کاری تعریف شده که با استفاده از یک مدل برنامه‌ریزی نامقید فازی، میزان سود حاصله برای این سناریوهای مختلف به صورت فازی محاسبه می‌شود. در ادامه با استفاده از یکی از روشهای اولویت‌بندی فازی، سودهای فازی بدست آمده برای سناریوهای مختلف اولویت بندی شده و سناریوای که بیشترین سود را برای شرکت به ارمغان می‌آورد به عنوان بهترین حالت تخصیص اپراتور به ایستگاههای کاری انتخاب می‌شود.

جهت شبیه سازی خط تولید مذکور با استفاده از مبانی تئوری صف، ابتدا می‌بایست اجزاء این سیستم تولیدی را با مؤلفه‌های یک سیستم صف منطبق کنیم؛ در این راستا، ما محصولات خط تولید را به عنوان مشتریان این سیستم صف و اپراتورها را نیز در حکم خدمت‌دهندگان به این سیستم صف در نظر می‌گیریم. همچنین فرض شده که ورود محصولات به ابتدای خط تولید طبق توزیع پواسون و با نرخ تقریبی $\tilde{\lambda}$ صورت می‌پذیرد و مدت زمان خدمت اپراتورها برای تولید محصولات، درپای ماشین‌آلات مختلف، با یکدیگر یکسان و دارای توزیع نمایی با نرخ تقریبی $\tilde{\mu}$ می‌باشد.

### ۳-۱. فرضیات مربوط به مدل

۱. در این مدل فرض شده است که ایستگاه‌های کاری به صورت سری در دنباله‌ی هم استقرار یافته و فرآیند تولید از ایستگاه اول آغاز و به ترتیب تا ایستگاه $n$ام ادامه می‌یابد.
۲. اپراتورها دارای توانایی و نرخ خدمت یکسان و ثابتی هستند.
۳. متوسط زمان لازم جهت انجام عملیات ماشین‌کاری برای کلیه ماشین‌آلات یکسان فرض شده است.

### ۳-۲. نمادهای بکارگرفته شده در مدل

B: کل سود بدست آمده در یک دوره
R: سود حاصل از تولید هر واحد محصول
m: تعداد خدمت دهنده‌ها و اپراتورها
L: میانگین تعداد محصولات موجود در سیستم (در حال انتظار یا در حال دریافت خدمت) در دراز مدت
$T_S$: زمان در دسترس برای تولید در یک دوره
$T_C$: زمان سیکل تولید
$C_1$ : هزینه ی تحمیل شده به شرکت به ازای نگهداری هر واحد محصول نیمه ساخته‌ی موجود در سیستم در یک دوره
$C_2$ : هزینه به‌کارگیری هر خدمت‌دهنده در یک دوره
$L_{S_i}$: میانگین تعداد محصولات موجود در ایستگاه $i$ ام

حال برای بدست‌آوردن تعداد بهینه‌ی نیروی انسانی جهت تخصیص به خط تولید، ابتدا باید مشخص کنیم که هر اپراتور را مسئول اداره و رسیدگی به چند ماشین قرار دهیم. ما می‌توانیم هر اپراتور را مسئول اداره‌ی یک، دو یا تعداد بیشتری ماشین قرار دهیم، اما هر کدام از این حالات تخصیص، هزینه‌ها و درآمدهای متفاوتی را برای شرکت به همراه خواهد داشت. لذا برای هر کدام از این حالات، تابع سود کل، که شامل هزینه‌ها و درآمدهای ناشی از پیاده‌سازی آن حالت می‌باشد را محاسبه نموده و با توجه به مقادیر بدست آمده‌ی این تابع

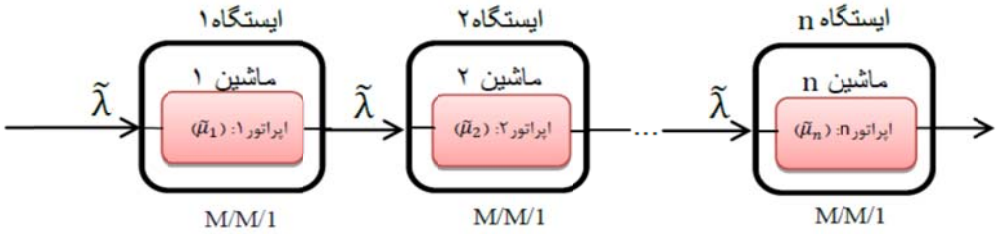
برای سناریوهای مختلف، حالتی که بیشترین مقدار تابع سود را به خود اختصاص دهد، به عنوان بهترین سناریو جهت تخصیص اپراتورها به خط تولید انتخاب می‌شود.

تابع سود پیشنهادی در این مدل طبق فرمول زیر محاسبه می‌گردد:

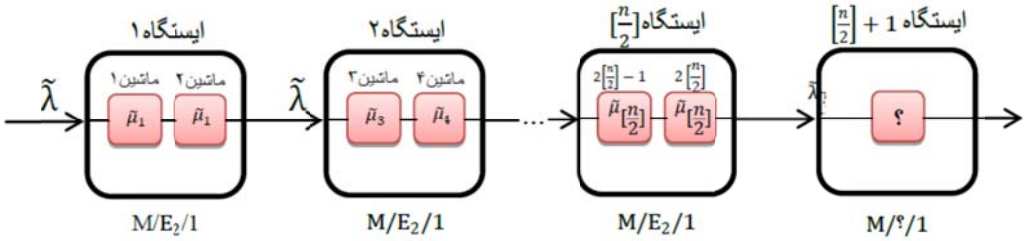
$$B = R \times \left(\frac{T_S}{T_C}\right) - (C_1 \times L) - (C_2 \times m) \qquad (۱)$$

تابع سود بالا از سه قسمت تشکیل شده است. قسمت اول بیانگر سود بدست آمده از تولید محصولات در طی یک دوره می‌باشد. قسمت دوم مربوط به هزینه تحمیل شده به شرکت برای نگهداری محصولات نیمه ساخته در بین ایستگاههای کاری بوده و قسمت سوم نیز هزینه مربوط به استخدام و بکارگیری نیروی انسانی می‌باشد. همانطور از معادله ۱ مشخص است، با افزایش تعداد اپراتور بکارگرفته شده در خط تولید هزینه قسمت سوم معادله مذکور افزایش می‌یابد. از سوی دیگر کاهش تعداد نیروی انسانی تخصیص یافته به خط تولید سبب افزایش زمان سیکل تولید ($T_C$) و به تبع آن سبب کاهش تعداد محصول تولیدی و از دست دادن سود حاصل از فروش محصولات(قسمت اول معادله بالا) می‌شود. همچنین کاهش اپراتورهای خط تولید سبب افزایش تعداد محصولات نیمه ساخته در بین ایستگاهای کاری (L) می‌شود که سبب افزایش هزینه نگهداری این محصولات می‌شود.

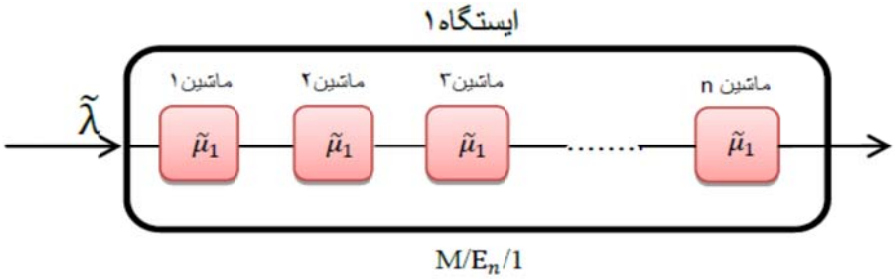
دراین تابع سود، پارامترهای R ، $T_S$ ، $C_1$ $C_2$ و به ازای تمام حالات و سناریوهای مختلف مقادیری معلوم و ثابت می‌باشد و تنها مقادیر متغیرهای $T_C$ ، L و m بسته به سناریوهای مختلف انتخابی، تغییر می‌کند. در این مدل به ازای هر سناریو، تعداد مشخصی از ماشین‌ها به هر اپراتور تخصیص داده می‌شود. در یک سناریو هر یک از ماشین‌آلات تولیدی به یک نفر و در سناریویی دیگر، هر دو ماشین به یک نفر اختصاص داده می‌شود و به همین ترتیب تعداد ماشین‌آلات واگذار شده به هر نفر افزوده شده تا جایی که در سناریوی آخر تمام ماشین آلات به یک نفر اختصاص داده می‌شود. به عبارتی دیگر چنانچه n ایستگاه کاری داشته باشیم، n حالت مختلف برای واگذاری ماشین‌آلات به اپراتورها بوجود خواهد آمد که در شکل ۱ چند حالت از این سناریوها را به صورت شماتیک و با نمادهای مربوطه نشان داده‌ایم. توجه داشته باشیدکه به غیر از حالت اول و آخر، در سایر سناریوها تکلیف ایستگاه آخر به طور کامل مشخص نبوده و بسته به تعداد ماشین‌آلات موجود در خط تولید، مدل ایستگاه آخر تغییر می‌کند. به عنوان مثال همان طور که در شکل ۲-۱ مشخصات ایستگاه آخر با علامت ؟ نشان داده شده است، درسناریوی دوم، چنانچه تعداد ماشین‌آلات موجود در خط مضربی از ۲ باشد (n=2k)،تعداد ایستگاه‌های ۲ماشینه و به تبع آن تعداد اپراتورهای تخصیص یافته برابر $[\frac{n}{2}]$ خواهد بود ولی اگر تعداد ماشین‌آلات مضربی از ۲ نباشد (n≠2k)، یک ایستگاه دیگر به تعداد $[\frac{n}{2}]$ ایستگاه قبلی اضافه شده و باقی مانده‌ی ماشین‌ها که در این حالت می‌تواند حداکثر یک عدد باشد، در این ایستگاه قرار می‌گیرد و یک مدل $M/E_1/1$ یا همان M/M/1 را در ایستگاه آخر ایجاد می‌کنند. همچنین برای خواننده زیرک قابل فهم است که باقی مانده‌ی ماشین‌آلات برای تمام حالات، حداکثر یک عدد نمی‌باشد بلکه در حالت i ام این تعداد حداکثر برابر i-1 خواهد بود.




**شکل ۱-۱. حالت اول : تخصیص ایستگاه‌های ۱ ماشینه به هر اپراتور**




**شکل ۲-۱. حالت دوم : تخصیص ایستگاه‌های ۲ ماشینه به هر اپراتور**




**شکل ۳-۱. حالت nام : تخصیص ایستگاه‌های n ماشینه به هر اپراتور**

**شکل ۱. سناریوها و حالات مختلف تخصیص نیروی انسانی به خط تولید**

در ادامه، نحوه محاسبه تابع سود برای بعضی از این حالت‌ها بررسی شده است. به عنوان نمونه برای حالت اول ( شکل ۱-۱ ) محاسبات به صورت زیر انجام می‌گیرد.

ابتدا با توجه به اینکه نرخ ورود کالا به خط تولید و نرخ خدمت اپراتورها در ایستگاه‌ها به صورت عدد فازی مثلثی در نظر گرفته شده، این پارامترها را به صورت زیر تعریف می‌نماییم.

$$\tilde{\lambda}_1 = \left( \lambda_L \text{ و } \lambda_M \text{ و } \lambda_R \right) \quad (۲)$$

$$\tilde{\mu}_1 = \tilde{\mu}_2 = \ldots = \tilde{\mu}_n = \left( \mu_L \text{ و } \mu_M \text{ و } \mu_R \right) \quad (۳)$$

حال با توجه به اینکه مقدار $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$ برای هر باکس که نمایانگر یک ایستگاه کاری است، کوچکتر از یک فرض شده، داریم:

$$\rho_i = \frac{\lambda_i}{\mu_i} < 1 \Rightarrow \tilde{\lambda}_1 = \tilde{\lambda}_2 = \ldots = \tilde{\lambda}_n = \tilde{\lambda} = ( \lambda_L \text{ و } \lambda_M \text{ و } \lambda_R ) \quad (۴)$$

رابطه فوق با توجه به این قضیه تئوری صف که نرخ ورود به ایستگاه‌های کاری برابر با نرخ خروج از آن ایستگاه کاری می‌باشد، نتیجه می‌شود. در رابطه با سناریو ۱ مقدار L از فرمول زیر بدست می‌آید.

$$L = L_{s_1} + L_{s_2} + \ldots + L_{s_n} \quad (۵)$$

و با توجه به اینکه هر باکس از مدل صف M/M/1 تبعیت می‌کند. $L_{s_i}$ به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$\tilde{L}_{s_i} = \frac{\tilde{\lambda}_i}{\tilde{\mu}_i - \tilde{\lambda}_i} = \frac{\tilde{\lambda}}{\tilde{\mu} - \tilde{\lambda}} \quad (۶)$$

در نتیجه مقدار L در این حالت برابر است با:

$$L = \sum_{i=1}^{n} L_{s_i} = \frac{n\tilde{\lambda}}{\tilde{\mu} - \tilde{\lambda}} \quad (۷)$$

حال با توجه به اینکه جمع و تفریق و ضرب و تقسیم چند عدد فازی مثلثی یک عدد فازی مثلثی را نتیجه می‌دهد [۳۴] در نتیجه مقدار L نیز یک عدد فازی مثلثی فازی خواهد بود که بر اساس اصل گسترش لطفی‌زاده به صورت زیر محاسبه می‌گردد:

$$\tilde{L} = \frac{n\tilde{\lambda}}{\tilde{\mu} - \tilde{\lambda}} = ( L_L \text{ و } L_M \text{ و } L_R ) \quad (۸)$$

$$L_L = \min ( \tilde{L} \mid \tilde{\lambda} , \tilde{\mu} ) = \frac{n\lambda_L}{\mu_R - \lambda_L} \quad (۹)$$

$$L_M = \frac{n\lambda_M}{\mu_M - \lambda_M} \quad (۱۰)$$

$$L_R = \max ( \tilde{L} \mid \tilde{\lambda} , \tilde{\mu} ) = \frac{n\lambda_R}{\mu_L - \lambda_R} \quad (۱۱)$$

همچنین در این سناریو ، $m = n$ و $\tilde{T}_C$ طبق فرمول زیر بدست می‌آید:

$$\tilde{T}_C = \max \{ \tilde{t}_1 \text{ و } \tilde{t}_2 \text{ و } \ldots \text{ و } \tilde{t}_n \} = \max \{ \frac{1}{\tilde{\mu}_1} \text{ و } \frac{1}{\tilde{\mu}_2} \text{ و } \ldots \text{ و } \frac{1}{\tilde{\mu}_n} \} = \frac{1}{\tilde{\mu}} = ( \frac{1}{\mu_R} \text{ و } \frac{1}{\mu_M} \text{ و } \frac{1}{\mu_L} ) \quad (۱۲)$$

در نتیجه بر اساس اصل گسترش لطفی‌زاده مقدارسود کل (B )، برای این حالت به صورت زیر بدست می‌آید.

$$\tilde{B} = R \times \left( \frac{T_S}{\tilde{T}_C} \right) - ( C_1 \times \tilde{L} ) - ( C_2 \times m ) = ( B_L , B_M , B_R ) \quad (۱۳)$$

$$B_L = ( R \times T_S \times \mu_L ) - ( C_1 \times L_R ) - ( C_2 \times m ) \quad (۱۴)$$

$$B_M = ( R \times T_S \times \mu_M ) - ( C_1 \times L_M ) - ( C_2 \times m ) \quad (۱۵)$$

$$B_R = ( R \times T_S \times \mu_R ) - ( C_1 \times L_L ) - ( C_2 \times m ) \quad (۱۶)$$

به عنوان نمونه بعدی حالت دوم (شکل ۲-۱) را در نظر بگیرید که هر دو ایستگاه به یک اپراتور تخصیص داده می‌شود. در این حالت محاسبات به صورت زیر انجام می‌گیرد.

$$\rho_i = \frac{\tilde{\lambda}_i}{\tilde{\mu}_i} < 1 \Rightarrow \tilde{\lambda}_1 = \tilde{\lambda}_2 = \ldots = \tilde{\lambda}_{[\frac{n}{2}]+1} = \tilde{\lambda} = ( \tilde{\lambda}_L \text{ و } \tilde{\lambda}_M \text{ و } \tilde{\lambda}_R ) \quad (۱۷)$$

$$\tilde{\mu}_1 = \tilde{\mu}_2 = \ldots = \tilde{\mu}_{[\frac{n}{2}]+1} = \tilde{\mu} = ( \mu_L \text{ و } \mu_M \text{ و } \mu_R ) \quad (۱۸)$$

$$\tilde{L}=\begin{cases}\sum_{i=1}^{\left[\frac{n}{2}\right]}\tilde{L}_{s_i} & n=2k\\ \sum_{i=1}^{\left[\frac{n}{2}\right]}\tilde{L}_{s_i}+\tilde{L}_{s_{\left[\frac{n}{2}\right]+1}} & n=2k+1\end{cases} \quad k\in N \qquad (۱۹)$$

$$m=\begin{cases}\left[\frac{n}{2}\right]=\frac{n}{2} & n=2k\\ \left[\frac{n}{2}\right]+1 & n=2k+1\end{cases} \quad k\in N \qquad (۲۰)$$

$$\tilde{T}_C=\begin{cases}\max\left\{\tilde{t}_1 \text{ و } \tilde{t}_2 \text{ و } \dots \text{ و } \tilde{t}_{\left[\frac{n}{2}\right]}\right\} & n=2k\\ \max\left\{\tilde{t}_1 \text{ و } \tilde{t}_2 \text{ و } \dots \text{ و } \tilde{t}_{\left[\frac{n}{2}\right]+1}\right\} & n=2k+1\end{cases} \quad k\in N \qquad (۲۱)$$

$\tilde{t}_i$ نیز به صورت زیر محاسبه می‌گردد:

$$\tilde{t}_i=\begin{cases}\frac{1}{\tilde{\mu}_i}+\frac{1}{\tilde{\mu}_i}=\frac{2}{\tilde{\mu}_i}=\frac{2}{\tilde{\mu}} & 1\le i\le\left[\frac{n}{2}\right]\\ \frac{1}{\tilde{\mu}} & i=\left[\frac{n}{2}\right]+1\end{cases} \qquad (۲۲)$$

در نتیجه در این حالت، براساس فرمول زیر، زمان سیکل برابر با $\frac{2}{\tilde{\mu}}$ بدست می‌آید.

$$\tilde{T}_C=\begin{cases}\max\left\{\frac{2}{\tilde{\mu}} \text{ و } \frac{2}{\tilde{\mu}} \text{ و } \dots \text{ و } \frac{2}{\tilde{\mu}}\right\}=\frac{2}{\tilde{\mu}} & n=2k\\ \max\left\{\frac{2}{\tilde{\mu}} \text{ و } \frac{2}{\tilde{\mu}} \text{ و } \dots \text{ و } \frac{1}{\tilde{\mu}}\right\}=\frac{2}{\tilde{\mu}} & n=2k+1\end{cases} \qquad (۲۳)$$

حال چنانچه در این حالت $n = 2K$ باشد، تعداد $(\frac{n}{2})$ ایستگاه ۲ ماشینه خواهیم داشت که تمام این $(\frac{n}{2})$ ایستگاه از مدل صف $M/E_2/1$ پیروی می‌کنند. در مدل صف $M/E_r/1$ مقدار متوسط طول صف (L) به صورت زیر بدست می‌آید.

$$M/E_r/1 \Rightarrow L=\left(\frac{r+1}{2r}\right)\times\left(\frac{\lambda^2}{\mu\times(\mu-\lambda)}\right)+\frac{\lambda}{\mu} \qquad (۲۴)$$

در نتیجه، مقادیر $L_{s_i}$ ها و سپس $\tilde{L}$ نیز به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$\tilde{L}_{s_i}=\left(\frac{3}{4}\times\frac{\tilde{\lambda}^2}{\tilde{\mu}\times(\tilde{\mu}-\tilde{\lambda})}\right)+\frac{\tilde{\lambda}}{\tilde{\mu}} \qquad (۲۵)$$

$$\tilde{L}=\sum_{i=1}^{\left[\frac{n}{2}\right]}L_{s_i}=\left(\frac{3n}{8}\times\frac{\tilde{\lambda}^2}{\tilde{\mu}\times(\tilde{\mu}-\tilde{\lambda})}\right)+\frac{n\tilde{\lambda}}{2\tilde{\mu}}=(L_L \text{ و } L_M \text{ و } L_R) \qquad (۲۶)$$

$$L_L=\min\left(\tilde{L}\mid\tilde{\lambda},\tilde{\mu}\right)=\left(\frac{3n}{8}\times\frac{{\lambda_L}^2}{\mu_R\times(\mu_R-\lambda_L)}\right)+\frac{n\lambda_L}{2\mu_R} \qquad (۲۷)$$

$$L_M=\left(\frac{3n}{8}\times\frac{{\lambda_M}^2}{\mu_M\times(\mu_M-\lambda_M)}\right)+\frac{n\lambda_M}{2\mu_M} \qquad (۲۸)$$

$$L_R=\max\left(\tilde{L}\mid\tilde{\lambda},\tilde{\mu}\right)=\left(\frac{3n}{8}\times\frac{{\lambda_R}^2}{\mu_L\times(\mu_L-\lambda_R)}\right)+\frac{n\lambda_R}{2\mu_L} \qquad (۲۹)$$

با این شرایط در این حالت، $m=\left[\frac{n}{2}\right]=\frac{n}{2}$ بوده $\tilde{T}_C$ و $\tilde{B}$ به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\tilde{T}_C=\frac{2}{\tilde{\mu}}=\left(\frac{2}{\mu_R} \text{ و } \frac{2}{\mu_M} \text{ و } \frac{2}{\mu_R}\right) \qquad (۳۰)$$

$$\tilde{B}=R\times\left(\frac{T_S}{\tilde{T}_C}\right)-\left(C_1\times\tilde{L}\right)-(C_2\times m)=(B_L,B_M,B_R) \qquad (۳۱)$$

$$B_L=\left(R\times T_S\times\frac{\mu_L}{2}\right)-(C_1\times L_R)-(C_2\times m) \qquad (۳۲)$$

$$B_M=\left(R\times T_S\times\frac{\mu_M}{2}\right)-(C_1\times L_M)-(C_2\times m) \qquad (۳۳)$$

$$B_R=(R\times T_S\times\frac{\mu_R}{2})-(C_1\times L_L)-(C_2\times m) \qquad (۳۴)$$

این محاسبات به همین صورت برای سایر حالت‌ها محاسبه شده تا اینکه در نهایت در حالت nام ، تمام ایستگاه‌ها به یک اپراتور تخصیص داده می‌شود و یک سیستم صف $M/E_n/1$ را ایجاد می‌کند (شکل ۳-۱). محاسبات برای حالت nام به صورت زیر می‌باشد.

$$\tilde{\lambda}_1=\tilde{\lambda}=(\lambda_L \text{ و } \lambda_M \text{ و } \lambda_R) \qquad (۳۵)$$

$$\tilde{\mu}_1=\tilde{\mu}=(\mu_L \text{ و } \mu_M \text{ و } \mu_R) \qquad (۳۶)$$

$$\tilde{L}=\tilde{L}_{s_1}=\left(\frac{n+1}{2n}\right)\times\left(\frac{\tilde{\lambda}^2}{\tilde{\mu}\times(\tilde{\mu}-\tilde{\lambda})}\right)+\frac{\tilde{\lambda}}{\tilde{\mu}}=(L_L \text{ و } L_M \text{ و } L_R) \qquad (۳۷)$$

$$L_L=\left(\frac{n+1}{2n}\right)\times\left(\frac{{\lambda_L}^2}{\mu_R\times(\mu_R-\lambda_L)}\right)+\frac{\lambda_L}{\mu_R} \qquad (۳۸)$$

$$L_M=\left(\frac{n+1}{2n}\right)\times\left(\frac{{\lambda_M}^2}{\mu_M\times(\mu_M-\lambda_M)}\right)+\frac{\lambda_M}{\mu_M} \qquad (۳۹)$$

$$L_R=\left(\frac{n+1}{2n}\right)\times\left(\frac{{\lambda_R}^2}{\mu_L\times(\mu_L-\lambda_R)}\right)+\frac{\lambda_L}{\mu_L} \qquad (۴۰)$$

دراین سناریو تمام ماشین‌آلات به یک اپراتور واگذار شده، بنابراین در این حالت $m=1$ بوده و $\tilde{T}_C$ و $\tilde{B}$ نیز به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\tilde{T}_C=\tilde{t}_1=\frac{1}{\tilde{\mu}_1}+\frac{1}{\tilde{\mu}_1}+\dots+\frac{1}{\tilde{\mu}_1}=\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{\tilde{\mu}_1}=\frac{n}{\tilde{\mu}_1}=\frac{n}{\tilde{\mu}}=\left(\frac{n}{\mu_R} \text{ و } \frac{n}{\mu_M} \text{ و } \frac{n}{\mu_L}\right) \qquad (۴۱)$$

$$\tilde{B}=R\times\left(\frac{T_S}{\tilde{T}_C}\right)-\left(C_1\times\tilde{L}\right)-(C_2\times m)=(B_L,B_M,B_R) \qquad (۴۲)$$

$$B_L=\left(R\times T_S\times\frac{\mu_L}{n}\right)-(C_1\times L_R)-(C_2\times m) \qquad (۴۳)$$

$$B_M=\left(R\times T_S\times\frac{\mu_M}{n}\right)-(C_1\times L_M)-(C_2\times m) \qquad (۴۴)$$

$$B_R=(R\times T_S\times\frac{\mu_R}{n})-(C_1\times L_L)-(C_2\times m) \qquad (۴۵)$$

بعد از محاسبه مقدار تابع سود (B)، برای تمام n حالت، می‌بایست حالتی را که بیشترین مقدار سود را نشان می‌دهد را به عنوان حالت بهینه برای تخصیص برگزید. اما از آنجاکه مقادیر بدست آمده برای تابع سود در حالت‌های مختلف، به صورت یک عدد فازی می‌باشد، نمی‌توان به صورت کلاسیک این مقادیر را با هم مقایسه و اولویت‌بندی نمود، لذا با استفاده از روش‌های اولویت‌بندی فازی این سناریوها را با هم مقایسه و اولویت‌بندی می‌کنیم.

## ۴. اولویت‌بندی اعداد فازی

رتبه‌بندی کمیتهای فازی براساس یک یا چند ویژگی مختلف از اعداد فازی صورت می‌گیرد. این ویژگی ممکن است مرکز ثقل،

ناحیه زیر تابع عضویت و یا نقاط تقاطع بین مجموعه‌ها باشد. یک روش رتبه‌بندی، ویژگی مشخصی از اعداد فازی را در نظر گرفته و آنها را براساس این ویژگی رتبه‌بندی می کند. از این رو، اولین نتیجه معقول این است که انتظار داشته باشیم روشهای رتبه‌بندی مختلف، رتبه‌های متفاوتی را به یک نمونه یکسان از اعداد فازی نسبت دهند. پیچیدگی‌های این چنینی، رتبه بندی اعداد فازی را نسبتا دشوار می سازد. روشهای متنوع و بسیاری جهت اولویت بندی اعداد فازی مطرح شده است که روش رتبه بندی عالم تبریز و همکاران [۳۵]، روش ونگ و لی [۳۶]، روش اسدی و زنده نام [۳۷]، روش محمود نژاد و ماشینچی [۳۸]، روش رتبه‌بندی لی و لای [۳۹] و روش اولویت بندی سه معیاره ترتیبی[۴۰]، نمونه‌ای از این روشها می‌باشد.

### ۴-۱. روش اولویت‌بندی ۳ معیاره ترتیبی

روش رتبه‌بندی مورد استفاده در این مقاله روش پر کاربرد و معروفی با عنوان روش ۳ معیاره ترتیبی می‌باشد [۴۰]. دلیل استفاده از روش ۳ معیاره ترتیبی ، برتری این روش به سایر روشها، در مرتب کردن همه‌ی اعداد می‌باشد. به طوری که به کمک ریاضیات اثبات شده است که این روش هر گروه از اعداد فازی را به صورت کامل مرتب می‌کند و هیچ تعداد از اعداد فازی متفاوت را در یک گروه مشابه جای نمی‌دهد. در حالی که اکثر روش‌های اولویت‌بندی دیگر، تحت شرایطی عاجز از تشخیص ارجحیت اعداد فازی متفاوت، نسبت به هم هستند و آنها را در یک گروه جای داده و یکسان فرض می‌کنند، حال آنکه در واقع اعدادی متفاوت هستند. در این روش سه معیار جهت مرتب‌سازی اعداد فازی معرفی می‌شود که باید به صورت ترتیبی اعمال گردند تا کلیه اعداد فازی مرتب شوند. یعنی در صورتی که با به کار بردن معیار اول، هنوز تعدادی از اعداد مرتب نشده باشند، برای همان اعداد مرتب نشده، به ترتیب از معیار دوم و سوم استفاده خواهد شد.

معیار اول ، سطح محصور($S$) : برای عدد فازی مثلثی $\widetilde{A} = (a_1 \text{ و } a_2 \text{ و } a_3)$، سطح محصور از فرمول زیر بدست می‌آید.

$$S_{\widetilde{A}} = \frac{a_1 + 2\,a_2 + a_3}{4} \qquad (۴۶)$$

هر چه مقدار $S$ برای عدد فازی بیشتر باشد آنرا در اولویت بالاتری قرار خواهد داد.

معیار دوم ، مد یا نما ($M$) : برای عدد فازی مثلثی $\widetilde{A} = (a_1 \text{ و } a_2 \text{ و } a_3)$، همان عدد وسطی ($a_2$)، به عنوان مد یا نما شناخته می‌شود. پس از مرتب سازی اعداد فازی با معیار اول، آنهایی که هنوز در یک دسته قرار دارند را می‌توان با معیار دوم مرتب نمود.(هر چه مد عددی بزرگتر باشد ، اولویت آن بالاتر خواهد بود).

معیار سوم ، دامنه ($R$) : برای عدد فازی مثلثی $\widetilde{A} = (a_1 \text{ و } a_2 \text{ و } a_3)$، مقدار اختلاف $a_1$ $a_3$ و ($a_3 - a_1$)، به عنوان دامنه تعریف می‌شود. درصورتی که با بکارگیری دو معیار قبل، هنوز اعدادی باشند که در یک دسته قرار داشته باشند، با استفاده از معیار سوم می‌توان اولویت آن دسته از اعداد مرتب نشده باقی مانده را مشخص کرد. در این روش نیز دامنه بزرگتر نشان دهنده‌ی اولویت بالاتر خواهد بود.

## ۵. نتیجه‌گیری

خط تولید کارخانه ای را فرض کنید که در آن ۵ ماشین تولیدی در امتداد هم و به صورت سری مستقر شده است. محصولات مطابق با یک توزیع پواسون و با نرخ تقریبی ۵۰۰ واحد در ماه وارد خط تولید می‌شوند. زمان لازم برای حضور هر اپراتور، پای هر ماشین، برای تولید یک واحد محصول دارای توزیع نمائی با پارامترتقریبی ( ۳/۵ و ۳/۲۵ و۳ ) عدد در ساعت می‌باشد. هر ماه، ۲۵روز کاری و زمان در دسترس در هر روز کاری ۸ ساعت فرض می‌شود. چنانچه هزینه‌ی تحمیل شده به شرکت به ازای هر واحد محصول نیمه ساخته‌ی موجود در سیستم، در ماه ۱۰۰۰ واحد پولی و هزینه‌ی بکارگیری هر خدمت دهنده در ماه ۸۰۰۰ واحد پولی و سود حاصل از تولید هر واحد محصول ۲۰۰ واحد پولی باشد، تعداد بهینه‌ی نیروی انسانی جهت تخصیص به خط تولید چند نفر می‌باشد؟

**حل :** در این مثال با توجه به به وجود ۵ ماشین در خط تولید، ۵ حالت مختلف برای تخصیص به وجود خواهد آمد که در زیر عملیات مربوط به محاسبه تابع سود برای هر کدام از این ۵ سناریو نشان داده شده است.

$C_1 = 1000$ $C_2 = 800$ $R = 200$

$T_S$ = زمان در دسترس در طول یک ماه $= 25 \times 8 = 200$

$\tilde{\lambda}$ = نرخ ورود محصول به خط تولید در ماه = (550 و 500 و 450)

$\tilde{\mu}$ = نرخ خدمت اپراتور در ساعت = (3.5 و 3.25 و 3)

$\tilde{\mu}$ = نرخ خدمت اپراتور در ماه = (700 و 650 و 600)

حالت اول : در این حالت $m = n = 5$ و مقادیر $\widetilde{L}$ و $\widetilde{B}$ ، طبق فرمول(۸) و (۱۳) به صورت زیر بدست می‌آید :

$\widetilde{L} = (L_L \text{ و } L_M \text{ و } L_R) = (55 \text{ و } 16.67 \text{ و } 9)$

$\widetilde{B} = (B_L , B_M , B_R) = (127000 \text{ و } 73330 \text{ و } 25000)$

حالت دوم :در این حالت بر اساس فرمول (۲۰):

$$m = \left[\frac{n}{2}\right] + 1 = \left[\frac{5}{2}\right] + 1 = 3$$

و بر اساس فرمول‌های (۱۹)،(۲۳) و(۳۱) داریم :

$\widetilde{L} = (L_L \text{ و } L_M \text{ و } L_R) = (71.9583 \text{ و } 22.0512 \text{ و } 12.0214)$

$\widetilde{B} = (B_L , B_M , B_R) = (33979 \text{ و } 18949 \text{ و } -35958)$

حالت سوم : در این حالت $m=\left[\frac{n}{3}\right]+1=\left[\frac{5}{3}\right]+1=2$ بوده و $L=L_{S_1}+L_{S_2}$، که $L_{S_1}$ از فرمول محاسبه L در مدل $M/E_3/1$ و $L_{S_2}$ از فرمول محاسبه L در مدل $M/E_2/1$ مطابق با فرمول (۲۴) بدست می‌آید. در نتیجه :

$\tilde{L}$ = ( $L_L$ و $L_M$ و $L_R$ ) = ( 2.9248 و 5.1706 و 16.1172)

$\tilde{B}$ = ( $B_L$ , $B_M$ , $B_R$ ) = ( 7883 و 22163 و 27742)

حالت چهارم : در این حالت $m=\left[\frac{n}{4}\right]+1=\left[\frac{5}{4}\right]+1=2$ بوده و $L=L_{S_1}+L_{S_2}$ ، که $L_{S_1}$ از فرمول محاسبه L در مدل $M/E_4/1$ و $L_{S_2}$ از فرمول محاسبه L در مدل $M/E_1/1$ مطابق با فرمول (۲۴) بدست می‌آید. در نتیجه :

$\tilde{L}$ = ( $L_L$ و $L_M$ و $L_R$ ) = ( 10.3659 و 19.0383 و 62.2186)

$\tilde{B}$ = ( $B_L$ , $B_M$ , $B_R$ ) = ( -48218 و 2538- و 8635)

حالت پنجم : در این حالت m=1 و L نیـزاز فرمـول محاسـبه L در مدل $M/E_5/1$ طبق فرمول (۲۴) بدست می‌آید. در نتیجه :

$\tilde{L}$ = ( $L_L$ و $L_M$ و $L_R$ ) = ( 1.3370 و 2.3076 و 6.9665)

$\tilde{B}$ = ( $B_L$ , $B_M$ , $B_R$ ) = ( 9034 و 15693 و 18663)

مقادیر تابع سود برای این ۵ سناریو به صورت شـکل ۲ بـه دسـت می‌آید:

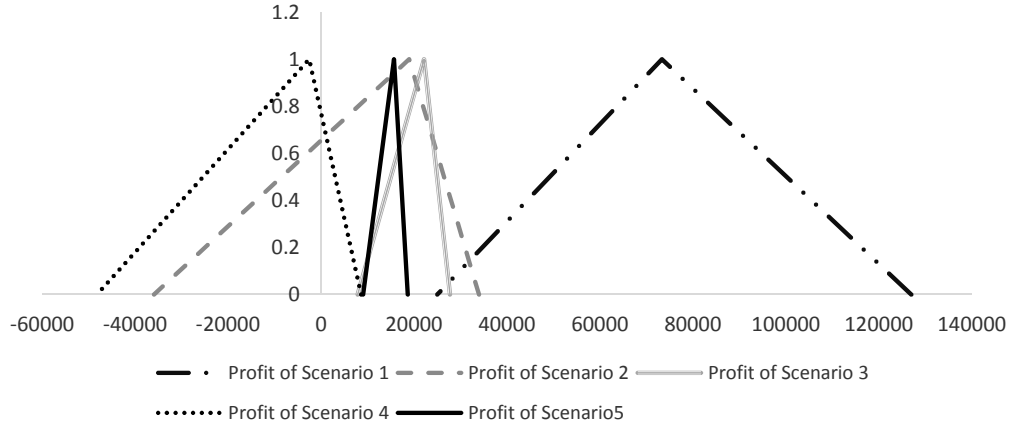
$\tilde{\beta}_1$= (25000 و 73330 و 127000)

$\tilde{\beta}_2$ = (-35958 و 18949 و 33979)

$\tilde{\beta}_3$ = (7883 و 22163 و 27742)

$\tilde{\beta}_4$ = (-48218 و 2538- و 8635)

$\tilde{\beta}_5$ = (9034 و 15693 و 18663)




**شکل ۲. تابع سود فازی بدست آمده برای سناریوهای مختلف**

حال جهت رتبه‌بندی این سناریوها بـر اسـاس رو ش سـه معیـاره ترتیبی، معیار اول را برای این۵ حالت محاسبه می‌کنیم.

$S_{\tilde{\beta}_1}=\left(\frac{25000+2\times73330+127000}{4}\right)=(74665)$

$S_{\tilde{\beta}_2}=\left(\frac{-35958+2\times18949+33979}{4}\right)=(8980)$

$S_{\tilde{\beta}_3}=\left(\frac{7883+2\times22163+27742}{4}\right)=(19988)$

$S_{\tilde{\beta}_4}=\left(\frac{-48218+2\times(-2538)+8635}{4}\right)=(-11165)$

$S_{\tilde{\beta}_5}=\left(\frac{9034+2\times15693+18663}{4}\right)=(1477)$

دراین مثال خاص، با توجه به اینکه مقدار سطح محصـور(S)، بـرای هیچ کدام از ۵ سناریوی تخصیص، عدد یکسانی بدسـت نمـی‌آیـد، تنها با استفاده ازهمین معیـار اول، قـادر بـه اولویـت‌بنـدی حـالات مختلف تخصیص می‌باشیم ودیگر نیازی بـه محاسـبه‌ی معیارهـای دوم و سوم نمی‌باشد. با توجه به اعـداد بدسـت آمـده از معیـار اول، بهترین حالت مربوط به تخصیص ۵ اپراتور به خط تولیـد مـی‌باشـد یعنی به ازای هر ماشین یک اپراتور. همچنین چنانچه بنا به دلایـل و محدودیت‌هایی امکان استخدام و تخصیص ۵ اپراتور به خط تولید فراهم نگردد، سناریوهای سوم، دوم، پنجم و چهـارم، بـه ترتیـب در اولویت‌های بعـدی بـرای تخصـیص اپراتورهـا بـه خـط تولیـد قـرار می‌گیرند.شایان ذکر است که مقادیر هزینه‌های $C_1$ و $C_2$، در تعیین سناریوی برتر دخیل بوده به نحوی که در همین مثال، چنانچـه $C_2$ که هزینه‌ی بکارگیری نیروی انسانی می‌باشـد ، مبلـغ بـالایی را بـه خود اختصاص دهد، قطعاً دیگر سناریوی اول بـه عنـوان سـناریوی برتر انتخاب نخواهد شد.

### ۶. نتیجه‌گیری، بحث و پیشنهادات

در این مطالعه، مدلی برای محاسبه‌ی تعداد بهینه‌ی نیروی انسـانی لازم جهت تخصیص به خط تولید، ارائـه شـد. در ایـن مـدل، ابتـدا سناریوها و حالات مختلـف تخصـیص در نظـر گرفتـه شـد. سـپس عملیات مدلسازی هر کدام از این سناریوها با استفاده از مـدل‌هـا و مفاهیم تئوری صف صورت پذیرفت. درادامه، یک تابع سـود شـامل هزینه‌ها و درآمدهای ناشی از پیاده سازی هر کدام از این سناریوها،

تعریف شد که با توجه به اینکه برخی از ورودی‌های مسئله به شکل فازی در نظر گرفته شدند، مقادیر این تابع سود، برای حالات مختلف، به صورت یک عدد فازی بدست آمد. لذا جهت انتخاب بهترین حالت تخصیص، از یکی از روشهای اولویت‌بندی اعداد فازی، به نام روش سه معیاره ترتیبی استفاده شده است. در این تحقیق، به کارگیری اعداد فازی مثلثی ، رویکرد قابل قبولی را در برخورد با عدم قطعیت‌هایی که در محیط‌های تولیدی دیده می‌شوند، ارائه می‌دهد. از تحلیل داده‌ها چنین بر می‌آید که نتایج حاصل از روش ارائه شده، اطلاعات بیشتری را در اختیار تصمیم‌گیران قرار می‌دهد. چرا که نتایج حاصل از محاسبات کلاسیک، تنها با داده‌های قطعی به کارگرفته شده معتبر می‌باشد و با هرگونه تغییر در این داده‌ها، اعتبار خود را ازدست می‌دهند، اما نتایج حاصل از محاسبات فازی، با استفاده از داده‌هایی به دست می‌آید که تغییرات ناشی از عدم قطعیت درمحیط‌های تولیدی، از ابتدا در آنها لحاظ شده است. لذا این نتایج حتی درصورت تغییرداده‌های اولیه در بازه‌ی تعیین شده ( بازه‌ی اعداد فازی )، همچنان معتبر خواهد بود. نتیجه اینکه، راهکارهای ارائه شده دراین تحقیق، می‌تواند در حل مشکل تخصیص بهینه‌ی نیروی انسانی، در شرایطی که به دلیل عدم دسترسی به اطلاعات دقیق، با ابهاماتی در مورد پارامترهای مسئله روبرو می‌باشیم، مفید واقع گردد. همچنین در طول انجام این تحقیق به مواردی برخورد شد که در نظر گرفتن تمامی آنها در این مطالعه ممکن نبود، لذا در این قسمت به ارائه پیشنهاداتی پرداخته می‌شود که می‌تواند آغازی برای مطالعات بعدی باشد. پیشنهاد اول اینکه، جهت نزدیک شدن مدل به واقعیت، نرخ خدمت اپراتورها متفاوت در نظر گرفته شود. همچنین پیشنهاد می‌شود که مدل ارائه شده در این مقاله، با استفاده از مدل‌های صف غیر مارکوفی با توابع توزیع کلی ( مثل G/G/1 )، برای حالت‌هایی که ورود محصول به خط تولید، یا مدت زمان خدمت اپراتورها، دارای توزیعی غیر از پواسون و نمایی باشد، بسط داده شود. البته بعضی از حالت‌های تولیدی پیچیده‌تری نیز وجود دارد که امکان انطباق کامل آنها، با مدل‌های صف مرسوم، وجود ندارد که پیشنهاد می‌شود در این موارد از ترکیبی از این مدل‌ها با روش‌های شبیه‌سازی استفاده شود.

## پی‌نوشت

1. Man-machine system
2. Make span
3. Just in time
4. Cellular manufacturing systems
5. Data envelopment analysis
6. Lead time

## مراجع

[1] Uzsoy R, Lee CY, Martin-Vega LA. A review of production planning and scheduling models in the semiconductor industry part I: system characteristics, performance evaluation and production planning, IIE transactions, 1992, No. 4, Vol. 24, pp. 47-60.

[2] Uzsoy R, Lee CY, Martin-Vega LA. A review of production planning and scheduling models in the semiconductor industry part II: shop-floor control, IIE transactions, 1994, No. 5, Vol. 26, pp. 44-55.

[3] Süer GA, Bera IS. Optimal operator assignment and cell loading when lot-splitting is allowed, Computers & Industrial Engineering, 1998, No. 3, Vol. 35, pp. 431-434.

[4] Hung YF, Chen IH. Dynamic operator assignment based on shifting machine loading, International Journal of Production Research, 2000, No. 14, Vol. 14, pp. 3403-3420.

[5] Majozi T. A combined fuzzy set theory and MILP approach in integration of planning and scheduling of batch plants - Personnel evaluation and allocation, Computers & chemical engineering, 2005, No. 9, Vol. 29, pp. 2029-2047.

[6] Vembu S, Srinivasan G. Heuristics for operator allocation and sequencing in product-line-cells with manually operated machines, Computers & Industrial Engineering, 1997, No. 2, Vol. 32, pp. 265-279.

[7] Bhaskar K, Srinivasan G. Static and dynamic operator allocation problems in cellular manufacturing systems, International Journal of Production Research, 1997, No. 12, Vol. 35, pp. 3467-3482.

[8] Nakade K, Ohno K. An optimal worker allocation problem for a U-shaped production line, International Journal of Production Economics, 1999, Vol. 60, pp. 353-358.

[9] Chauvet F, Proth JM, Soumare A. The simple and multiple job assignment problems, International Journal of Production Research, 2000, No. 14, Vol. 38, pp. 3165-3179.

[۱۰] موسی‌زادگان، حسنعلی؛ ذگردی، حسام‌الدین؛ مدلی جدید برای حل مساله موازنه خط مونتاژ هزینه گرا؛ نشریه بین‌المللی علوم مهندسی دانشگاه علم و صنعت ایران، جلد ۱۹، شماره ۱، بهار ۱۳۸۷، صص. ۲۵-۱۵.

[11] Yang T, Fu HP, Yang C. A simulation-based dynamic operator assignment strategy considering machine interference-a case study on integrated circuit chip moulding operations. Production Planning & Control, 2002, No. 6, Vol. 13, pp. 541-551.

[12] Ertay T, Ruan D. Data envelopment analysis based decision model for optimal operator allocation in CMS, European Journal of Operational Research, 2005, No. 3, Vol. 164, pp. 800-810.

[13] Song B, et al. A recursive operator allocation approach for assembly line-balancing optimization problem with the consideration of operator efficiency, Computers & Industrial Engineering, 2006, No. 4, Vol. 51, pp. 585-608.

[14] Yang T, Chen MC, Hung CC. Multiple attribute decision-making methods for the dynamic operator allocation problem, Mathematics and Computers in Simulation, 2007, No. 5, Vol. 73, pp. 285-299.

[15] Kuo Y, Yang T. Optimization of mixed-skill multi-line operator allocation problem, Computers & Industrial Engineering, 2007, No. 3, Vol. 53, pp. 386-393.

[16] Chen SP. Parametric nonlinear programming for analyzing fuzzy queues with finite capacity, European Journal of Operational Research, 2004, No. 2, Vol. 157, pp. 429-438.

[17] Chen SP. Parametric nonlinear programming approach to fuzzy queues with bulk service, European Journal of Operational Research, 2005, No. 2, Vol. 163, pp. 434-444.

[18] Chen SP. A mathematical programming approach to the machine interference problem with fuzzy parameters, Applied Mathematics and Computation, 2006, No. 1, Vol. 174, pp. 374-387.

[19] Chen SP. Solving fuzzy queueing decision problems via a parametric mixed integer nonlinear programming method, European Journal of Operational Research, 2007, Vol. 177, pp. 445-457.

[20] Gani AN, Kumar VA. A bulk arrival queuing model with fuzzy parameters and fuzzy varying batch sizes, Int J Algor Comput Math, 2009, Vol. 2, pp. 1-8.

[21] Ke JC, Huang HI, Lin CH. Parametric programming approach for batch arrival queues with vacation policies and fuzzy parameters, Applied Mathematics and Computation, 2006, No. 1, Vol. 180, pp. 217-232.

[22] Ke JC, Lin CH. Fuzzy analysis of queueing systems with an unreliable server: A nonlinear programming approach, Applied mathematics and computation, 2006, No. 1, Vol. 175, pp. 330-346.

[23] Kumar VA. A nonlinear programming approach for a fuzzy queue with an unreliable server, Bulletin of Society for mathematical services & standards (B SO MA SS), 2012, No. 2, Vol. 1, pp. 69-89.

[24] Lin CH, Huang HI, Ke JC. On a batch arrival queue with setup and uncertain parameter patterns, International Journal of Applied Science and Engineering, 2008, No. 2, Vol. 6, pp. 163-180.

[25] Jing-Shing YA.J C. Inventory without backorder with fuzzy total cost and fuzzy storing cost defuzzified by centroid and signed distance, European Journal of Operational Research, 2003, Vol. 148, pp. 401-409.

[26] Shiang-Tai L. Fuzzy profit measures for a fuzzy economic order quantity model. Applied Mathematical Modelling, 2008, Vol. 32, pp. 2076-2086.

[27] Shishebori D, Rasti-Barzaki M, Hejazi SR. The compasion of two approaches for determining the economic production quantity under fuzzy conditions, 5th International Management Conference, 2007.

[28] Chen SH, Chang SM. Optimization of fuzzy production inventory model with unrepairable defective products, International Journal of Production Economics, 2008, No. 2, Vol. 113, pp. 887-894.

[29] Bjork KM. The economic production quantity problem with a finite production rate and fuzzy cycle time, in Hawaii International Conference on System Sciences, Proceedings of the 41st Annual, 2008, IEEE.

[30] Björk KM. An analytical solution to a fuzzy economic order quantity problem, International Journal of Approximate Reasoning, 2009, No. 3, Vol. 50, pp. 485-493.

[31] Yang GK. Discussion of arithmetic defuzzifications for fuzzy production inventory models, African Journal of Business Management, 2011, No. 6, Vol. 5, pp. 2336-2344.

[۳۲] برادران کاظم‌زاده، رضا؛ سلماس‌نیا، علی؛ یزد خواستی، امین. ارائه یک رویکرد استوار برای بهینه‌سازی شبکه‌های صف، نشریه بین‌المللی مهندسی صنایع و مدیریت تولید، جلد ۲۴، شماره ۲، شهریور ۱۳۹۲، صص. ۱۶۹-۱۵۶.

[33] Barak S, Fallahnezhad M. Cost analysis of fuzzy queuing systems, International Journal of Applied, 2012, No. 2, Vol. 2, pp. 25-36.

[34] Buckley JJ. Fuzzy probabilities and fuzzy sets for web planning, Springer Verlag, 2004.

[۳۵] عالم تبریز، اکبر؛ روغنیان، عماد؛ مجیبیان، فاطمه. یک مدل ترکیبی برای رتبه‌بندی اعداد فازی غیر نرمال، نشریه بین‌المللی مهندسی صنایع و مدیریت تولید، جلد ۲۳، شماره ۱، خرداد ۱۳۹۱، صص. ۱۳۷-۱۳۰.

[36] Wang YJ, Lee HS. The revised method of ranking fuzzy numbers with an area between the centroid and original points, Computers & Mathematics with Applications, 2008, No. 9, Vol. 55, pp. 2033-2042.

[37] Asady B, Zendehnam A. Ranking fuzzy numbers by distance minimization, Applied Mathematical Modelling, 2007, Vol. 31, No. 11, pp. 2589-2598.

[38] Nejad AM, Mashinchi M. Ranking fuzzy numbers based on the areas on the left and the right sides of fuzzy number, Computers & Mathematics with Applications, 2011, Vol. 61, No. 2, pp. 431-442.

[39] Lee ES, Li RJ. Comparison of fuzzy numbers based on the probability measure of fuzzy events, Computers & Mathematics with Applications, 1988, Vol. 15, No. 10, pp. 887-896.

[۴۰] آذر، عادل؛ فرجی، حجت. علم مدیریت فازی، انتشارات اجتماع، ۱۳۸۰.