International Journal of Industrial Engineering & Production Management (2014)

International Journal of Industrial Engineering & Production Research

May 2014, Volume 25, Number 1
pp. 1-14

http://IJIEPM.iust.ac.ir/

A Novel Robust Model for Discrete Time-Cost Trade off Problem

S. Moghani Ghahremanlouie & K. Fathi Hafashjani*

Sepide Moghani Ghahremanlouie-M.A Student, *Department of Industrial management, South Tehran Branch, Islamic Azad University, Tehran Iran*
Kiamars Fathi Hafshejani-Assistance Professor, *Department of Industrial management, South Tehran Branch, Islamic Azad University, Tehran*

Keywords

Discrete Time-Cost Trade off Problem,
Robust Optimization,
Uncertainty,
Project Scheduling,
Genetic Algorithm

ABSTRACT

In project scheduling, the activity durations can often be reduced by dedicating additional resources. Time/Cost Trade-off Problem considers the compromise between the total cost and project duration. The discrete version of the problem assumes a number of time/cost pairs, so called modes, and selects a mode for each activity. In this paper, we consider the Discrete Time/Cost Trade-off Problem. We study the problem of minimizing total cost subject to a deadline on project duration so called Deadline problem. Projects are often subject to various sources of uncertainties that have a negative impact on activity durations and costs. Therefore, it is crucial to develop effective approaches to generate robust project schedules that are less vulnerable to disruptions caused by non-controllable factors. We propose a novel robust model for the DTCTP in which interval uncertainty is assumed for the unknown cost parameters. We use genetic algorithms to solve the proposed robust optimization model. Our computational results on large-sized problem instances have revealed the satisfactory behavior of our algorithms.

* **Corresponding author**. **Kiyamars Fathi Hafshajani**
Email: *fathi@azad.ac.ir*

نشـــــریه بین المللـــــی مهنـــدسی صنـــایع و مدیـــــریت تولیـــد

شمـــــاره ۱، جلـــــد ۲۵، خـــــرداد ۱۳۹۳

صفحـــــــه ۱۴-۲

http://IJIEPM.iust.ac.ir/

نشریه بین المللی مهندسی صنایع و مدیریت تولید
دانشگاه علم و صنعت ایران

ISSN: 2008-4870

مدل استوار نوین در مسئله ی موازنه ی زمان-هزینه گسسته

سپیده مغانی قهرمانلوئی و کیامرث فتحی هفشجانی*

کلمات کلیدی

مسئله موازنه ی زمان-هزینه گسسته، بهینه سازی استوار، عدم قطعیت، زمانبندی پروژه، الگوریتم ژنتیک

چکیده:

یکی از مسائل مهم در کنترل پروژه، برآورد دقیق زمان اتمام و هزینه ی اجرایی و میزان منابع مصرفی در یک پروژه می باشد. به علت عدم قطعیت در کنترل پروژه هایی که در محیط بسیار متغیر اجرا می شوند، در مدیریت پروژه ها، اغلب ممکن است با صرف هزینه های اضافی طول زمان برخی از فعالیتها را کاهش دهیم تا زمان تکمیل پروژه را تسریع بخشیم. مسئله ی موازنه ی زمان-هزینه، روشهای تعیین اقتصادی ترین زمان برای اجرای پروژه و بررسی میزان حساسیت تغییرات هزینه در مقابل تغییرات زمان می باشد. در این پژوهش ، یک مدل ریاضی کارامد و استوار برای مسئله ی موازنه زمان- هزینه گسسته، ارائه می گردد که در شرایط عدم قطعیت و غیر قابل پیش بینی همواره جوابهای نزدیک به بهینه داشته باشد. برای استوار کردن و حفظ کارایی مدل مفروض از روش بهینه سازی استوار و برای حل مدل از الگوریتم ژنتیک استفاده می کنیم. با بررسی نتایج آزمایشات برروی پروژه های مختلف، به استواری، دقت و کارایی روش پیشنهادی پی می بریم.

۱. مقدمه

مبحث مدیریت پروژه ، در دهه های اخیر از مهمترین و کاربردی ترین مقوله های مورد توجه بوده است. در دنیای رقابتی امروز ، ارائه خدمات و محصولات با کیفیت هنگامی دارای ارزش است که ، چارچوب زمانی و هزینه در آن رعایت شده باشد. در میان اجزای مدیریت پروژه ، زمانبندی پروژه به جهت اهمیت و تأثیر بکارگیری آن در سطح مدیریت کلان، برنامه ریزی پروژه های واقعی صنعتی و اجرای آنها، جایگاه ویژه ای را به خود اختصاص داده است. زمانبندی پروژه علاوه بر بعد عملی، از بعد نظری و تحقیقاتی نیز بسیار حائز اهمیت است و در سال های اخیر تحقیقات بسیاری در این زمینه صورت گرفته است.

به علت عدم قطعیت در ماهیت کنترل پروژه ها که در محیطی بسیار متغیر اجرا می شوند، تاخیر در اتمام به موقع یک پروژه سبب افزایش هزینه های اجرایی می شود. مدیریت پروژه ، اغلب ممکن است با صرف هزینه های اضافه تر طول زمان برخی از فعالیتها را کاهش دهد تا زمان تکمیل پروژه را تسریع بخشد. بنابراین برآورد دقیق زمان اتمام و هزینه ی اجرایی و میزان منابع مصرفی در یک پروژه بسیار حائز اهمیت می باشد. مسئله ی موازنه ی زمان-هزینه، روشهای تعیین اقتصادی ترین زمان برای اجرای پروژه و بررسی میزان حساسیت تغییرات هزینه در مقابل تغییرات زمان می باشد. چندین نوع دسته بندی برای مساله موازنه زمان – هزینه از دیدگاه های مختلف وجود دارد. از دید روابط بین توابع زمان و هزینه در مساله، می توان مساله موازنه زمان – هزینه را به ۲ نوع پیوسته و گسسته تقسیم نمود. موازنه زمان – هزینه گسسته مسئله شناخته شده ای است که زمان هر

تاریخ وصول: ۹۰/۴/۱۹

تاریخ تصویب: ۹۱/۴/۱۷

سپیده مغانی قهرمانلوئی، گروه مدیریت صنعتی دانشکده مدیریت و حسابداری، دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران جنوب، sepide_mgh_252@yahoo.com

*نویسنده مسئول مقاله: **دکتر کیامرث فتحی هفشجانی**، گروه مدیریت صنعتی دانشکده مدیریت و حسابداری، دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران جنوب، fathi@azad.ac.ir

فعالیت تابع گسسته از میزان منابع تجدید نشدنی است که مصرف می کند. تابع هدف و محدودیت های مساله موازنه زمان – هزینه گسسته از ۲ دیدگاه اصلی زیر قابل بررسی هستند [۱].

- مساله با زمان اتمام مورد نظر (Deadline Problem)
- مساله با بودجه مورد نظر (Budget Problem)

در مساله با زمان اتمام مورد نظر ، یک حداکثر زمان تکمیل برای کل پروژه و همه ی فعالیت ها در نظر گرفته می شود. هدف مساله حداقل کردن کل هزینه های پروژه می باشد. در مساله با بودجه مورد نظر یک حداکثر برای مقدار بودجه تخصیص یافته در نظر گرفته می شود. هدف حداقل کردن طول زمان پروژه می باشد. دی و همکاران در۱۹۹۷ نشان دادند که هر دو مساله NP-hard می باشند [۲].

ادبیات موضوع در مورد مسئله موازنه زمان - هزینه بسیار گسترده بوده و روش های متعددی طی سال های اخیر برای حل این مسئله توسط محققان ارائه شده اند .عمده این روش ها با استفاده از روش های بهینه سازی معمول، سعی در حل این مسئله کاربردی دارند. به علت گستردگی دامنه ادبیات موضوع، در مقاله حاضر سعی بر آن شده است تا به جدیدترین روش های ارائه شده برای حل مسئله DTCTP-d با توجه به تاثیر عدم قطعیت و بهینه سازی استوار پرداخته شود، لذا به تحیقات قبلی مهم ارائه شده با این دیدگاه، بیشتر پرداخته شده و از ذکر روش های دیگر پرهیز می گردد. برای مطالعه بیشتر درباره ی ادبیات موضوع مرجع [۱]توصیه می گردد.

دملمیستر و همکاران [۳] از الگوریتم دقیق شاخه و کران برای حل مسئله استفاده کردند. اسکاتلا [۴] ، آکان و همکاران. [۵]، ونهوک و همکاران[۶] و حافیظ اوغلو [۷] از الگوریتم های تقریبی برای حل مسئله موازنه ی زمان-هزینه گسسته استفاده کردند. کوهن و همکاران یک مدل جدید برپایه ی روش AARC به عنوان یک ابزار برای تعیین راه حلهای بهینه، تطبیقی و استوار برای حل مسئله موازنه زمان – هزینه پیوسته احتمالی (STCTP) ارائه نمودند [۸] . هاجیکانستانتینو و همکاران از برنامه ریزی احتمالی برای مدل بندی عدم قطعیت زمان فعالیتها در حل مسئله استفاده کردند [۹].

یکی از شرایط حاکم بر زمانبندی پروژه ها، عدم قطعیت موجود در شرایط اجرای پروژه ها می باشد. این عدم قطعیت منجر به دشواری براورد دقیق زمان و هزینه ی فعالیتها می گردد. عموما در برنامه ریزی فرض می کنیم که داده های ورودی دقیقا معلوم هستند و اثر عدم قطعیت داده ها بر روی بهینگی و موجه بودن مدل را نادیده می گیریم.

بنابراین به نظر می رسد که به محض اینکه داده ها مقادیری غیر از مقدار اسمی خود بگیرند، ممکن است چندین محدودیت نقض شود و جواب بهینه به دست آمده برای مقادیر اسمی، دیگر بهینه و یا حتی موجه نباشد. هنگامی که داده های موجود در تابع هدف غیر قطعی باشند، با تغییر مقادیر اسمی بهینگی جواب به دست آمده برای مساله اسمی به خطر می افتد و موقعی که داده های مربوط به محدودیت ها قطعی نباشند، نگران موجه بودن جواب به دست آمده هستیم. در هنگام ارائه یک مدل غالبا پارامتر های ورودی در آینده مشخص می شوند یا مقدار دقیق آن در زمان مدل سازی مساله مشخص نیستند [۱۰] .

برخوردهای کلاسیک با عدم قطعیت در پارامتر های مدل به روش های تحلیل حساسیت و برنامه ریزی احتمالی صورت می گرفته است. تحلیل حساسیت یک وسیله برای تحلیل میزان پایداری جواب تولید شده پس از بهینه سازی است. در واقع در این رویکرد، مدلسازان ابتدا از عدم قطعیت داده ها چشم پوشی می کنند و بعد از حل مدل به تحلیل آن می پردازند که این روش به ویژه برای تولید جواب هایی که در مقابل تغییرات داده ها استوار باشند، مفید نیست.

در برنامه ریزی احتمالی موجه بودن جواب را (با فرض معلوم بودن توزیع های احتمال پارامترهای ورودی) با استفاده از محدودیت های تصادفی بیان می کنند. مشکل اصلی این روش این است که به ندرت می توان توزیع های دقیق پارامترهای غیرقطعی را به دست آورد. بعلاوه، حتی اگر این توزیع ها مشخص باشند، ارزیابی محدودیت های تصادفی از نظر محاسباتی آسان نیست. بعلاوه وجود محدودیت های تصادفی می تواند ویژگی تحدب را از بین ببرد و پیچیدگی مساله اصلی را افزایش دهد [۱۱].

با توجه به مشکلات رویکردهای کلاسیک برخورد با عدم قطعیت، روش های نوینی برای حل مدل های بهینه سازی با پارامترهای غیرقطعی ارائه گردید. یکی از این روش ها روش بهینه سازی استوار می باشد. بهینه سازی استوار روشی برای برخورد با عدم قطعیت پارامترهای غیرقطعی مسائل بهینه سازی است که اخیرا بسیار توسعه یافته است. در این رویکرد بهینه سازی، بدترین حالت هایی را که ممکن است برای پارامترهای غیرقطعی تحقق یابند، بهینه می کنند.

هدف همه رویکردهای بهینه سازی استوار، تولید جواب هایی است که با تغییر پارامترهای غیرقطعی در مجموعه های عدم قطعیت، همچنان بهینه باقی بمانند. یکی از خصوصیات اصلی این روش که آنرا برای استفاده در این مسئله مناسب نموده، حساسیت کم آن به شرایط عدم قطعیت است [۱۲]. بهینه سازی استوار در سال ۱۹۷۳ توسط سویستر معرفی شد. مدل ارائه شده توسط سویستر به شدت محافظه کارانه عمل کرده و بدبینانه ترین رویکرد می باشد [۱۳]. در چند دهه گذشته تلاشهای

زیادی برای ارائه مدلهای استوار مهارپذیر مناسب برای حل انواع مسائل بهینه سازی با داده های غیر قطعی بعمل آمده است. بن-تال و نمیروفسکی مدلهایی را ارائه کرده اند که همتای استوار برنامه ریزی خطی، یک مدل برنامه ریزی مخروطی درجه دو شده است.

این مدلها از محافظه کاری کمتری برخوردار بوده و جوابهای بهتری ارائه می کنند [۱۴] . ال- قاوی و همکاران نیز کارهای مشابهی انجام داده اند. ولی در این بین برتسیمس و سیم با ارائه مدلی که میزان محافظه کاری آن قابل تنظیم است و همتای استوار یک مساله خطی، خود یک مساله برنامه ریزی خطی است، تحولی در بهینه سازی استوار به وجود آوردند. این مدل قابلیت اعمال بر روی مسائل بهینه سازی با متغیرهای گسسته را نیز دارد [۱۲].

با توجه به تحقیقات انجام شده، تنها پژوهش در مورد مسئله ی موازنه ی زمان-هزینه گسسته در شرایط عدم قطعیت با استفاده از بهینه سازی استوار، توسط هازیر و همکاران انجام شده است. هازیر و همکاران با در نظر گرفتن مدل ریاضی کلاسیک DTCTP_d از روش بهینه سازی استوار برای ارائه مدلی برای مسئله ی موازنه ی زمان-هزینه ی گسسته استفاده کردند. آنها ۳ مدل استوار با توجه به روش بهینه سازی استوار ارائه شده توسط برتسیمس و سیم ارائه نمودند، که برای حل مدل اول از الگوریتم دقیق تجزیه و برای مدل های بعدی از الگوریتم تقریبی جستجوی ممنوعه استفاده نمودند [۱۵] .

مدلهای ارائه شده دارای مشکلاتی درباره ی مفهوم مصرف زمان شناوری برای فعالیتهای غیر بحرانی هستند که منجر به بدبینانه یا غیرواقعی شدن نتایج حاصل از آنها می شود. قابلیت مصرف شناوری برای جبران خرابی ها در فعالیتهای غیر بحرانی، قابلیت کلیدی است که با در نظر گرفتن آن می توان از انحرافات هزینه جلوگیری نمود.

در این پژوهش مدل نوین کامل تری که مکمل مدل های قبلی می باشد و در ضمن معایب مدل های قبل را پوشش می دهد برای مسئله موازنه زمان – هزینه گسسته با زمان اتمام مورد نظر (DTCTP_d) با استفاده از روش بهینه سازی استوار ارائه می گردد. همچنین از الگوریتم ژنتیک برای حل مدل پیشنهادی استفاده می گردد.

در ادامه این مقاله در بخش ۲ روش بهینه سازی استوار مورد استفاده در این پژوهش به تفصیل مورد بررسی قرار می گیرد. در بخش ۳ به بررسی مدلهای استوار ارائه شده برای مسئله ی موازنه ی زمان-هزینه گسسته می پردازیم. مدل نوین پیشنهادی در بخش ۴ ارائه شده و روش حل آن با استفاده از الگوریتم ژنتیک مورد بررسی قرار می گیرد. در بخش ۵ نتایج آزمایشاتی حاصل از پیاده سازی مدل پیشنهادی ارائه می گردد و نتایج حاصله با مدلهای قبلی مقایسه می گردد.

۲. روش بهینه سازی استوار

بهینه سازی استوار روشی برای برخورد با عدم قطعیت پارامترهای غیرقطعی مسائل بهینه سازی است. در این رویکرد بهینه سازی، بدترین حالت هایی را که ممکن است برای پارامترهای غیرقطعی تحقق یابد، بهینه می کنند. مجموعه های عدم قطعیت در واقع همان فضای تغییر پارامترهای غیرقطعی هستند که کلیه مقادیر ممکن برای پارامترهای غیرقطعی را شامل می شوند. رویکردهای بهینه سازی استوار اهمیت یکسانی را به کلیه مقادیر فضای پارامترهای غیرقطعی می دهند و جواب هایی تولید می کنند که با تحقق هر عضو متعلق به مجموعه های عدم قطعیت، بهینگی و شدنی بودن را حفظ نمایند. از نظر پیچیدگی مسائل، بهینه سازی استوار یک رویکرد متفاوت برای برخورد با عدم قطعیت داده ها ارائه می دهد. در طراحی چنین رویکردی دو معیار حائز اهمیت است:

۱. مهار شدن محاسباتی همتاهای استوار مسائل غیرقطعی: اگر مساله اسمی در زمان چند جمله ای حل گردد، از نظر تئوری مطلوبست مساله استوار نیز چنین باشد.
۲. ارائه مرزهای احتمالی: تا وقتی که پارامترهای احتمالی در مجموعه های عدم قطعیت تغییر می کنند، جواب های به دست آمده با احتمال مشخصی، شدنی باقی بمانند.

این معیارها همیشه در همه رویکردهای بهینه سازی استوار برآورده نمی شوند. اما برای این که یک جواب استوار هم از نظر تئوری و هم از نظر عملی مفید باشد، باید این معیارها را برقرار سازد [۱۰]. برتسیمس و سیم یک رویکرد متفاوتی برای کنترل سطح محافظه کاری راه حل ها برای مسائل بهینه سازی گسسته ارائه کردند که از نظر تئوری و عملی این رویکرد قابل پیگیری محاسباتی است. در واقع آنها با بیان اینکه همتای استوار یک مسئله برنامه ریزی خطی خود یک مسئله برنامه ریزی خطی است تحولی را در بهینه سازی استوار به وجود آوردند. این مدل قابلیت اعمال بر روی مسائل بهینه سازی با متغیر های گسسته را نیز داراست [۱۶]. در این تحقیق از این روش برای مدل بندی و استوار کردن مسئله موازنه زمان-هزینه گسسته استفاده خواهیم کرد بنابراین در ادامه به توضیح بیشتر آن می پردازیم. برنامه ریزی مخلوط با عدد صحیح اسمی (۱) را با مجموعه ای از n متغیر در نظر بگیرید که در آن c, l, u بردارهای n بعدی و A ماتریس $m \times n$ و b بردار m بعدی می باشد.

$$
\begin{aligned}
& min \quad c'x \\
& st: \quad Ax \leq b \\
& \qquad l \leq x \leq u \\
& \qquad x_i \in z \\
& \qquad i = 1, \dots k
\end{aligned}
\qquad (۱)
$$

۲ مدل برای عدم قطعیت داده ها در نظر گرفته می شود:

1. **عدم قطعیت روی ماتریس A** : اگر $N = \{1,2,..., n\}$ باشد، هر عنصر ماتریس A به عنوان یک متغیر تصادفی محدود متقارن مستقل به صورت ($\tilde{a}_{ij}$)که $j \in N$ و با یک توزیع ناشناخته مدل بندی می گردد. این متغیر در بازه $[a_{ij} - \hat{a}_{ij}, a_{ij} + \hat{a}_{ij}]$ مقدار می گیرد. در این رابطه، a_{ij} مقدار تخمینی میانگین متغیر تصادفی متناظر با عنصر سطر i و ستون j ام ماتریس A می باشد و $\hat{a}_{ij}$ بیانگر مقدار انحراف از مقدار اسمی a_{ij} می باشد.

2. **عدم قطعیت روی بردار هزینه c** : هر c_j که $j \in N$ در بازه ی $[c_j, c_j + d_j]$ مقدار می گیرد ، که در آن d_j مقدار انحراف از ضریب هزینه اسمی c_j را نشان می دهد. [۱۲]

هدف از استوار کردن مدل، حفظ بهینگی در شرایط عدم قطعیت می باشد. بسته به اینکه عدم قطعیت بر متغیر های عناصر A یا C وارد شود، فرم مدل مسئله MIP تغییر می کند. به منظور حفظ تعادل بین میزان استواری روش ارائه شده در مقابل سطح محافظه کاری راه حل، نیاز به یک پارامتر برای ایجاد این توازن داریم. به ازای هر i ، $i = 0,1,2,\dots m$ ، مقدار عددی Γ_i که بیانگر سطح محافظه کاری می باشد، ارائه می گردد. Γ_0 بیانگر پارامتری است که میزان محافظه کاری تابع هدف را کنترل می کند در حالیکه Γ_i $i=1,2,\dots m$ میزان محافظه کاری محدودیتها را کنترل می‌کند. Γ_i در بازه ی $[0, |J_i|]$ مقدار می گیرد که در آن $J_i = \{j \mid \hat{a}_{ij} \succ 0\}$. الزامی بر صحیح بودن مقدار Γ_i وجود ندارد و می تواند مقادیر صحیح و یا غیر صحیح اختیار کند. مجموعه ی J_i معرف عناصری از سطر i ام ماتریس A می باشد که دارای انحراف از مقدار اسمی میانگین می باشند یا به عبارتی دارای عدم قطعیت هستند.

درصورتی که $\Gamma_i = 0$ باشد، تاثیر عدم قطعیت بر عناصر سطر iام ماتریس A نادیده گرفته شده است و این خوشبینانه ترین برخورد با عدم قطعیت می باشد و در صورتی که $\Gamma_i = |J_i|$ تاثیر عدم قطعیت در بدبینانه ترین حالت (مشابه روش سویستر) به طور کامل درنظر گرفته شده است. بنابراین با تغییر دادن Γ_i در بازه ی $[0, |J_i|]$ تنظیم استوار بودن در مقابل سطح محافظه کاری جواب تضمین می گردد. به نظر می رسد کمتر احتمال دارد که همه ی j $a_{ij} \in J_i$ ها همزمان با هم تغییر کنند، برای کنترل میزان محافظه کاری هر محدودیت، حداکثر $\lfloor \Gamma_i \rfloor$ تا از عناصر غیرقطعی سطر iام ماتریس A با بیشترین انحراف از مقدار میانگین اسمی شان مجاز به تغییر می باشند و یکی از عناصر غیرقطعی به صورت a_{it} حداکثر به مقدار $(\Gamma_i - \lfloor \Gamma_i \rfloor)\hat{a}_{it}$ از مقدار میانگین اسمی اش مجاز به تغییر می باشد، که در همه ی این حالات جواب باید موجه باقی بماند. پارامتر Γ_0 میزان استواری تابع هدف را کنترل می نماید که در آن عدم قطعیت برعناصر هزینه (C) می باشد. Γ_0 در بازه ی $[0, |J_0|]$ مقدار می گیرد که در آن $J_0 = \{j \mid d_j \succ 0\}$ پارامتر Γ_0 همواره مقدار صحیح اختیار می کند [۱۲،۱۶]. در نهایت همتای استوار مسئله ی (۱) به صورت زیر بیان می‌گردد:

$$
\begin{aligned}
\text{minimize} \quad & c'x + \max_{\{S_0 \mid S_0 \subseteq J_0, |S_0| \leq \Gamma_0\}} \left\{ \sum_{j \in S_0} d_j |x_j| \right\} \\
\text{subject to} \quad & \sum_j a_{ij} x_j + \max_{\{S_i \cup \{t_i\} \mid S_i \subseteq J_i, |S_i| \leq \lfloor \Gamma_i \rfloor, t_i \in J_i \setminus S_i\}} \left\{ \sum_{j \in S_i} \hat{a}_{ij} |x_j| + (\Gamma_i - \lfloor \Gamma_i \rfloor) \hat{a}_{it_i} |x_{t_i}| \right\} \leq b_i, \quad \forall i \\
& l \leq x \leq u \\
& x_i \in \mathcal{Z}, \qquad \forall i = 1, \dots, k.
\end{aligned}
\qquad (۲)
$$

برای بررسی نوع گسسته ی بهینه سازی استوار، مسئله ی بهینه سازی خطی (۲) به بهینه سازی گسسته توسعه می یابد، مدل MIP زیر معادل مدل مسئله ی (۲) می باشد: لازم به ذکر است که متغیرهای اضافه شده در مدل استوار (Z_0, P_{ij}, Y_j, Z_i) برای تنظیم استوار بودن جواب و اعمال سطوح حفاظت در مدل آورده شده اند و به عنوان رابط بین محدودیتها مقدار می گیرند.

$$
\begin{array}{lll}
\text{minimize} & c'x + z_0\Gamma_0 + \sum_{j\in J_0} p_{0j} & \\
\text{subject to} & \sum_j a_{ij}x_j + z_i\Gamma_i + \sum_{j\in J_i} p_{ij} \le b_i & \forall i \\
& z_0 + p_{0j} \ge d_j y_j & \forall j \in J_0 \\
& z_i + p_{ij} \ge \hat{a}_{ij} y_j & \forall i \ne 0, j \in J_i \\
& p_{ij} \ge 0 & \forall i, j \in J_i \\
& y_j \ge 0 & \forall j \\
& z_i \ge 0 & \forall i \\
& -y_j \le x_j \le y_j & \forall j \\
& l_j \le x_j \le u_j & \forall j \\
& x_i \in \mathcal{Z} & i = 1, \ldots, k.
\end{array} \qquad (۳)
$$

با توجه به اینکه مسئله ی اصلی (۱) شامل n متغیر و m محدودیت می باشد، همتای استوار آن (مسئله (۳)) شامل $2n+m+l$ متغیر و $2n+m+l$ محدودیت می باشد که در آن $l = \sum_{i=0}^{m} |J_i|$ تعداد ضرایب غیر قطعی می باشد. الگوریتم پیشنهادی برتسیمس و سیم دارای مزایای بسیاری از جمله خطی بودن مدل پایدار، امکان تنظیم سطوح حفاظت با توجه به میزان عدم قطعیت می باشد.
تصمیم گیر قادر است با توجه به حساسیت مساله و میزان عدم قطعیت، به گونه ای سطوح حفاظت را تنظیم کند که به جواب موجه پایدار مناسب دست پیدا کند [۱۲].

۳. مسئله استوار موازنه زمان–هزینه گسسته با زمان اتمام مورد نظر (*DTCTP-d*)

با توجه به تعریف مسئله موازنه زمان-هزینه و انواع آن ، مدل MIP مسئله DTCTP-d به صورت ذیل می باشد:

$$
\begin{array}{ll}
\text{Min} \sum_{j=1}^{n} \sum_{m\in M_j} c_{jm} x_{jm} & \\
\quad \text{Subject to} & \\
\sum_{m\in M_j} x_{jm} = 1, \quad j = 1,\ldots,n & \\
C_j - C_i - \sum_{m\in M_j} p_{jm} x_{jm} \ge 0 \quad \forall (i,j) \in A & \\
C_{n+1} \le \delta & \\
C_j \ge 0 \quad \forall j \in N & \\
x_{jm} \in \{0,1\} \quad \forall m \in M_j, \quad j = 1,\ldots,n &
\end{array} \qquad (۴)
$$

در این مدل یک پروژه با مجموعه ای از n فعالیت در یک گراف G=(N,A) شبکه گرهی که در آن N مجموعه ی گره ها و A مجموعه ی یالها می باشد، در نظر می گیریم. N بیانگر n فعالیت شبکه و ۲ گره مجازی 0,n+1 است، که بیانگر گره آغازین و پایانی شبکه می باشد و $A \subseteq N \times N$ نشان دهنده ی الویت بندی محدودیت های بین فعالیت ها می باشد.
مجموعه حالات انجام فعالیت j را نیز با $M_j = \{1,2,\ldots,|M_j|\}$ نشان می دهیم که در آن $|M_j|$ بیانگر تعداد اعضای مجموعه M_jاست یا به عبارتی تعداد مد های هر فعالیت j می باشد. هر مد m $(m \in M_j)$ بیانگر زمان پردازش مخصوص آن فعالیت (p_{jm}) و هزینه مخصوص آن فعالیت (c_{jm}) می باشد. در مدل فوق C_j متغیر تصمیم گیری غیر صفر و پیوسته ای است که زمان اتمام فعالیت j را نشان می دهد.
متغیر تصمیم گیری باینری X_{jm} بیانگر تخصیص مد $m \in M_j$ به فعالیت j می باشد. تابع هدف بعد از تخصیص مد ها به فعالیت ها و شناسایی هزینه هر کدام و با توجه به مسیر بحرانی و بهترین زمان انجام پروژه در پی حداقل کردن هزینه کل پروژه می باشد. محدودیت اول بیانگر تخصیص یک مد یکتا به ازای هر فعالیت می باشد. با توجه به محدودیت دوم به ازای هر دو فعالیت i , j که به هم مرتبط اند، ترتیب و اولویت بندی محدودیت ها نباید نقض گردد و در انتها طول زمان اتمام پروژه در کل باید از زمان مورد نظر δ کوچکتر یا مساوی باشد [۱].
در بسیاری از پروژه های واقعی یک جریمه ی دیرکرد و یا یک هزینه ی فرصت از دست رفته ای، به ازای هر یک واحد زمانی اضافی که پروژه تاخیر می کند، تحمیل می گردد. زمانیکه در روند اصلی برنامه و پروژه انحرافات و یا خطاهایی مشاهده شود و تشخیص داده شود که زمان تکمیل به موقع این فعالیت ها را تهدید می‌کند، مدیران پروژه اغلب منابع بیشتری را به این فعالیت ها تخصیص می دهند مثلا کارگران بیشتر و یا ماشین آلات اضافه تر تا این انحرافات را جبران نمایند. این امور غیر قابل پیش بینی، نوساناتی را در مقدار منابع تخصیص داده شده به هر

فعالیت ایجاد می کنند و در نهایت منجر به غیر قطعی شدن هزینه ی فعالیت ها در روند پروژه می گردند. علاوه بر این نوسان در نرخ مبادلات و قیمت عوامل و ... بر غیر قطعی بودن هزینه تاثیر گزارند. از این رو در این پژوهش عدم قطعیت هزینه به صورت بازه ای در نظر گرفته می شود. در واقع به ازای هر مد فعالیت یک مقدار ثابت طول زمان فعالیت(p_{jm}) و یک بازه ی مقادیر ممکن هزینه فعالیت (c_{jm}) به صورت زیر داریم.

$$\left[\underline{c_{jm}}, \overline{c_{jm}}\right] \quad \underline{c_{jm}} \leq c_{jm} \leq \overline{c_{jm}}$$

بنابراین، با در نظر گرفتن عدم قطعیت بازه ای برای هزینه در مسئله ی DTCTP-d، طبق روش $(B\&S)$ تنها یک زیر مجموعه ای از پارامتر های غیر قطعی اجازه ی انحراف از مقدار تخمینی شان را دارند، به عبارت دیگر تنها γ تا از پارامترهای هزینه ی هر فعالیت از n تا فعالیت رفتار تصادفی دارند.

اگر $\gamma = 0$ باشد تاثیر انحراف هزینه ها رد شده و مسئله با ارزش هزینه ی اسمی تعیین می شود و این خوشبینانه ترین برخورد با عدم قطعیت است ولی اگر $\gamma = n$ باشد بیشترین انحراف هزینه در نظر گرفته می شود و این بدبینانه ترین برخورد با عدم قطعیت هزینه ها می باشد.

با توجه به این مطالب می توان γ را به عنوان پارامتری در نظر گرفت که سطح بدبینی تصمیم گیرنده را نسبت به پارامتر غیر قطعی منعکس می کند. [۱۵]. در ادامه مدلهای استوار ارائه شده توسط هازیر و همکاران برای مسئله DTCTP-d با استفاده از رویکرد $(B\&S)$ را مورد بحث و بررسی قرار می دهیم و پس از بررسی ۳ مدل ارائه شده و مشاهده ی مزایا و معایب هر یک از آنها، به منظور فائق آمدن بر مشکلات مدلهای قبلی ارائه شده، مدل استوار نوینی برای این مسئله ارائه می دهیم.

مدل ۱

فرض می کنیم که حداکثر $0 \leq \gamma \leq n$ تا فعالیت، مقدار هزینه ای برابر با حد بالای بازه شان ($\overline{C_{jm}}$) را می گیرند و بقیه ($n-\gamma$ فعالیت) مقدار اسمی هزینه شان (c_{jm}) را می گیرند. مقدار اسمی هزینه مناسب ترین و محتمل ترین مقدار هزینه ای است که مدیر پروژه به هر فعالیت تخصیص می دهد. مقدار اسمی هر فعالیت ما بین حد بالا و پایین هزینه هر فعالیت در هر مد قرار گرفته است. حداکثر انحراف از هزینه ی فعالیت j را d_{jm} می‌نامیم که به صورت زیر تعریف می گردد:

$$d_{jm} = Max\left\{\overline{C_{jm}} - C_{jm}\ ,\ C_{jm} - \underline{C_{jm}}\right\}$$

بنابراین d_{jm} حداکثر میزان انحراف از هزینه ی اسمی فعالیت j است که در طی مراحل برنامه ریزی می توان برای جبران خرابی های پیش آمده در روند پروژه در نظر گرفت. در نهایت با این تعاریف، ساده ترین مدل غیر خطی استوار برای مدل MIP مسئله (۴) به صورت زیر تحت عنوان مدل (۱) ارائه می گردد:

$$\text{Min}\left\{\sum_{j=1}^{n}\sum_{m\in M_j} c_{jm}x_{jm} + \underset{S\subset N,|S|\leq\gamma}{\text{Max}}\left\{\sum_{j\in S}\sum_{m\in M_j} d_{jm}x_{jm}\right\}\right\} \qquad (۵)$$

در این مدل S یک زیر مجموعه از N می باشد ($S \subset N$) به طوریکه فعالیت های درون مجموعه S مقدار هزینه برابر با حد بالای هزینه شان را دارند و اینکه حداکثر تعداد اعضای این مجموعه γ می باشد ($|S| \leq \gamma$). γ نشان دهنده ی سطح بدبینی می باشد. مسئله (۵) را به صورت زیر نیز می توان نشان داد:

$$f(\gamma) = Min\{\sum_{j=1}^{n}\sum_{m\in m_j} C_{jm}x_{jm} + Max\{\sum_{j=1}^{n}\sum_{m\in m_j} d_{jm}x_{jm}u_j : \sum_{j=1}^{n} u_j \leq \gamma, u \in B^n\} : x \in X^D \qquad (۶)$$

در این مدل بندی X^D نشان دهنده ی فضای امکان مسئله DTCTP-d می‌باشد که با محدودیت هایش بیان می گردد. Max سازی داخلی مسئله (۶) بیانگر اعضای مجموعه S می‌باشد. مجموعه فعالیتهایی که دچار انحراف از هزینه ی اسمی خود می‌شوند، توسط بردار دودویی n بعدی U_j تعیین می شوند. B^n نشان دهنده ی فضای دودویی n بعدی می باشد. در مسئله (۶)، $U_j = 1$ اگر و تنها اگر فعالیت متناظرش به اندازه ی d_{jm} از هزینه‌ی اسمی اش انحراف داشته باشد [۱۵].

مدل ۲

در مدل (۱) فرض می گردد که احتمال انحراف از هزینه ی اسمی همه ی فعالیت ها برابر است و γ تا از این n تا فعالیت را فقط با توجه به حداکثر انحراف از مقدار اسمی هزینه انتخاب می گردند. اما در دنیای واقعی پروژه ها فعالیت های بحرانی در شبکه پروژه بسیار مهم و تاثیر گزارند. در پروژه‌ها زمان و هزینه‌ی انجام فعالیت‌ها به هم وابسته و برهم موثرند و همچنین هر دو به مقدار

تخصیص منابع نیز وابسته‌اند. فعالیت‌هایی که شناوری های بزرگی دارند (فعالیت های غیر بحرانی) در تخصیص منابع انعطاف پذیری ایجاد می کنند، از این رو داشتن تاخیر در زمان شروع فعالیت های غیر بحرانی و یا افزایش دادن زمان انجام آنها با کاستن مقدار تخصیص منابع ممکن می باشد.

به عبارت دیگر، فعالیتهای غیربحرانی با تاخیر موجه در روند اجرا، نیاز به تخصیص هزینه های اضافی ندارند و خرابی های به وجود آمده در روند اجرا را با مصرف زمان شناوری شان جبران می‌کنند. به علت این انعطاف پذیری این فعالیت ها برای کسب اهداف هزینه ای ریسک کمتری نسبت به فعالیت های بحرانی دارند. در مورد شکست ها یا خرابی ها معمولا مدیران، منابع بیشتری را به فعالیت های بحرانی تخصیص می دهند و این هزینه ی زیادی را تحمیل می کند.

یک معیار مرسوم برای تعیین فعالیت های بحرانی شناوری کل می باشد و آن مقدار زمانی است که زمان تکمیل فعالیت می تواند از زودترین زمان تکمیلش تجاوز کند به طوریکه تاخیری در زمان تکمیل کل پروژه ایجاد نکند. این یک معیار غیر حساس به کارایی زمان بندی با توجه به زمان تاخیر فعالیت ها می باشد. در کل می توان بیان کرد که فعالیت های بدون زمان شناوری فعالیت های بحرانی می باشند.

در پروژه های واقعی ارزیابی شناوری فعالیت ها با توجه به طول مدت فعالیت ها، بسیار حساس و ضروری است. در واقع افزایش نسبت شناوری به طول زمان انجام فعالیت (*Slack/Activity Time*) منجر به افزایش احتمال جبران کردن تاخیر می گردد. علت این است که، اگر طول مدت فعالیت افزایش یابد، احتمال مشاهده شدن تعداد زیادی از وقفه ها در حالیکه فعالیت در حال اجراست افزایش می یابد.

با توجه به این توضیحات از نسبت Slack/Duration برای ارزیابی بحرانی بودن فعالیت ها استفاده می کنیم. فعالیت هایی که مقدار شناوریشان کمتر از $100\varepsilon\%$ طول مدت فعالیت شان می باشند را به عنوان فعالیت های بحرانی بالقوه تعریف می کنیم:

$$CR = \{j = 1,2,\dots,n \;:\; {TS_j}/{P_j} \le \varepsilon\}$$

در رابطه ی فوق TS_j و p_j به ترتیب بیانگر شناوری کل و طول مدت فعالیت j می باشند. ε آستانه‌ی طول مدت شناوری[1] (SDT) می باشد. در این پژوهش به پارامتر SDT مقدار ۲۵٪ تخصیص داده شده، از این رو ε برابر با $\varepsilon = 0.25$ می باشد. با این تعریف در واقع تعداد اعضای مجموعه ی فعالیت های بحرانی بیشتر می گردد [۱۵].

مدل (۱) به طور غیر واقعی بدبینانه است، به طوریکه در آن زمان شناوری فعالیت ها نادیده گرفته شده است و بنابراین ممکن است حداکثر هزینه یا به عبارتی هزینه های بدترین حالت به فعالیت هایی تخصیص یابند که شناوری فراوانی دارند و اصولا نیازی به تخصیص هزینه و منابع ندارند و با توجه به زمان شناوری شان فعالیت های انعطاف پذیری هستند. برای برطرف کردن این بدبینی بیش از حد، فعالیت های با حداکثر مقدار هزینه (γ تا فعالیت غیر قطعی) از میان فعالیت های بحرانی انتخاب می گردند. در مدل (۱) تنها پارامتر γ کنترل کننده ی سطح بدبینی مدل بود اما در مدل (۲) مجموعه ی فعالیت های بحرانی و γ کنترل کننده ی سطح بدبینی می باشند. مدل (۲) بر مبنای مجموعه ی فعالیت های بحرانی به صورت زیر ارائه می گردد:

$$f(\gamma_{CR}) = Min\{\sum_{j=1}^{n}\sum_{m\in m_j} C_{jm}x_{jm} + Max\{\sum_{j=1}^{n}\sum_{m\in m_j} d_{jm}x_{jm}\,u_j : \sum_{j\in CR} u_j \le \gamma, u \in B^n\} : x \in X^D \qquad (۷)$$

مدل ۳

در این مدل مجموعه انحرافات ممکن محدود به مجموعه فعالیت های بحرانی نیست، بلکه فعالیت های بحرانی بر فعالیت های غیر بحرانی در انحرافات هزینه ای مقدم هستند. در این مدل، γ تا فعالیت که مقدار هزینه برابر با حد بالای هزینه شان را دارند ، ابتدا از مجموعه فعالیت های بحرانی انتخاب می گردند، اما اگر تعداد اعضای مجموعه فعالیت های بحرانی کمتر از γ باشد واحد های باقیمانده از مجموعه فعالیت های غیر بحرانی انتخاب می‌شوند.

اگر سناریوی بدترین حالت را در نظر بگیریم، فعالیت های با مقدار انحراف زیادتر در محاسبه ی حداکثر انحراف در ترکیب حالات داده شده، اولویت دارند [۱۵].

۱.

۲.

۳.

---

[1] *Slack Duration Threshold*

۳-۱. نتیجه گیری مدلهای ارائه شده

در بخشهای قبلی ۳ مدل ارائه شده توسط هازیر و همکاران برای مسئله ی DTCTP-d به تفصیل مورد بررسی قرار گرفت. مدل (۱) بدون در نظر گرفتن اولویت فعالیتهای بحرانی نسبت به غیربحرانی و تنها با توجه به حداکثر انحراف هزینه به عنوان اولویت انتخاب فعالیتها، به طور کاملاً بدبینانه عمل کرده و نتایج آن غیرواقعی می باشد. در مدل (۲)، فعالیتهای غیر بحرانی عملاً در نظر گرفته نمی شوند و میزان انحراف از هزینه ی اسمی برای تمامی فعالیتهای غیر بحرانی همواره برابر با صفر است. در این مدل فرض بر این است که در صورتی که فعالیتهای غیر بحرانی دچار خرابی یا وقفه شوند، با تاخیر به ازای زمان شناوری شان بر خرابی ها فائق آمده و نیازی به تخصیص هزینه های اضافی وجود ندارد. این فرض عملاً در پروژه های واقعی، غیر واقع بینانه است چون با تاخیر فعالیتها و به عبارت دیگر مصرف زمان شناوری، امکان تغییر میزان شناوری فعالیتهای غیر بحرانی مابعد آن و بحرانی شدن فعالیتهای غیر بحرانی وجود دارد.

در مدل (۳)، مصرف زمان شناوری برای فعالیتهای غیر بحرانی درنظر گرفته نمی شود و خرابی پیش آمده برای این فعالیتها با در نظر گرفتن حداکثر انحراف از هزینه جبران می گردد. این فرض باعث می شود نتایج حاصل از این مدل بدبینانه شود. در عمل در مورد برخی فعالیتها، می توان با مصرف شناوری از تحمیل هزینه‌ی اضافی در شرایط خرابی جلوگیری کرد.

قابلیت مصرف شناوری برای جبران خرابی ها در فعالیتهای غیر بحرانی، قابلیت کلیدی است که با در نظر گرفتن آن می توان از انحرافات هزینه جلوگیری نمود و در نهایت به تخمین استوار واقع بینانه و بهینه ای برای هزینه ی کل پروژه دست پیدا کرد. برای رفع مشکلات ذکر شده و نزدیک کردن هزینه های پروژه به واقعیت، مدل نوینی برای مسئله ی DTCTP-d ارائه می نماییم. در بخش بعدی به معرفی مدل نوین و بیان جزئیات مربوط به آن می پردازیم.

۴. مدل نوین مسئله موازنه زمان – هزینه گسسته استوار و حل آن

در این بخش درصدد ارائه ی مدل استوار نوینی برای مسئله ی موازنه ی زمان-هزینه گسسته هستیم که مشکلات مدلهای ارائه شده‌ی قبلی را مرتفع نماید. مدلهای ارائه شده ی قبلی دارای مشکلاتی درباره ی مفهوم مصرف زمان شناوری برای فعالیتهای غیر بحرانی هستند که منجر به بدبینانه یا غیرواقعی شدن نتایج حاصل از آنها می شود.

قابلیت مصرف شناوری برای جبران خرابی ها در فعالیتهای غیر بحرانی، قابلیت کلیدی است که با در نظر گرفتن آن می توان از انحرافات هزینه جلوگیری نمود. با توجه به مفهوم شناوری کل که در این مدلها استفاده شده است، با مصرف شناوری در یک فعالیت غیر بحرانی، میزان زمان شناوری دیگر فعالیتهای مابعد آن در پروژه کاهش می یابد و حتی ممکن است به دلیل کاهش مقدار زمان شناوری فعالیتهای مابعد، یک فعالیت غیر بحرانی به فعالیت بحرانی تبدیل شود.

این مفهوم در مدل (۲) ارائه شده توسط هازیر و همکاران نادیده گرفته شده است و تمامی فعالیتهای غیر بحرانی پروژه با مصرف زمان شناوری خود، خرابی پیش آمده را جبران می نمایند.

.۱
.۲
.۳
.۴

۴-۱. مدل نوین پیشنهادی

در این بخش مدل نوینی برای برطرف کردن مشکلات مدلهای قبلی با توجه دقیق تر به مسئله ی مصرف زمان شناوری ارائه می گردد. هدف این مدل ارائه ی یک مدل استوار واقع بینانه برای مسئله ی DTCTP-d با در نظر گرفتن مفاهیم اساسی کنترل پروژه می باشد.

این مدل نیز مشابه مدلهای قبلی به فعالیتهای بحرانی اولویت بیشتری برای انتخاب می دهد. در شرایطی که تعداد فعالیتهای بحرانی بزرگتر یا مساوی با تعداد فعالیتهای انتخابی (Γ) باشد، تمام فعالیتها از بین فعالیتهای بحرانی انتخاب شده و مشابه مدلهای قبلی، با توجه به نداشتن زمان شناوری، حداکثر هزینه ی ممکن برای جبران وقفه به آنها تخصیص داده می شود. در این حالت اولویت انتخاب با فعالیتی است که مقدار انحراف از هزینه اسمی اش بزرگتر باشد.

در شرایطی که تعداد فعالیتهای بحرانی کوچکتر از تعداد فعالیتهای انتخابی (Γ) باشد، پس از انتخاب فعالیتهای بحرانی، مابقی انتخابها از میان فعالیتهای غیربحرانی انجام می شود. در این مدل استراتژی برخورد با فعالیتهای غیر بحرانی، مصرف زمان شناوری می باشد. نوآوری های اصلی در این پژوهش نحوه‌ی برخورد با زمان شناوری فعالیتهای غیربحرانی در شرایط انتخاب می باشد. مدل MIP نوین پیشنهادی به صورت زیر می باشد:پ

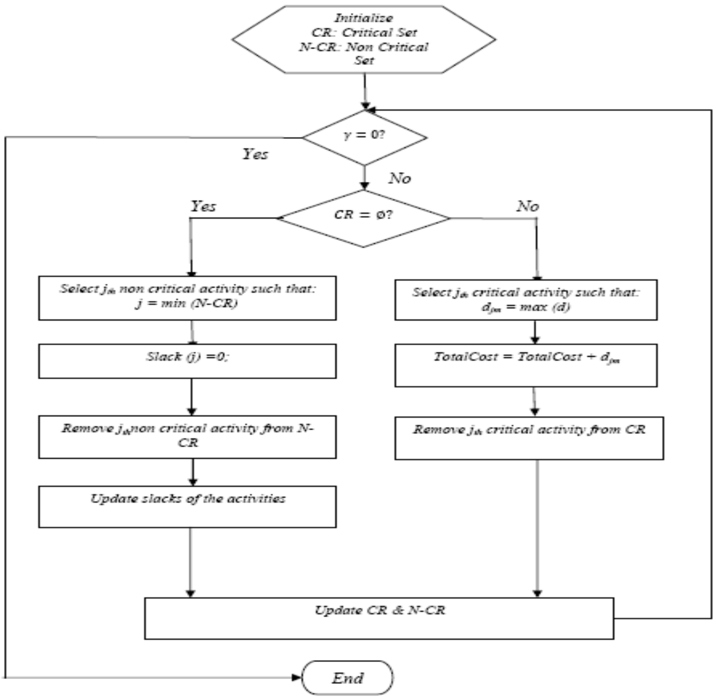
$$f(\gamma) = Min\left\{\sum_{j=1}^{n}\sum_{m\in m_j} C_{jm}x_{jm} + \sum_{i=1}^{\gamma} f_i\right\} : x \in X^D \qquad (۸)$$
$$f = \begin{cases} \max\limits_{j\in CR}(d_{jm}), & CR \neq \emptyset \\ 0, & CR = \emptyset \end{cases}$$

در مدل فوق، CR بیانگر مجموعه ی فعالیتهای بحرانی، X^D فضای امکان مسئله می باشد. در این مدل، f بیانگر تابعی است که حداکثر انحراف از هزینه ی اسمی را با توجه به مفاهیم جدید مصرف شناوری و مجموعه فعالیتهای بحرانی مسئله به تعداد γ بار محاسبه می کند. در این مدل، در صورتی که فعالیتهای غیر بحرانی در اولویت انتخاب قرار گیرند، با صرف زمان شناوری شان خرابی‌های پیش آمده را جبران می نمایند. با توجه به تاثیرگذاری مصرف شناوری یک فعالیت بر دیگر فعالیتها، در صورتی که یک فعالیت غیر بحرانی از زمان شناوری خود استفاده نمود، می بایست زمان شناوری مابقی فعالیتها مجدداً محاسبه شده و به هنگام سازی گردند. چه بسا که با مصرف زمان شناوری یک فعالیت، زمان شناوری برخی از فعالیتهای مابعد آن صفر شده و آن فعالیتها بحرانی گردند. از آنجاییکه در مدل استوار به دنبال ایجاد بدترین شرایط برای مسئله هستیم، لذا اولویت انتخاب با فعالیت غیربحرانی است که بیشترین تاثیر را برروی فعالیتهای مابعد خود داشته باشد.

بنابراین فعالیتهای آغازین یا نزدیکتر به آغاز پروژه از اولویت بیشتری در بین فعالیتهای غیر بحرانی برخوردارند. این امر بدین علت است که مصرف شناوری در این فعالیتها، برروی مقدار شناوری تعداد بیشتری از فعالیتهای پروژه تاثیر خواهد گذاشت.

با انتخاب اولین فعالیت غیر بحرانی، زمان شناوری آن فعالیت برای جبران خرابی پیش آمده مصرف شده و هزینه ی اضافی برای آن صرف نخواهد شد. سپس مقدار زمان شناوری تمامی فعالیتهای مابعد فعالیت انتخاب شده، می بایست مجدداً محاسبه شده و به روز رسانی شوند. لازم به تذکر است که مقدار زمان شناوری فعالیتهای غیر بحرانی مابعد فعالیت انتخابی، کاهش یافته یا بدون تغییر باقی خواهند ماند. براساس این تغییرات ممکن است تعدادی از فعالیتهای غیربحرانی، با کاهش زمان شناوری شان بحرانی گردند. در صورتی که فعالیتهای بحرانی در این مرحله به وجود آیند آنگاه مابقی انتخابها از میان این فعالیتهای بحرانی صورت می گیرد و اولویت در بین آنها با فعالیتی است که مقدار انحراف از هزینه ی اسمی اش بزرگتر باشد. در غیر اینصورت مراحل فوق مجدداً تکرار خواهد شد.

فلوچارت مربوط به الگوریتم حل این مدل به صورت زیر می باشد:



نمودار ۱. فرآیند حل مدل جدید

۲-۴. حل مدل نوین با استفاده از الگوریتم ژنتیک

در این بخش با استفاده از الگوریتم ژنتیک مدل پیشنهادی برای مسئله ی موازنه ی زمان- هزینه گسسته استوار را حل می نماییم . الگوریتم ژنتیک بدون شک مهمترین روش پردازش تکاملی بوده که در بسیاری از مسائل بهینه سازی کاربردهای فراوانی دارد. ویژگی های اصلی این الگوریتم سرعت همگرایی بالا و ارائه ی

جوابهای نزدیک به بهینه می باشد. به همین دلیل از این الگوریتم برای حل مدل پیشنهادی بهره می گیریم. استفاده از الگوریتم ژنتیک امکان دستیابی به جوابهای بهینه برای پروژه های با ابعاد بسیار بزرگ و پیچیده در زمانی بسیار کمتر از دیگر الگوریتم های فرا ابتکاری را فراهم می نماید. در اینجا ما از الگوریتم ژنتیک برای یافتن جایگشتی از مدهای فعالیتها که منجر به کمترین هزینه می شود، استفاده می کنیم. برای پیاده سازی الگوریتم ژنتیک در حل مسئله بهینه سازی به طور کلی می بایست مراحل زیر را طی کنیم:

۱) تعیین تابع هدف
۲) تعیین مکانیسم کدگذاری جوابهای مسئله
۳) تعیین مقدار اولیه برای پارامترهای الگوریتم مانند جمعیت اولیه و شرط خاتمه
۴) ارزیابی قابلیتهای جوابهای موجود در جمعیت
۵) انتخاب جوابهای بهینه برای تولید نسل بعد
۶) ترکیب
۷) جهش
۸) تولید جمعیت جدید
۹) بررسی شرط خاتمه و در صورت براورده نشدن آن تکرار مراحل ۴-۸

در اینجا استفاده از الگوریتم ژنتیک، به منظور یافتن ترکیبی از مدهای انتخابی برای فعالیتها می باشد که در صورت استفاده از مدل استوار ارائه شده و با توجه به قیود مسئله، منجر به کمترین هزینه ی ممکن برای اجرای پروژه گردد. بنابراین مقدار تابع هدف بر طبق مدل نوین پیشنهادی در این پژوهش، مجموع هزینه های تمامی فعالیتهای پروژه و بیشینه هزینه های انحرافات تحمیلی به منظور استوار کردن مدل می باشد. در الگوریتم ژنتیک تعیین نمایش هر کروموزوم از اهمیت بالایی برخوردار می باشد. هر کروموزوم از n ژن تشکیل شده است که n بیانگر تعداد فعالیتهای پروژه می باشد. در هر کروموزم مدهای انتخاب شده برای هر یک از فعالیت های پروژه به ترتیب در هر ژن قرار می گیرند. در واقع هر حالت برای هر فعالیت نماینده یک زمان و یک بازه ی هزینه برای فعالیت مورد نظر می باشد. به طور مثال در صورتی که شبکه پروژه دارای ۴ فعالیت بوده و هر یک از فعالیتها ۲ مد داشته باشند، آنگاه شکل کروموزوم به صورت شکل بردار۱ می‌باشد:

۲	۲	۱	۲
۱	۲	۳	۴

شکل ۱. قالب کروموزوم

در شکل ۱ اعداد سطر اول بیانگر مدهای تصادفی انتخاب شده برای فعالیتها می باشد و سطر دوم بیانگر ترتیب فعالیتهای پروژه می باشد. در پیاده سازی الگوریتم ابتدا مقادیر ورودی ها که شامل ماتریس AON پروژه و ماتریس حالتهای زمان و هزینه ی فعالیتها می باشد، از ورودی بازخوانی می شوند. سپس به بررسی تابع برازش تعریف شده برای الگوریتم ژنتیک می پردازیم. در مراحل اجرای الگوریتم ژنتیک، کروموزومهای تصادفی به عنوان ورودی به این تابع برازش ارائه می شوند و مقادیر متناظر توسط این تابع به منظور امتیازدهی به کروموزومها، محاسبه می شوند.

در صورت قابل قبول بودن کروموزوم، گراف شبکه به ازای این حالات تصادفی ایجاد شده و زمان شروع، زمان پایان، زمان شناوری، هزینه‌ی اسمی و انحراف از هزینه برای هر یک از فعالیتها محاسبه می شود. در مرحله ی بعد هزینه ی اسمی کل پروژه محاسبه می گردد. بعد از این مرحله با توجه به مفروضات مدل پیشنهادی، فعالیتهای بحرانی می بایست مشخص شوند. در نهایت با توجه به فعالیتهای بحرانی و غیر بحرانی، در هر مرحله از خرابی های مفروض، انحراف از هزینه یا زمان شناوری صرف می شود. در صورت صرف زمان شناوری، با توجه به مدل نوین پیشنهادی، در هر مرحله، زمان شناوری فعالیتها تغییر کرده و به روز رسانی می شوند.

۵. مطالعه موردی

به منظور بررسی مدل، الگوریتم حل و صحت نتایج آن، و همچنین مقایسه ی بین مدل های قبلی و مدل جدید پیشنهادی یک پروژه عمرانی با ۷ فعالیت انتخاب شده است. این مثال پیشتر توسط Feng و همکاران در سال ۲۰۰۰ و همچنین Kuang و Xiong در سال ۲۰۰۸ و Zheng و همکاران در سال ۲۰۰۴ و Daisy و همکاران در سال ۲۰۰۴ با روشهای دیگر به عنوان یک مسأله موازنه زمان - هزینه گسسته حل شده است [۱۷]. جدول۱حالت های فعالیت موجود و پیش نیاز ها و مدت زمان ها و هزینه های متناظر شبکه را نشان می دهد.

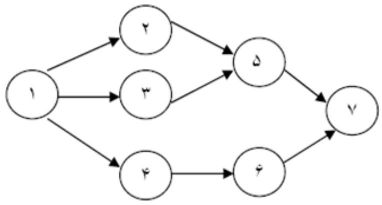
جدول ۱. اطلاعات پروژه عمرانی

نوع فعالیت	شماره فعالیت	پیش نیازها	گزینه‌ها	زمان (روز)	هزینه مستقیم (هزار دلار)
تجهیز کارگاه	۱	-	۱	۱۴	۲۳
			۲	۲۰	۱۸
			۳	۲۴	۱۲
خاکبرداری	۲	۱	۱	۱۵	۳
			۲	۱۸	۲,۴
			۳	۲۰	۱,۸
			۴	۲۳	۱,۵
			۵	۲۵	۱
قالب بندی و آرماتورگذاری	۳	۱	۱	۱۵	۴,۵
			۲	۲۲	۴
			۳	۳۳	۳,۲
بتن ریزی	۴	۱	۱	۱۲	۴۵
			۲	۱۶	۳۵
			۳	۲۰	۳۰
تهیه فونداسیون و قراردادن شمع‌ها	۵	۲ و ۳	۱	۲۲	۲۰
			۲	۲۴	۱۷,۵
			۳	۲۸	۱۵
			۴	۳۰	۱۰
قرارگیری شاه تیرها	۶	۴	۱	۱۴	۴۰
			۲	۱۸	۳۲
			۳	۲۴	۱۸
تنظیم شاه تیرها	۷	۵و۶	۱	۹	۳۰
			۲	۱۵	۲۴
			۳	۱۸	۲۲

هزینه غیر مستقیم برای همه فعالیت ها برابر با 0 دلار در نظر گرفته شده است. با توجه به فرض عدم قطعیت، هزینه ی فعالیتها در این پژوهش به صورت بازه ای در نظر گرفته شده است. لذا برای مثال فوق، می بایست دو کران بالا و پایین به ازای بازه ی هزینه‌ی هر مد در نظر گرفته شود. این دو مقدار را طوری تعیین می کنیم که میانگین این دو مقدار برابر با هزینه ی مستقیم داده شده در مثال فوق گردد تا خللی در مفروضات مسئله ایجاد نکند. به عبارت دیگر هزینه‌ی مستقیم داده شده در مثال به عنوان هزینه ی اسمی هر مد در نظر گرفته می شود. در جدول ۲ مقادیر بازه ای هزینه محاسبه شده است. نمودار فعالیت های پروژه عمرانی ۷ فعالیته به صورت شکل ۲ می باشد.

جدول ۲. مقادیر بازه ای هزینه محاسبه شده

شماره فعالیت	حالتها	کران بالا هزینه	میانگین هزینه	کران پایین هزینه
۱	۱	۳۸	۲۳	۱۸
	۲	۲۵	۱۸	۱۱
	۳	۱۶	۱۲	۸
۲	۱	۴	۳	۲
	۲	۲.۸	۲.۴	۲
	۳	۲.۴	۱.۸	۱.۲
	۴	۲	۱.۵	۱
	۵	۱.۵	۱	۰.۵
۳	۱	۶.۷	۴.۵	۲.۳
	۲	۵	۴	۳
	۳	۴	۳.۲	۲.۴
۴	۱	۵۱	۴۵	۳۹
	۲	۳۶	۳۵	۳۴
	۳	۳۸	۳۰	۲۲
۵	۱	۲۲	۲۰	۱۸
	۲	۲۴	۱۷.۵	۱۱
	۳	۱۷	۱۵	۱۳
	۴	۱۳	۱۰	۷
۶	۱	۴۷	۴۰	۳۳
	۲	۳۵	۳۲	۲۹
	۳	۲۲	۱۸	۱۴
۷	۱	۳۵	۳۰	۲۵
	۲	۳۱	۲۴	۱۷
	۳	۲۵	۲۲	۱۹



شکل ۲. نمودار پروژه عمرانی

نتایج حاصل از حل مدل نوین و دو مدل ارائه شده توسط هازیر برای مقایسه در جدول ۳ آمده است. این آزمایشات به ازای مقادیر مختلف λ و δ که به ترتیب بیانگر سطح بدبینی و زمان مورد نظر اتمام پروژه می باشند، انجام شده است و هزینه پروژه به ازای پارامترهای ذکر شده محاسبه شده است.

در جدول ۳ ستون متناظر با $\lambda = 0$ بیانگر عدم ایجاد وقفه یا انحراف در روند اجرای پروژه بوده که این خوشبینانه ترین حالت می باشد. در نتیجه در این حالت عملاً مقادیر هزینه محاسبه شده در هر ۳ مدل ثابت می باشد. همچنین ستون متناظر با $\lambda = 7$ بیانگر حداکثر وقفه یا انحراف در روند اجرای پروژه بوده که در آن تمامی فعالیتهای پروژه دچار انحراف شده اند.

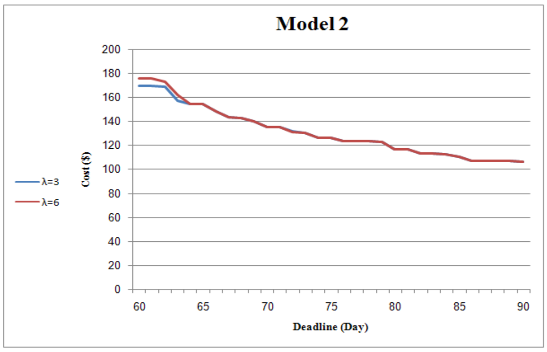
این حالت بدبینانه ترین حالت می باشد. با بررسی جدول در هر ۳ مدل، به ازای هر مقدار λ ، با افزایش مقدار زمان مورد نظر پروژه، مشاهده می کنیم که مقادیر هزینه محاسبه شده کاهش می یابند. در واقع هر چه زمان مورد نیاز اجرای پروژه فشرده تر باشد، هزینه بیشتری در روند اجرای پروژه تحمیل می گردد.

جدول ۳. نتایج حل ۳ مدل

	$\lambda = 0$			$\lambda = 3$			$\lambda = 5$			$\lambda = 7$		
	$\delta = 65$	$\delta = 75$	$\delta = 85$	$\delta = 65$	$\delta = 75$	$\delta = 85$	$\delta = 65$	$\delta = 75$	$\delta = 85$	$\delta = 65$	$\delta = 75$	$\delta = 85$
مدل نوین	۱۳۵.۴	۱۱۳.۵	۱۰۱.۵	۱۵۶.۳	۱۲۸.۷	۱۱۶.۱	۱۶۰.۵	۱۳۸.۵	۱۱۶.۵	۱۶۲.۱	۱۴۰.۱	۱۲۳.۴
مدل ۲ *Hazir*	۱۳۵.۴	۱۱۳.۵	۱۰۱.۵	۱۵۴.۵	۱۲۶.۳	۱۱۰.۵	۱۵۴.۵	۱۲۶.۳	۱۱۰.۵	۱۵۴.۵	۱۲۶.۳	۱۱۰.۵
مدل ۳ *Hazir*	۱۳۵.۴	۱۱۳.۵	۱۰۱.۵	۱۵۶.۳	۱۳۳.۵	۱۱۴.۳	۱۵۹.۳	۱۳۷.۳	۱۱۹.۴	۱۶۲.۱	۱۴۰.۱	۱۲۳.۴

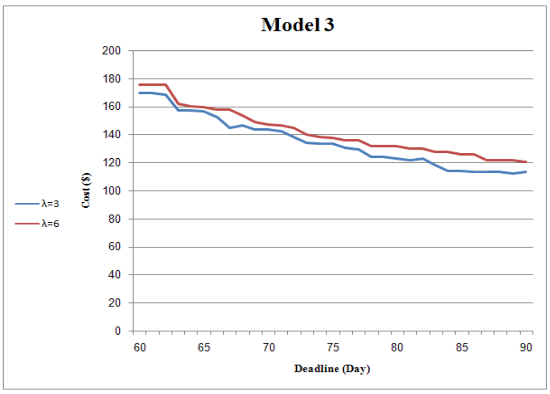
با توجه به جدول ۳، مشاهده می کنیم هزینه ی محاسبه شده با استفاده از مدل ۲ ، به ازای $\lambda = 3,5,7$ تغییر نمی کند. این امر بدین علت است که تعداد فعالیتهای بحرانی در این حالت کمتر یا مساوی با ۳ می باشد. بنابراین با افزایش سطح بدبینی (به ازای $\lambda > 3$) و این فرض که تمامی فعالیتهای غیر بحرانی در زمان خرابی با مصرف زمان شناوری شان جبران وقفه می کنند و نیازی به تخصیص هزینه اضافی ندارند، هزینه ی محاسبه شده در این مدل تغییر نمی کند. این موضوع بیانگر غیرواقعی بودن مفروضات مدل ۲ می باشد. شکل ۳ بیانگر رابطه ی زمان اتمام مورد نظر پروژه و هزینه ی بدست آمده با استفاده از مدل استوار ۲ به ازای $\lambda = 3,6$ می باشد. همان طور که مشاهده می گردد، به ازای مقادیر مختلف λ و افزایش سطح بدبینی عملاً نمودارها برهم منطبق شده و تغییری در هزینه ی محاسبه شده ایجاد نمی‌گردد. با توجه به جدول ۳، نتایج حاصل از حل مسئله با استفاده از مدل پیشنهادی و مدل ۳ به هم نزدیکتر بوده و واقعی تر هستند. در مدل ۳ هازیر مصرف زمان شناوری برای فعالیتهای

غیر بحرانی درنظر گرفته نمی شود و خرابی پیش آمده برای این فعالیتها با در نظر گرفتن حداکثر انحراف از هزینه و در واقع با تخصیص هرینه اضافی جبران می گردد. در نتیجه هزینه های محاسبه شده در این مدل به صورت بدبینانه ای بالاست.

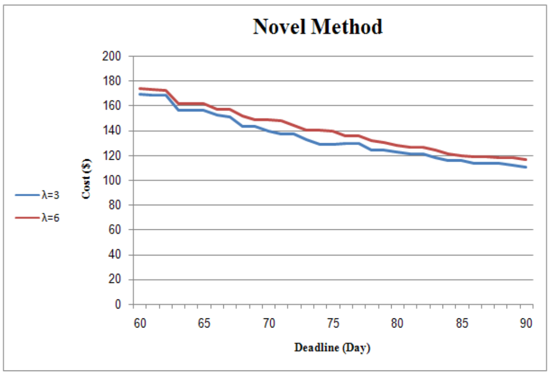


شکل ۳. نمودار زمان اتمام- هزینه در مدل ۲

در کل مدل ۳ بدبینانه تر از مدل پیشنهادی در این پژوهش عمل می کند که این مورد در جدول ۳ به ازای $\lambda=3$ $\delta=75$ و $\lambda=5$ $\delta=85$ مشخص است. در حالیکه در عمل در مورد برخی فعالیتها، می توان با مصرف شناوری از تحمیل هزینه‌ی اضافی در شرایط خرابی جلوگیری کرد. در واقع مدل نوین با توجه به مفهوم مصرف زمان شناوری برای جبران خرابی‌ها در فعالیتهای غیر بحرانی، از افزایش بی مورد هزینه جلوگیری نموده و در نهایت تخمین استوار واقع بینانه و بهینه ای برای هزینه ی کل پروژه ارائه کرده است. شکل ۴ و ۵ بیانگر رابطه ی زمان اتمام مورد نظر پروژه و هزینه بدست آمده با استفاده از مدل استوار ۳ و مدل نوین پیشنهادی به ازای $\lambda=3,6$ می باشند. نتایج حاصل از مدل نوین با توجه به مفاهیم اصولی و واقعی محیط پروژه در مسائل با تعداد فعالیت ها و تعداد مد های بیشتر کاراتر و دقیق تر می باشد و در کل تفاوت عمده ی این دو مدل در پروژه های پیچیده تر و با تعداد فعالیتهای بیشتر، به طور واضح تری نمایان خواهد شد.



شکل ۴. نمودار زمان اتمام- هزینه در مدل ۳



شکل ۵. نمودار زمان اتمام- هزینه در مدل نوین

۶. نتیجه گیری

با توجه به محیط های غیر قطعی پروژه ها لزوم توسعه ی مدل ها و الگوریتم هایی برای تولید زمان بندی استوار پروژه که حساسیت کمتری به خطاها، خرابی ها و وقفه ها در طی روند پروژه داشته باشد ضروری است. در این پژوهش با ارائه مدل بهینه سازی استوار برای مسئله موازنه زمان-هزینه گسسته، سعی در به دست آوردن زمان بندی موجه و بهینه ای داریم که با تغییرات و عدم قطعیت های پیش روی محیط پروژه همواره استوار باشد و در عین حال کمترین هزینه را نیز در برگیرد.
مدلهای ارائه شده ی قبلی دارای مشکلاتی درباره ی مفهوم مصرف زمان شناوری برای فعالیتهای غیر بحرانی هستند که منجر به بدبینانه یا غیرواقعی شدن نتایج حاصل از آنها می شود. قابلیت مصرف شناوری برای جبران خرابی ها در فعالیتهای غیر بحرانی، قابلیت کلیدی است که با در نظر گرفتن آن می توان از انحرافات هزینه جلوگیری نمود. با بررسی دقیق مدلهای ارائه شده، مدل نوینی با توجه دقیق تر به مسئله ی مصرف زمان شناوری و با استفاده از رویکرد (B&S) برای حل مسئله‌ی DTCTP-d به صورت استوار ارائه کردیم که کاستی های مدلهای قبلی را پوشش می دهد. در نهایت با استفاده از الگوریتم ژنتیک، مدل پیشنهادی برای مسئله ی موازنه ی زمان- هزینه گسسته استوار را حل نمودیم .
با بررسی نتایج حاصل از آزمایشات در می یابیم در مدل (۲)، فعالیتهای غیر بحرانی عملاً در نظر گرفته نمی شوند و با افزایش سطح بدبینی در پروژه ها هزینه ی محاسبه شده تغییری نمی کنند و این بیانگر غیر واقعی بودن مدل می باشد.
در مدل (۳)، مصرف زمان شناوری برای فعالیتهای غیر بحرانی درنظر گرفته نمی شود و خرابی پیش آمده برای این فعالیتها با در نظر گرفتن حداکثر انحراف از هزینه جبران می گردد، این امر موجب افزایش بدبینانه هزینه ها نسبت به مدل پیشنهادی

می‌گردد. روش نوین پیشنهادی با توجه به مفاهیم ذکر شده، همواره جواب نزدیک به بهینه ی استوار و هزینه ی محاسبه شده ی معقول تری نسبت به مدل های قبلی ارائه می دهد. همچنین کارایی این روش از نظر هزینه ی پیاده سازی و اجرا نیز قابل قبول و مناسب است. با توجه به جدید بودن این موضوع و عدم انجام پژوهشهای کافی در این زمینه، امکان انجام نوآوری و تحقیقات بیشتر در این زمینه وجود دارد. درنظر گرفتن انواع مختلف عدم قطعیت ، ارائه ی مدل استوار برای مسئله ی (DTCTP-b)، حل مسئله با الگوریتمهای فراابتکاری دیگر را می توان به عنوان راهکارهایی برای پژوهشهای آتی در نظر گرفت.

مراجع

[1] Hafizoğlu, A.B., "*Discrete Time/Cost Trade-Off Problem In Project Scheduling*", A Thesis Submitted To The Graduate School Of Natural And Applied Sciences Of Middle East Technical University, 2007.

[2] De, .P.E., Dunne, J., Ghosh, J.B., Wells, C.E., "*Complexity of the Discrete Time/Cost Trade off Problem for Project Networks*" , Operations Research, 45, 1997, 302–306.

[3] Demeulemeester, E., De Reyck, B., Foubert, B., Herroelen, W., Vanhoucke, M., *"New Computational Results for the Discrete Time/Cost Trade-off Problem in Project Networks"* , Journal of the Operational Research Society 49, 1998, 1153–1163.

[4] Skutella, M., "*Approximation Algorithms for the Discrete Time–Cost Trade-off Problem*", Mathematics of Operations Research, 23, 1998, 195–203.

[5] Akkan, C., Drexl, A., Kimms, A., "*Network Decomposition-Based Benchmark Results for the Discrete Time–Cost Trade-off Problem* ", European Journal of Operational Research, 165, 2005, 339–358.

[6] Vanhoucke, M., Debels, D., *"The Discrete Time/Cost Trade-off Problem Under Various Assumptions Exact and Heuristic Procedures ",* Journal of Scheduling, 10, 2007, 311–326.

[7] Hafızog˘lu, A.B., Azizog˘lu, M., *"Linear Programming Based Approaches for the Discrete Time/Cost Trade-off Problem in Project Networks*", Journal of the Operational Research, Society 61 (4), 2010, 676–685.

[8] Cohen, I., Golany, B., Shtub, A., *"The Stochastic Time/Cost Trade-off Problem: a Robust Optimization Approach"* , Networks 49, 2007, 175–188.

[9] Klerides, E., Hadjiconstantinou, E., *"A Decomposition-Based Stochastic Programming Approach for the Project Scheduling Problem under Time/Cost Trade-off Settings and Uncertain Durations"* , Computers and Operations Research, 37 (12), 2010 , 2131–2140.

[10] Ben-Tal, A., El Ghaoui, L., Nemirovski, A., "*Robust Optimization* ", Princeton University Press, Princeton and Oxford, 2008.

[11] Herroelen, W., Leus, R., "*Project Scheduling Under Uncertainty—Survey and Research Potentials*", European Journal of Operational Research 165, 2005, 289–306.

[12] Bertsimas, D., Sim, M., *"Robust Discrete Optimization and Network Flows*", Mathematical Programming, 98, 2003, 49–71.

[13] Soyster, A.L., *"Convex Programming with Set-Inclusive Constraints and Applications to Inexact Linear Programming*", Operation Research, 21, 1973, 1154-1157.

[14] Ben-Tal, A., Nemirovski, A., *"Robust Solutions to Uncertain Programs*", Operations Research Letters, 25, 1999 , 1-13.

[15] Hazır, O., Erdal, E., Yavuz, G., "*Robust Optimization Models for the Discrete Time - Cost Trade-off Problem"*, International Journal of Production Economics , 130 , 2011, 87–95.

[16] Bertsimas, D., Brown, D., Caramanis, C., *" Theory and Applications of Robust Optimization* ", 2007.

[17] Xiong, Y., Kuang, Y., "*Applying an Ant Colony Optimization Algorithm-Based Multi Objective Approach for Time-Cost Trade-Off* ", Journal of Construction Engineering and Management, 134(2), 2008, 153-156.