



## A Mathematical Model for Maximal Covering Location with Backup Facility and Dynamic Approach in Emergency Time

Parviz Fattahi\*, Hassan Bagheri & Samaneh BabaeiMorad

Parviz Fattahi, Associated professor of Industrial Engineering, Alzahra University, Tehran, Iran

Hassan Bagheri, M.sc of Industrial Engineering, Bu-Ali-Sina University, Hamadan, Iran

Samaneh BabaeiMorad, M.sc of Industrial Engineering, Kharazmi University, Tehran, Iran

### Keywords

Backup covering;  
Dynamic location;  
Ambulance location;  
Capacity constraints;  
Population based on  
simulated annealing  
algorithm

### ABSTRACT

In this paper, a model is presented to locate ambulance, considering backup facility (to increase reliability) and ambulance capacity constraint. This model is designed for emergencies (war or natural disasters). In this model the covered demand for each demand point depends on the number of coverage times and demand amount. The demand amount and ambulance coverage radius are considered dynamic in various periods, regarding the conditions and model application. Ambulances have capability of being re-located in different periods. In this model we have considered two kinds of ambulances to locate: ground and air ambulance. Air ambulances are considered as backup facilities. Ground ambulances are supposed to be main facilities, considering capacity limitations. To solve this model, making chromosomes (initial solution) is presented in a way that location chromosome for both ground and air ambulances are presented as a general chromosome. Since this is a complicated model, a population based simulated annealing (PBSA) algorithm is used with a chromosome combinatorial approach to solve it. At last, the results of presented algorithm to solve the model are compared to simulated annealing (SA) algorithm. The results showed the quality (objective) of presented algorithm (PBSA) is better than SA algorithm.

© 2017 IUST Publication, IJIEPM Vol. 28, No. 4, All Rights Reserved



## ارائه مدل ریاضی برای مکان‌یابی حداکثر پوششی با داشتن تسهیلات پشتیبان و رویکرد پویا برای موقع اضطراری

پرویز فتاحی<sup>\*</sup>، حسن باقری و سمانه بابایی مراد

### چکیده:

در این پژوهش، مدلی برای مکان‌یابی آمبولانس‌ها با در نظر گرفتن وسیله پشتیبان (برای بالا بردن قابلیت اطمینان) و محدودیت ظرفیت برای آمبولانس‌ها زمینی ارائه شده است. این مدل برای موقع اضطراری (جنگ و بلایای طبیعی) در نظر گرفته شده است. در این مدل مقدار تقاضای پوشش داده شده برای هر نقطه تقاضاً وابسته به تعداد دفعات پوشش توسط تسهیلات و مقدار تقاضاً می‌باشد. مقدار تقاضاً و شعاع پوشش آمبولانس‌ها در دوره‌های مختلف با توجه به شرایط و کاربرد مدل، پویا در نظر گرفته شده است. آمبولانس‌ها قابلیت مکان‌یابی مجدد در دوره‌های مختلف را دارا می‌باشند. در این مدل دو نوع آمبولانس‌های زمینی و هوایی برای مکان‌یابی در نظر گرفته شده است. آمبولانس‌های هوایی به عنوان آمبولانس‌های پشتیبان در نظر گرفته شده است. آمبولانس‌های زمینی و هوایی به عنوان آمبولانس‌هایی با داشتن محدودیت ظرفیت در نظر گرفته شده است. برای حل این مدل، کروموزوم سازی (تولید جواب اولیه) به شیوه‌ای ارائه شده است که کروموزوم مکان‌یابی برای آمبولانس‌های زمینی و هوایی در یک کروموزوم کلی ارائه شده است. این مدل چون یک مدل پیچیده‌ای می‌باشد برای حل آن از الگوریتم شبیه‌سازی تبرید مبتنی بر جمعیت<sup>۱</sup> با رویکرد کروموزوم تلفیقی استفاده شده است. در نهایت نتایج الگوریتم ارائه شده برای حل مدل با الگوریتم شبیه‌سازی تبرید<sup>۲</sup> مقایسه شده است. نتایج نشان داده کیفیت الگوریتم ارائه شده نسبت به الگوریتم شبیه‌سازی تبرید بهتر می‌باشد.

در این زمینه مدل‌های زیادی ارائه شده است. اکثر مدل‌هایی که در این زمینه ارائه شدند هدف آنها مجموع تقاضاهایی که پوشش داده نمی‌شوند حداقل شود یا هزینه‌ی ارائه سرویس حداقل شود. برای جزئیات بیشتر، مکان مناسبی برای ایستگاه‌ها مکان‌یابی شود تا فاصله‌ی ایستگاه‌ها و سایت‌های تقاضاً حداقل شود تا کارایی زمان ارائه خدمت افزایش یابد و یا ایستگاه‌هایی که نقاط پوشش آن منطبق برهم هستند را حداقل کند و سومی تعیین معقول ترین تعداد ایستگاه با تعادل برقرار کردن بین هزینه‌ی از دست دادن تقاضای برآورده نشده و هزینه‌ی ایجاد ایستگاه‌ها می‌باشد. یکی از مشهورترین مدل‌های مکان‌یابی از اوایل علم مکان‌یابی به آن پرداخته شده است، مساله مکان‌یابی پوششی<sup>۳</sup> است. این مدل به دنبال راه حل‌هایی است که مجموعه‌ای از نقاط تقاضاً را با توجه به اینکه یک یا چند هدف موجود می‌باشد، پوشش دهد. مساله پوشش به دو دسته کلی تقسیم می‌شود، مساله مکان‌یابی حداکثر پوششی<sup>۴</sup> و مساله مکان‌یابی پوششی کل<sup>۵</sup>. بدون توجه به نوع

### کلمات کلیدی:

مکان‌یابی پوششی، پشتیبان، مکان‌یابی پویا، مکان‌یابی آمبولانس، قابلیت اطمینان، محدودیت ظرفیت، الگوریتم شبیه‌سازی تبرید.

### ۱. مقدمه

با پیشرفت علم و امکانات، جنگ و بلایای طبیعی نیز روبه رشد می‌باشد و تقاضاً برای خدمات اورژانسی برای حفاظت از جان و اموال مردم و محیط زیست نیز افزایش می‌یابد. این موضوع یکی از نگرانی‌های مهم مردم در نواحی شهری و روستایی می‌باشد. اهمیت این موضوع باعث شده که اخیراً دانشمندان زمینه بهمینه‌سازی به این موضوع توجه بیشتری از خود نشان دهند.

تاریخ وصول: ۹۵/۲/۱

تاریخ تصویب: ۹۶/۱/۲۱

حسن باقری، دانش آموخته کارشناسی ارشد، گروه مهندسی صنایع، دانشکده مهندسی، دانشگاه پویا سینا، همدان  
سمانه بابایی مراد، دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه مهندسی صنایع، دانشکده فنی و  
مهندسی، دانشگاه خوارزمی، تهران  
<sup>\*</sup>نویسنده مسئول مقاله: پرویز فتاحی، دانشیار، گروه مهندسی صنایع،  
دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه الزهرا، تهران، [p.fattahi@alzahra.ac.ir](mailto:p.fattahi@alzahra.ac.ir)

کانون توجه بسیاری از شاغلین و دانشجویان شده است. به عنوان مقدمه‌ای جامع از مدل‌های مکانیابی می‌توان به مراجع ارزشمندی اشاره کرد<sup>[۲]</sup>. یک منبع کتاب شناسی جامع از مقالات اخیر در زمینه مدل‌های میانه، مرکز و پوششی به عنوان سه تا از انواع اصلی مدل‌های مکان‌یابی ارائه شده است<sup>[۳]</sup>. در طول دهه گذشته، مقالات متعددی در زمینه ارائه مدل مکان‌یابی حداکثر پوششی و حل آن ارائه شده است که در ادامه به بخشی از آن‌ها اشاره خواهد شد. یک مطالعه مقایسه‌ای روی عملکرد الگوریتم ژنتیک و راهکارهای ابتکاری دیگر روی مسائل حداکثر پوشش مورد انتظار در مقیاس بزرگ انجام داده‌اند<sup>[۴]</sup>. مکانیابی حداکثر پوششی سلسه مراتبی دو سطحی را بررسی کرده‌اند و یک روش آزادسازی لاگرانژ برای حل آن ارائه کرده‌اند<sup>[۵]</sup>. در یک مطالعه ارزشمند، مقایسه‌ای بین روش ابتکاری مبنی بر آزادسازی لاگرانژ با آزادسازی جایگزینی انجام شده است. با استفاده از ۳۳۱ مساله آزمایشی در ادبیات با ۵۵-۹۰۰ گره، آنها دریافتند که هیچ تفاوت قابل ملاحظه‌ای بین دو روش فرالبتکاری وجود ندارد<sup>[۶]</sup>. شبکه‌ای از کدهای مخابرات ترکیبی در سیستم‌های مخابراتی طراحی و توسط یک راهکار آزادسازی لاگرانژ آنرا حل کردند<sup>[۷]</sup>. مکانیابی حداکثر پوششی را روی صفحه با هدف حداکثر پوشش تقاضا به صورت بیضی شکل مطالعه کردند<sup>[۸]</sup>. این مساله به عنوان مساله برنامه‌ریزی غیرخطی عدد صحیح مختلط فرموله شد و از الگوریتم شبیه سازی تبرید برای حل آن استفاده شد. ۵ روش فرالبتکاری موثر برای حل مکانیابی پوششی جزئی مقایسه شدند<sup>[۹]</sup>. آنها به این نتیجه رسیدند که شبیه سازی تبرید موثرترین روش در مقایسه با بقیه روش‌ها می‌باشد. علاوه بر این، مقالات بسیاری در رابطه با توسعه مدل سنتی مکان‌یابی حداکثر پوششی وجود دارد. پوشش جزئی مشتریان در مدل عمومی مکانیابی حداکثر پوششی را مورد توجه قرار داده شد<sup>[۱۰]</sup>. یک مدل برنامه‌ریزی مختلط نقاط تقاضا توسعه ذوزنقه‌های مورب روی صفحه پوشش داده محسوب می‌شوند معرفی شد<sup>[۱۱]</sup>. مدل مکانیابی تخصیص به صورت فازی برای سیستم‌های متراکم را ارائه شد و آن را مکانیابی تخصیص حداکثر پوشش با صفت فازی نامیدند<sup>[۱۲]</sup>. در این مقاله از الگوریتم ژنتیک برای حل مساله استفاده کردند. حالت چند هدفه مکانیابی حداکثر پوششی ارائه شد<sup>[۱۳]</sup>. در این مدل برنامه‌ریزی آرمانی چند هدفه فازی را برای مدل پوشش بر مبنای مکان‌یابی تسهیلات اورژانسی در نظر گرفتند. هدف آنها حداکثر کردن جمعیت دارای پوشش پشتیبان و افزایش سطح سرویس با حداقل کردن کل فاصله از مکان‌ها در فاصله بزرگتر از فاصله استاندارد از پیش تعیین شده بود. مقاله جالب دیگری که در ادبیات وجود داشت این بود که مکان‌یابی حداکثر پوششی را در وضعیتی در نظر گرفته بودند که تقاضا هم در گره‌ها و هم در

مساله، یک جمعیت زمانی پوشش داده شده تلقی می‌شود که در یک فاصله زمانی یا مکانی از پیش تعیین شده‌ای نسبت به یک یا چند تسهیل قرار گرفته باشد. هدف مکانیابی پوششی کل پوشش دادن تمام نقاط تقاضا با حداقل تسهیلات ممکن است، در حالی که مکانیابی پوششی جزئی به پوشش دادن حداکثر نقاط تقاضا با تعداد تسهیل از پیش تعیین شده‌ای می‌پردازد. مکانیابی پوششی جزئی برای اولین بار بر روی شبکه معرفی شد<sup>[۱۱]</sup>. از آن زمان به بعد، کاربردها و توسعه‌های تئوریک متعددی روی مدل کلاسیک مکانیابی پوششی جزئی ارائه شده است. در مسئله پوشش پشتیبان یک نقطه تقاضا توسط چندین تسهیل پوشش داده می‌شود تا در صورت مشغول بودن یک تسهیل دیگری بتواند تقاضای آن را برآورد کند. در مدل‌های ارائه شده در زمینه مکانیابی پوششی پشتیبان در حالت قطعی و احتمالی ارائه شدند ولی در زمینه مکان‌یابی پوشش پشتیبان پویا و احتمالی مدلی ارائه نشده است در حالی که در واقعیت مقدار تقاضاها و شعاع پوشش با توجه به ترافیک در دوره‌های مختلف در حال تغییر می‌باشد. اولین مزیت مدل پیشنهادی با توجه به واقعیت، وابستگی مقدار پوشش تقاضا برای نقاط تقاضا به تعداد دفعات پوشش توسط تسهیلات و مقدار تقاضا می‌باشد. دومین مزیت مدل پیشنهادی نسبت به مدل‌های ارائه شده در زمینه پوششی پشتیبان به این صورت می‌باشد که مدل به صورت پویا می‌باشد یعنی مقدار تقاضا و شعاع پوشش در دوره‌های مختلف به صورت پویا و همچنان احتمال مشغول بودن تسهیلات نیز در نظر گرفته شده تا مطابق واقعیت باشد. مزیت سوم مدل در نظر گرفتن پوشش پشتیبان آمبولانس‌های هوایی برای آمبولانس‌های زمینی می‌باشد که ظرفیت آمبولانس‌های زمینی و هم هوایی (پشتیبان) محدود در نظر گرفته شده است که تا در صورت مشغول بودن یک تسهیل زمینی از تسهیل هوایی استفاده شود. در این مدل با توجه به متغیر بودن مقدار پوشش در نقاط تقاضا در کل دوره آمبولانس‌های زمینی و هوایی (پشتیبان) در دوره‌های مختلف قابلیت جابجایی را دارند. بخش‌های بعدی این مقاله به اینصورت می‌باشد که در بخش ۲ مزروی بر کارهای گذشته در زمینه خدمات اورژانسی ارائه خواهد شد. در بخش ۳ ارائه مدل پیشنهادی و توضیح کاملی در مورد مدل آورده خواهد شد. در بخش ۴ در مورد الگوریتم پیشنهادی توضیحی آورده شده است در بخش ۵ در مورد تنظیم پارامتر الگوریتم پیشنهادی اشاره شده است. در بخش ۶ مثال‌های عددی آورده شده است و در بخش ۷ نتیجه گیری از پژوهش بیان شده است.

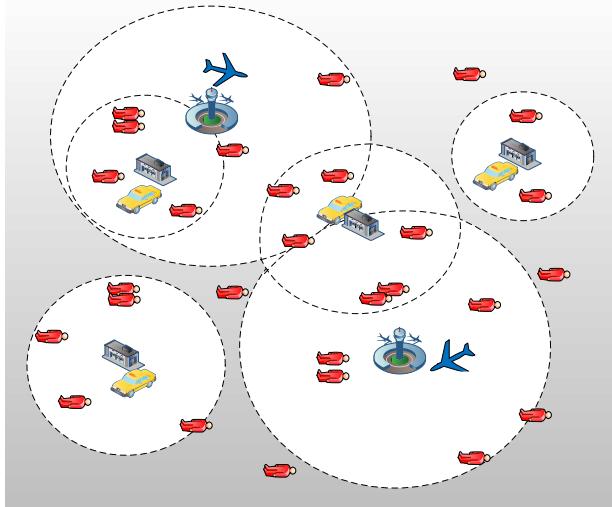
## ۲. پیشنهادی تحقیق

مکانیابی تسهیلات نقش عمده‌ای در زنجیره‌ی تامین به خصوص در تسهیلات تولیدی و خدماتی دارد. به طوری که در دهه‌ی اخیر

حداکثر پوششی با ۹۰۰ گره ارائه دادند. این مقاله توسعه‌ای از همان مقاله با تغییر آن به صورت پویای چند دوره‌ای است [۲۴]. در چنین مساله‌ای تصمیم‌گیرنده‌گان تمایل به مکانیابی P تسهیل در بازه زمانی دارند. به وضوح فضای جواب ممکن است شامل  $m$  تعداد زیادی جواب شدنی باشد و با افزایش حجم، مساله به شدت پیچیده شود. این مدل در عمل هم خیلی غیر معمول نیست و در بسیاری از زمینه‌ها کاربرد دارد. به طور مثال، می‌تواند در مکانیابی ایستگاه‌های گشت پلیس و ایستگاه‌های آتش‌نشانی [۲۵]، جایابی آمبولانس‌ها [۲۶] یا مکان‌یابی تسهیلات کمک‌های اولیه برای کمک به حادثه دیدگان بلاای طبیعی به کار رود. برای روش‌تر کردن مساله مکانیابی یک مرکز خدمات اورژانسی در یک منطقه شلوغ را در نظر بگیرید. به منظور خدمت رسانی به مردم در هنگام وقوع تصادفات جاده‌ای با توجه به ترافیک جاده، تعطیلات، وضعیت هوا و بسیاری عوامل دیگر، تعداد تسهیلاتی که باید مستقر شوند ممکن است در دوره‌های زمانی مختلف نوسان داشته باشد. با توجه به اینکه تعداد تسهیلاتی که باید مستقر شوند به محدود بودن بودجه بستگی دارد، مساله مکانیابی حداکثر پوششی در حالت چند دوره‌ای یا پویا به وجود می‌آید. مدل‌های مکانیابی پویا می‌توانند به مدیران در گرفتن تصمیمات روزانه و یا ساعتی به منظور پاسخگویی بهتر به نوسانات قابل پیش‌بینی تقاضا در موقع اضطراری و غیره در زمان و فضا، کمک کنند [۲۶]. در این مدل‌ها یک تسهیل که در ابتدای یک دوره افتتاح می‌شود می‌تواند در دوره بعدی بسته شود. مفهوم مکانیابی پوششی پویا موضوع جدیدی در ادبیات نیست. مدل پویای چند هدفه برای تسهیلات خدمات اورژانسی از جمله آمبولانس‌ها ارائه شد [۲۷]. مسائل متنوعی از مکان‌یابی تسهیلات عمومی چند دوره‌ای ارائه شد [۲۸]. تلاش دیگری برای مدل‌سازی مکانیابی حداکثر پوششی پویا انجام دادند که در آن سیستم پشتیبانی تصمیم توسعه داده شد [۲۹]. مدل پوشش کامل دوره‌ای بررسی و آنرا با مدل‌های شبیه‌سازی و جستجوی ممنوع و تئوری صفت حل کردند [۲۶]. مقاله‌های آنها با ترکیب کردن احتمالات مشغولی بودا [۳۰]. مقاله‌ای دیگری برای مدل مکانیابی پویا ارائه شد به طوری که هدف حداکثر کردن پوشش پشتیبان و حداقل کردن هزینه‌های مکانیابی مجدد بود [۳۱]. یک مقاله در زمینه مکانیابی حداکثر پوششی پویا مقاله‌ای است که مساله مکانیابی چند دوره‌ای واحدهای اورژانسی را توسعه داده تا یک طرح استراتژیک برای دوره‌های زمانی مختلف ایجاد کند یک الگوریتم جستجوی ممنوع کلا برای حل این مساله توسعه داده شد و مدل در شهر استانبول پیاده شده [۳۲]. مکانیابی تسهیلات را به طور گسترشده‌ای در زمینه تسهیلات مراقبت بهداشتی مورد مطالعه قرار دادند [۳۳]. هنگامی که پارامترهای مسئله مانند تقاضای یا هزینه‌های تسهیلات/حمل و نقل به مرور تغییر کند، تصمیم گیری محل حل تسهیلات بهینه در

مسیر می‌توانست ایجاد شود [۱۴]. در این مقاله یک مثال واقعی برای مکان‌یابی سلوی پایگاه‌ها در شهر نیویورک ارائه کردند. در این مقاله مکان‌یابی تسهیلات روی شبکه را بررسی شد که کل تقاضای پوشش داده شده حداقل گردد [۱۵]. این مساله در مکانیابی تسهیلات نامطلوب مورد استفاده قرار می‌گیرد. آنها روش جستجوی ممنوع را با روش آزادسازی لاغرانژ برای حل این مساله مقایسه کردند و به این نتیجه رسیدند که جستجوی ممنوع برای مسائل بزرگتر گزینه‌ی مناسبی است. تغییر دیگری که روی مکانیابی حداکثر پوششی انجام شد، در نظر گرفتن وزن منفی گره‌های تقاضا است [۱۶]. دو مدل خطی و یک مدل غیرخطی ارائه شد و توسط CPLEX و برخی راهکارهای ابتکاری حل کردند. در یک مطالعه ارزشمند دیگر، مدل ساده مکان‌یابی حداکثر پوششی با بهره‌برداری از توانایی سیستم اطلاعات جغرافیایی و ایده‌ی پوشش جزیی به منظور نمایش بهتر پوشش تقاضاها توسعه داده شد. یک مدل مکان‌یابی ممکن است برای حداکثر کردن ترکیب پوشش اولیه توسط تسهیلات و حداقل سطح پوشش که با از دست دادن تسهیلات ضروری اتفاق می‌افتد توسعه داده شد که از الگوریتم تجزیه برای حل این مساله استفاده کردند [۱۷]. علاوه بر این، مطالعات موردي نیز درباره مکان‌یابی حداکثر پوششی در ادبیات وجود دارند. مدلی برای مطالعه موردي مکان‌یابی کوهات در پاکستان پیاده‌سازی کردند [۱۸]. مساله مکان‌یابی حداکثر پوششی را برای تعیین توزیع گشت‌های پلیس در دالاس مطالعه کردند [۱۹]. برای حل مساله مکان‌یابی حداکثر پوششی مدلی را ارائه کردند که در آن فرض بر این بود که مکان تسهیلات ثابت بوده و باید دسترسی به نقاط تقاضا باید بهبود می‌یافت [۲۰]. مدل آنها مساله بهبود حداکثر پوشش روی شبکه نامیده شد و به صورت مساله برنامه ریزی خطی عدد صحیح فرموله شد و مطالعه آن در غنا انجام شد. مساله مکان‌یابی حداکثر پوششی غیر قطعی نیز توجهاتی را در ادبیات تاکنون به خود اختصاص داده است. مکانیابی حداکثر پوششی احتمالی را با یک خدمت دهنده برای هر مرکز ارزیابی کردند و آن را با استفاده از راهکارهای تولید ستون و گراف پوششی حل کردند [۲۱]. مساله مکان‌یابی حداکثر پوششی را روی شبکه با عدم قطعیت پیشنهاد شد [۲۲]. در این پژوهش مسائل با نقاط تقاضای با اهمیت یکسان، با اوزان نیمه قطعی گره‌های تقاضا را مطالعه کردند. مقاله دیگری که عدم متناسب برای حل این مدل‌ها ارائه کردند، مقاله دیگری که عدم قطعیت را در مکانیابی حداکثر پوششی در نظر می‌گیرد [۲۳]. آنها موردي را مطالعه کردند که در آن وزن تقاضاهای مرتبط با گره‌ها روی شبکه متغیرهای تصادفی با توزیع احتمال نامشخص است. هدف مقاله یافتن مکانی است که پوشش‌های نامربوط در آن حداقل شود. در یک پژوهش حل مدل را با تمرکز بر حل مکانیابی

همهی متغیرهای مدل به صورت صفر و یک می‌باشد. مدل پیشنهادی بیشتر در موقع اضطراری کاربرد دارد شکل شماتیکی مدل ارائه شده به صورت شکل ۱ می‌باشد.



شکل ۱. شکل شماتیک مدل ارائه شده

هر دوره ممکن است کمتر از حد مطلوب در دوره آینده باشد. در چنین وضعیتی، تصمیم گیری مکانیابی تسهیلات بهینه، به گذشت زمان به مطابقت با تغییرات در تقاضا به هزینه نیاز دارد. با این حال، تصمیم گیری درباره مکان تسهیلات بازیبینی شده در دوره‌های آینده، ممکن است شامل، جایه جایی و یا مسدود کردن تسهیلات مورد استفاده در دوره‌های آینده باشد. بنابراین، تغییر پارامترهای مسئله در طول زمان ایده بهتری است که برای پیش از یک دوره مورد برنامه‌ریزی قرار گیرد که به مکانیابی تسهیلات چند دوره‌ای افزایش می‌یابد [۳۴] برای مطالعه جزیبات بیشتر درباره مکانیابی تسهیلات تحت شرایط عدم قطعیت به مقاله [۳۵] مراجعه شود. این مرور ادبیات جامع بیانگر این است که توجهات بسیاری به مساله مکانیابی حداکثر پوششی در حالات متنوع انجام شده است ولی مورد پویا و احتمالی آن تاکنون مورد توجه زیادی قرار نگرفته است. بعلاوه، مقاله‌های بسیار کمی در مورد راه حل مساله مکانیابی حداکثر پوششی در مقیاس بزرگ ارائه شده است. مقاله ما سعی دارد تا این دو شکاف را با ارائه یک مدل پویای کارا در موقع اضطراری و ارائه الگوریتم شبیه‌سازی تبرید مبتنی بر جمعیت برای حل مدل در مقیاس بزرگ کاهش دهد.

### ۱-۳. اجزای مدل

در این قسمت اجزای مدل ریاضی به تفکیک اندیس‌ها، پارامترها و متغیرهای تصمیم ارائه می‌شود.

#### ۱-۱. اندیس‌ها

: مجموعه نقاط تقاضا

$\mathbb{Z}$ : مجموعه نقاط بالقوه برای ایجاد آمبولانس‌های زمینی

$\mathbb{F}$ : مجموعه نقاط بالقوه برای ایجاد آمبولانس‌های هوایی(پشتیبان)

$t$ : تعداد دوره‌های در نظر گرفته در مدل

#### ۲-۱. پارامترها

احتمال مشغول بودن هر آمبولانس هوایی(پشتیبان)  $p_{H}$ :

احتمال مشغول بودن هر آمبولانس زمینی  $p_{A}$ :

ظرفیت آمبولانس‌های زمینی  $C_A$ :

ظرفیت آمبولانس‌های هوایی  $C_H$ :

$t$ : مقدار تقاضای نقطه‌ی  $i$  در دوره‌ی  $t$

$a_{i,j,t}$ : یک پارامتر صفر و یک می‌باشد که اگر در دوره‌ی  $t$  آمبولانس زمینی مستقر شده در نقطه‌ی  $j$  نقطه‌ی تقاضای  $i$  را پوشش دهد یک در غیر اینصورت صفر

$a_{i,f,t}$ : یک پارامتر صفر و یک می‌باشد که اگر در دوره‌ی  $t$  آمبولانس هوایی (پشتیبان) مستقر شده در نقطه‌ی  $f$  نقطه‌ی تقاضای  $i$  را پوشش دهد یک در غیر اینصورت صفر

$N^A$ : تعداد آمبولانس‌های زمینی که در هر دوره باید مکانیابی شود

$N^B$ : تعداد آمبولانس‌های هوایی که در هر دوره باید مکانیابی شود

$(1-p) + k$ : محتمل‌ترین احتمال در دسترس بودن

### ۳. مدل پیشنهادی

در مدل ارائه شده در این پژوهش دو نوع تسهیل برای پوشش نقاط تقاضا در نظر گرفته شده است. آمبولانس‌های زمینی و آمبولانس‌های هوایی که دارای محدودیت ظرفیت می‌باشد یعنی نمی‌تواند نقاط تقاضایی را که تقاضاش بیشتر از ظرفیت تسهیل می‌باشد را پوشش دهد و این نقاط تقاضا باید توسط بیش از یک تسهیل پوشش داده شود اگر فقط توسط یک تسهیل پوشش داده شود و مقدار تقاضا بیشتر از ظرفیت تسهیل باشد فقط جزئی (کسری) از مقدار تقاضای آن نقطه را پوشش خواهد داد. آمبولانس‌های هوایی به عنوان پشتیبان در نظر گرفته شده است. از پوشش پشتیبان برای پوشش آن نقاطی استفاده می‌شود که در شعاع پوشش حداقل یک تسهیل زمینی قرار دارند ولی آن تسهیل یا تسهیلات در حال ارائه خدمت می‌باشند و در مدل پیشنهادی احتمال مشغول بودن تسهیلات نیز در نظر گرفته شده است. در این مدل مقدار تقاضاها و شعاع پوشش در دوره‌های مختلف با توجه به تغییرات در شرایط طول زمان به صورت پویا در نظر گرفته شده است. در این مدل هدف حداکثر کردن مقدار تقاضای پوشش داده با استفاده از آمبولانس‌های زمینی و هوایی می‌باشد. تعداد تسهیلات زمینی و هوایی (پشتیبان) در دوره‌های مختلف به صورت ثابت و از قبل تعیین شده است. نقاط بالقوه برای ایجاد تسهیلات زمینی و هوایی به صورت گسسته بوده و با یکدیگر متفاوت می‌باشد. آمبولانس‌های زمینی و هوایی قابلیت جابجایی در دوره‌های مختلف را دارا می‌باشند. مدل پیشنهادی یک مدل صحیح و صفر و یک می‌باشد که

$x_{f,t}^H$  یک متغیر عدد صحیح می‌باشد که تعداد آمبولانس‌های هوایی (پشتیبان) که در دوره  $t$  در نقطه‌ی بالقوه‌ی  $f$  مکانیابی شده را بیان می‌کند.

$y_{i,t,k}^A$  یک متغیر صفر و یک می‌باشد که اگر در دوره‌ی  $t$  نقطه‌ی تقاضای  $i$  توسط  $k$  آمبولانس زمینی پوشش داده می‌شود یک در غیر اینصورت صفر می‌باشد.

$y_{i,t,k}^H$  یک متغیر صفر و یک می‌باشد که اگر در دوره‌ی  $t$  نقطه‌ی تقاضای  $i$  توسط  $k$  آمبولانس هوایی (پشتیبان) پوشش داده شود یک در غیر اینصورت صفر می‌باشد.

## ۲-۳. مدل ریاضی

مدل ارائه شده بصورت زیر مدل بندی می‌گردد.

تسهیلات در توزیع دو جمله‌ای  $\binom{k}{(k+1)(1-p)}(1-p)^{(k+1)(1-p)} p^{k-(k+1)(1-p)}$ : احتمال در دسترس بودن

محتمل ترین تعداد تسهیلات زمینی یا هوایی تحت پوشش

$$c_{i,t,k(P_{AH})} = \left[ \frac{c_{AH}}{h_{i,t}} \times \left[ \binom{k}{(k+1)(1-p)}(1-p)^{(k+1)(1-p)} p^{k-(k+1)(1-p)} \right] \times [(k+1)(1-p)] \right]$$

: کسری از مقدار تقاضای  $i$  پوشش داده شده در دوره‌ی  $t$  توسط محتمل ترین  $(p - 1)(k + 1)$  تعداد تسهیلات زمینی یا هوایی در دسترس

### ۱-۳. متغیرها

$x_{i,t,k}^A$  یک متغیر عدد صحیح می‌باشد که تعداد آمبولانس‌های زمینی در دوره‌ی  $t$  در نقطه‌ی بالقوه‌ی  $j$  مکانیابی شده است را بیان می‌کند.

$$\max Z = \sum_i \sum_t \sum_k h_{i,t} \left[ \frac{c_A}{h_{i,t}} \times \left[ \binom{k}{(k+1)(1-p_A)}(1-p_A)^{(k+1)(1-p_A)} p_A^{k-(k+1)(1-p_A)} \right] \times [(k+1)(1-p_A)] \right] y_{i,t,k}^A \\ + \sum_i \sum_t \sum_k h_{i,t} \left[ \frac{c_H}{h_{i,t}} \times \left[ \binom{k}{(k+1)(1-p_H)}(1-p_H)^{(k+1)(1-p_H)} p_H^{k-(k+1)(1-p_H)} \right] \times [(k+1)(1-p_H)] \right] y_{i,t,k}^H \quad (1)$$

ST:

$$k y_{i,t,k}^A \leq \sum_j a_{i,j,t} x_{j,t}^A \quad \forall i, t, k \quad (2)$$

$$k y_{i,t,k}^H \leq \sum_j r_{i,f,t} x_{j,t}^H \quad \forall i, t, k \quad (3)$$

$$\sum_k y_{i,t,k}^A \leq 1 \quad \forall i, t \quad (4)$$

$$\sum_k y_{i,t,k}^H \leq 1 \quad \forall i, t \quad (5)$$

$$\sum_k C_{i,t,(k+1)(1-p_A)} y_{i,t,k}^A + \sum_k C_{i,t,(k+1)(1-p_H)} y_{i,t,k}^H \leq 1 \quad \forall i, t \quad (6)$$

$$y_{i,t,k}^H \leq y_{i,t,k}^A \quad \forall i, t \quad (7)$$

$$\sum_j x_{j,t}^A = N^A \quad \forall t \quad (8)$$

$$\sum_f x_{f,t}^H = N^H \quad \forall t \quad (9)$$

$$0 \leq x_{j,t}^A \leq N^A \quad 0 \leq x_{f,t}^H \leq N^H \quad \forall f, j, t \quad (10)$$

$$y_{i,t,k}^H, y_{i,t,k}^A \in \{0,1\} \quad \forall i, t, k \quad (11)$$

توسط  $k$  تسهیل پوشش داده می‌شود که در شعاع پوشش این تعداد تسهیلات قرار گرفته باشد. رابطه ۴، ۵ بیان می‌کند که یک نقطه‌ی تقاضا در شعاع پوشش تعداد مشخصی از آمبولانس‌های زمینی و هوایی قرار می‌گیرد. رابطه ۶ تضمین می‌کند که یک نقطه‌ی تقاضایی که هم توسط آمبولانس‌های زمینی و هم هوایی پوشش

رابطه ۱ مجموع احتمال تقاضاهای پوشش داده شده توسط آمبولانس‌های زمینی و هوایی را حداقل می‌کند که قسمت اول تابع هدف مربوط به مقدار پوشش تقاضا توسط آمبولانس‌های زمینی و قسمت دوم مربوط به مقدار پوشش آمبولانس‌های هوایی می‌باشد. رابطه ۲ و ۳ بیان می‌کنند که یک نقطه‌ی تقاضا زمانی

قاعده کاهش دما-قاعده توقف باید تعیین گردد. به علت فقدان نتایج نظری در زمینه طراحی پارامترهای فوق، این پارامترها باید با توجه به مساله مورد بررسی، تنظیم گردد. در این تنظیم، کیفیت نتایج و زمان محاسباتی الگوریتم مد نظر قرار می‌گیرد. طراحی مناسب پارامترهای فوق، تاثیر بالایی روی الگوریتم داشته و به نوعی یک عیب مسلم این الگوریتم شبیه به سایر الگوریتم های فرا ابتکاری می‌باشد. به منظور بررسی بیشتر، تحلیلی در ارتباط با فاکتور های فوق در زیر ارائه شده است[36]. دمای اولیه استفاده از دمای اولیه بالا موجب می‌گردد که الگوریتم رفتاری شبیه به یک جستجوی تصادفی به خود بگیرد و استفاده از دمای اولیه، موجب می‌گردد که الگوریتم تبدیل به یک الگوریتم جستجوی محلی می‌گردد. در الگوریتم انجماد تدریجی، درهنگام تعیین دمای اولیه، باید دمای اولیه به نحوی تعیین گردد که موازنۀ ای بین دو حالت فوق اتفاق بیفتد. طول زنجیره مارکف و وضعیت پایدار برای رسیدن به یک وضعیت پایدار در هر دما، تعداد کافی از انتقالات (حرکت‌ها) باید در نظر گرفته شود. مطالعات نظری پیشنهاد می‌کند که تعداد تکرارها در هر دما بهتر است براساس یک تابع نمایی از اندازه مساله گردد. به کارگیری این استراتژی در عمل مشکل است به طور کلی، تعداد تکرارها باید با اندازه مساله و متناسب با اندازه همسایگی تعیین گردد. قاعده کاهش دما به طور کلی، بین کیفیت نتایج و سرعت انجماد رابطه قوی وجود دارد. مقدار دما همواره مقدار مثبت بوده و زمانی که تعداد تکرارها به سمت بی نهایت میل کند، مقدار دما نیز به سمت صفر میل می‌کند. با رعایت این اصول، قواعد مختلفی برای کاهش دما وجود دارد که بعضی این موارد شامل قاعده خطی-قاعده هندسی-قاعده لگاریتمی-قاعده کاهش خطی آهسته-قاعده غیر یکنواخت-قاعده پویا-قاعده هندسی وابسته به دما

#### ۲-۴. الگوریتم پیشنهادی (شبیه‌سازی تبرید مبتنی بر جمعیت)

گام های الگوریتم شبیه سازی تبرید مبتنی بر جمعیت به صورت گام های زیر می‌باشد و شبه کد آن نیز در ادامه آورده شده است و شکل آن نیز طبق شکل ۲ می‌باشد.

1.  $nPop = i'$  ; / اندازه جمعیت اولیه /
2.  $nMove = j'$  ; / تعداد همسایه برای هر عضو /
3.  $T = T_.$  ; / دمای اولیه /
4.  $a_1 = \alpha$  ; / نرخ کاهش دما /
5.  $a_2 = \beta$  ; / نرخ رشد تکرار در هر دما /
6.  $Pop_ = Pop_i$  ; / تولید و ارزیابی جواب اولیه /
7.  $S = Pop_i$  ; / تعیین بهترین حل اساسی /

داده می‌شود مقدار کسر پوشش داده توسط دو نوع تسهیل بیشتر از یک نباشد (یعنی دو بار حساب نشود). رابطه ۷ بیان می‌کند که یک نقطه تقاضاً توسط آمبولاتس زمینی یا توسط هر دو نوع تسهیل پوشش داده می‌شود ولی تنها توسط آمبولاتس هوایی (پشتیبان) پوشش داده نمی‌شود که این بدین دلیل می‌باشد که آمبولاتس هوایی پشتیبان برای آمبولاتس های زمینی می‌باشد. روابط ۸ و ۹ تعداد آمبولاتس های زمینی و هوایی که در هر دوره مکانیابی می‌شود را بیان می‌کند. رابطه ۱۰ و ۱۱ نوع متغیرهای مدل را بیان می‌کند.

#### ۴. شرح الگوریتم پیشنهادی

##### ۴-۱. شرح الگوریتم شبیه‌سازی تبرید (SA)

الگوریتم شبیه سازی تبرید در سال ۱۹۵۳ ارائه شد. این الگوریتم یک الگوریتم فرا ابتکاری تصادفی برای حل مسائل بهینه سازی ترکیبی است. ایده اصلی این الگوریتم، انتخاب یک جواب از همسایگی جواب فعلی در هر مرحله است. جواب همسایه انتخاب شده در صورتی که تابع هدف بهتری نسبت به جواب فعلی داشته باشد جایگزین جواب فعلی می‌گردد در غیر اینصورت به صورت تصادفی و احتمالی بین صفر و یک جایگزین جواب فعلی می‌گردد. الگوریتم شبیه سازی تبرید شده احتمال انتخاب جوابی با تابع هدف بدتر متناسب با میزان تفاوت توابع هدف دو جواب است. جواب‌های با اختلاف کمتر تابع هدف از مقدار تابع هدف فعلی با احتمال بیشتر و جواب‌های با اختلاف زیادتر به ندرت انتخاب می‌شوند بنابراین با افزایش تعداد تکرارهای این الگوریتم احتمال خارج شدن از جواب‌های بهینه محلی افزایش می‌یابد از طرف دیگر همراه با کاهش احتمال پذیرش جواب‌های با توابع هدف بدتر در طول زمان به دلیل کاهش درجه حرارت الگوریتم در نهایت به یک جواب بهینه محلی خوب همگرا می‌شود.

##### ۴-۱-۱. پارامترهای الگوریتم شبیه‌سازی تبرید

برنامه انجماد تاثیر زیادی بر همگرایی الگوریتم انجماد تدریجی دارد. برنامه انجماد نحوه کنترل دمای الگوریتم را مشخص می‌کند. در یک برنامه انجماد، عوامل دمای اولیه-طول زنجیره مارکف-

```

8.   for Main It = 1 MaxIt    /ماکریم تکرار مناسب با اندازه مسئله /
9.   for SubIt = 1:It ,تعداد تکرارها در هر دما /It = It./
10.  for i = 1:i'
11.  for j = 1:j'
12.  Method = Roulette Wheel Selection;
13.  end for
14.  end for
15.  new Pop(i,j) = Create neighbor; /تولید همسایه برای هر یک از اعضای جمعیت/
16.  N = newPop(i,j) ;/(i , j) /ارزیابی همسایگان برای هر
17.  Popi = newPop(i) /N انتخاب عضو بین بهترین اعضای
18.  ΔE =  $\frac{f(newPop(i))-f(Pop(i))}{f(Pop(i))}$  /(N) مقایسه نسبی هر یک از اعضای اولیه جمعیت با یکی از اعضای واجد شرایط از
19.  if ΔE = . then
20.  S = new Pop(i) ;      /قبول راه حل همسایه/
21.  Else
22.  Accept new Pop(i) with a probability  $e^{-\frac{\Delta E}{T}}$ ; /به روز رسانی دما/
23.  End if
24.  End for
25.  T = αT           /به روز رسانی دما/
26.  It =  $\frac{\alpha t}{\beta}$  ;      به روز رسانی تعداد تکرار در هر دما /
27.  end for

```

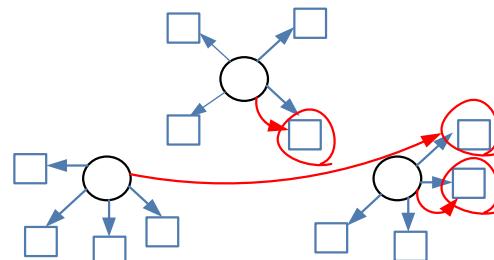
نوع H بازه بین صفر تا یک را به ۷ قسمت مساوی تقسیم می‌کنیم  
تعداد اعدادی که بین بازه‌ها قرار می‌گیرد را به ترتیب به عنوان  
تعداد تسهیلات به نقاط بالقوه متناظر خودشان تخصیص داده می‌  
شود که مطابق رابطه ۱۳ می‌باشد. برای مکانیابی تسهیلات از نوع  
H نیز به همین طریق عمل می‌کنیم:

$$\left[ \begin{array}{ccccccccc} & t_1 & & t_2 & & t_3 & & \\ \overbrace{\quad\quad\quad}^j & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 2 & 0 \\ \overbrace{\quad\quad\quad}^f & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ \overbrace{\quad\quad\quad}^j & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{array} : \right] \quad (13)$$

۴-۲-۲. شیوه‌ی ایجاد همسایگی

در این شیوه‌ی ایجاد همسایگی هر ذره دو عدد تصادفی از میان کروموزم انتخاب کرده و تمامی اعداد ما میان این دو برعکس کرده و جواب همسایگی ایجاد می‌شود. دلیل ایجاد همسایگی به این شیوه‌ی این می‌باشد که تمامی همسایگی‌ها (جواب‌های ممکن) به راحتی قابل دستیابی می‌باشد. شکل ایجاد همسایگی به صورت را طبق ۱۴ می‌باشد.

$$\underbrace{1 \dots i_1 - 1, \color{blue}{i_1}, i_1 + 1, \dots \dots i_2 - 1, \color{red}{i_2}, i_2 + 1, \dots \dots n}_{\begin{matrix} 1: i_1 - 1 \\ i_2: i_1 \\ i_2 + 1: n \end{matrix}} \quad (14)$$



شكل ۲. شیوه‌ی مبتنتی سازی بر جمعیت الگوریتم SA

۴-۲-۱. شیوه تولید جواب اولیه برای الگوریتم شبیه سازی مبتنی بر جمعیت

$$\left[ \begin{array}{cc} t_1 & \\ \overbrace{\begin{array}{cc} p_A & p_B \end{array}}^{} & \end{array} \right] \left[ \begin{array}{cc} t_2 & \\ \overbrace{\begin{array}{cc} p_A & p_B \end{array}}^{} & \end{array} \right] \left[ \begin{array}{cc} t_3 & \\ \overbrace{\begin{array}{cc} p_A & p_B \end{array}}^{} & \end{array} \right] = \begin{pmatrix} 0.1 & 0.9 & 0.011 & 0.42 & 0.82 & 0.95 & 0.09 & 0.23 & 0.81 \end{pmatrix} \quad (12)$$

تعداد نقاط بالقوه برای ایجاد تسهیلات از نوع زمینی A در هر دوره برابر  $f$  می باشد و همچنین تعداد نقاط بالقوه برای ایجاد تسهیلات از نوع هوایی H برابر  $P_H$  می باشد. تعداد تسهیلات از نوع A در هر دوره برای مکانیابی برابر  $P_A$  و تعداد تسهیلات از نوع H در هر دوره برای  $P_H$  می باشد. طبق رابطه ۱۲ برای مکانیابی تسهیلات از

جدول ۱. سطوح بهینه پارامترهای الگوریتم PBSA

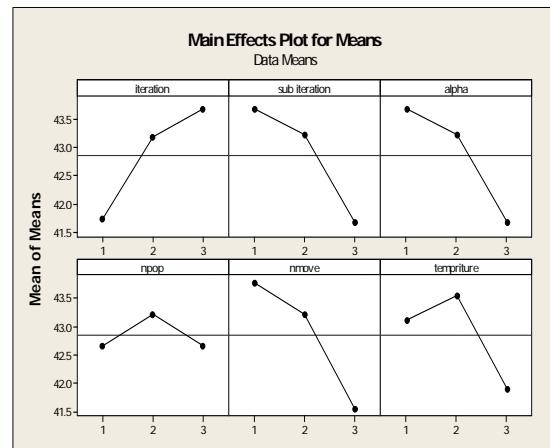
سطح بهینه	سطح	عامل
۱۰	{۱۰,۲۰,۳۰}	تعداد تکرارهای زیر مجموعه
۷۰	{۵۰,۶۰,۷۰}	تعداد تکرار
۰/۸۵	{۰/۰,۹۵/۰,۹۰,۸۵}	alfa
۴۰	{۳۰,۴۰,۵۰}	دما اولیه
۵	{۶,۵,۴}	جمعیت اولیه
۵	{۵,۶,۷}	تعداد همسایگی‌ها

## ۶. بررسی مسائل نمونه

در این بخش به بررسی مسائل نمونه در مقیاس‌های مختلف پرداخته شده است که ابتدا برای صحت مدل‌سازی پویا، مدل پویا رائمه شده را با حالت قطعی با استفاده از نرم افزار گمز حل و مقایسه می‌شود. مثال‌های مختلفی براساس داده‌های فرضی برای بررسی بیشتر مدل حل می‌شود. در این بخش مقایساتی بین حل مدل‌های رائمه شده در حالت پویا و قطعی هم با استفاده از گمز و همچنین توزیع نرم افزار گمز در کامپیوتر i3 با CPU ۴GHz و RAM 4GB حل شده‌اند. در جدول ۲ مدل در حالت دقیق و پویای احتمالی با در نظر گرفتن تعداد دوره‌های t=2,3,4,5 حل شده و میانگین کیفیت جواب‌ها یعنی مقدار تابع هدف در دوره t=5، t=4، t=3، t=2، t=1 می‌باشد. و همچنین زمان حل t=5، t=4، t=3، t=2، t=1 می‌باشد. نسبت به مدل در حالت دقیق به ترتیب برابر ۱/۴۷۳، ۱/۱۳۰، ۱/۱۳۹، ۱/۳۵۸ می‌باشد. و همچنین زمان حل مدل در حالت پویای احتمالی در دوره‌های t=2,3,4,5 می‌باشد. به طور کلی نتایج جدول ۲ و شکل ۴ نشان می‌دهد که مقدار تابع هدف مدل در حالت پویای احتمالی با افزایش تعداد دوره‌ها با سرعت چشم گیری افزایش می‌یابد و همچنین با افزایش تعداد دوره‌ها زمان‌های حل مدل نیز افزایش می‌یابد.

## ۵. تنظیم پارامترها

در این بخش پارامترها و عملگرهای الگوریتم PBSA تعیین می‌شود. با توجه به تعداد زیاد پارامترهای موجود در الگوریتم شبیه سازی تبرید مبتنی بر جمعیت یافتن ترکیب مناسب پارامترها که عملکرد الگوریتم را بهبود می‌دهد از مطلوبیت زیادی برخوردار است. به دلیل تعداد زیاد پارامترها، استفاده از روش فاکتوریل کامل ناکارآمد می‌باشد. برای بر طرف کردن این نقیصه، از روش تاگوچی استفاده می‌شود. در روش تاگوچی از آرایه‌های متعامد برای مطالعه‌ی تعداد زیاد متغیر تصمیم با استفاده از تعداد کمی آزمایش استفاده می‌شود. در این بخش نیز برای تنظیم پارامترها یک مساله با اندازه بزرگ انتخاب و با استفاده از نمودار اثرات عمده، شش پارامتر پارامتر الگوریتم شبیه سازی مبتنی بر جمعیت برای آن تنظیم خواهد شد. با توجه به نمودار شکل ۳ پارامترهای تعداد تکرار در سطح سوم، تعداد تکرار زیر مجموعه‌ها در سطح اول، آلفا در سطح اول، دمای اولیه در سطح دوم، تعداد اعضای جمعیت در سطح دوم، تعداد همسایگی‌ها در سطح اول بهینه‌ترین مقدار خود را دارا می‌باشند.

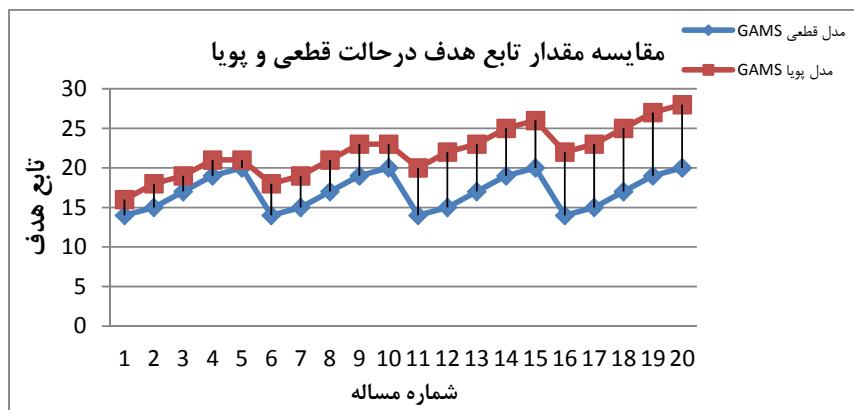


شکل ۳. نمودار اثرات عمده برای مسائل بزرگ برای الگوریتم PBSA

جدول ۲. نتایج محاسبات برای حل مدل در حالت پویا و دقیق توسط GAMS

شماره مسئله	توضیحات پارامترهای مدل	تعداد تسهیلات زمینی	تعداد تسهیلات	دوره‌ها	مقدار تابع هدف با	زمان حل مدل با گمز (ثانیه)	مقدار تابع هدف با گمز (ثانیه)	زمان حل مدل با گمز (ثانیه)	مقدار تابع هدف با گمز (ثانیه)
۱		۳	۱		۱۶	۲۷,۲۳	۱۵	۱۸,۳۴	
۲		۵	۲		۱۸	۳۱,۳۴	۱۶	۲۱,۲۱	
۳		۷	۳	۲	۱۹	۳۷,۳۴	۱۸	۲۵,۲۳	

۴	۹	۴			۲۱	۴۱,۳۲	۲۰	۲۸,۹۸	
۵	۱۱	۵			۲۱	۴۷,۲	۲۳	۳۱,۳۹	
۶	۳	۱			۱۸	۳۰,۴۴	۱۵	۱۸,۳۴	
۷	۵	۲			۱۹	۳۷,۳۴	۱۶	۲۱,۲۱	
۸	۷	۳	۳		۲۱	۴۱,۲۱	۱۸	۲۵,۲۳	
۹	۹	۴			۲۳	۴۷,۱۲	۲۰	۲۸,۹۸	
۱۰	۱۱	۵			۲۳	۵۲,۳۴	۲۳	۳۱,۳۹	
۱۱	۳	۱			۲۰	۳۳,۲۵	۱۵	۱۸,۳۴	
۱۲	۵	۲			۲۲	۳۹,۳۸	۱۶	۲۱,۲۱	
۱۳	۷	۳	۴		۲۳	۴۴,۶۷	۱۸	۲۵,۲۳	
۱۴	۹	۴			۲۳	۵۲,۳۱	۲۰	۲۸,۹۸	
۱۵	۱۱	۵			۲۶	۵۹,۲۰	۲۳	۳۱,۳۹	
۱۶	۳	۱			۲۲	۴۰,۳۴	۱۵	۱۸,۳۴	
۱۷	۵	۲			۲۳	۴۸,۳۰	۱۶	۲۱,۲۱	
۱۸	۷	۳	۵		۲۵	۵۶,۸۷	۱۸	۲۵,۲۳	
۱۹	۹	۴			۲۷	۶۵,۱۰	۲۰	۲۸,۹۸	
۲۰	۱۱	۵			۲۸	۷۸,۷۶	۲۳	۳۱,۳۹	



شکل ۴. مقایسه تابع هدف برای مدل در حالت دقیق و پویا با استفاده از الگوریتم GAMS

جدول ۳. نتایج محاسبات (تابع هدف و زمان حل) برای حل مدل در حالت پویا توسط GAMS, SA, PBSA

شماره مسئله	تعداد تسهیلات از نوع زمینی	تعداد تسهیلات از نوع هوایی	تعداد دوره ها	مقدار تابع هدف با GAMS	زمان حل مدل (ثانیه)	مقدار تابع هدف SA با	زمان حل مدل (ثانیه)	مقدار تابع هدف با PBSA	زمان حل مدل (ثانیه)
۱	۳	۲	۲۳	۳۰,۲۳	۲۳	۶,۳۰	۲۳	۷,۳۰	
۲	۹	۴	۳۵	۷۵,۶۷	۳۵	۸,۳۴	۳۵	۱۰,۳۸	
۳	۱۲	۶	۴۲	۱۱۰,۳۴	۴۲	۴۵,۳۱	۴۲	۵۱,۶۷	
۴	۱۵	۸	۵۷	۲۱۰,۷۸	۵۷	۸۹,۹۹	۵۷	۹۰,۱۹	
۵	۱۸	۱۰	۷۶	۵۵۶,۷۸	۷۶	۱۲۰,۲۲	۷۶	۱۳۰,۹۸	
۶	۲۱	۱۲	۱۰۰	۹۹۷,۸۹	۹۸	۲۶۹,۹۹	۱۰۰	۲۸۹,۹۱	
۷	۲۴	۱۴	۱۲۰	۱۳۰۲,۸۹	۱۱۸	۳۶۱,۵۴	۱۲۰	۳۸۱,۶۷	
۸	۲۷	۱۶	۱۳۶	۲۰۰۹,۹۰	۱۳۴	۴۵۶,۵۶	۱۳۵	۴۷۵,۲۳	

۹	۳۰	۱۸		۱۵۴	۳۰۴۵.۳۴	۱۵۴	۶۷۵.۴۵	۱۵۷	۶۸۱.۹۷
۱۰	۳۳	۲۰		قابل حل نبود	قابل حل نبود	۱۷۶	۸۹۷.۲۰	۱۷۸	۹۰۰.۷۶
۱۱	۳۶	۲۲		قابل حل نبود	قابل حل نبود	۲۰۱	۱۱۵۱.۳۴	۲۰۴	۱۱۷۲.۱۴
۱۲	۳۹	۲۴		قابل حل نبود	قابل حل نبود	۲۳۴	۱۴۲۰.۰۴	۲۳۵	۱۴۷۸.۳۴
۱۳	۴۲	۲۶		قابل حل نبود	قابل حل نبود	۲۵۶	۱۶۷۰.۴۹	۲۵۹	۱۶۹۸.۴۸
۱	۳	۲		۲۷	۳۹.۷۳	۲۷	۹.۱۸	۲۷	۱۰.۸۷
۲	۹	۴		۴۱	۸۷.۲۷	۴۱	۱۱.۸۷	۴۱	۱۴.۶۸
۳	۱۲	۶		۵۰	۱۳۰.۹۳	۵۰	۵۸.۲۳	۵۰	۶۵.۹۸۷
۴	۱۵	۸		۶۴	۲۶۵.۴۵	۶۴	۱۰۰.۹۳	۶۴	۱۲۰.۲۳
۵	۱۸	۱۰		۸۹	۶۷۸.۹۴	۸۹	۱۴۹.۶۷	۸۹	۱۶۲.۶۵
۶	۲۱	۱۲		۱۱۷	۱۱۰۰.۱۸	۱۱۴	۲۹۸.۱۲	۱۱۶	۳۰۱.۷۱
۷	۲۴	۱۴	۴	۱۳۹	۱۷۸۹.۲۵	۱۳۷	۴۱۲.۴۶	۱۳۹	۴۳۲.۶۳
۸	۲۷	۱۶		۱۶۰	۲۴۸۹.۶۷	۱۵۸	۵۱۲.۰۱	۱۵۹	۵۲۹.۸۵
۹	۳۰	۱۸		۱۸۱	۳۸۹۷.۳۱	۱۸۰	۷۷۵.۹۴	۱۸۰	۷۸۹.۳۴
۱۰	۳۳	۲۰		قابل حل نبود	قابل حل نبود	۱۹۱	۹۳۴.۴۵	۱۹۳	۹۴۳.۹۸
۱۱	۳۶	۲۲		قابل حل نبود	قابل حل نبود	۲۲۷	۱۲۵۱.۱۲۴	۲۲۹	۱۲۷۶.۱۲
۱۲	۳۹	۲۴		قابل حل نبود	قابل حل نبود	۲۴۹	۱۸۲۳.۸۹	۲۴۹	۱۸۴۵.۲۲
۱۳	۴۲	۲۶		قابل حل نبود	قابل حل نبود	۲۷۸	۲۵۴۶.۴۵	۲۸۰	۲۵۸۹.۴۶

مقدار تقاضا برای مطابقت بیشتر با واقعیت به صورت پویا و همچنین تخصیص ماشین‌های خدماتی به ایستگاهها در دوره‌های مختلف به صورت پویا در نظر گرفته شده است. تعداد ماشین‌های خدماتی در هر دوره در هر ایستگاه به صورت متغیر می‌تواند باشد. مدل ارائه شده بیشتر برای مکان‌یابی ایستگاه‌های خدمات اورژانسی و آتش‌نشانی در موقع اضطراری (مدیریت بحران) کاربرد دارد. الگوریتم ارائه شده (شبیه سازی مبتنی بر جمعیت) در مقایسه با الگوریتم شبیه سازی تبرید برای حل مدل جواب بهتری از لحاظ کیفیت جواب‌ها ارائه داد. برای مطالعات آتی می‌توان شعاع پوشش و مقدار تقاضا را به صورت پویای فازی در نظر گرفت و مدلی با مطابقت بیشتر برای موقع اضطراری ارائه کرد.

#### منابع

- [1] R. Church, C.S. ReVelle, The maximal covering location problem, Papers of the Regional Science Association Vol. 32, pp. 101-118, 1974.
- [2] C.S. ReVelle, H.A. Eiselt, Location analysis: a synthesis and survey, European Journal of

در جدول ۳ مدل پویای احتمالی با در نظر گرفتن  $t=4$  دوره توسط الگوریتم فرالبتکاری SA و PBSA و نرم افزار GAMS حل شده است با توجه به جدول ۴ مساله شماره ۱۰، ۱۱، ۱۲، ۱۳ به علت پیچیده بودن مساله توسط نرم افزار GAMS قابل حل نبوده بنابراین برای شماره های ۱۰، ۱۱، ۱۲، ۱۳ از این مساله از الگوریتم فرالبتکاری استفاده شده است و مطابق جدول ۴ کیفیت جواب‌های (مقدار تابع هدف) الگوریتم PBSA نسبت به الگوریتم SA بهتر می‌باشد ولی زمان حل مساله در الگوریتم PBSA نسبت به الگوریتم SA بدتر (بیشتر) می‌باشد.

#### ۷. نتیجه‌گیری و مطالعات آتی

در مدل ارائه شده، آمبولانس‌های زمینی و هوایی (پشتیبان) برای پوشش حداکثری، در دوره‌های مختلف قابلیت جابجایی و مکان-یابی مجدد (جابجایی تمهیلات) را دارند. آمبولانس‌های هوایی به عنوان آمبولانس پشتیبان برای آمبولانس‌های زمینی در نظر گرفته شده است. در مدل ارائه شده میزان پوشش یک نقطه تقاضا وابسته به مقدار تقاضا و تعداد تسهیلاتی که این نقطه تحت شعاع پوشش آنها قرار دارد در نظر گرفته شد و همچنین شعاع پوشش و

83-94, 2004.

- [12] H. Shavandi, H. Mahlooji, A fuzzy queuing location model with a genetic algorithm for congested systems, *Applied Mathematics and Computation* Vol. 181, No. 1, pp. 440-456, 2006.
- [13] C. Araz, H. Selim, I. Ozkarahan, A fuzzy multi-objective covering-based vehicle location model for emergency services, *Computers & Operations Research* Vol. 34, No. 3, pp. 705-726, 2007.
- [14] E.T. Erdemir, et al., Location coverage models with demand originating from nodes and paths: application to cellular network design, *European Journal of Operational Research* Vol. 190, No. 3, pp. 610-632, 2008.
- [15] O. Berman, R. Huang, The minimum weighted covering location problem with distance constraints, *Computers & Operations Research* Vol. 35, No. 2, pp. 356-372, 2008.
- [16] O. Berman, Z. Drezner, G.O. Wesolowsky, The maximal covering problem with some negative weights, *Geographical Analysis* Vol. 41, No. 1, pp. 30-42, 2009.
- [17] J.R. O'Hanley, R.L. Church, Designing robust coverage networks to hedge against worst-case facility losses, *European Journal of Operational Research* Vol. 209, No. 1, pp. 23-36, 2011.
- [18] G.C. Moore, C.S. ReVelle, The hierarchical service location problem, *Management Science* Vol. 28, pp. 775-780, 1982.
- [19] K.M. Curtin, K. Hayslett, F. Qiu, Determining optimal police patrol areas with maximal covering and backup covering location models, *Networks and Spatial Economics* Vol. 10, pp. 125-145, 2007.
- [20] L. Murawski, R.L. Church, Improving accessibility to rural health services: the maximal covering network improvement problem, *Socio-Economic Planning Sciences* Vol. 43, No. 2, pp. 102-110, 2009.
- [3] C.S. ReVelle, H.A. Eiselt, M.S. Daskin, A bibliography for some fundamental problem categories in discrete location science, *European Journal of Operational Research* Vol. 184, No. 3, pp. 817-848, 2008.
- [4] H. Aytug, C. Saydam, Solving large-scale maximum expected covering location problems by genetic algorithms: a comparative study, *European Journal of Operational Research* Vol. 141, No. 3, pp. 480-494, 2002.
- [5] L.G.A. Espejo, R.D. Galvo, B. Boffey, Dual-based heuristics for a hierarchical covering location problem, *Computers & Operations Research* Vol. 30, No. 2, pp. 165-180, 2002.
- [6] R.D. Galvo, L. Gonzalo Acosta Espejo, B. Boffey, A comparison of Lagrangean and surrogate relaxations for the maximal covering location problem, *European Journal of Operational Research* Vol. 124, No. 2, pp. 377-389, 2000.
- [7] J. Barbas. Marn, Maximal covering code multiplexing access telecommunication networks, *European Journal of Operational Research* Vol. 159, No. 1, pp. 219-238, 2004.
- [8] M.S. Canbolat, M. von Massow, Planar maximal covering with ellipses, *Computers & Industrial Engineering* Vol. 57, No. 1, pp. 201-208, 2009.
- [9] L. Xia, et al., An empirical comparison of five efficient heuristics for Maximal Covering Location Problems, in: Service.
- [10] O. Berman, D. Krass, The generalized maximal covering location problem, *Computers & Operations Research* Vol. 29, No. 6, pp. 653-581, 2002.
- [11] H. Younies, G.O. Wesolowsky, A mixed integer formulation for maximal covering by inclined parallelograms, *European Journal of Operational Research* Vol. 159, No. 1, pp.

- problems, European Journal of Operational Research Vol. 10, No. 2, pp. 190-195, 1982.
- [29] J.F. Repede, J.J. Bernardo, Developing and validating a decision support system for locating emergency medical vehicles in Louisville, Kentucky, European Journal of Operational Research Vol. 75, No. 3, pp. 567-581, 1994.
- [30] V. Marianov, C. Revelle, The queuing probabilistic location set covering problem and some extensions, Socio-Economic Planning Sciences Vol. 28, No. 3, pp. 167-178, 1994.
- [31] M. Gendreau, G. Laporte, F. Semet, A dynamic model and parallel tabu search heuristic for real-time ambulance relocation, Parallel Computing Vol. 27, No. 12, pp. 1641-1653, 2001.
- [32] A. Basar, B. Catay, T. Unluyurt, A multi-period double coverage approach for locating the emergency medical service stations in Istanbul, Journal of the Operational Research Society Vol. 62, pp. 627-637, 2011.
- [33] Ghaderi,A.,& Jabalameli, M.S. Modeling the budget-constrained dynamic uncapacitated facility location–network design problem and solving it via two efficient heuristics: a case study of healthcare. Mathematical and Computer Modeling, Vol. 57, No. 3, pp. 382-400, 2013.
- [34] Nickel, S.,& Saldanha da Gama, F. Multi-period facility location. In Location science . pp.289-310, .2015.
- [35] Correia,I.,&Saldanha da Gama, F. Facility location under uncertainty. In Location science ,pp.177-203, 2015.
- [21] F.d.A. Corrêa, L.A.N. Lorena, G.M. Ribeiro, A decomposition approach for the probabilistic maximal covering location-allocation problem, Computers& Operations Research Vol. 36, No. 10, pp. 2729-2739, 2009.
- [22] V. Batanovic, D. Petrovic, R. Petrovic, Fuzzy logic based algorithms for maximum covering location problems, Information Sciences Vol. 179, Nos. 1-2, pp. 120-129, 2009.
- [23] O. Berman, J. Wang, The minmax regret gradual covering location problem on a network with incomplete information of demand weights, European Journal of Operational Research Vol. 208, No. 3, pp. 233-238, 2011.
- [24] C. ReVelle, M. Scholssberg, J. Williams, Solving the maximal covering location problem with heuristic concentration, Computers & Operations Research Vol. 35, No. 2, pp. 427-435, 2008.
- [25] K.M. Curtin, K. Hayslett, F. Qiu, Determining optimal police patrol areas with maximal covering and backup covering location models, Networks and Spatial Economics Vol. 10, pp. 125-145, 2007.
- [26] H.K. Rajagopalan, C. Saydam, J. Xiao, A multi period set covering location model for dynamic redeployment of ambulances, Computers & Operations Research Vol. 35, No. 3, pp. 814-826, 2008.
- [27] D.A. Schilling, Dynamic location modeling for public-sector facilities: a multi criteria approach, Decision Sciences Vol. 11, No. 4, pp. 714-724, 1980.
- [28] G. Gunawardane, Dynamic versions of set covering type public facility location