



## Inventory Model in Closed Loop Supply Chain for a Deteriorating Item with a Single Producer and Multi Retailer

Mahboobeh Honarvar\* & Alireza Doozandeh

*Mahboobeh Honarvar, Assistant professor, Department of Industrial Engineering, Yazd University, Yazd, Iran*

*Alireza Doozandeh, M.Sc Student, Department of Industrial Engineering, Yazd University, Yazd, Iran*

### Keywords

Closed loop supply chain,  
Inventory system,  
Deteriorating item,  
Golden section search  
algorithm

### ABSTRACT

*The importance of remanufacturing used products into new ones has received growing attention throughout the literature. In this paper, a closed loop multi-echelon inventory system is proposed. The supply chain includes a manufacturer, several retailers and a collector. The model is dealing with deteriorating in all parts of chain. Deteriorating items are depreciated by the time. The model is developed under conditions of deterministic demand and deterioration rates and no shortages. The purpose of this study is to determine the order size, replenishment, and cycle length of time to minimize the total cost of supply chain. The golden section search algorithms developed to derive the optimal solution. To illustrate the results and the effects of model's parameters, a numerical example and sensitivity analysis given. The results show that the sensitivity of the cost function with respect to parameters such as raw material's prices, use product's prices and deteriorating rate is high, and estimates should be done carefully.*

© 2016 IUST Publication, IJIEPM Vol. 27, No. 3, All Rights Reserved



## مدل موجودی در زنجیره تأمین حلقه بسته برای کالای فاسدشدنی با در نظر گرفتن یک تولیدکننده و چندین خرده‌فروش

محبوبه هنرور\* و علیرضا دوزنده

### چکیده:

اهمیت بازگشت کالاهای استفاده شده و بکارگیری آن‌ها برای تولید مجدد محصول، در سال‌های اخیر مورد توجه محققان قرار گرفته است. در این مقاله، یک سیستم چند سطحی موجودی حلقه بسته در نظر گرفته خواهد شد. زنجیره تأمین مدنظر چند سطحی و شامل یک تولیدکننده، چندین خرده‌فروش و یک جمع‌آوری کننده می‌باشد. فاسدشدن کالا در همه قسمت‌های زنجیره رخ می‌دهد و متناسب با زمان در نظر گرفته شده است. در مدل پیشنهادی نرخ تقاضا و فسادپذیری قطعی فرض شده و کمبود مجاز نمی‌باشد. هدف این مطالعه تعیین مقادیر اندازه سفارش، زمان بازسازی و طول سیکل می‌باشد، به گونه‌ای که هزینه کل زنجیره حداقل گردد. به منظور حل مدل و یافتن حداقل هزینه، الگوریتم جستجوی طلایی توسعه داده شده است و با ارائه یک مثال عددی و انجام تحلیل حساسیت روی پارامترهای مختلف مدل، نتایج به دست آمده مورد تجزیه و تحلیل قرار خواهد گرفت. نتایج نشان می‌دهد که حساسیت تابع هزینه نسبت به پارامترهای قیمت مواد خام، قیمت خرید مواد بازگشتی و نرخ فاسدشدن بسیار زیاد بوده و تخمین آن‌ها باید با دقت بیشتری انجام شود.

### کلمات کلیدی

زنجیره تأمین حلقه بسته،  
سیستم موجودی،  
کالای فسادپذیر،  
الگوریتم جستجوی طلایی

### ۱. مقدمه

با توجه به هزینه‌های بالای نگهداری کالا و در نتیجه اهمیت بالای سیستم کنترل موجودی در زنجیره تأمین می‌توان از مدیریت موجودی‌ها به عنوان یکی از موضوع‌های مهم در تجارت و صنعت نام برد [۱]. که البته با توجه به شرایط ویژه کالاهای فاسدشدنی برای چنین محصولاتی از اهمیت بالاتری برخوردار است. به طور کلی کالای فاسدشدنی به کالایی گفته می‌شود که با گذشت زمان ارزش خود را از دست می‌دهد مانند لبنیات، میوه، سبزیجات، خون، مواد شیمیایی و غیره [۲]. در بازار رقابتی امروز ارائه راه‌کار مناسب برای مدیریت بهتر تقاضای اقلام فاسدشدنی ضروری به نظر می‌رسد. تولیدکنندگان این کالاها می‌توانند به منظور پاسخگویی به نگرانی‌های زیست محیطی و

تاریخ وصول: ۹۳/۰۴/۰۴

تاریخ تصویب: ۹۴/۰۴/۰۹

علیرضا دوزنده، دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه مهندسی صنایع، دانشگاه یزد، یزد، ایران، [alireza\\_doozandeh@yahoo.com](mailto:alireza_doozandeh@yahoo.com)

\*نویسنده مسئول مقاله: دکتر محبوبه هنرور، استادیار گروه مهندسی صنایع، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه یزد، یزد، ایران، [mhonorvar@yazd.ac.ir](mailto:mhonorvar@yazd.ac.ir)

کاهش هزینه‌های سیستم، کالاهای فاسد شده نزد خرده‌فروش را جمع‌آوری کرده و با برگرداندن آن‌ها به خط تولید و تعمیر و بازسازی آن‌ها نسبت به فروش مجدد این اقلام، اقدام نمایند.

از این‌رو در این مقاله با در نظر گرفتن زنجیره تأمین حلقه بسته‌ای شامل یک تولیدکننده، چند خرده‌فروش و یک جمع‌آوری کننده به ارائه مدل موجودی برای کالایی که با گذشت زمان فاسد می‌شود، پرداخته خواهد شد. تقاضا به صورت قطعی در نظر گرفته شده و کمبود مجاز نخواهد بود. به منظور حل مدل، مسأله پیشنهادی به وسیله الگوریتم جستجوی طلایی توسعه یافته کد شده و تحلیل حساسیت روی پارامترهای مختلف آن انجام شده است.

با توجه به اهمیت مدیریت موجودی کالا در کاهش هزینه‌ها به خصوص برای کالاهای فسادپذیر، مطالعات زیادی در این زمینه انجام شده است. قاره و اسکرادر [۳] اولین کسانی بودند که مدل موجودی را برای کالاهای فسادپذیر بررسی کردند. آن‌ها یک مدل EOQ را برای کالاهای فاسدشدنی با نرخ زوال ثابت ارائه کردند. رعفت [۴] در سال ۱۹۹۱، گویا و گیری [۵] در سال

متناسب با زمان می‌باشد، در حالی که در مدل آن‌ها کمبود مجاز بوده و بخشی از آن به صورت پس‌افت لحاظ گردیده است. مسأله با هدف حداقل نمودن هزینه‌های موجودی حل شده و از روش تحلیلی برای حل مدل پیشنهادی استفاده گردیده است. در مدل‌هایی که تا کنون ذکر شد کنترل موجودی کالا تنها در یک سطح تولیدکننده یا خرده‌فروش مورد بررسی قرار گرفت در حالی که با توجه به مواردی از قبیل پیچیدگی، تنوع و عدم اطمینان در بازار، کاهش دوره عمر محصولات، نیاز به افزایش انعطاف پذیری و اهمیت یافتن زمان پاسخگویی به مشتریان، تغییر در شیوه تعامل بین شرکت‌ها با تأمین کنندگان و مشتریان ضروری به نظر می‌رسد از این‌رو بحث همکاری بین سازمان‌ها در قالب یک زنجیره تأمین یکپارچه پیش خواهد آمد. از طرفی فسادپذیری اقلام فاسدشدنی این موضوع را برای سازمان‌های وابسته مهم‌تر کرده که با ایجاد یک زنجیره تأمین به دنبال رسیدن به سیاست‌های بهینه موجودی و کاهش هزینه‌ها در کل سیستم زنجیره تأمین باشند. بنابراین این موضوع مورد توجه افراد زیادی قرار گرفته است از جمله بان و همکاران [۱۷] که به توسعه یک مدل یکپارچه تولید، ذخیره سازی و توزیع برای اقلام فاسدشدنی در یک زنجیره تأمین دو سطحی پرداخته‌اند و روشی برای انجام تصمیم‌گیری‌های بهینه در زنجیره تأمین، با هدف حداقل کردن کل هزینه‌های سیستم ارائه کردند. عادل [۱۸] به ارائه مدل یکپارچه‌ای برای تولید یک محصول جدید و بازتولید کالاهای بازگشتی در افق زمانی محدود پرداخت، او این مدل را برای کالاهای فاسدشدنی بررسی کرد و نرخ تولید، بازتولید، تقاضا، بازگشت و فاسدشدن را متناسب با زمان در نظر گرفت. راو و همکاران [۱۹] نیز بررسی مدل کنترل موجودی یکپارچه برای اقلام فسادپذیر در یک زنجیره تأمین چند سطحی را با هدف بهینه‌سازی هزینه کلی زنجیره مدنظر قرار داده‌اند. آن‌ها زنجیره را شامل تأمین‌کننده، تولیدکننده و خریدار دانسته و تقاضا را ثابت فرض کردند. نتایج این مقاله نیز نشان می‌دهد که به کارگیری رویکرد یکپارچه باعث کاهش در هزینه‌های سیستم خواهد شد.

سجادیه و همکاران [۲۰] زنجیره تأمین دو سطحی را با هدف بهینه‌سازی سیاست‌های قیمت‌گذاری، سفارش دهی و حمل و نقل مدل کردند. در مدل آن‌ها که تقاضا وابسته به قیمت فرض شده تأکید بر حداکثر کردن سود کل زنجیره می‌باشد. کاردناس بارون و همکاران [۲۱] نیز به توسعه یک الگوریتم بهبود یافته و حل مدل یکپارچه تولید-موجودی در یک زنجیره تأمین سه سطحی پرداختند. از ویژگی‌های کار آن‌ها می‌توان به تقاضای وابسته به قیمت، در نظر گرفتن چندین خرده‌فروش و تأثیر فاسد پذیری کالا برای شبیه‌سازی تجارت واقعی اشاره کرد. وانگ و

۲۰۰۱ و لی و همکاران [۶] در سال ۲۰۱۰ در مقالات خود به مروری بر کارهای انجام شده در زمینه کنترل موجودی کالای فاسدشدنی پرداخته‌اند. یانگ هی و همکاران [۷] مدل تولید-موجودی کالاهای فاسدشدنی با در نظر گرفتن چندین بازار تقاضا را بهینه‌سازی کرده و تحلیل حساسیت‌هایی را روی پارامترهای مدل انجام داده‌اند. آن‌ها همچنین علاوه بر ارائه رویه حلی برای یافتن زمان سفارش دهی مواد خام، برنامه تولید بهینه‌ای برای محصول نهایی پیشنهاد کردند. جولای و همکاران [۸] اقدام به توسعه مدل موجودی برای اقلام فسادپذیر کرده‌اند. در مدل آن‌ها تابع فاسدشدن از توزیع وایبل با دو پارامتر تبعیت می‌کند و تقاضا وابسته به زمان می‌باشد. مسأله با در نظر گرفتن اثر تورم و ارزش زمانی پول مدل شده و از روش‌های بهینه‌سازی برای حل مدل و یافتن کمترین هزینه سیستم استفاده شده است. امامی و همکاران [۹] نیز با در نظر گرفتن یک سیستم تولید-موجودی به بررسی اثر تورم بر مدل EPQ برای اقلام فسادپذیر پرداختند. در مدل آن‌ها تقاضا تابعی از تورم بوده و افزایش تورم باعث افزایش تقاضا می‌گردد. هدف مدل، تعیین سیاست‌های بهینه تولید و موجودی به منظور حداقل نمودن ارزش فعلی کلیه هزینه‌ها می‌باشد. لی و دای [۱۰] مدل موجودی کالای فاسدشدنی را با تقاضای وابسته به موجودی و نرخ فسادپذیری قابل کنترل مطالعه کرده‌اند. آن‌ها کمبود را به صورت پس‌افت مجاز دانسته و مدل را با هدف بهینه‌سازی سیاست‌های بازپرسی و هزینه توسعه فن‌آوری‌های نگهداری حل نموده‌اند. موسی و سانی [۱۱] سیاست‌های سفارش‌دهی برای کالاهای فاسدشدنی با امکان تأخیر در پرداخت‌ها را مورد مطالعه قرار دادند. وی و جانگ [۱۲] یکپارچگی بین سیستم موجودی قطعات و محصول نهایی برای کالای فاسدشدنی، در شرایط وجود چندین اندازه دسته را بررسی کرده‌اند. شاه و همکاران [۱۳] مدل موجودی بدون مجاز بودن کمبود برای کالاهای فسادپذیر ارائه کرده‌اند. در مدل آن‌ها تقاضا به صورت احتمالی فرض شده و برای این منظور از تابع توزیع یکنواخت استفاده شده است. سیسیلیا و همکاران [۱۴] مدل موجودی برای کالاهای فاسدشدنی را با امکان بروز کمبود به صورت پس‌افت و تقاضای وابسته به زمان مورد نظر قرار داده و با هدف حداقل نمودن هزینه‌های سیستم حل نمودند. مهمی و نخعی [۱۵] نیز دو مسأله کنترل موجودی و قیمت‌گذاری برای کالاهای رو به زوال را به صورت همزمان مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها فاسد شدن را به صورت غیر آبی در نظر گرفته و فرض نمودند تقاضا با زمان رابطه نمایی و با قیمت رابطه خطی دارد. میرشا و همکاران [۱۶] مدل قطعی کنترل موجودی را بررسی کردند که در آن هر سه پارامتر تقاضا، هزینه نگهداری و نرخ فاسدشدن

بازگشت، بازسازی و فروش مجدد محصولات مصرفی مجاز می‌باشد. محصولات بازسازی شده از نظر کیفیت مشابه محصولات جدید بوده و قابلیت جایگزینی دارند. در مسأله پیشنهادی نرخ تقاضا و بازگشت به هم مرتبط بوده و در دو حالت قطعی و احتمالی بررسی شده است. در نهایت تابع هزینه برای هر دو حالت نوشته شده و با استفاده از برنامه‌ریزی پویا حل شده‌اند. یانگ و همکاران [۳۰] به معرفی یک زنجیره تأمین حلقه بسته برای کالاهای فاسدشدنی پرداختند، آن‌ها تقاضا را وابسته به قیمت و زنجیره تأمین را در دو سطح با یک تولیدکننده و چند خرده‌فروش در نظر گرفته و مدل را با هدف حداکثر کردن سود کل زنجیره حل نموده‌اند. چانگ و همکاران [۳۱] نیز یک سیستم موجودی با قابلیت تولید مجدد را در یک زنجیره تأمین حلقه بسته شامل تأمین‌کننده، تولیدکننده، خرده‌فروش و فروشنده مواد بازاریابی در نظر گرفتند و مدل را با هدف حداکثر کردن سود کل زنجیره حل نمودند. با توجه به این‌که در مقالات یانگ و همکاران [۳۰] و چانگ و همکاران [۳۱] فرایند تولید و بازتولید جدا از یکدیگر فرض شده‌اند در این مقاله با در نظر گرفتن همزمان فرایند تولید و باز تولید تلاش شده است که مدل به واقعیت نزدیک‌تر شود. لازم به ذکر است که به منظور همزمان سازی سیکل تولید و باز تولید می‌بایست اقلام بازگشتی، دمونتاژ شده تا مواد اولیه حاصل از دمونتاژ و مواد خام خریداری شده به صورت همزمان در فرایند تولید مورد استفاده قرار گیرند از این‌رو، وجود انباری برای ذخیره سازی مواد دمونتاژ شده ضروری به نظر می‌رسد که در این مقاله این انبار پیش‌بینی شده و هزینه‌های آن محاسبه شده است. البته در مقالات [۳۰] و [۳۱] با توجه به مجزا فرض نمودن فرایند تولید و بازتولید، این انبار لحاظ نگردیده است. از طرفی در این مقاله تحویل سفارش به خرده‌فروشان به صورت انباشته‌ای می‌باشد در حالی که در مقالات فوق نرخ خروج از انبار تولیدکننده و نرخ خروج از انبار خرده فروش یکسان و برابر با نرخ تقاضا در نظر گرفته شده است که در واقعیت این امر امکان‌پذیر نیست مگر آن‌که سیستم به صورت تولید به هنگام باشد. از این‌رو برای نزدیک‌تر شدن مدل به واقعیت سفارشات خرده فروشان در مدل پیشنهادی به صورت انباشته‌ای تحویل می‌گردد. با توجه به ارسال انباشته‌ای کالا به خرده فروش و به منظور ایجاد هماهنگی در زنجیره تأمین در این مقاله از رویکرد سیکل تجدید مشترک برای فرستادن کالا به خرده فروشان استفاده شده است به طوری که در این سیکل هر خرده فروش یک بار سفارش می‌دهد. ضمن این‌که در مراجع [۳۰] و [۳۱] به منظور حل مدل، روش‌های ریاضی و مشتق‌گیری از تابع هدف مورد استفاده قرار گرفته است ولی در مقاله پیش رو با توجه به پیچیدگی تابع

همکاران [۲۲] به دنبال بهینه سازی سیاست‌های کنترل موجودی برای کالای فسادپذیر با نرخ فاسدشدن متناسب با زمان در یک زنجیره تأمین سه سطحی شامل یک تولیدکننده، یک توزیع کننده و یک خرده‌فروش بوده‌اند. زانونی و همکاران [۲۳] مسأله یکپارچه موجودی و حمل و نقل کالاهای فاسدشدنی با طول عمر مشخص را در حالت یک فروشنده و یک خریدار بررسی کرده و برای حل آن یک الگوریتم ابتکاری ارائه کردند. یکی دیگر از تحقیقاتی که اخیراً در زمینه کنترل موجودی اقلام فسادپذیر در زنجیره تأمین انجام شده است مقاله سازوار و همکاران [۲۴] در سال ۲۰۱۴ می‌باشد که یک مدل احتمالی را به منظور ارائه سیاست‌های جدید کنترل موجودی اقلام فسادپذیر در یک زنجیره تأمین سبز توسعه داده‌اند، آن‌ها هزینه‌های کنترل موجودی، حمل و نقل و تأثیرات زیست محیطی را در مدل خود مدنظر قرار داده و به دنبال تعیین بهترین وسایل نقلیه و سیاست‌های کنترل موجودی هستند به گونه‌ای که تعادلی بین معیارهای مالی و زیست محیطی ایجاد شود. در این مقاله از سه روش پیشرو، پس‌رو و تعاملی برای حل مدل پیشنهادی استفاده شده است. وی و همکاران [۲۵] و چانگ و وی [۲۶] به توسعه مدل مربوط به سیستم موجودی یک کالای فاسدشدنی در زنجیره تأمین سبز پرداخته‌اند.

یکی دیگر از موضوعاتی که در سالهای اخیر مورد توجه پژوهشگران قرار گرفته است موضوع لجستیک معکوس و زنجیره تأمین حلقه می‌باشد. استفاده از مفهوم زنجیره تأمین حلقه بسته علاوه بر صرفه‌جویی در هزینه‌ها می‌تواند توجیحات زیست محیطی نیز داشته باشد. لازم به ذکر است که در مسائل مربوط به لجستیک معکوس علاوه بر اهدافی مثل حداقل نمودن هزینه و حداکثر کردن سود که به صورت سنتی لحاظ می‌شوند، اهداف دیگری نظیر حداکثر کردن سطح خدمت رسانی به مشتری، حداقل نمودن ریسک مالی و حداکثر سازی کیفیت نیز می‌تواند مدنظر قرار گیرد [۲۷]. از جمله کارهای انجام شده در این زمینه می‌توان به یوان و گائو [۲۸] اشاره کرد که مدل کنترل موجودی در زنجیره تأمین حلقه بسته با یک تولیدکننده، یک خرده‌فروش، یک تأمین‌کننده و یک جمع‌آوری کننده را توسعه دادند. آن‌ها نرخ بازگشت و تقاضا را قطعی در نظر گرفته و مدل‌سازی را در شرایط مجاز نبودن کمبود انجام داده‌اند. در این مقاله کیفیت محصولات جدید و بازتولیدی یکسان فرض شده و تقاضای مشتری از هر دو تأمین می‌گردد. میترا [۲۹] نیز به موضوع مدیریت موجودی در زنجیره تأمین حلقه بسته پرداخته و دو مدل قطعی و احتمالی را در یک زنجیره تأمین دو سطحی با نرخ تولید و بازگشت وابسته بررسی کرده است. در واقع یک سیستم موجودی دوسطحی مورد مطالعه قرار گرفته که در آن

هدف و دشوار بودن مشتق‌گیری از آن، امکان استفاده از روش‌های تحلیلی وجود ندارد بنابراین برای حل مسأله پیشنهادی از الگوریتمی مبتنی بر روش جستجوی طلائی استفاده شده است.

در ادامه و در قسمت ۲ به بیان مفروضات و مدل‌سازی ریاضی پرداخته می‌شود. حل مدل در قسمت ۳ و ارائه مثال عددی و تحلیل حساسیت در قسمت ۴ آورده شده است. در پایان و در قسمت ۵ نتیجه‌گیری و پیشنهاد برای کارهای آتی بیان شده است.

## ۲. مفروضات و مدل‌سازی

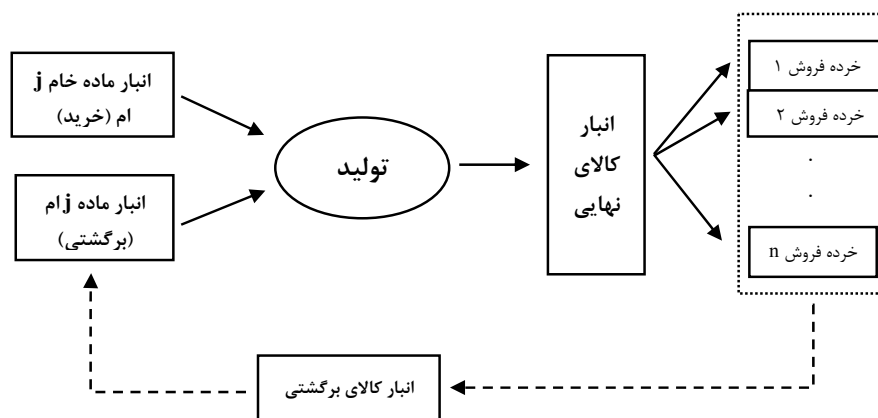
### ۱-۲. تعریف مسئله

همان‌طور که اشاره شد در این مقاله یک زنجیره تأمین با یک تولیدکننده و چندین خرده‌فروش و یک جمع‌آوری‌کننده در نظر گرفته شده است و سعی در یافتن بهترین سیاست‌های بازپرسازی برای یک کالای فاسدشدنی می‌باشد. شکل ۱ جریان مواد، محصولات و کالای برگشتی را در زنجیره تأمین نشان می‌دهد. زنجیره تأمین مدنظر شامل پنج سطح موجودی به شرح زیر می‌باشد: ۱- سطح موجودی محصول نهایی ۲- سطح موجودی خرده‌فروش‌ها ۳- سطح موجودی کالای برگشتی (استفاده شده) ۴- سطح موجودی ماده اولیه حاصل از دمونتاژ کالای برگشتی ۵- سطح موجودی مواد خام.

تولیدکننده مواد اولیه موردنیاز خود را یا از طریق دمونتاژ کالای برگشتی و یا با خرید مواد خام تأمین می‌کند. خرید مواد خام به صورت مقادیر ثابت در فاصله زمانی ثابت صورت می‌گیرد. سپس

### ۲-۲. مفروضات

- (۱) سیستم برای تولید و نگهداری یک کالا در افق زمانی نامحدود بررسی شده است.
- (۲) یک تولیدکننده و چندین خرده‌فروش در یک زنجیره تأمین حلقه بسته در نظر گرفته شده است.
- (۳) فرایند دارای یک سیکل تولید بوده و مواد اولیه تولید یا به صورت خام خریداری می‌شوند و یا از دمونتاژ کالاهای فاسد شده برگشتی به دست می‌آید.
- (۴) کیفیت مواد اولیه خام خریداری شده و مواد حاصل از دمونتاژ اقلام فاسد شده یکسان فرض شده است.
- (۵) نرخ فاسدشدن ثابت در نظر گرفته شده و فاسدشدن به مرور زمان انجام می‌شود.
- (۶) نرخ تولید، دمونتاژ و تقاضا ثابت و قطعی فرض شده است.
- (۷) کمبود مجاز نبوده و زمان تدارک صفر در نظر گرفته شده است.



شکل ۱. جریان مواد، محصولات و کالای برگشتی در زنجیره تأمین حلقه

به منظور ارائه مدل ابتدا به بیان مفروضات و نمادها می‌پردازیم:

شاخص نشان دهنده مواد اولیه موردنیاز	$j$
نرخ تولید کالای نهایی	$u_m$
نرخ دمونتاژ کالای برگشتی	$u_d$
نرخ بازگشت کالای فاسد شده	$u_r$

### ۳-۲. نمادها و شاخص‌ها

$i$  شاخص نشان دهنده خرده‌فروشان

ام	$\theta_{Ri}$	نرخ فاسدشدن کالا در انبار خرده‌فروش $i$ ام
هزینه دمونتاز هر واحد کالای برگشتی (هزینه متغیر دمونتاز)	$\beta$	نرخ فاسدشدن کالا برای تولیدکننده
$C_1$	$\lambda$	نرخ فاسدشدن در انبار محصولات برگشتی
هزینه تولید هر واحد کالای نهایی (هزینه متغیر تولید)	$\alpha_j$	نرخ فاسد شدن در انبار ماده اولیه نوع $j$ بعد از دمونتاز
$C_2$	$\Delta_j$	نرخ فاسد شدن در انبار ماده خام نوع $j$
هزینه سفارش دهی برای خرده‌فروش $i$ ام	$D_i$	نرخ تقاضای کالای نهایی از خرده‌فروش $i$ ام
$AR_i$	$P_1$	قیمت فروش هر واحد محصول نهایی از تولید کننده به خرده‌فروش
هزینه سفارش دهی ماده خام نوع $j$	$P_2$	قیمت فروش هر واحد کالای نهایی از خرده‌فروش به مشتری
$A_j$	$P_3$	قیمت خرید هر واحد کالای برگشتی توسط تولید کننده
هزینه سفارش دهی محصولات برگشتی	$P_{4j}$	قیمت خرید ماده خام $j$ ام
$Ar$	$P_{5j}$	قیمت فروش ماده اولیه $j$ بعد از دمونتاز
هزینه Setup برای تولید کننده	$n$	تعداد خرده‌فروش
$Sm$	$n_r$	تعداد دفعات خرید کالای برگشتی
هزینه Setup برای دمونتاز	$n_d$	تعداد دفعات به دست آمدن ماده نوع $j$ از کالاهای بازگشتی (این تعداد برای همه مواد یکسان است)
$Sr$	$n_j$	تعداد دفعات خرید ماده خام $j$ ام در هر سیکل
سطح موجودی انبار خرده‌فروش $i$ ام	$q_i$	میزان دریافتی خرده‌فروش $i$ ام در هر سیکل
$IR_i$	$Q_j$	میزان دریافت ماده خام $j$ ام در هر بار خرید
سطح موجودی انبار کالای برگشتی	$C$	زمان سیکل مشترک
$Ir$	$W_j$	نسبت استفاده شده از ماده خام نوع $j$ ام در کالای نهایی
سطح موجودی انبار ماده برگشتی $j$ ام	$W_{rj}$	نسبت استفاده شده از ماده برگشتی نوع $j$ ام در کالای نهایی
$Irj$	$chR_i$	هزینه نگهداری هر واحد کالا در انبار خرده‌فروش $i$ ام
سطح موجودی کالای نهایی	$chm$	هزینه نگهداری هر واحد کالا در انبار تولید کننده
$IM$	$chr$	هزینه نگهداری هر واحد کالا در انبار محصولات برگشتی
سطح موجودی ماده خام نوع $j$	$chr_j$	هزینه نگهداری هر واحد کالا در انبار ماده اولیه نوع $j$ بعد از دمونتاز
$I_j$	$ch_j$	هزینه نگهداری هر واحد کالا در انبار ماده خام نوع $j$ ام
در ادامه به منظور مدل‌سازی ریاضی و یافتن سیاست‌های بهینه بازسازی به تشریح مدل پرداخته می‌شود:	$cdR_i$	هزینه فاسد شدن هر واحد کالا در انبار خرده‌فروش $i$ ام
	$cdm$	هزینه فاسد شدن هر واحد کالا در انبار تولید کننده
	$cdr$	هزینه فاسد شدن هر واحد کالا در انبار محصولات برگشتی
	$cdr_j$	هزینه فاسد شدن هر واحد کالا در انبار ماده اولیه نوع $j$ بعد از دمونتاز
	$cd_j$	هزینه فاسد شدن هر واحد کالا در انبار ماده خام نوع $j$

## ۲-۴. مدل‌سازی ریاضی

## انبار محصول نهایی

در  $t=0$  در شرایطی که موجودی انبار صفر می‌باشد عملیات تولید شروع می‌شود و سطح موجودی انبار شروع به زیاد شدن می‌کند. از طرفی با توجه به اینکه تولید  $q_i$  واحد محصول نیاز به  $t_i$  واحد زمان نیاز دارد، تولید محصول نهایی باید به گونه‌ای برنامه‌ریزی شود که تقاضای هر یک از خرده‌فروشان در زمان مناسب تحویل داده شود. رابطه ۱ بیانگر معادله تغییرات موجودی برای انبار محصول نهایی می‌باشد.

$$\frac{dIM(t)}{dt} + \beta \cdot IM(t) = u_m \quad 0 \leq t \leq t_i \quad (1)$$

با شرط اولیه  $IM(0) = 0$ .

بعد از حل معادله دیفرانسیل رابطه (۱) میزان موجودی این انبار در زمان  $t$  از رابطه (۲) به دست می‌آید.

$$IM(t) = e^{-\beta \cdot t} \left[ \frac{u_m \cdot e^{\beta \cdot t}}{\beta} - \frac{u_m}{\beta} \right] \quad (2)$$

تابع هزینه برای انبار محصول نهایی شامل درآمد حاصل از فروش محصول به خرده‌فروش، هزینه Setup، هزینه نگهداری، هزینه فاسدشدن و هزینه متغیر تولید می‌باشد.

$$TPM = (n \cdot S_m) + \left( ch_m \cdot \sum_{i=1}^n \int_0^{t_i} IM dt \right) + \left( cd_m \cdot [(u_m \cdot \sum_{i=1}^n t_i) - \sum_{i=1}^n q_i] \right) + (C_2 \cdot u_m \cdot \sum_{i=1}^n t_i) \quad (3)$$

انبار مربوط به خرده‌فروش  $i$  ام

فرض شده است که خرده‌فروش  $i$  ام در هر سیکل میزان  $q_i$  واحد از کالای نهایی سفارش می‌دهد و در طول سیکل استفاده می‌کند به گونه‌ای که سطح موجودی در پایان زمان سیکل به صفر خواهد رسید. روابط (۴) و (۵) به ترتیب نشان‌دهنده معادله تغییرات موجودی و میزان موجودی انبار خرده‌فروش  $i$  ام در زمان  $t$  می‌باشد.

$$\frac{dIR_i(t)}{dt} + \theta R_i \cdot IR_i(t) = -D_i \quad 0 \leq t \leq c \quad (4)$$

$$IR_i(C) = 0$$

$$IR_i(t) = e^{-\theta R_i t} \left[ \frac{-D_i \cdot e^{\theta R_i t}}{\theta R_i} + \frac{D_i \cdot e^{\theta R_i C}}{\theta R_i} \right] \quad (5)$$

تابع هزینه خرده‌فروش  $i$  ام به صورت زیر به دست می‌آید که به ترتیب شامل، هزینه نگهداری، هزینه سفارش دهی، هزینه خرید کالا از تولید کننده و هزینه فاسدشدن کالا می‌باشد:

$$TPR_i = (ch_{Ri} \cdot \int_0^C IR_i dt) + (A_{Ri}) + ((q_i \cdot P_i) + cd_{Ri} \cdot (q_i - C \cdot D_i)) \quad (6)$$

## انبار کالای برگشتی

از لحظه  $t=0$  و در حالی که سطح موجودی انبار برابر صفر می‌باشد برگشت مواد شروع شده و تا زمان  $T_1$  ادامه می‌یابد، ضمن اینکه همزمان با ورود کالای بازگشتی به انبار، دمونتاز آن‌ها شروع می‌شود که تا زمان  $T_2$  ادامه خواهد داشت. به منظور جلوگیری از افزایش دائمی سطح موجودی در انبار  $IR_j$  تکرار بعدی در  $T_3$  شروع خواهد شد. روند این انبار در طول یک سیکل  $n_r$  بار تکرار می‌شود. با توجه به شکل ۲ مشخص است که نمودار مربوط به کالای برگشتی از دو قسمت مختلف در بازه‌های  $(0, T_1)$  و  $(T_1, T_2)$  تشکیل شده است.

$$\frac{dI_r(t)}{dt} + \lambda \cdot I_r(t) = u_r - u_d \quad 0 \leq t \leq T_1 \quad (7)$$

$$I_r(0) = 0$$

$$I_{r_{part1}}(t) = e^{-\lambda t} \left[ \frac{(u_r - u_d) \cdot e^{\lambda t}}{\lambda} + \frac{u_d - u_r}{\lambda} \right] \quad 0 \leq t \leq T_1 \quad (8)$$

$$\frac{dI_r(t)}{dt} + \lambda \cdot I_r(t) = -u_d \quad T_1 \leq t \leq T_2 \quad (9)$$

$$I_r(T_2) = 0$$

$$I_{r_{part2}}(t) = e^{-\lambda t} \left[ \frac{-u_d \cdot e^{\lambda t}}{\lambda} + \frac{u_d \cdot e^{\lambda T_2}}{\lambda} \right] \quad T_1 \leq t \leq T_2 \quad (10)$$

تابع هزینه برای انبار کالاهای برگشتی شامل هزینه سفارش دهی، هزینه نگهداری، هزینه خرید کالای برگشتی و هزینه فاسدشدن می‌باشد.

$$TPR = n_r \left( Ar + ch_r \cdot \left( \int_0^{T_1} I_{r_{part1}} dt + \int_{T_1}^{T_2} I_{r_{part2}} dt \right) + (P_3 \cdot u_r \cdot T_1) + cd_r \cdot [(u_r \cdot T_1) - (u_d \cdot T_2)] \right) \quad (11)$$

انبار مواد اولیه نوع  $j$  حاصل از دمونتاز

با توجه به اینکه دمونتاز مواد از لحظه  $t=0$  شروع می‌شود پس ورود مواد اولیه حاصل از دمونتاز نیز از زمان صفر شروع خواهد شد و در زمان  $T_2$  که زمان پایان دمونتاز هست خاتمه می‌یابد. ضمن اینکه استفاده از این مواد در خط تولید از زمان صفر شروع شده و تا  $T_3$  ادامه می‌یابد. روند این انبارها در طول یک سیکل  $n_d$  بار تکرار خواهد شد. از شکل ۲ مشخص است که نمودار مربوط به انبار مواد اولیه نوع  $j$  نیز از دو قسمت در بازه‌های  $(0, T_2)$  و  $(T_2, T_3)$  تشکیل شده است که معادله‌های تغییرات موجودی و میزان موجودی آن‌ها در زمان  $t$  در زیر آورده شده است.

$$\frac{dI_{rj}(t)}{dt} + \alpha_j \cdot I_{rj}(t) = u_d - w_{rj} \cdot u_m \quad 0 \leq t \leq T_2 \quad (12)$$

$$I_{rj}(0) = 0$$

$$I_{rj}(t) =$$

$$e^{-\alpha_j t} \left[ \frac{(u_d - w_{rj} \cdot u_m) \cdot e^{\alpha_j t}}{\alpha_j} + \frac{w_{rj} \cdot u_m - u_d}{\alpha_j} \right] \quad 0 \leq t \leq T_2 \quad (13)$$

$$\frac{dI_{rj}(t)}{dt} + \alpha_j \cdot I_{rj}(t) = -w_{rj} \cdot u_m \quad T_2 \leq t \leq T_{3j} \quad (14)$$

$$I_{rj}(T_{3j}) = 0$$

$$I_{rj}(t) =$$

$$e^{-\alpha_j t} \left[ \frac{(-w_{rj} \cdot u_m) \cdot e^{\alpha_j t}}{\alpha_j} + \frac{(w_{rj} \cdot u_m) \cdot e^{\alpha_j T_{3j}}}{\alpha_j} \right] \quad T_2 \leq t \leq T_{3j} \quad (15)$$

در رابطه (۱۶) به تابع هزینه برای این انبار اشاره شده است که شامل، هزینه Setup، هزینه نگهداری، هزینه متغیر دمونتاز، هزینه فاسدشدن کالا و درآمد حاصل از فروش مواد دمونتاز شده اضافی می‌باشد.

$$TPR_j = n_{rj} \left( S_{rj} + ch_{rj} \cdot \left( \int_0^{T_2} I_{rj} dt \right) + \int_{T_2}^{T_3} I_{rj} dt \right) + (T_3 \cdot u_d \cdot C_1) + cd_{rj} \cdot [(n_d \cdot u_d \cdot T_3) - (u_m \cdot W_{rj} \cdot \sum_{i=1}^n t_i)] - (P_{5j} \cdot I_{rj}(T_3)) \quad (16)$$

که در رابطه (۱۶)،  $I_{rj}(T_3)$  مقدار موجودی در زمان  $T_3$  بوده و  $T_3 = \frac{\sum_{i=1}^n t_i}{n_d}$  می‌باشد.

با توجه به نمودار  $I_{rj}$  ممکن است سطح موجودی ماده اولیه دمونتاز شده در زمان  $T_3$  مقداری غیر از صفر باشد که تولید کننده می‌تواند مقادیر اضافی را با قیمت  $P_{5j}$  به فروش برساند. از این‌رو درآمد حاصل از آن از تابع هزینه مربوط به این انبار کسر شده است.

انبار مواد خام نوع  $j$  (خرید)

فرض شده است که سطح موجودی ماده خام  $j$  ام در  $t=0$  برابر با  $Q_j$  واحد بوده و تولیدکننده این مقدار از مواد خام را در  $T_{jj}$  واحد زمانی مصرف کند، از این‌رو سفارش باید به گونه‌ای انجام پذیرد

$$Q_j = \frac{-w_j \cdot u_m}{\Delta_j} + \frac{w_j \cdot u_m \cdot e^{\Delta_j T_{jj}}}{\Delta_j} \quad (23)$$

که در آن

$$T_{jj} = \frac{\sum_{i=1}^n t_i}{n_j} = \frac{1}{n_j} \left[ -\frac{1}{\beta} \sum_{i=1}^n \ln \left( \frac{D_i \beta}{\theta R_i \cdot u_m} - \frac{D_i \cdot e^{\theta R_i \cdot C} \cdot \beta}{\theta R_i \cdot u_m} + 1 \right) \right] \quad (24)$$

از طرفی با توجه به شکل ۲ خواهیم داشت:

$$T_3 = \frac{\sum_{i=1}^n t_i}{n_d} = \frac{1}{n_d} \left[ -\frac{1}{\beta} \sum_{i=1}^n \ln \left( \frac{D_i \beta}{\theta R_i \cdot u_m} - \frac{D_i \cdot e^{\theta R_i \cdot C} \cdot \beta}{\theta R_i \cdot u_m} + 1 \right) \right] \quad (25)$$

در ادامه به بررسی  $T_2$  پرداخته خواهد شد:

از مساوی قرار دادن روابط (۱۳) و (۱۵) در زمان  $T_{2j}$  مقدار  $T_{2j}$  به ازای هر یک از مواد اولیه به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} Ir_j(T_{2j})(Part I) &= Ir_j(T_{2j})(Part II) \rightarrow \\ e^{-\alpha_j T_{2j}} \left[ \frac{(u_d - w_{rj} \cdot u_m) \cdot e^{\alpha_j T_{2j}}}{\alpha_j} + \frac{w_{rj} \cdot u_m - u_d}{\alpha_j} \right] &= \\ e^{-\alpha_j T_{2j}} \left[ \frac{-(w_{rj} \cdot u_m) \cdot e^{\alpha_j T_{2j}}}{\alpha_j} + \frac{(w_{rj} \cdot u_m) \cdot e^{\alpha_j T_3}}{\alpha_j} \right] &\rightarrow \\ (u_d - w_{rj} \cdot u_m) \cdot e^{\alpha_j T_{2j}} + (w_{rj} \cdot u_m - u_d) &= \\ (-w_{rj} \cdot u_m) \cdot e^{\alpha_j T_{2j}} + & \\ ((w_{rj} \cdot u_m) \cdot e^{\alpha_j T_3}) &\rightarrow T_{2j} = \\ \frac{1}{\alpha_j} \ln \left( \frac{(w_{rj} \cdot u_m) (e^{\alpha_j T_3} - 1) + u_d}{u_d} \right) & \end{aligned} \quad (26)$$

با توجه به شکل ۲ و به دلیل متفاوت بودن مقادیر  $w_{rj}$  و  $\alpha_j$  برای مواد اولیه مختلف، مقادیر  $T_{2j}$  نیز متفاوت خواهد بود. از این رو ماده اولیه‌ای که دارای بیشترین مقدار  $T_{2j}$  می‌باشد به عنوان مبنا انتخاب شده و دمونتاز محصولات بازگشتی تا زمان  $T_2 = \max_j \{T_{2j}\}$  ادامه می‌یابد، ضمن این که استفاده از مواد دمونتاز شده در خط تولید تا زمان  $T_3 = \frac{\sum_{i=1}^n t_i}{n_d}$  ادامه خواهد داشت، در نهایت و با توجه به نمودارهای  $Ir_j$  و  $Ir_j^*$  در شکل ۲ مشخص است که سطح موجودی در زمان  $T_3$  برای ماده اولیه مبنا مقدار صفر و برای مواد اولیه غیر مبنا مقداری بیشتر از صفر خواهد بود و همان گونه که پیش‌تر اشاره شد مقادیر باقی‌مانده از مواد اولیه غیر مبنا در زمان  $T_3$  به فروش می‌رسد.

که در زمان  $T_{jj}$  میزان موجودی انبار برابر با  $Q_j$  باشد. این روند در طول سیکل  $n_d$  بار تکرار خواهد شد. تغییرات و میزان موجودی در زمان  $t$  برای انبار مواد خام به ترتیب از طریق روابط (۱۷) و (۱۸) بدست می‌آید.

$$\frac{dI_j(t)}{dt} + \Delta_j \cdot I_j(t) = -w_j \cdot u_m \quad 0 \leq t \leq T_{jj} \quad (17)$$

$$I_j(T_{jj}) = 0$$

$$I_j(t) = e^{-\Delta_j t} \left[ \frac{-w_j \cdot u_m \cdot e^{\Delta_j t}}{\Delta_j} + \frac{w_j \cdot u_m \cdot e^{\Delta_j T_{jj}}}{\Delta_j} \right] \quad (18)$$

تابع هزینه برای انبار ماده خام نوع  $j$  شامل هزینه سفارش دهی، هزینه نگهداری، هزینه خرید و هزینه فاسدشدن می‌باشد که به صورت رابطه (۱۹) نشان داده شده است:

$$TP_j = n_j \cdot [A_j + (ch_j \cdot \int_0^{T_{jj}} I_j dt)] + (Q_j \cdot P_{4j}) + (cd_j \cdot (Q_j - w_j \cdot u_m \cdot T_{jj})) \quad (19)$$

تابع هدف کلی از جمع توابع هزینه فوق به دست می‌آید که در پیوست ۱ آورده شده است.

از طرفی با توجه به شکل ۲ مشخص است که  $JR_i(0) = q_i$  جایگذاری این عبارت در رابطه (۵) خواهیم داشت:

$$q_i = -\frac{D_i}{\theta R_i} + \frac{D_i \cdot e^{\theta R_i \cdot C}}{\theta R_i} \quad (20)$$

همچنین با جایگذاری  $IM(t_i) = q_i$  در رابطه (۲) خواهیم داشت:

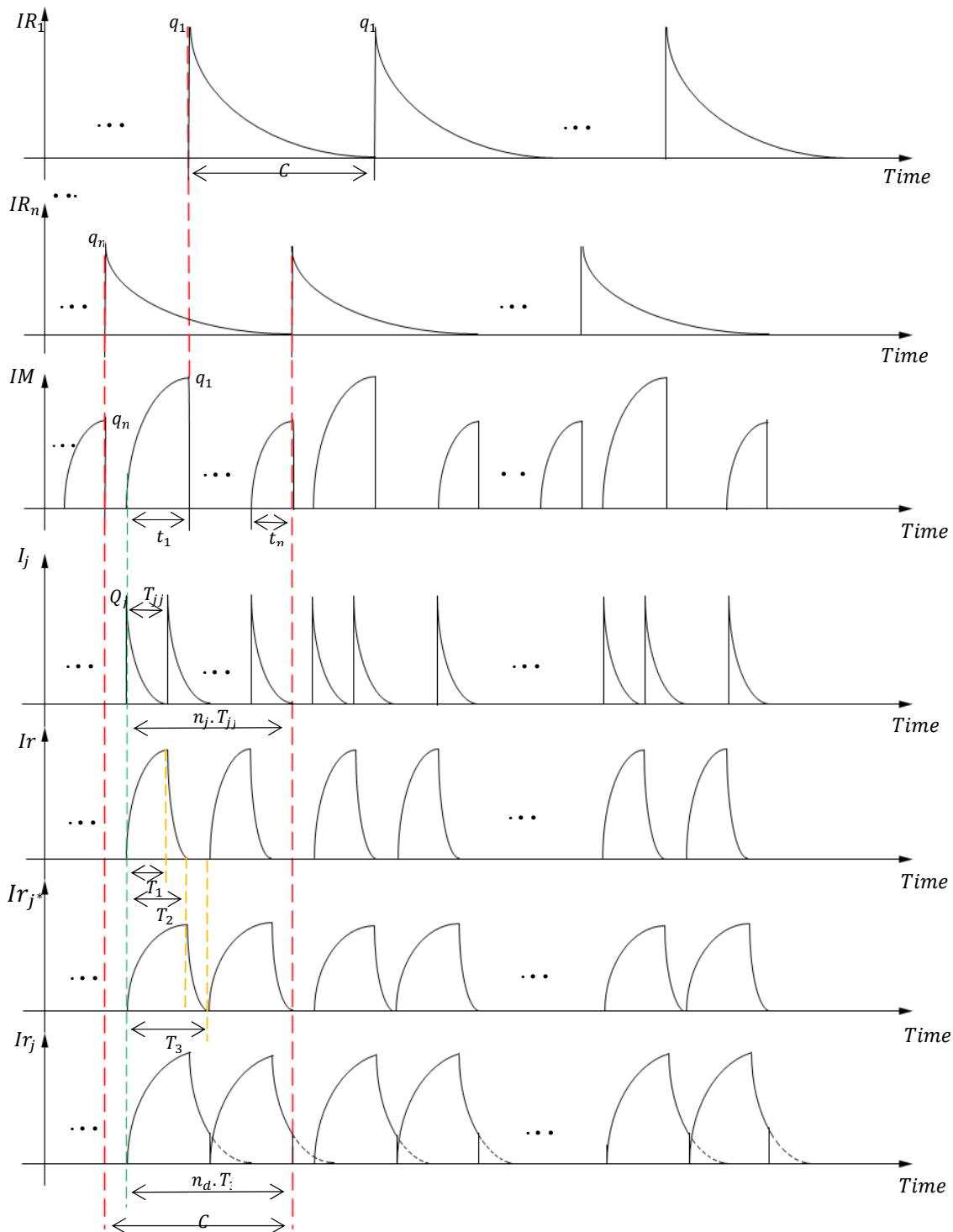
$$q_i = e^{-\beta \cdot t_i} \left[ \frac{u_m \cdot e^{\beta \cdot t_i}}{\beta} - \frac{u_m}{\beta} \right] \quad (21)$$

با مساوی قرار دادن روابط (۲۰) و (۲۱) مقدار  $t_i$  بر حسب  $C$  بدست خواهد آمد:

$$\begin{aligned} q_i &= -\frac{D_i}{\theta R_i} + \frac{D_i \cdot e^{\theta R_i \cdot C}}{\theta R_i} = e^{-\beta \cdot t_i} \left[ \frac{u_m \cdot e^{\beta \cdot t_i}}{\beta} - \frac{u_m}{\beta} \right] \rightarrow \\ \frac{u_m \cdot e^{-\beta \cdot t_i}}{\beta} &= \frac{D_i}{\theta R_i} - \frac{D_i \cdot e^{\theta R_i \cdot C}}{\theta R_i} + \frac{u_m}{\beta} \\ e^{-\beta \cdot t_i} &= \frac{\beta}{u_m} \left( \frac{D_i}{\theta R_i} - \frac{D_i \cdot e^{\theta R_i \cdot C}}{\theta R_i} + \frac{u_m}{\beta} \right) \\ t_i &= -\frac{1}{\beta} \ln \left( \frac{D_i \beta}{\theta R_i \cdot u_m} - \frac{D_i \cdot e^{\theta R_i \cdot C} \cdot \beta}{\theta R_i \cdot u_m} + 1 \right) \end{aligned} \quad (22)$$

با قرار دادن  $I_j(0) = Q_j$  در رابطه (۱۹) خواهیم داشت:





شکل ۲. نمودار موجودی مربوط به انبارهای خرده فروش  $IR_i$ ، تولیدکننده  $IM$ ، مواد خام  $I_j$ ، مواد بازگشتی  $Ir$  ماده اولیه مبنا بعد از دمونتاز  $Ir_j$  و مواد اولیه غیر مبنا بعد از دمونتاز

$$I_r(T_1)(Part I) = I_r(T_1)(Part II) \rightarrow e^{-\lambda T_1} \left[ \frac{(u_r - u_d) e^{\lambda T_1}}{\theta_r} + \frac{u_d - u_r}{\theta_r} \right] \quad (27)$$

حال به منظور محاسبه مقدار  $T_1$ ، دو رابطه (۸) و (۱۰) را در زمان  $T_1$  برابر قرار می‌دهیم:

۳-۱. انتخاب بازه اولیه  $C$  با توجه به محدودیت‌های (۲۸)

و (۲۹)

$$t_i > 0 \quad (28)$$

$$\sum_{i=1}^n t_i \leq C \quad (29)$$

و تعیین طول نهایی فاصله عدم قطعیت ( $l$ ) در الگوریتم

۳-۲. تعیین مقادیر بهینه  $[C_{lb}^*, C_{ub}^*]$  به طوری که

$$C_{ub}^* - C_{lb}^* = l$$

و محاسبه تابع هزینه به ازای  $C^* = \frac{C_{lb}^* + C_{ub}^*}{2}$  و مقادیر  $n_j$

و  $n_d$  تعیین شده در گام‌های قبلی.

گام ۴: اگر  $n_j < N_j$  باشد  $n_j = n_j + 1$  قرار داده و برگشت به

گام ۳، در غیر این صورت رفتن به گام ۵.

گام ۵: اگر  $n_d < N_d$  باشد  $n_d = n_d + 1$  قرار داده و برگشت

به گام ۲، در غیر این صورت رفتن به گام ۶.

گام ۶: انتخاب کمترین مقدار  $TC(C^*, n_j, n_d)$  را به ازای

$$n_j = 1, 2, \dots, N_j \text{ و } n_d = 1, 2, \dots, N_d$$

این الگوریتم توسط نرم‌افزار Matlab کد نویسی شده و مورد

استفاده قرار گرفته است.

#### ۴. مثال عددی

جهت ارزیابی مدل، یک مثال عددی ارائه شده و سپس به منظور

بررسی اثر تغییرات پارامترهای مختلف بر جواب از تحلیل

حساسیت استفاده شده است. برای این منظور مثال عددی که

توسط یانگ و همکاران [۳۰] به کار رفته است با اندکی تغییرات

مورد استفاده قرار گرفته است.

از این رو مثالی با سه خرده‌فروش و دو نوع ماده اولیه در نظر

گرفته شده است، مقادیر دیگر پارامترها به صورت زیر می‌باشد:

$u_m = 9000$	$D_1 = 1000$	$C_1 = 20$	$chr_2 = 6$	$cd_1 = 25$
$u_d = 3000$	$D_2 = 2000$	$C_2 = 10$	$ch_1 = 5$	$cd_2 = 23$
$u_r = 4000$	$D_3 = 1000$	$W_1 = 0.7$	$ch_2 = 8$	$AR_1 = 100000$
$\theta_{R1} = 0.05$	$P_1 = 800$	$W_2 = 0.8$	$chm = 4$	$AR_2 = 120000$
$\theta_{R2} = 0.03$	$P_2 = 1000$	$W_{r1} = 0.3$	$cdR_1 = 20$	$AR_3 = 150000$
$\theta_{R3} = 0.06$	$P_3 = 90$	$W_{r2} = 0.2$	$cdR_3 = 25$	$Ar = 10000$
$\beta = 0.08$	$P_{4,1} = 400$	$chR_1 = 3$	$cdR_2 = 22$	$A_1 = 10000$
$\lambda = 0.07$	$P_{4,2} = 410$	$chR_2 = 5$	$cdm = 30$	$A_2 = 20000$
$\alpha_1 = 0.09$	$P_{5,1} = 200$	$chR_3 = 2$	$cdr = 15$	$Sm = 1000$
$\alpha_2 = 0.06$	$P_{5,2} = 200$	$chr = 5$	$cdr_1 = 18$	$Sr_1 = 700$
$\Delta_1 = 0.04$	$n=3$	$chr_1 = 1$	$cdr_2 = 20$	$Sr_2 = 700$
$\Delta_2 = 0.02$				

$$= e^{-\theta_r T_1} \left[ \frac{-u_d e^{\lambda T_1}}{\lambda} + \frac{u_d e^{\lambda T_2}}{\lambda} \right] \rightarrow (u_r - u_d) \cdot e^{\lambda T_1} + u_d - u_r = -u_d \cdot e^{\lambda T_1} + u_d \cdot e^{\lambda T_2}$$

$$\rightarrow e^{\lambda T_1} = \frac{u_r - u_d + u_d e^{\lambda T_2}}{u_r} \rightarrow T_1 = \frac{1}{\lambda} \ln \left( \frac{-u_d + u_d e^{\lambda T_2}}{u_r} + 1 \right)$$

از طرف دیگر واضح است که  $n_r = n_d$

در نهایت پارامترهای  $C$  و  $n_j$  و  $n_d$  به عنوان پارامترهای مجهول

مدل معرفی شده و بقیه پارامترها همان‌گونه که بیان شد بر

حساب این پارامترها به دست خواهند آمد.

هدف از مدل فوق حداقل کردن تابع هدف ارائه شده در پیوست

۱ به ازای مقادیر مختلف  $C$  و  $n_j$  و  $n_d$  می‌باشد.

#### ۳. الگوریتم حل

همان‌طور که از معادله تابع هزینه در پیوست ۱ مشاهده می‌شود،

مدل، حداقل سازی غیرخطی عدد صحیح بدون محدودیت است

که در آن متغیر  $C$  پیوسته و متغیرهای  $n_j$  و  $n_d$  گسسته

می‌باشند. با مقداری به متغیرهای گسسته مدل تبدیل به

حداقل سازی غیرخطی می‌شود که برای حل آن از الگوریتم

جستجوی طلایی توسعه یافته استفاده شده است.

با فرض اینکه  $n_j \in [1, N_j]$  و  $n_d \in [1, N_d]$  و با توجه به قابل

شمارش بودن متغیرهای  $n_j$  و  $n_d$  برای به دست آوردن مقدار

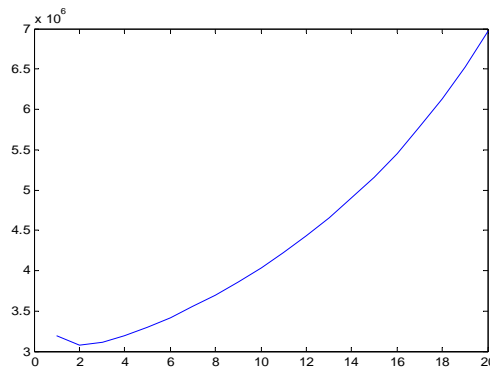
بهینه تابع هدف از الگوریتم جستجوی طلایی توسعه یافته به

صورت زیر استفاده شده است:

$$\text{گام ۱: } n_d = 1$$

$$\text{گام ۲: } n_j = 1$$

گام ۳:



شکل ۳: منحنی تغییرات هزینه بر حسب C به ازای  $n_1 = 3$  و  $n_2 = 2$  و  $n_d = 1$  در روش عددی

فاسدشدن، هزینه نگهداری، هزینه فاسدشدن، هزینه دمونتاز هر واحد، هزینه تولید هر واحد، قیمت خرید مواد خام، قیمت خرید مواد بازگشتی، نرخ تولید، نرخ بازگشت و نرخ دمونتاز را بر هزینه کل نشان می‌دهند.

منحنی تغییرات هزینه بر حسب C به ازای مقادیر بهینه  $n_d$  و  $n_j$  در شکل ۳ نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود تابع هزینه بر حسب C محدب می‌باشد که مقدار  $TC^* = 3.0716 \times 10^6$  و  $C^* = \frac{2.0163+2.0422}{2} = 2.0292$  می‌باشد. در ادامه، جداول ۱ الی ۱۰ تأثیر تغییر در عوامل نرخ

جدول ۱. تحلیل حساسیت با توجه به نرخ فاسد شدن

پارامتر	$TC(C^* = \frac{C_{lb}^* + C_{ub}^*}{2})(\times 10^6)$	$C_{lb}^*$	$C_{ub}^*$	$n_1$	$n_2$	$n_d$
$(\theta_{Ri}, \beta, \lambda, \alpha_j, \Delta_j)$	3.0716	2.0163	2.0422	3	2	1
$(\theta_{Ri}, \beta, \lambda, \alpha_j, \Delta_j) \times 2$	3.236	1.4403	1.4613	3	2	1
$(\theta_{Ri}, \beta, \lambda, \alpha_j, \Delta_j) \times 3$	3.3677	1.1749	1.1975	3	2	1
$(\theta_{Ri}, \beta, \lambda, \alpha_j, \Delta_j) \times 4$	3.4815	0.9322	0.9597	2	1	1
$(\theta_{Ri}, \beta, \lambda, \alpha_j, \Delta_j) \times 5$	3.5823	0.8254	0.8474	2	1	1

جدول ۲. تحلیل حساسیت با توجه به هزینه نگهداری

پارامتر	$TC(C^* = \frac{C_{lb}^* + C_{ub}^*}{2})(\times 10^6)$	$C_{lb}^*$	$C_{ub}^*$	$n_1$	$n_2$	$n_d$
$(chR_i, chm, chr, chr_j, ch_j)$	3.0716	2.0163	2.0422	3	2	1
$(chR_i, chm, chr, chr_j, ch_j) \times 2$	3.1025	1.8803	1.9063	3	2	1
$(chR_i, chm, chr, chr_j, ch_j) \times 3$	3.1315	1.7703	1.7962	3	2	1
$(chR_i, chm, chr, chr_j, ch_j) \times 4$	3.1588	1.6862	1.7122	3	2	1
$(chR_i, chm, chr, chr_j, ch_j) \times 5$	3.1842	1.6763	1.7023	3	3	1

جدول ۳. تحلیل حساسیت با توجه به هزینه فاسد شدن

پارامتر	$TC(C^* = \frac{C_{lb}^* + C_{ub}^*}{2})(\times 10^6)$	$C_{lb}^*$	$C_{ub}^*$	$n_1$	$n_2$	$n_d$
$(cdR_i, cdm, cdr, cdr_j, cd_j)$	3.0716	2.0163	2.0422	3	2	1
$(cdR_i, cdm, cdr, cdr_j, cd_j) \times 2$	3.0916	1.9903	2.0163	3	2	1
$(cdR_i, cdm, cdr, cdr_j, cd_j) \times 3$	3.1004	1.9582	1.9842	3	2	1
$(cdR_i, cdm, cdr, cdr_j, cd_j) \times 4$	3.115	1.9323	1.9582	3	2	1
$(cdR_i, cdm, cdr, cdr_j, cd_j) \times 5$	3.1285	1.9063	1.9322	3	2	1

جدول ۴. تحلیل حساسیت با توجه به هزینه دمونتاز هر واحد

پارامتر $C_1$	$TC(C^* = \frac{C_{lb}^* + C_{ub}^*}{2})(\times 10^6)$	$C_{lb}^*$	$C_{ub}^*$	$n_1$	$n_2$	$n_d$
10	3.0716	2.0163	2.0422	3	2	1
20	3.1794	1.8902	1.9162	3	2	1
30	3.2302	1.8902	1.9162	3	2	1
40	3.2811	1.8803	1.9063	3	2	1
50	3.3319	1.8643	1.8902	3	2	1

جدول ۵. تحلیل حساسیت با توجه به هزینه تولید هر واحد

پارامتر $C_2$	$TC(C^* = \frac{C_{lb}^* + C_{ub}^*}{2})(\times 10^6)$	$C_{lb}^*$	$C_{ub}^*$	$n_1$	$n_2$	$n_d$
20	3.0716	2.0163	2.0422	3	2	1
40	3.1708	1.9063	1.9322	3	2	1
60	3.213	1.8902	1.9162	3	2	1
80	3.2552	1.8803	1.9063	3	2	1
100	3.2974	1.8803	1.9063	3	2	1

جدول ۶. تحلیل حساسیت با توجه به قیمت مواد خام

پارامتر $P_{4,j}$	$TC(C^* = \frac{C_{lb}^* + C_{ub}^*}{2})(\times 10^6)$	$C_{lb}^*$	$C_{ub}^*$	$n_1$	$n_2$	$n_d$
400,410	3.0716	2.0163	2.0422	3	2	1
500,510	3.7641	1.7703	1.7962	3	2	1
600,610	4.3973	1.6603	1.6862	3	2	1
700,710	5.0284	1.5762	1.6022	3	2	1
800,810	5.6579	1.4921	1.518	3	2	1

جدول ۷. تحلیل حساسیت با توجه به قیمت خرید مواد بازگشتی

پارامتر $P_3$	$TC(C^* = \frac{C_{lb}^* + C_{ub}^*}{2})(\times 10^6)$	$C_{lb}^*$	$C_{ub}^*$	$n_1$	$n_2$	$n_d$
90	3.0716	2.0163	2.0422	3	2	1
180	3.2437	1.8803	1.9063	3	2	1
270	3.3588	1.8543	1.8803	3	2	1
360	3.4738	1.8222	1.8482	3	2	1
450	3.5887	1.7962	1.8222	3	2	1

جدول ۸. تحلیل حساسیت با توجه به نرخ تولید

پارامتر $um$	$TC(C^* = \frac{C_{lb}^* + C_{ub}^*}{2})(\times 10^6)$	$C_{lb}^*$	$C_{ub}^*$	$n_1$	$n_2$	$n_d$
9000	3.0716	2.0163	2.0422	3	2	1
10000	3.0631	2.0524	2.0816	3	2	1
12000	3.0497	2.08	2.1015	2	2	1
15000	3.0356	2.1511	2.1768	2	2	1
20000	3.0193	2.1551	2.1855	2	1	1

جدول ۹. تحلیل حساسیت با توجه به نرخ دمونتاز\*

پارامتر $ud$	$TC(C^* = \frac{C_{lb}^* + C_{ub}^*}{2})(\times 10^6)$	$C_{lb}^*$	$C_{ub}^*$	$n_1$	$n_2$	$n_d$
3000	3.1313	1.8902	1.9162	3	2	1
4000	3.1328	1.8902	1.9162	3	2	1

5000	3.1338	1.8902	1.9162	3	2	1
6000	3.1344	1.8803	1.9163	3	2	1
7000	3.1349	1.8803	1.9063	3	2	1

\* جدول فوق به ازای  $ur = 7000$  می‌باشد.

جدول ۱۰. تحلیل حساسیت با توجه به نرخ بازگشت

پارامتر $ur$	$TC(C^* = \frac{C_{lb}^* + C_{ub}^*}{2}) (\times 10^6)$	$C_{lb}^*$	$C_{ub}^*$	$n_1$	$n_2$	$n_d$
4000	3.0716	2.0163	2.0422	3	2	1
5000	3.1298	1.9063	1.9322	3	2	1
6000	3.1307	1.9063	1.9322	3	2	1
7000	3.1313	1.8902	1.9162	3	2	1
8000	3.1318	1.8902	1.9162	3	2	1

### ۵. نتیجه‌گیری

در این مقاله به بررسی سیستم کنترل موجودی کالای فاسدشدنی در یک زنجیره تأمین حلقه بسته شامل یک تولید کننده و چندین خرده‌فروش پرداخته شده است. پنج انبار مواد خام، محصول نهایی، خرده‌فروش، کالای بازگشتی و مواد اولیه حاصل از دمونتاز اقلام بازگشتی در نظر گرفته شده و تابع هزینه هر یک از انبارها به صورت جداگانه محاسبه شده است، در نهایت تابع هزینه کلی از جمع هزینه تمام انبارها محاسبه می‌گردد.

با توجه به غیر خطی بودن تابع هدف، الگوریتم جستجوی طلایی به منظور به دست آوردن کمترین هزینه مورد استفاده قرار گرفت. در انتها با استفاده از مثال عددی و تحلیل حساسیت روی پارامترهای مختلف به تشریح مدل و نتایج آن پرداخته شد. همان‌گونه که پیش‌تر اشاره شد تابع هزینه ارائه شده نسبت به پارامترهای قیمت مواد خام، قیمت خرید مواد بازگشتی و نرخ فاسدشدن حساسیت زیادی داشته و باید در تخمین این پارامترها دقت بیشتری اعمال گردد. ضمن اینکه با توجه به تأثیر بیشتر قیمت خرید مواد خام نسبت به قیمت خرید کالای بازگشتی روی هزینه کلی، بازگشت محصولات و استفاده مجدد از آن‌ها در تولید توصیه می‌شود. به منظور واقعی‌تر و کاربردی‌تر کردن مدل می‌توان شرایطی را در مدل اعمال کرد که در ادامه برخی از آن‌ها به عنوان زمینه‌های کار در آینده معرفی خواهند شد.

- به کارگیری انواع مختلف تقاضا مانند تقاضای وابسته به قیمت، تقاضای وابسته به سطح موجودی و غیره در مدل.
- حل مدل با فرض مجاز بودن کمبود.
- استفاده از مدل‌های تخفیف بر قیمت.

$$TC = \left[ (n \cdot S_m) + \left( ch_m \cdot \sum_{i=1}^n \int_0^{t_i} IM dt \right) + \right. \\ \left. (cd_m \cdot [(u_m \cdot \sum_{i=1}^n t_i) - \sum_{i=1}^n q_i]) + \right. \\ \left. (C_2 \cdot u_m \cdot \sum_{i=1}^n t_i) \right] + \left[ (ch_{Ri} \cdot \int_0^C IR_i dt) - (A_{Ri}) - \right.$$

- از جدول ۲ مشخص است که با افزایش نرخ فاسد شدن در انبارهای مختلف، هزینه کل افزایش می‌یابد که دلیل آن فاسدشدن بیشتر مواد و محصولات می‌باشد. همچنین با افزایش نرخ فسادپذیری، مقادیر  $C$  و  $n_j$  کاهش می‌یابد.
- جداول ۳ و ۴ نشان می‌دهند که با افزایش هزینه‌های نگهداری و فاسدشدن هر واحد، هزینه کل افزایش یافته و زمان سیکل کاهش می‌یابد. ضمن اینکه افزایش هزینه‌های نگهداری و فاسدشدن تأثیر چندانی روی  $n_j$  و  $n_d$  ندارد.
- بررسی جداول ۵ و ۶ نشان می‌دهد که به ازای افزایش  $C_1$  و  $C_2$ ، هزینه کل سیستم افزایش می‌یابد، البته افزایش در هزینه به ازای  $C_1$  با شیب بیشتری نسبت به  $C_2$  انجام می‌گردد از این‌رو باید توجه بیشتری به فرایند دمونتاز صورت گیرد.
- از مقایسه جداول ۷ و ۸ نیز می‌توان به این نتیجه رسید که تأثیر افزایش قیمت مواد خام بر هزینه کل بسیار بیشتر از افزایش قیمت مواد بازگشتی می‌باشد بنابراین به وضوح روشن است که هر چه هزینه خرید مواد اولیه بیشتر شود، استفاده از مواد بازگشتی در مقایسه با خرید مواد خام به صرفه‌تر خواهد بود.
- از جدول ۹ مشخص است که افزایش نرخ تولید باعث کاهش هزینه کل و افزایش زمان سیکل می‌گردد ضمن اینکه  $n_j$  و  $n_d$  با افزایش نرخ تولید، کاهش می‌یابند.
- جداول ۱۰ و ۱۱ نشان می‌دهند که با افزایش نرخ‌های بازگشت مواد و دمونتاز، هزینه سیستم افزایش می‌یابد. با توجه به ثابت بودن نرخ تولید در این دو جدول مشخص است که افزایش نرخ بازگشت مواد و نرخ دمونتاز باعث اعمال هزینه‌های اضافی به مدل خواهد شد.

[۸] جولای، فریبرز؛ نیری، امین؛ صدوقیان، محمدرضا (۱۳۸۳). تعیین مقدار بهینه موجودی اقلام فاسدشدنی با در نظر داشتن نرخ تورم تحت تقاضای وابسته به زمان، نشریه بین‌المللی مهندسی صنایع و مدیریت تولید، جلد ۱۵، شماره ۴، صص. ۲۹-۴۱.

[۹] امامی، سعید؛ راهدار، محمد؛ شاهنده، علی (۱۳۸۸). سیستم تولید - موجودی اقلام فسادپذیر با تقاضای تأثیرپذیر از تورم، نشریه بین‌المللی مهندسی صنایع و مدیریت تولید، جلد ۲۰، شماره ۴، صص. ۵۱-۳۹.

[10] Lee YP, Dye CHY. An inventory model for deteriorating items under stock-dependent demand and controllable deterioration rate, *Computers & Industrial Engineering*, Vol. 63, (2012), pp. 474-482.

[11] Musa A, Sani B. Inventory ordering policies of delayed deteriorating items under permissible delay in payments, *International Journal of Production Economics*, Vol. 136, (2012), pp. 75-83.

[12] Wee HM, Jong JF. An integrated multi-lot-size production inventory model for deteriorating items, *Management and Systems*, Vol. 5, (1998), pp. 97-114.

[13] Shah YK, Jiaswal MC. A periodic review inventory model for items that deteriorate continuously in time, *International Journal Production Research*, Vol. 15, (1977), pp. 179-190.

[14] Sicilia J, Rosa MG, Acosta JF, Pablo DL. An inventory model for deteriorating items with shortages and time-varying demand, *International Journal of Production Economics*, In Press, (2014).

[15] Maihami R, Nakhai Kamalabadi I. Joint pricing and inventory control for noninstantaneous deteriorating items with partial backlogging and time and price dependent demand, *International Journal of Production Economics*, Vol. 136, (2012), pp. 116-22.

[16] Mishra VK, Singh LS, Kumar R. An inventory model for deteriorating items with time-dependent demand and time-varying holding cost under partial backlogging, *Journal of Industrial Engineering International*, Vol. 9, (2013), pp. 1-5.

[17] Yan C, Banerjee A, Yang L. An integrated production-distribution model for a deteriorating inventory item, *International*

$$\begin{aligned} & \left[ (q_i \cdot P_1) + cd_{Ri} \cdot (q_i - C \cdot D_i) \right] + \left[ n_r (Ar + \right. \\ & ch_r \cdot \left( \int_0^{T_1} Ir_{part1} dt + \int_{T_1}^{T_2} Ir_{part2} dt \right) + \\ & \left. (P_3 \cdot u_r \cdot T_1) + cd_r \cdot [(u_r \cdot T_1) - (u_d \cdot T_2)] \right] + \\ & \left[ n_{rj} (S_{rj} + \right. \\ & ch_{rj} \cdot \left( \int_0^{T_2} Ir_{j \text{ part1}} dt + \int_{T_2}^{T_3} Ir_{j \text{ part2}} dt \right) + \\ & \left. (T_3 \cdot u_d \cdot C_1) + \right. \\ & \left. cd_{rj} \cdot [(n_d \cdot u_d \cdot T_3) - (u_m \cdot W_{rj} \cdot \sum_{i=1}^n t_i)] \right] + \\ & \left[ n_j \cdot [A_j + (ch_j \cdot \int_0^{T_{jj}} I_j dt) + (Q_j \cdot P_{4j}) + \right. \\ & \left. (cd_j \cdot (Q_j - W_j \cdot u_m \cdot T_{jj})) \right] \end{aligned}$$

### مراجع

[۱] جولای، فریبرز؛ ربانی، مسعود؛ هنرور، محبوبه (۱۳۸۵). مدل کنترل موجودی مرور داریم برای اقلام فاسدشدنی در حالت بدون کمبود با تقاضای احتمالی و امکان تسریع در سفارش، نشریه دانشکده فنی دانشگاه تهران، جلد ۴۰، شماره ۴، صص. ۴۹۴-۴۸۷.

[۲] نخعی، عیسی؛ مهیمی، رضا (۱۳۸۹). قیمت‌گذاری و کنترل موجودی به صورت توأم برای کالاهای فاسدشدنی با در نظر گرفتن هزینه کمبود به صورت پس‌افت پاره‌ای، نشریه بین‌المللی مهندسی صنایع و مدیریت تولید، جلد ۲۱، شماره ۴، صص. ۱۶۸-۱۷۷.

[3] Ghare PM, Schrader GH. A model for an exponentially decaying inventory, *Journal of Industrial Engineering*, Vol. 14, (1963), pp. 238-243.

[4] Raafat F. Survey of literature on continuously deteriorating inventory model, *Journal of the Operational Research*, Vol. 42, (1991), pp. 27-37.

[5] Goyal SK, Giri BC. Recent trends in modeling of deteriorating inventory, *European Journal of Operational Research*, Vol. 134, (2001), pp. 1-16.

[6] Li R, Lan H, Mawhinney JR. A review on deteriorating inventory study, *Journal of Service Science and Management*, Vol. 3, (2010), pp. 117-129.

[7] He Y, Wang SHY, Lai K. An optimal production-inventory model for deteriorating items with multiple-market demand, *European Journal of Operational Research*, Vol. 203, (2010), pp. 593-600.

- [27] Ramezani M, Bashiri M, Tavakkoli-Moghaddam R. A new multi-objective stochastic model for a forward/reverse logistic network design with responsiveness and quality level, *Applied Mathematical Modelling*, Vol. 37, (2013), pp. 328-344.
- [28] Yuan K, Gao Y. Inventory decision-making models for a closed-loop supply chain system, *International Journal of Production Research*, Vol. 48, (2010), pp. 6155-6187.
- [29] Mitra S. Inventory management in a two-echelon closed-loop supply chain with correlated demands and returns, *Computers & Industrial Engineering*, Vol. 62, (2012), pp. 870-879.
- [30] Yang PC, Chung SL, Wee HM, Zahara E, Peng CY. Collaboration for a closed-loop deteriorating inventory supply chain with multi-retailer and price-sensitive demand, *International Journal of Production Economics*, Vol. 143, (2013), pp. 557-566.
- [31] Chung SHL, Wee HM, Yang PCH. Optimal policy for a closed-loop supply chain inventory system with remanufacturing, *Mathematical and Computer Modeling*, Vol. 48, (2008), pp. 867-881.
- Journal of Production Economics, Vol. 133, (2011), pp. 228-232.
- [18] Adel AA. Theory and methodology on the global optimal solution to a General Reverse Logistics Inventory Model for deteriorating items and time-varying rates, *Computers & Industrial Engineering*, Vol. 60, (2011), pp. 236-247.
- [19] Rau H, Wu MY, Wee HM. Integrated inventory model for deteriorating items under a multi-echelon supply chain environment, *International Journal of Production Economics*, Vol. 86, (2003), pp. 155-168.
- [20] Sajadieh MS, Akbari Jokar MR. Optimizing shipment, ordering and pricing policies in a two-stage supply chain with price-sensitive demand, *Transportation Research Part E*, Vol. 45, (2009), pp. 564-571.
- [21] Cardenas-Barron LE, Teng JT, Trevino-Garza G, Wee HM, Lou KR. An improved algorithm and solution on an integrated production-inventory model in a three-layer supply chain, *International Journal of Production Economics*, Vol. 136, (2012), pp. 384-388.
- [22] Wang KJ, Lin YS, Yu JCP. Optimizing inventory policy for products with time-sensitive deteriorating rates in a multi-echelon supply chain, *International Journal of Production Economics*, Vol. 130, (2011), pp. 66-76.
- [23] Zanoni S, Zavanella L. Single-vendor single-buyer with integrated transport-inventor system: models and heuristics in the case of perishable goods, *Computers & Industrial Engineering*, Vol. 52, (2007), pp. 107-123.
- [24] Sazvar Z, et al. A bi-objective stochastic programming model for a centralized green supply chain with deteriorating products, *International Journal of Production Economics*, Vol. 150, (2014), pp. 140-154.
- [25] Wee HM, Lee MC, Yu J, Wang CE. Optimal replenishment policy for a deteriorating green product: life cycle costing analysis, *International Journal of Production Economics*, Vol. 133, (2011), pp.603-611.
- [26] Chung CJ, Wee HM. Short life-cycle deteriorating product remanufacturing in a green supply chain inventory control system, *International Journal of Production Economics*, Vol. 129, (2011), pp. 195-203.