



Development a New Hybrid Modeling Approach for European Option Pricing

Ali Mohamad Kimiagari*, Ehsan Haji Zadeh, Hosein Dastkhan & Majid Ramezani

Ali Mohamad Kimiagari, Industrial Engineering Faculty, Amir Kabir University of Technology

Ehsan Haji Zadeh, Industrial Engineering Faculty, Amir Kabir University of Technology

Hosein Dastkhan, Industrial Engineering Faculty, Amir Kabir University of Technology

Majid Ramezani, Industrial Engineering Faculty, Shahab Danesh University

Keywords

Option pricing,
GARCH-type models,
Black-Scholes model,
Non-parametric models.

ABSTRACT

One of the important risk management tools in financial markets, is financial derivatives. In this study, we investigate the problem of European option pricing. The most key input to option pricing models is volatility. For accurate modeling of volatility, we use three famous GARCH type models including GARCH, EGARCH, GJR-GARCH. With using the results of the best GARCH-type model, we develop two non-parametric models based on Neural Networks and Neuro-Fuzzy Networks to price call options for S&P 500 index. We compare the obtained results with those of Black-Scholes model and show that the Black-Scholes model is not appropriate for at-the-money options. Furthermore, by comparing the Neural Network and Neuro-Fuzzy approaches with Black-Scholes model, we observe that the accuracy of non-parametric models are better than the Black-Scholes model.

© 2017 IUST Publication, IJIEPM Vol. 28, No. 1, All Rights Reserved



ارائه یک مدل ترکیبی جدید به منظور قیمت گذاری قراردادهای اختیار اروپایی

علی محمد کیمیاگری*، احسان حاجی زاده، حسین دستخوان و مجید رضانی

چکیده:

امروزه در بازارهای معتبر مالی در سراسر دنیا، از قراردادهای اختیار معامله به عنوان یکی از ابزارهای مهم در مدیریت ریسک سرمایه گذاری استفاده می شود. در این پژوهش مسئله قیمت گذاری قراردادهای اختیار از نوع اروپایی مورد بررسی قرار می گیرد. نوسانات بازده شاخص یکی از پارامترهای مؤثر در قیمت گذاری اختیار معامله محسوب می شود. به منظور محاسبه دقیق نوسانات بازده، از سه مدل سری زمانی گارچ شامل مدل های GARCH، EGARCH و GJR-GARCH استفاده می شود. خروجی بهترین این مدل ها، به عنوان ورودی مدل بلک شولز و مدل های ناپارامتری (شبکه های عصبی مصنوعی و عصبی فازی) برای قیمت گذاری اختیار معامله قرار می گیرد. برای پیاده سازی مدل های پیشنهادی از داده های واقعی قراردادهای اختیار روی شاخص اس اند پی ۵۰۰ که از نوع قراردادهای اختیار اروپایی است، استفاده شده است. مقایسه نتایج به دست آمده نشان می دهد که مدل بلک شولز برای قیمت گذاری اختیار معاملات شاخص اس اند پی ۵۰۰ به خصوص زمانی که قیمت توافقی نزدیک به قیمت شاخص باشد. همچنین با مقایسه مدل های ارائه شده بر اساس شبکه های عصبی و عصبی فازی با مدل بلک شولز، می توان دریافت که دقت مدل های ناپارامتری به مراتب بهتر از مدل بلک شولز است.

کلمات کلیدی

قیمت گذاری اختیار معامله،
مدل های سری زمانی گارچ،
مدل بلک شولز،
مدل های ناپارامتری.

۱. مقدمه

نوسانات و عدم اطمینان موجود از وضعیت آینده در بازارهای مالی باعث زیان های شدید به بازیگران اقتصادی و حتی خروج آنها از بازار و عدم رقابت سایرین به ورود به این عرصه شده است. به

تاریخ وصول: ۹۳/۰۸/۰۳

تاریخ تصویب: ۹۴/۰۲/۰۹

*نویسنده مسئول مقاله: علی محمد کیمیاگری، دانشکده مهندسی صنایع و مدیریت سیستم ها، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران، ایران. kimiagar@aut.ac.ir
احسان حاجی زاده، دانشکده مهندسی صنایع و مدیریت سیستم ها، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران، ایران.
حسین دستخوان، دانشکده مهندسی صنایع و مدیریت سیستم ها، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران، ایران.
مجید رضانی، گروه مهندسی صنایع، موسسه آموزش عالی شهاب دانش، قم، ایران.

منظور پاسخ گویی به این مسئله بازار، انواع مشتقات مالی طراحی شده است. قیمت گذاری اختیار معاملات، یکی از انواع اوراق مشتقه قدیمی و معروف در حوزه مسائل مالی می باشد. از آنجائیکه اختیار، هزینه پایین تری در مقایسه با خود سهم دارد، به عنوان یک ابزار قدرتمند در معاملات به کار گرفته می شود و تا حد بسیار بالایی ریسک را کاهش داده و در نتیجه درآمد را افزایش می دهد. یکی از پارامترهای مهمی که تأثیر فراوانی در قیمت گذاری اختیار معاملات دارد، نوسانات بازده سهم می باشد، لذا مدل سازی و تخمین مناسب این پارامتر به عنوان یکی از مسائل مهم در حوزه مالی مطرح است. در این تحقیق نیز با توجه به اهمیت موضوع و نقش مدیریت ریسک در تصمیم گیری های مالی، دو مسئله مدل سازی نوسانات بازده شاخص سهام و قیمت گذاری اختیار معامله مورد توجه قرار می گیرد.

۲. پیشینه پژوهش

تاکنون پژوهش‌های زیادی در دو حوزه مدل‌سازی نوسانات و قیمت‌گذاری اختیار انجام گرفته است.

یو^۱ و همکاران (۲۰۰۰) از شبکه‌های عصبی بازگشتی برای پیش‌بینی قیمت اختیار معاملات شاخص نیکی ۲۲۵ⁱⁱ استفاده کردند. نتایج آنها نشان داد، در بازارهایی با نوسان شدید، مدل قیمت‌گذاری بر اساس شبکه‌های عصبی بهتر از مدل بلک شولز عمل می‌کند. همچنین، آنها به این نتیجه رسیدند که مدل بلک شولز در قیمت‌گذاری اختیار معاملاتی که قیمت تعیین شده در قرارداد با قیمت فعلی شاخص برابر باشد، جواب‌های قابل قبولی ارائه می‌دهد. آنها همچنین روش نوسانات تاریخی را برای تخمین نوسانات بازده به کار بردند.

ونگⁱⁱⁱ (۲۰۰۹) در پژوهش خود، مدل ترکیبی جدیدی را برای قیمت‌گذاری اختیار معاملات پیشنهاد داد. او در واقع از ارائه‌ی مدل خود دو هدف را دنبال می‌کند:

۱- ارائه‌ی یک مدل جدید برای نوسانات قیمت بازار سهام به شرطی که اثرات نامتقارنی که بر قیمت وارد می‌شود را پوشش دهد. برای این منظور آنها مدل Grey-GJR-GARCH را ارائه کردند تا خطاهای غیرخطی و تصادفی موجود را کاهش داده و قدرت پیش‌بینی را برای معاملات اختیار افزایش دهد.

۲- ترکیب مدل Grey-GJR-GARCH با شبکه‌های عصبی مصنوعی (با توجه به قابلیت انعطاف پذیری آن) برای پوشش روابط غیر خطی بین داده‌های مالی موجود.

استفاده از این مدل جدید، قدرت پیش‌بینی را به طور چشمگیری افزایش و خطاهای موجود را کاهش داد.

حمید و اقبال^{iv} (۲۰۰۴)، شبکه‌های عصبی را پیش‌بینی نوسانات شاخص S&P 500 به کار بردند. آنها نتایج مدل خود را با مدل نوسانات ضمنی BAM مقایسه کردند. نتایج آنها نشان داد که مدل حاصله از شبکه‌های عصبی به عنوان مدلی مناسب برای این زمینه کاربرد می‌تواند به کار رود.

مورلیا^v و همکاران (۲۰۰۴)، شبکه‌های عصبی را برای قیمت‌گذاری اختیار معاملات در بازار بورس یونان به کار بردند. آنها مدل خود را در دو نوع معامله اختیار اروپایی و آمریکایی آزمایش کرده و نتایج آن نشان داد که در صورت آموزش دقیق شبکه، پیش‌بینی با دقت بالا و در مدت زمان معقول حاصل خواهد شد.

چنگ^{vi} و وی^{vii} (۲۰۰۹) برای پیش‌بینی و مدل‌سازی نوسانات قیمت شاخص TAIEX مدلی جدید مبتنی بر روش یادگیری تطبیقی ارائه کردند. در واقع آنها در مدل خود، نوسانات شاخص TAIEX را به طور معناداری متأثر از شاخص‌های مطرح بازار مانند NASDAQ و Dow Jones در نظر گرفته و برای مدل‌سازی آن از تغییرات شاخص‌های مطرح بازار استفاده کردند.

آنها به این نتیجه رسیدند که مدل ارائه شده از سایر مدل‌های مطرح در پیش‌بینی بازار بورس تایوان جواب بهتری را ارائه می‌کند.

خالوزاده و همکاران (۱۳۷۸)، با استفاده از تحلیل غیرخطی بر روی قیمت سهام یکی از شرکت‌ها در بازار بورس تهران، ماهیت فرآیند مربوط به سری زمانی قیمت آن شرکت را مشخص کردند. دیدگاه مورد مطالعه در تحقیق آنها، براساس نظریه آشوب است و نشان می‌دهند که رفتار فرآیند مربوط به سری زمانی قیمت سهام مورد مطالعه رفتاری آشوبگرانه‌ی ضعیف است. تمایز این‌گونه رفتار با رفتار تصادفی، پیش‌بینی رفتار سهم را ممکن می‌سازد.

ابونوری و موتمنی (۱۳۸۵)، بررسی همزمان اثر اهرمی و بازخورد نوسانات در بازار سهام تهران را مورد بررسی قرار دادند و نشان دادند که وجود اثر اهرمی با توجه به داده‌های شاخص کل بازار رد نمی‌شود؛ به عبارت دیگر، کاهش بازده موجب افزایش نوسانات در این بازار می‌شود.

افغانیان و امین ناصری (۱۳۸۷) به ارائه یک مدل شبکه عصبی به منظور پیش‌بینی کوتاه مدت قیمت نفت خام پرداختند. در فرایند توسعه این مدل تاثیر انواع متغیرهای فنی و بنیادی، پیش پردازش مناسب داده‌ها، انواع الگوریتم‌های یادگیری بهبود یافته و انواع شبکه بررسی شده است.

در این تحقیق سعی بر آن است تا سه مدل سری زمانی گارچ که در ادبیات موضوع کاربردی بیشتری داشته است را روی داده‌های شاخص اس اند پی ۵۰۰ پیاده‌سازی کرده و نوسانات حاصل از مدل ارجح را با تخمین تاخیر زمانی بهینه به عنوان ورودی برای مدل‌های بلک - شولز و مدل‌های ارائه شده بر اساس شبکه‌های عصبی و عصبی فازی در نظر گرفت. نوآوری مقاله را می‌توان از دو منظر دانست: از منظر اول، ما سه مدل سری زمانی گارچ را روی داده‌های واقعی تست می‌کنیم. در تحقیقات گذشته عموماً Lag در نظر گرفته شده برای مدل GARCH (۱۰۱) بوده است که در این تحقیق Lag بهینه با استفاده از شاخص‌های AIC و BIC محاسبه شده است. همچنین لازم به ذکر است کار جمع‌آوری داده در ارتباط با قیمت‌گذاری اختیار معامله کاری بسیار دشوار است و داد‌های این تحقیق به صورت روزانه و در طول یکسال جمع‌آوری شده است و بر اساس شاخص moneyness (نزدیکی قیمت اعمال قرارداد با قیمت دارایی) به سه بخش تقسیم شده است. از منظر دوم، می‌توان به ترکیب مدل‌های GARCH و مدل‌های ناپارامتری در قیمت‌گذاری اختیار معامله که در برگزیده شرایط واقعی در سری‌های زمانی مالی نیز هست، اشاره نمود. همچنین مدل ANFIS در قیمت‌گذاری اختیار معامله که تا به حال به کار گرفته نشده است، در این تحقیق به کار گرفته شده و نتایج آن با مدل شبکه عصبی مقایسه می‌شود.

۳. روش‌شناسی پژوهش

قراردادهای اختیار واقعی نوعی از قراردادهای مدیریت ریسک است که در تولید و زنجیره تامین نیز استفاده می‌شود (نصوحی و ملاوردی، ۲۰۱۱). علاوه بر این نوع از قراردادهای، دو نوع اختیار معامله در بازار بورس وجود دارد که در ادامه بیان می‌شود (Jiang, 2005):

قرارداد اختیار فروش^{viii}: این قرارداد به دارنده‌ی آن، حق فروش یک دارایی در تاریخ معین و با قیمت مشخص را می‌دهد. قرارداد اختیار خرید^x: این قرارداد به دارنده‌ی آن، این حق را می‌دهد تا دارایی را در تاریخ معینی و با قیمت مشخصی خریداری نماید. پنج عامل مهمی که قیمت اختیار معامله را تحت تأثیر قرار می‌دهند عبارتند از:

۱. قیمت جاری سهم یا شاخص^x (S)،
۲. قیمت توافقی^{xi} (X)،
۳. مدت زمان باقی‌مانده تا سررسید^{xi} (T)،
۴. نوسانات قیمت سهم یا شاخص^{xii} (σ)،
۵. نرخ بهره بدون ریسک^{xv} (r).

اگر این شاخص در محدوده‌ی $1 - \alpha \leq S/X \leq 1 + \alpha$ قرار گیرد، اختیار معامله در حالتی قرار می‌گیرد که قیمت توافقی نزدیک به قیمت فعلی شاخص (At-the-money option) است.

اگر این شاخص در محدوده‌ی $S/X > 1 + \alpha$ قرار گیرد، اختیار معامله در حالتی قرار می‌گیرد که قیمت توافقی کمتر از قیمت فعلی شاخص (In-the-money option) است.

اگر این شاخص در محدوده‌ی $S/X < 1 + \alpha$ قرار گیرد، اختیار معامله در حالتی قرار می‌گیرد که قیمت توافقی بیشتر از قیمت فعلی شاخص (Out-of-the-money option) است.

مدل قیمت‌گذاری اختیار معامله

بلک، شولز و مرتون گام بزرگی در قیمت‌گذاری اوراق اختیار معامله برداشتند. نتیجه کار آنها ارائه مدلی بود که تحت عنوان «مدل بلک - شولز» معروف گشت (Black & Scholes, 1973). معادلات مدل بلک-شولز برای قیمت اختیار خرید معامله^c از نوع اروپایی که سود سهامی پرداخت نمی‌کنند، عبارت است از:

$$C = S_0 N(d_1) - X e^{-rT} N(d_2) \quad (1)$$

که d_1 و d_2 از روابط زیر به دست می‌آید:

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S_0}{X}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}} \quad (2)$$

$$d_2 = \frac{\ln\left(\frac{S_0}{X}\right) + \left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}} = d_1 - \sigma\sqrt{T} \quad (3)$$

که در معادلات بالا، $N(x)$ تابع توزیع احتمالی تجمعی یک متغیر با توزیع نرمال استاندارد است.

مدل‌سازی نوسانات قیمت

کاربرد اغلب ابزارهای اقتصادسنجی سری‌های زمانی برای مدل‌سازی میانگین شرطی متغیرهای تصادفی است؛ در حالی که اغلب تئوری‌های اقتصادی برای کار با واریانس شرطی یا نوسانات یک فرآیند طراحی شده است. نوسانات بازارهای مالی، محققان را به ایجاد مدل‌های کاربردی برای اندازه‌گیری و پیش‌بینی نوسانات بازده سهام و شاخص قیمت بازار بورس متمایل کرده است. دسته‌ی مهمی از این مدل‌ها، مدل‌های گارچ هستند.

در بررسی داده‌های سری زمانی معمولاً فرض ثابت بودن واریانس طی زمان را در نظر می‌گیرند، اما در عمل واریانس در دوره‌های مختلف ثابت نیست. برای حل مشکل واریانس ناآبیت، یا باید داده‌ها را به نحوی تبدیل کرد تا همگنی واریانس حاصل شود یا از مدل‌هایی استفاده شود که پذیرای ناهمگنی در واریانس باشند. یک خانواده معروف از این مدل‌ها، خانواده مدل‌های مشروط به ناهمگنی واریانس می‌باشد که در زمینه‌های مختلفی همچون اقتصاد، فیزیک، نظریه‌های مدارهای الکتریکی و غیره بسیار مفید شناخته شده‌اند. این مدل‌ها اتورگرسیو شرطی با پراکندگی متغیر نامیده می‌شوند.

یکی از بهبودهایی که در زمینه مدل‌سازی نوسانات انجام شد، ارائه مدل‌های ARCH^{xv} توسط انگل^{xvi} بود (Engle, 1982). اولین کاربرد این مدل برای مدل‌سازی تورم انگلستان بود و تا به حال این مدل، برای مدل‌سازی بسیاری از داده‌های مالی و اقتصادی کشورهای مختلف به کار رفته است. توسعه این مدل منجر به کسب جایزه نوبل اقتصاد برای انگل شد. انگل در آنالیز مدل‌های مربوط به تورم به این نکته دست یافت که خطاهای بزرگ و کوچک پیش‌بینی در خوشه‌ها قرار می‌گیرند و از مفهوم واریانس شرطی در مدل‌سازی نوسانات استفاده کرد. نتیجه‌ی این تحقیقات منجر به ایجاد مدل ARCH شد.

بولرسلو^{xvii} با بسط مدل ARCH اولیه، مدل GARCH^{xviii} را ایجاد کرد. نوآوری این مدل نسبت به مدل اولیه ARCH این است که به واریانس‌های شرطی گذشته اجازه داده شد تا در معادلات ۴ تا ۷ وارد شوند. مدل نهایی GARCH را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$G_i \geq 0 \quad i=1,2,\dots,p \quad A_i \geq 0 \quad i=1,2,\dots,q \quad (7)$$

مدل EGARCH^{xix} (Exponential GARCH) برای اولین بار توسط نلسون و کائو ارائه شد (Nelson & Cao, 1992). یکی از دلایلی که موجب به وجود آمدن این مدل شد، وجود اثرات اهرمی در داده‌های مالی است. مدل EGARCH با عبارت زیر نشان داده می‌شود:

$$\log \sigma_t^2 = K + \sum_{i=1}^p G_i \log \sigma_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^q A_i |\varepsilon_{t-i}| / \sigma_{t-i}^{1/2} + \sum_{i=1}^q L_i \varepsilon_{t-i} / \sigma_{t-i}^{1/2} \quad (8)$$

در این مقاله، برای تخمین پارامترهای مدل‌های گارچ، تابع درست‌نمایی (Maximum likelihood function) برای متغیر $\varepsilon_t = \sigma_t Z_t$ که یک متغیر تصادفی مستقل و معین است، تعریف می‌شود.

در اینجا، به دلیل اینکه تابع توزیع ε_t نرمال فرض شده است و از تابع لگاریتمی درست‌نمایی (Log-Likelihood Function) استفاده می‌شود. تابع LLF طبق رابطه زیر خواهد بود:

$$\text{رابطه} \quad \ln L = -\frac{T}{2} \log(2\pi) - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \log \sigma_t^2 - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \varepsilon_t^2 / \sigma_t^2 \quad (12)$$

با جایگزینی رابطه‌ی $\varepsilon_t = Y_t - C - \sum_{i=1}^R \phi_i Y_{t-i} - \sum_{j=1}^M \theta_j \varepsilon_{t-j}$ و با توجه به رابطه بازگشتی σ_t^2 رابطه‌ی LLF تابعی از پارامترهای مدل خواهد بود که به صورت یک مسأله بهینه‌سازی غیرخطی با محدودیت، می‌توان آن را حل نمود. یکی از روش‌هایی که برای انتخاب و مقایسه‌ی مدل‌های گارچ به کار می‌رود، استفاده از معیارهای اطلاعاتی آکایک (AIC) و اطلاعاتی بیزی (BIC) است که به ترتیب توسط آکایک xxi و شواتز xxi ارائه شده است (Akaike, 1974. & Schwarz, 1978). با توجه به این معیارها، مدل‌هایی که دارای مقادیر منفی‌تری باشند، ارجحیت بیشتری دارند و مقادیر آنها برای مقایسه بین مدل‌های مختلف به کار می‌رود.

پیاده‌سازی مدل‌های گارچ

قبل از وارد شدن به مبحث پیاده‌سازی مدل‌های گارچ، آزمون‌هایی باید روی داده‌های مورد نظر صورت گیرد تا مناسب بودن مدل‌های مذکور برای پیاده‌سازی روی آن داده‌ها را تصدیق کند. یکی از فرضیاتی که در مدل Black-Scholes وجود دارد

$$\sigma_t^2 = K + \sum_{i=1}^p G_i \sigma_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^q A_i \varepsilon_{t-i}^2 \quad (4)$$

$$\sum_{i=1}^p G_i + \sum_{j=1}^q A_j < 1 \quad (5)$$

$$K > 0 \quad (6)$$

یکی از جاهایی که این مدل به کار گرفته شد و نتایج قابل توجهی به دست آمد، مشاهدات تجربی بلک بود. مدل EGARCH با قاعده بودن این آزمایشات را از طریق ساختن تخمین واریانس شرطی به عنوان تابعی از اندازه و علامت مقادیر باقی مانده پس افت آشکار می‌سازد. بر خلاف مدل خطی GARCH(p, q)، این مدل محدودیتی روی پارامترهای A_i و G_i برای تضمین غیر منفی بودن واریانس شرطی، نمی‌گذارد. عبارت بالا، به ε_t اجازه می‌دهد تا مقادیر مثبت و منفی به خود بگیرد تا اثرات متفاوت آن روی نوسانات قیمت در نظر گرفته شود. این مدل یک مدل نامتقارن است زیرا عبارت $\varepsilon_{t-i} / \sigma_{t-i}^{1/2}$ به دلیل ضریب L_i پشت آن قرار می‌گیرد، ماهیتی منفی به خود می‌گیرد و عموماً شک‌های مثبت نوسانات کمتری نسبت به شک‌های منفی ایجاد می‌کند.

مدل دیگری که برای پوشش اثرات اهرمی و شک‌های نامتقارن به وجود آمد، مدل GJR_{xx} است که در سال ۱۹۹۳ میلادی توسط گلوستن_{xxi} و همکاران، به وجود آمد (Glosten, Jagannathan & Runkle, 1993). مدل GJR(p,q) را می‌توان به صورت زیر نمایش داد:

$$\sigma_t^2 = k + \sum_{i=1}^p G_i \sigma_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q A_j \varepsilon_{t-j}^2 + \sum_{j=1}^q L_j S_{t-j} \varepsilon_{t-j}^2 \quad (9)$$

مشروط بر آن که:

$$\sum_{i=1}^p G_i + \sum_{j=1}^q A_j + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^q L_j < 1 \quad (10)$$

$$K > 0, \quad G_i \geq 0, \quad A_j \geq 0, \quad A_j + L_j \geq 0 \quad (11)$$

همچنین در معادله S_{t-j} تابع علامت است و اگر $\varepsilon_{t-j} < 0$ باشد، آنگاه مقدار یک و در غیر اینصورت مقدار صفر به خود می‌گیرد.

$$RSD_t = \left[\frac{\sum_{j=t}^{t+n} (R_j - \bar{R})^2}{n} \right]^{1/2} \quad (15)$$

که در رابطه‌ی بالا، R_j ، بازده سهم یا شاخص در دوره‌ی j ام و n ، تعداد دوره‌ی پیش‌بینی است.

۴. مدل ارائه شده

همانطور که اشاره شد، این تحقیق به توسعه‌ی مدلی جدید در قیمت‌گذاری اختیار معاملات می‌پردازد. در تحقیقات گذشته، داده‌های ورودی برای آموزش شبکه به اشکال مختلفی به شبکه داده شده‌اند. کی $xxvi$ و همکاران (۱۹۹۶)، ورودی‌های شبکه را به شکل (S, r, T, X, σ) برای قیمت‌گذاری اختیار معاملات S&P 500 انتخاب کردند. مسیحی و امرائی (۱۳۸۸) نیز با به کارگیری تبدیل موجک، الگوی همزمان به الگوهای منفرد تشکیل دهنده تفکیک شده و در ادامه با به کارگیری تحلیل مولفه‌های اصلی در کنار یک شبکه عصبی احتمالی نوع الگوها را مشخص کردند. در تحقیقی دیگر، لجبسیاجیر $xxvi$ و همکاران (۱۹۹۵)، مجموعه $(S/X, r, T, \sigma)$ را به عنوان ورودی برای قیمت‌گذاری اختیار معاملات SPI 200 انتخاب کردند. در این تحقیق هر دو شکل ورودی مورد آزمایش قرار گرفت و به علت خطای کمتر و یادگیری بهتر شبکه، ورودی‌های مناسب به شکل $(S/X, r, T, \sigma)$ انتخاب شده است. شکل ۱ ساختار کلی شبکه عصبی را به‌ازای ورودی و خروجی‌های مشخص شده برای قیمت‌گذاری اختیار معامله نشان می‌دهد. تمام داده‌ها غیر از نوسانات بازده، از روی داده‌های تاریخی قابل حصول است. به منظور تخمین نوسانات بازده نیز از بین مدل‌های گارچ معرفی شده در این تحقیق، بهترین مدل انتخاب خواهد شد. انتخاب بهترین مدل بستگی به داده‌های مورد مطالعه دارد. مدل‌های EGARCH، GARCH و GJR انواع مختلف و مرسوم‌ی از مدل‌های گارچ هستند که بسته به نوع داده و بهترین برازش، روی داده‌ها پیاده‌سازی می‌شود. هر یک از این مدل‌ها در برگزیده ویژگی‌های خاصی هستند که با توجه به ماهیت داده‌ها، بهترین برازش را روی داده‌ها دارند. هدف از پیاده‌سازی و به کارگیری این سه مدل، یافتن بهترین مدل گارچ با استفاده از شاخص‌های AIC و BIC و بهترین برازش با توجه به داده‌های واقعی استفاده شده می‌باشد. تعداد لایه‌ها در مدل نهایی ۳، تعداد نرون‌های لایه ورودی ۴ (با توجه به تعداد متغیرهای ورودی) و تعداد نرون‌های لایه میانی

این است که تغییرات رفتار بین قیمت‌ها و مشاهدات را مستقل از هم فرض نموده و فرض می‌کند که از تابع توزیع نرمال پیروی می‌کنند. اما در واقع در اکثر داده‌ها و سری‌های زمانی مالی نوعی همبستگی بین رفتار مشاهدات وجود دارد که برای مدلسازی این همبستگی (خاصیت autoregressive) از مدل‌های گارچ می‌شود.

یکی از روش‌هایی که برای این منظور انجام می‌شود، استفاده از توابع خود همبستگی و خود همبستگی جزئی است. رابطه‌ی تابع خود همبستگی xxi (ACF) به صورت رابطه‌ی زیر نمایش داده می‌شود:

$$\rho_k = \frac{\sum_{i=1}^{n-k} (z_i - \bar{z})(z_{i+k} - \bar{z})}{\sum_{i=1}^n (z_i - \bar{z})^2} \quad -1 \leq \rho_k \leq 1 \quad (13)$$

ρ_k : مقدار تابع خود همبستگی سری زمانی با تأخیر k

z_i و z_{i+k} : مقادیر متغیرها یا داده‌های سری زمانی در مرحله زمانی i و مرحله با تأخیر زمانی k

\bar{z} : مقدار میانگین مربوط به متغیرها

تابع دیگری که برای شناخت وابستگی زمانی در ساختار یک سری زمانی، به کار می‌رود، تابع خود همبستگی جزئی xxv (PACF) می‌باشد. اگر ϕ_k تابع خود همبستگی جزئی سری زمانی با تأخیر k باشد، رابطه‌ی تابع خود همبستگی جزئی (PACF) به صورت رابطه نشان داده می‌شود:

$$\phi_k(k) = \frac{\rho_k - \sum_{i=1}^{k-1} \phi_i(k-1)\rho_{k-1}}{1 - \sum_{i=1}^{k-1} \phi_i(k-1)\rho_i} \quad (14)$$

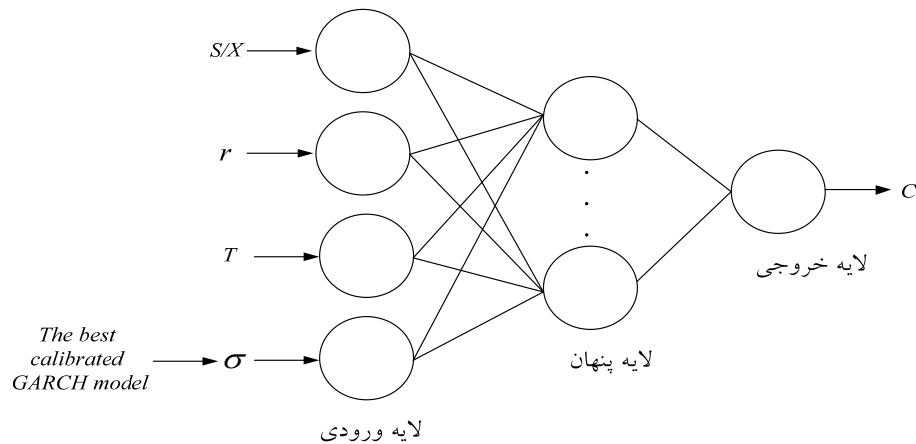
ϕ_k : مقدار تابع خود همبستگی جزئی سری زمانی با تأخیر k

اعتبارسنجی مدل‌های گارچ

یکی از معیارهایی که برای سنجیدن قدرت پیش‌بینی مدل‌های گارچ استفاده می‌شود، استفاده از نوسانات تحقق‌یافته $xxvi$ است (Pezzo & Uberti, 2006. Yao, Li & Tan, 2000. Sharma, 1998). در واقع، مقدار نوسانات تحقق یافته، از طریق معادله‌ی انحراف معیار که با توجه به مقادیر آتی داده‌ها محاسبه شده، مشخص محاسبه می‌شود. مقدار این شاخص از طریق رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

شد تا شبکه بر اساس آن آموزش یابد. 0.70 ، 0.20 و 0.10 کل داده‌ها به ترتیب برای آموزش، اعتبارسنجی و آزمایش اختصاص داده شد. الگوریتم یادگیری استفاده شده در این قسمت، الگوریتم پس انتشار خطا است.

۱۰ عدد انتخاب شده است. بهترین تابع بررسی شده برای لایه میانی، تابع لگاریتم سیگموئید انتخاب گردید. تابع فعال‌ساز (جمع کننده) تابع خطی در نظر گرفته شده است. مقادیر قیمت واقعی اختیار معاملات نیز به عنوان خروجی به شبکه عصبی داده



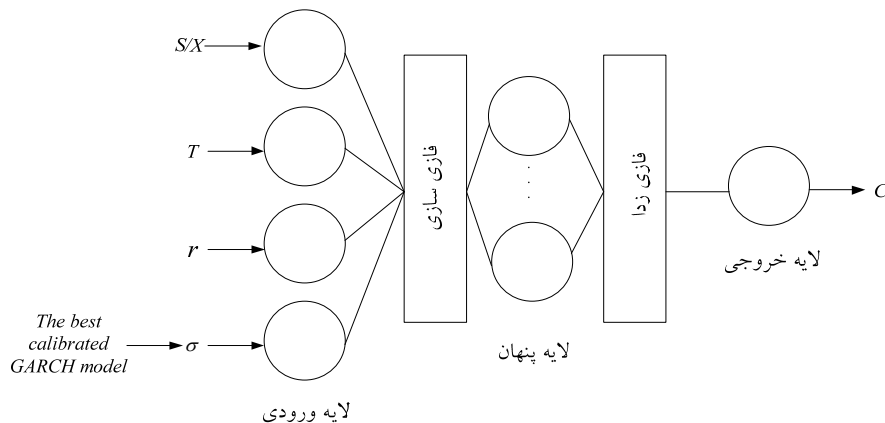
نمودار ۱. مدل قیمت‌گذاری اختیار معامله براساس شبکه عصبی

و خروجی‌های مشخص شده برای قیمت‌گذاری اختیار معامله نشان می‌دهد.

تعداد تابع عضویت برای ورودی‌های نوسانات، نرخ بهره بدون ریسک، تاریخ انقضاء و نسبت (S/X) به ترتیب ۲، ۲، ۳ و ۴ انتخاب شده است. نوع تابع عضویت برای دو متغیر اول، گوسین و برای دو متغیر دوم گوسین ترکیبی استفاده شده است. الگوریتم یادگیری استفاده شده، الگوریتم پس انتشار خطا است.

برای انتخاب ساختار مناسب برای آموزش سیستم عصبی‌فازی، مدل‌های مختلف با تغییرات پارامترهای لازم برای آموزش از قبیل تعداد تابع عضویت‌های هر ورودی و نوع تابع عضویت مورد بررسی قرار گرفت و مدل نهایی پیش‌بینی انتخاب گردید.

در این قسمت نیز هر دو حالت بیان شده در ورودی مورد بررسی قرار گرفت و در نهایت ورودی‌ها به صورت $(\sigma, r, T, S/X)$ انتخاب گردید. نمودار ۲ ساختار کلی سیستم عصبی‌فازی را به‌ازای ورودی



نمودار ۲. مدل قیمت‌گذاری اختیار معامله براساس سیستم عصبی‌فازی

شاخص صورت می‌گیرد از نوع اروپایی است و مدل بلک‌شولز زمانی به کار می‌رود که اختیار معاملات مورد نظر از نوع اروپایی باشد؛ در

۵. یافته‌های پژوهش

یکی از علل انتخاب شاخص S&P 500 برای پیاده سازی مدل‌های ارائه شده در این تحقیق این است که اختیار معاملاتی که روی

آمریکا نیز به عنوان نرخ بهره بدون ریسک در نظر گرفته شده است. مقادیر روزانه‌ی آن برای جایگزینی در هر روز از سایت دپارتمان خزانه‌داری آمریکا^{xxx} استخراج شده است. مقادیر نوسانات نیز از طریق مقادیر نوسانات بازده خروجی مدل EGARCH(3,3) - مدل ارجح بین مدل‌های سری زمانی گارچ منطبق شده روی داده‌های موردنظر - جایگذاری شده است.

به منظور تحلیل حساسیت جواب‌ها، از داده‌های تست که داده‌های واقعی که به صورت روزانه جمع‌آوری شده، استفاده می‌شود. از آنجائیکه در این تحقیق هر کدام از عوامل تاثیر گذار در قیمت اختیار معامله مدام در حال تغییر است، می‌توان گفت که داده‌های تست به نوعی تحلیل حساسیت را روی مدل‌های ارائه شده انجام می‌دهند و در برگزیده شرایط مختلف است.

پس از استخراج داده و آماده‌سازی آن به شکل داده ورودی برای مدل بلک‌شولز، آنها بر اساس قیمت توافقی و شاخص S/X به ۳ دسته مجزا تقسیم شدند. در اینجا، مقدار پارامتر α معادل ۰/۰۵ انتخاب می‌شود.

نتیجه می‌توان نتایج حاصل از مدل‌های ارائه شده را با مدل بلک شولز مقایسه نمود.

برای این منظور، قراردادهای اختیار معامله‌ای که روی این شاخص معامله می‌شود از تاریخ ۶ اگوست تا تاریخ ۲۳ اکتبر از سایت وال استریت ژورنال^{xxix} به صورت روزانه جمع‌آوری گردید. از آنجائیکه داده‌ی جمع‌آوری شده به صورت خام است، لذا می‌بایستی عملیاتی روی آن صورت گیرد تا به شکل داده‌ی ورودی و مناسب برای مدل بلک‌شولز آماده گردد. داده‌های ورودی به مدل بلک‌شولز عبارتند از: قیمت فعلی شاخص، قیمت توافقی، نوسانات بازده، تاریخ انقضاء قرارداد و نرخ بهره بدون ریسک.

قیمت فعلی شاخص با توجه به قیمت هر روز شاخص تعیین می‌گردد. قیمت توافقی اختیار معامله نیز با توجه به قرارداد به راحتی مشخص می‌شود. سومین جمعه هر ماه قرارداد اختیار معامله باطل می‌شود، لذا برای محاسبه تاریخ انقضاء قرارداد، مقدار روز باقی‌مانده تا سومین جمعه برای هر روز محاسبه شد. در ادامه عدد حاصل به سال تبدیل شده و به عنوان تاریخ انقضاء قرارداد در نظر گرفته شد. مقادیر نرخ بهره صورت‌حساب‌های خزانه‌داری دولت

جدول ۱. تقسیم‌بندی داده‌های اختیار معامله

تعداد داده‌های آزمایش	نوع اختیار معامله
۱۷۷۴	Out-of-the-money ($S/X \leq 1 - \alpha$)
۲۱۱۵	At-the-money ($1 - \alpha \leq S/X \leq 1 + \alpha$)
۳۲۰۹	In-the-money ($S/X > 1 + \alpha$)

به طور متداول، از برخی معیارهای ارزیابی برای نشان دادن چگونگی یادگیری ارتباط داده‌ها در شبکه عصبی استفاده می‌شود. برای مسائل پیش‌بینی، این معیارها معمولاً مربوط به خطای بین خروجی‌های پیش‌بینی شده و خروجی مطلوب واقعی است. جدول برخی از معیارهای عملکرد متداول برای مسائل پیش‌بینی را نشان می‌دهد. در تمام معیارها x_i نشان‌دهنده‌ی خروجی مطلوب، \hat{x}_i نشان‌دهنده‌ی مقدار پیش‌بینی شده در لحظه‌ی i ام و n تعداد مشاهدات است.

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\hat{x}_i - x_i)^2}{n}} \quad (۱۶)$$

به منظور تحلیل حساسیت جواب‌ها، از داده‌های تست که داده‌های واقعی که به صورت روزانه جمع‌آوری شده، استفاده می‌شود. از آنجائیکه در این تحقیق هر کدام از عوامل تاثیر گذار در قیمت اختیار معامله مدام در حال تغییر است، می‌توان گفت که داده‌های تست به نوعی تحلیل حساسیت را روی مدل‌های ارائه شده انجام می‌دهند و در برگزیده شرایط مختلف است. برای اعتبارسنجی هریک از مدل‌ها از شاخص‌های مجذور میانگین مربعات خطای استاندارد^{xxxi} (RMSE)، میانگین قدرمطلق خطا^{xxxi} (MAE) و میانگین قدرمطلق درصد خطا^{xxxi} (MAPE) استفاده می‌شود. برای محاسبه هر یک از شاخص‌ها خروجی به‌دست آمده از هر یک از مدل‌ها (قیمت اختیار معامله با توجه به متغیرهای ورودی) با قیمت واقعی اختیار معامله در بازار مقایسه می‌شود.

شبکه عصبی و عصبی فازی ارائه شده مورد استفاده قرار می‌گیرد. جدول ۲ مقادیر شاخص های AIC و BIC برای هر یک از مدل ها را نشان می‌دهد. همانطور که مشاهده می‌شود میزان بهینه تاخیر زمانی در هر یک از مدل ها عددی غیر از یک می‌شود در صورتیکه در تحقیقات پیشین عموماً میزان بهینه این مقدار عدد یک در نظر گرفته شده است. در این میان مدل ارجح براساس شاخص های بیان شده مدل EGARCH(3,3) می‌باشد.

$$MAE = \sum_{i=1}^n \frac{|\hat{x}_i - x_i|}{n} \quad (17)$$

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{\hat{x}_i - x_i}{x_i} \right| \quad (18)$$

همانطور که اشاره شد، در این تحقیق از سه مدل مرسوم در دسته مدل های سری زمانی گارچ استفاده شده است و پس از برآزش هر یک از مدل ها و انتخاب تاخیر زمانی مناسب، مدل ارجح به منظور تخمین بهترین نوسانات و ورودی مدل های

جدول ۲. مقادیر شاخص های AIC و BIC به ازای هر مدل با تاخیر های زمانی (۱،۱) و بهینه

BIC	AIC	(p,q)	مدل های گارچ
-18072.9	-18150.6	(3,3)*	EGARCH
-18025.3	-18067.1	(1,1)	EGARCH
-17913.7	-17961.5	(2,2)*	GARCH
-17907.3	-17943.1	(1,1)	GARCH
-17994.4	-18072.1	(3,3)*	GJR-GARCH
-18019.4	-18061.3	(1,1)	GJR-GARCH

* نشان دهنده مقدار بهینه تاخیر زمانی در هر مدل است.

اختیار معامله در سه حالت متفاوت را نشان می‌دهد. همانطور که جدول ۳ نشان می‌دهد نتایج حاصل از مدل بلک شولز زمانی که تخمین های قیمت اختیار معامله زمانی که از مدل EGARCH(3,3) به منظور تخمین نوسانات مورد استفاده قرار می‌گیرد دارای خطای کمتری است.

به منظور حصول اطمینان از انتخاب بهترین مدل جهت تخمین نوسانات بازده، هر یک از مدل های استفاده شده با تاخیر زمانی بهینه جهت تخمین نوسانات بازده به کار برده شده و به عنوان ورودی به مدل بلک شولز مورد استفاده قرار گرفته شده است. جدول ۳ نتایج حاصل از پیاده سازی مدل بلک شولز با استفاده از مدل های گارچ در تخمین قیمت

جدول ۳. پیاده سازی مدل بلک- شولز با هر یک از مدل های سری زمانی گارچ

معیار اندازه گیری خطا									Moneyness
MAPE			MAE			RMSE			
EGARCH-B.S.	GARCH-B.S.	GJR-B.S.	EGARCH-B.S.	GARCH-B.S.	GJR-B.S.	EGARCH-B.S.	GARCH-B.S.	GJR-B.S.	
0.973*	1.113	1.027	4.837*	7.024	5.872	4.397*	6.457	5.128	In
0.540*	0.729	0.646	12.759*	16.160	15.128	16.286*	21.609	18.178	At
0.232*	0.417	0.357	27.212*	33.643	30.354	31.023*	39.162	34.635	Out

* نشان دهنده مقدار بهینه خطا در هر معیار است.

دهد با توجه به شاخص های MAE و RMSE در دو حالت In-the money و Out-of-the money مدل EGARCH-ANFIS نتایج بهتری و با توجه به شاخص MAPE مدل EGARCH-ANN نتایج بهتری را ارائه کرده است. همچنین هر یک از مدل های ارائه شده، نتایج بسیار مطلوب تری نسبت به مدل بلک-شولز ارائه کرده است.

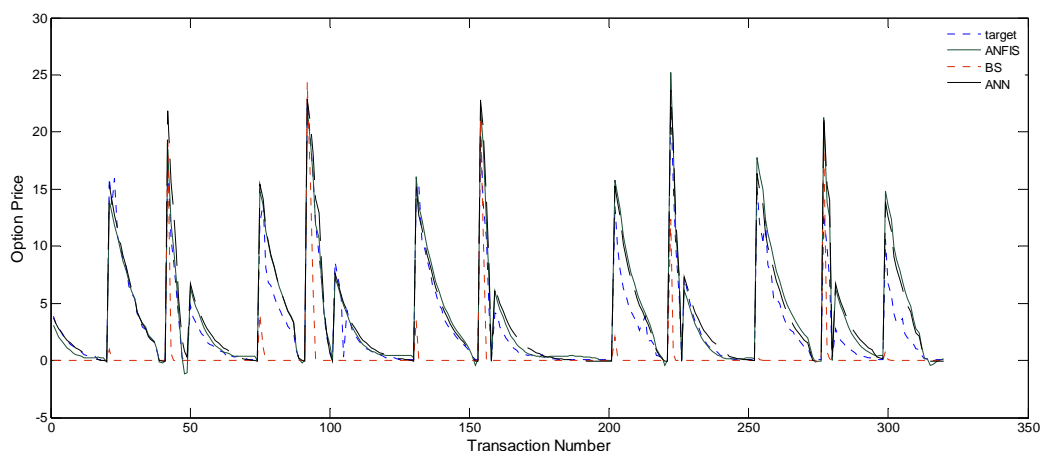
پس از حصول اطمینان از انتخاب مدل EGARCH(3,3) به منظور تخمین دقیق نوسانات بازده، مقادیر تخمین نوسانات بازده حاصل از این مدل، به عنوان ورودی در مدل های ایجاد شده با شبکه عصبی و شبکه عصبی فازی مورد استفاده قرار گرفت. جدول ۴، نتایج حاصل از هر یک از مدل ها را با توجه به معیارهای اندازه گیری مختلف نشان می‌دهد. همانطور که نتایج حاصل نشان می‌

جدول ۴. مقایسه عملکرد مدل های ارائه شده و مدل بلک-شولز

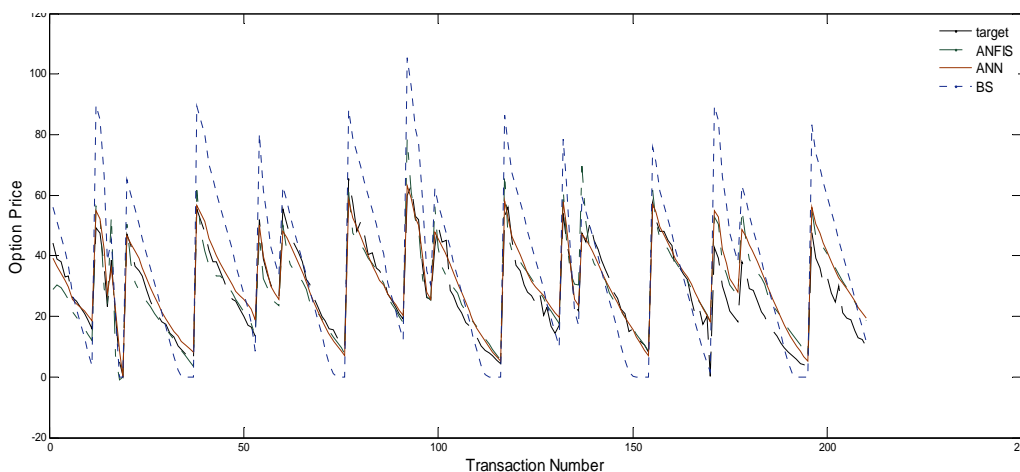
معیار اندازه گیری خطا									Moneyness
MAPE			MAE			RMSE			
EGARCH-B.S.	EGARCH-ANN	EGARCH-ANFIS	EGARCH-B.S.	EGARCH-ANN	EGARCH-ANFIS	EGARCH-B.S.	EGARCH-ANN	EGARCH-ANFIS	
0.973	0.922*	1.296	4.837	1.815	1.787*	4.397	1.719	1.684*	In
0.54	0.526*	0.556	12.759	4.331*	5.02	16.286	5.606*	6.416	At
0.232	0.063*	0.067	27.212	7.147	6.760*	31.023	8.871	8.476*	Out

* نشان دهنده مقدار بهینه خطا در هر معیار است.

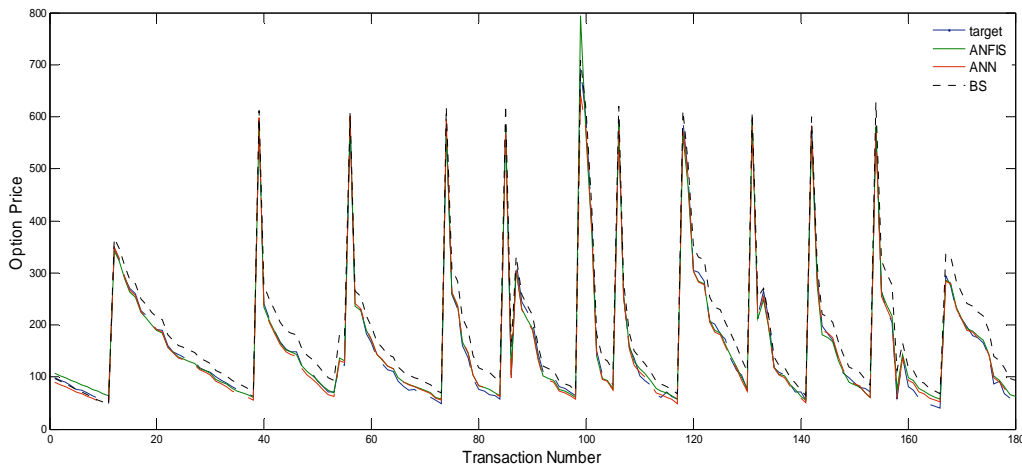
نمودار های ۳ تا ۵ به ترتیب، عملکرد هر یک از مدل های ارائه شده را به ترتیب در حالت های *In-the-money*، *At-the-money* و *Out-of-the-money* نشان می دهد.



نمودار ۳. عملکرد تخمین قیمت اختیار معامله هر یک از مدل های ارائه شده در حالت *In-the-money*



نمودار ۴. عملکرد تخمین قیمت اختیار معامله هر یک از مدل های ارائه شده در حالت *At-the-money*



نمودار ۵. عملکرد تخمین قیمت اختیار معامله هر یک از مدل های ارائه شده در حالت Out-of-the-money

3. Wang
4. Hamid & Iqbal
5. Morrellia
6. Cheng
7. Wei
8. Put option contract
9. Call option contract
10. Stock price
11. Exercise price
12. Exercise date
13. Volatility
14. Risk-free interest rate
15. Autoregressive Conditional Heteroskedasticity
16. Engle
17. Bollerslev
18. Generalized ARCH
19. Exponential GARCH
20. Glisten Jagannathan Runkle model
21. Glisten
22. Akaike
23. Schwarz
24. AutoCorrelation function
25. Partial AutoCorrelation Function
26. Realized volatility
27. Qi
28. Lajbcygie
29. Wallstreet Journal
30. Treasury
31. Root Mean Square Error
32. Mean Absolute Error
33. Mean Absolute Percentage Error

منابع

- [۱] ابونوری، ا. و موتمنی، م. بررسی همزمان اثر اهرمی و بازخورد نوسانات در بازار سهام تهران. مجله تحقیقات اقتصادی، (۱۳۸۵)، جلد ۷۶، صفحات ۱۱۷-۱۰۱.

۶. نتیجه‌گیری و پیشنهادها

در سال های اخیر، به دلیل حجم قابل توجه معاملات و گردش مالی زیاد در حوزه مشتقات مالی، قیمت گذاری دقیق این اوراق از اهمیت بالایی نزد تحلیل گران و فعالان بازار سرمایه برخوردار است. بدین منظور، تحقیقات زیادی به منظور توسعه مدل های قیمت گذاری اختیار معامله ارائه شده است. یکی از مدل های معروفی که کاربرد فراوانی در قیمت گذاری اختیار معاملات اروپایی دارد، مدل بلک-شولز است که علی‌رغم استفاده فراوان آن، محدودیت هایی نیز دارد. برای کاهش این محدودیت ها و تخمین دقیق تر قیمت گذاری اوراق اختیار معامله، در این مقاله، دو مدل براساس شبکه های عصبی و عصبی فازی ارائه شده است و عملکرد آنها روی داده های واقعی اختیار معامله شاخص اس اند پی ۵۰۰ آزمایش شده است. همچنین یکی از پارامترهای بسیار مهم در تخمین قیمت اختیار معامله، نوسانات بازده است. بدین منظور و تخمین دقیق نوسانات، از مدل های سری زمانی مالی استفاده شده است که عبارتند از EGARCH، GARCH و GJR-GARCH. پس از تخمین پارامترهای هر یک از مدل ها و شناسایی تاخیر زمانی بهینه آنها، مدل ارجح انتخاب گردید و نوسانات حاصل از آن به عنوان ورودی برای مدل بلک-شولز و مدل های ارائه شده مورد استفاده قرار گرفت. نتایج حاصل از پیاده سازی مدل های ارائه شده بر مبنای شبکه عصبی و عصبی فازی با توجه به معیارهای ارزیابی عملکرد استفاده شده، نشان می دهد که مدل های ارائه شده در هر سه دسته بندی اختیار معامله شامل in-the-money، at-the-money و out-of-the-money نتایج بسیار خوبی ارائه کرده اند.

پی نوشت

1. Yao
2. Nikkei 225

- [11] Jiang, I. *Mathematical Modeling and Methods of Option Pricing*, 2nd Edition, World Scientific Publishing, (2005).
- [12] Lajbcygier P, Boek C, Palaniswami M, Flitman A. Neural network pricing of all ordinaries SPI options on futures. In: Refenes A-PN, Abu-Mostafa Y, Moody J, Weigend A, editors. *Neural networks in financial engineering*, Proceedings of 3rd International Conference On Neural Networks in the Capital Markets, Oct 1995, London. World Scienti@c, (1996), pp. 64-77.
- [13] Morellia, M. J. Montagnab, G. Nicrosinib, O. Treccanib, M. Farinad, M. & Paolo A. Pricing financial derivatives with neural networks. *Physica A*, (2004), Vol. 338, pp.160-165.
- [14] Nelson, D. B. and Cao, C.Q. Inequality constraints in the univariate GARCH model, *Journal of Business and Economic Statistics*, (1992), Vol. 10, pp. 229-235.
- [15] Nosoohi I. & Mollaverdi N. Modeling of Capacity Reservation and Supplier Selection Based on Option Contract, *International Journal of Industrial Engineering & Production Research*, (2011), Vol. 22, pp. 135-141.
- [16] Pezzo R. & Uberti, M. Approaches to forecasting volatility: Models and their performances for emerging equity markets. *Chaos, Solitons and Fractals*, (2006), Vol. 29, pp. 556-565.
- [17] Qi M, Maddala GS. Option pricing using artificial neural networks: the case of S&P 500 index call options. In: Refenes A-PN, Abu-Mostafa Y, Moody J, Weigend A, editors. *Neural networks in financial engineering*, Proceedings of 3rd International Conference On Neural Networks in the Capital Markets, Oct 1995, London. World Scientific, (1996), pp. 78-91.
- [18] Schwarz, G. Estimating the dimension of model. *Annals of Statistics*, (1978), Vol. 6, pp. 461-464.
- [۲] اصفهانیان، م و امین ناصری، ا. ارائه یک مدل شبکه عصبی جهت پیش بینی کوتاه مدت قیمت نفت خام، نشریه بین المللی علوم مهندسی صنایع و مدیریت تولید، (۱۳۸۷)، جلد ۱، شماره ۱۹، صفحات ۳۵-۲۷.
- [۳] خالو زاده، ح، خاکی صدیق، ع. و کارولوکس. بررسی قابلیت پیش‌بینی نوسانات قیمت سهام در بازار بورس تهران، نشریه علمی - تخصصی دانشگاه صنعتی اصفهان (استقلال)، (۱۳۷۸)، جلد ۱، صفحات ۲۰۰-۱۹۳.
- [۴] مسیحی، ا. و امرائی، ح. تحلیل الگوهای همزمان در نمودارهای کنترل فرایند آماری با استفاده از شبکه عصبی، نشریه بین المللی مهندسی صنایع و مدیریت تولید، (۱۳۸۸)، جلد ۳، شماره ۲۰، صفحات ۲۳-۱۵.
- [5] Akaike, H. A new look at the statistical model indentification. *IEEE trans. Automatic Control*, (1974), Vol. 19, pp. 716-723.
- [6] Black, F. & Scholes, M. The pricing of options and corporate liabilities. *Journal of Political Economy*, (1973), Vol. 3, pp. 637-659.
- [7] Cheng, C. H. & Wei, L. Y. Volatility model based on multi-stock index for TAIEX forecasting. *Expert Syetem With Application*, (2009), Vol. 36, pp. 6187-6191.
- [8] Engle, R. F. Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of Variance of United Kingdom Inflation. *Econometrica*, (1982), Vol. 50, pp. 987-1008.
- [9] Glosten, L. R., Jagannathan, R. & Runkle, D. On the relation between the expected value and the volatility of the nominal excess return on stocks. *Journal of Finance*, (1993), Vol. 48, pp. 1779-1801.
- [10] Hamid, S. A. & Iqbal, Z. Using neural networks for forecasting volatility of S&P 500. *Journal of business research*, (2004), Vol. 57, pp. 1116-1125.

-
- [19] Sharma, N. Forecasting Oil Price Volatility, Master Thesis, Virginia Polytechnic Institute State University, (1998).
- [20] Wang Y. H. Nonlinear neural network forecasting model for stock index option price: Hybrid GJR-GARCH approach. Expert System with Applications, (2009), Vol. 36, pp. 564-570.
- [21] Yao, J. Li Y. & Tan, C. L. Option price forecasting using neural networks. Omega, (2000), Vol. 28, pp. 455-466.
- [22] www.online.wsj.com
- [23] www.ustreas.gov
-