



## Application of Decision Calculus in Allocation of Marketing Budgets Based on Markov Chains

H.R. Koosha & A. Albadvi\*

*Hamidreza Koosha* Assistant Professor, Ferdowsi University of Mashhad, Iran, [koosha@um.ac.ir](mailto:koosha@um.ac.ir)

*Amir Albadvi*, Professor, Tarbiat Modares University, Iran, [albadvi@modares.ac.ir](mailto:albadvi@modares.ac.ir)

### Keywords

Decision Calculus (DC),  
Customer relationship budgets,  
Management judgment,  
Markov chain,  
Transition matrix,

### ABSTRACT

*Decision Calculus (DC) is a judgment-based approach which considers managers' opinion in formulation of real world situations. In DC, manager's mind and the model are aggregated to each other. Little in 1970 introduced the philosophy of decision calculus and it has been used widely in formulation of problems in marketing. The main purpose of this paper is to provide an application for DC in allocation of marketing budgets as a critical activity in marketing. In case of data availability and environmental complexity, researchers suggest the use of mixed models to face such situations to allocate marketing budgets. Mixed models are models which use all the data from the past and managers' judgment altogether to provide more effective models. In this paper we suggest a simple mixed model. Then we provide a more complex model based on DC and Markov Chains Models (MCM). The suggested models are predicted to be effective in better decision making on allocation of customer relationship budgets.*

© 2014 IUST Publication, IJIEPM. Vol. 25, No. 1, All Rights Reserved

\*  
Corresponding author. Amir Albadvi  
Email: [albadvi@modares.ac.ir](mailto:albadvi@modares.ac.ir)

## به کارگیری ریاضیات تصمیم در تخصیص بودجه‌های بازاریابی متکی بر زنجیره‌های مارکوف

حمیدرضا کوشا و امیر البدوی\*

### چکیده:

### کلمات کلیدی

ریاضیات تصمیم<sup>۱</sup> (DC) رویکردی مبتنی بر قضاوت است که در مدل‌سازی دنیای واقعی، نظر مدیریت را نیز در نظر می‌گیرد. به عبارت دیگر، نظر مدیریت در مدل‌سازی آنچه در دنیای واقعی اتفاق می‌افتد، به گونه‌ای اعمال می‌گردد که مدیر با مدل یکپارچه گردد. این شیوه مدل‌سازی نخستین بار توسط لیتل معرفی گردید و در حوزه‌های مختلف به خصوص در حوزه بازاریابی و ارتباط با مشتری به کار گرفته شد. هدف اصلی این تحقیق ارائه کاربرد رویکرد ریاضیات تصمیم در تخصیص بودجه‌های ارتباط با مشتریان و بازاریابی است. در این مقاله پیشنهاد شده است که در صورت وجود اطلاعات بازار و پیچیدگی بالا از مدل‌های ترکیبی استفاده شود. مدل‌های ترکیبی طبق تعریف این مقاله علاوه بر آنکه از قضاوت مدیریت استفاده می‌کنند، از اطلاعات گذشته نیز حداکثر استفاده می‌نمایند و مدلی متکی بر داده‌های گذشته و قضاوت مدیریت فراهم می‌کنند. در این مقاله بر اساس رویکرد ترکیبی مدلی ساده برای تخصیص بودجه ارائه می‌شود. سپس رویکردی برای تخصیص بودجه‌های ارتباط با مشتری متکی بر ریاضیات تصمیم و مدل زنجیره مارکوف ارائه می‌گردد. پیش‌بینی می‌شود که نتایج این تحقیق به تحلیل‌گران حوزه مدیریت ارتباط با مشتری کمک کند که بتوانند در مورد استفاده از مدل‌های ریاضی یا مدل‌های مبتنی بر قضاوت مدیریت، تصمیم‌گیری بهتری در خصوص نحوه تخصیص بودجه‌های ارتباط با مشتری داشته باشند.

ریاضیات تصمیم (DC)،  
تخصیص بودجه ارتباط با مشتری،  
قضاوت مدیریت، رگرسیون،  
زنجیره مارکوف،  
ماتریس انتقال

### ۱. مقدمه

از دیدگاه مدیران فعال در عرصه بازاریابی، هدف اصلی استفاده از مدل‌های بازاریابی رسیدن به تصمیمات بهتر با اطمینان خاطر بالا است. زمانی این اطمینان خاطر اهمیت بیشتری می‌یابد که قرار باشد این تصمیمات به اجرا درآیند. متأسفانه، اکثر مدل‌های سنتی

که برای این منظور پیشنهاد شده‌اند نتوانسته‌اند رضایت خاطر را به دست آورند. یک دلیل این عدم موفقیت، این است که مدل‌های پیشنهاد شده برای بهبود در تصمیم‌گیری‌ها بر چارچوب‌هایی بنا شده‌اند که به صورت صریح نقش خود تصمیم‌گیرنده<sup>۲</sup> را در نظر نمی‌گیرند و تصمیمات را مستقل از تصمیم‌گیرنده اتخاذ می‌نمایند [۱].

وقتی مساله‌ای که باید حل شود خوش‌ساختار<sup>۳</sup> باشد و داده‌های مورد نیاز برای تصمیم‌گیری در دسترس باشند، چنین مدل‌هایی

تاریخ وصول: ۹۰/۶/۳۰

تاریخ تصویب: ۹۱/۴/۱۷

حمیدرضا کوشا، استادیار مهندسی صنایع، دانشگاه فردوسی مشهد،  
koosha@um.ac.ir

نویسنده مسئول مقاله: دکتر امیر البدوی، استاد مهندسی صنایع، دانشکده  
فنی مهندسی دانشگاه تربیت مدرس، albadvi@modares.ac.ir

<sup>۱</sup> Decision Calculus

<sup>۲</sup> Decision Maker

<sup>۳</sup> به مسائلی گفته می‌شود که در آن وضعیت موجود و وضعیت مطلوب به صورت روشن قابل تشخیص و روش‌های رسیدن به وضعیت مطلوب تقریباً مشخص است. [۲]

شده است و فرض شده است که اطلاعات چندانی از گذشته موجود نمی‌باشد. این در حالی است که در اکثر محیط‌های کنونی بازار عدم وجود اطلاعات و وجود همه اطلاعات معمولاً وجود ندارد. مدلی که در این تحقیق ارائه شده است، با فرض وجود چنین محیط‌هایی تحقق یافته است.

در این مقاله همچنین مدلی عمومی ارائه می‌گردد که در آن تخصیص بودجه‌های بازاریابی به کمک ریاضیات تصمیم مدلی-ساز می‌شود.

پس از مقدمه، پیشینه موضوع ریاضیات تصمیم مرور می‌شود. سپس به بررسی مدل‌های پیشین تخصیص و تنظیم منابع بازاریابی خواهیم پرداخت.

در ادامه مدلی ارائه می‌گردد که در آن ترکیبی از اطلاعات مستند گذشته و قضاوت مدیریت به صورت یکپارچه منجر به ارائه مدل شده است. در ادامه برای سطوح مختلف رابطه با مشتری، مدل تصمیم داده شده است. در نهایت مدل ارائه شده با نمونه‌ای عددی مورد آزمون قرار گرفته است.

## ۲. پیشینه ریاضیات تصمیم در تخصیص بودجه‌های

### بازاریابی

در سال ۱۹۷۰، لیتل فلسفه جدید ریاضیات تصمیم را که رویکردی شامل مجموعه‌ای از رویه‌های مدل‌محور برای پردازش داده‌ها و قضاوت مدیریت برای تصمیم‌گیری بهتر بود، معرفی نمود [۱]. لیتل در [۱۲] مفهوم ریاضیات تصمیم را به عنوان رویکردی برای تصمیم‌گیری برای مدیران معرفی کرد؛ با این باور که مدیران مدل‌هایی را خود نساخته باشند، استفاده نخواهند کرد.

لیتل با ذکر دلایل مختلفی به این نتیجه رسید که اکثر مدل‌های مدیریت و بازاریابی مورد استفاده قرار نمی‌گیرند [۱۳]. نکته اساسی مدل لیتل این بود که خود تصمیم‌گیرنده با مدل از طریق برآورد داده‌هایی که موجود نیستند، یکپارچه می‌شود [۱]. تاریخچه ریاضیات تصمیم، حاکی از به‌کارگیری موفق آن در عمل است [۱۴].

این رویکرد در واکنش به دو جریان عمده پیشنهاد گردید: یکی پیشرفت سریع مدل‌های اقتصادسنجی که برخی اوقات به شکلی ساده‌انگارانه در تضاد با دنیای واقعی بودند و دیگری مدل‌های بسیار پیچیده که کالبره کردن آنها با داده‌های موجود کار بسیار مشکلی بود. ایده پیشنهاد شده کاملاً موفق ارزیابی شده است [۳].

ریاضیات تصمیم اثر عمده‌ای بر مدل‌سازی به ویژه در بازاریابی داشته است [۱۵]. این رویکرد اثرات بسیار زیادی بر مدل‌سازی در بازاریابی داشته است؛ به گونه‌ای که برخی از مدل‌های توسعه داده شده حتی به صورت تجاری به فروش می‌رسد. مدل‌های

به طور گسترده به کار رفته و نتایج تاثیرگذاری داشته‌اند. ولی در بسیاری از زمینه‌های مدیریت به ویژه مدیریت بازاریابی، مسایل تصمیم‌گیری به راحتی قابلیت ساختاری شدن ندارند و داده‌های مورد نیاز در دسترس نیستند. در چنین حالتی، برای بهبود تصمیمات استفاده از دانش مدیریت ایده فوق‌العاده‌ای به نظر می‌رسد [۱].

مدل‌های مبتنی بر قضاوت (از جمله رویکرد ریاضیات تصمیم) به دلیل نیاز مدیران به تصمیم‌گیری در شرایط عدم وجود اطلاعات کافی مورد توجه واقع شده‌اند [۳]. ریاضیات تصمیم، تحلیل تصمیم‌گیری<sup>۱</sup> و پویایی‌های سیستم‌ها<sup>۲</sup> رویکردهای تصمیم‌گیری در چنین شرایطی هستند که همه در اواخر دهه ۱۹۶۰ و اوایل دهه ۱۹۷۰ پیشنهاد شدند.

رویکرد ریاضیات تصمیم که در سال ۱۹۷۰ توسط لیتل پیشنهاد گردید، بسیار مورد توجه واقع شد و کاربردهای گسترده‌ای در زمینه بازاریابی پیدا کرد. مقاله لیتل که در سال ۱۹۷۰ در *Management Science* منتشر گردید، به عنوان یکی از موثرترین مقالات *Management Science* در طول ۵۰ سال عمر این نشریه انتخاب گردید و جالب این جاست که این تنها مقاله برگزیده شده در حوزه بازاریابی بود.

از سال‌های دهه ۱۹۸۰ به تدریج مفهوم بازاریابی رابطه‌ای<sup>۳</sup> (RM) در حیطه مباحث بازاریابی مقبولیت جدی پیدا کرد. توسعه و حفظ روابط درازمدت با مشتریان ایده اصلی RM است. RM به طور کلی بر حفظ روابط درازمدت تمرکز دارد؛ به ویژه از این لحاظ که حفظ مشتریان کم‌هزینه‌تر از جذب مشتریان است و بهتر است که تمرکز ویژه‌ای بر حفظ مشتریان شود [۴]. رویکرد RM پیشنهاد می‌کند که مناسب‌ترین معیاری که مدیران می‌توان به کمک آن سازمان خود را مورد ارزیابی قرار دهند، حقوق صاحبان سهام از ارزش مشتری (CE) است. از دیدگاه RM بهینه‌سازی CE هدف اصلی و درازمدت سازمان‌ها باید باشد [۵]. یکی از راهبردهای اصلی برای بهینه‌سازی CE تخصیص بهینه بودجه‌ها و منابع بازاریابی است [۷].

یکی از مهم‌ترین حوزه‌های بازاریابی که در آن می‌توان از ریاضیات تصمیم استفاده نمود، برآورد تاثیر تخصیص و تنظیم بودجه‌های بازاریابی در جذب و نگهداری مشتریان است. در این حوزه، از قضاوت مدیریت به عنوان یک ورودی جهت برآورد تقاضا استفاده می‌شود [۸].

هر چند در این حوزه [۹]، [۱۰] و [۱۱] کارهایی را ارائه نموده‌اند، اما در مدل‌های آنها نگاهی یک سویه به مدل ریاضیات تصمیم

<sup>1</sup> Decision Analysis

<sup>2</sup> Systems Dynamics

<sup>3</sup> Relationship Marketing

پاسخ به پرسش اول یک نقطه از منحنی پاسخ را به ما ارائه می‌کند و مقادیر  $R$  و  $r$  را قابل اندازه‌گیری می‌سازد. همچنین پاسخ به پرسش دوم نیز  $C_r$  را قابل اندازه‌گیری می‌کند. بنابراین با داشتن یک نقطه از منحنی و معلوم شدن یک پارامتر مجهول، تنها پارامتر مجهول دیگر یعنی  $k_2$  نیز قابل اندازه‌گیری خواهد شد. بر اساس مدل ارائه شده [۹]، مدل برنامه‌ریزی ریاضی زیر در [۱۰] برای تخصیص بودجه‌های ارتباط با مشتری ارائه شده است:

$$\begin{aligned} \text{Max } CE &= am - A + \frac{a}{1+d-r}(mr - R) \\ \text{subject to} \\ A + aR &\leq B \\ A, R &\geq 0 \end{aligned} \quad (1)$$

که در رابطه مذکور  $a$  نرخ جذب و  $r$  نرخ نگهداری مشتری می‌باشد.  $A$  و  $R$  به ترتیب عبارتند از هزینه تخصیص یافته برای جذب هر مشتری بالقوه در یک بخش از مشتریان و هزینه تخصیص یافته برای نگهداری هر مشتری کنونی آن بخش.  $m$  حاشیه سود به دست آمده به ازای هر مبادله با مشتری و  $d$  نرخ تنزیل مناسب برای سرمایه‌گذاری می‌باشد. منظور از  $CE$  همان حقوق صاحبان سهام از ارزش مشتری<sup>۱</sup> می‌باشد که یک سنجه نسبتاً جدید برای اندازه‌گیری سود درازمدت سازمان در ارتباط با مشتریان می‌باشد.  $B$  نیز کل بودجه قابل تخصیص به فعالیت‌های ارتباط با مشتری می‌باشد.

همان طور که مشاهده می‌شود در روابط فوق نرخ جذب و نرخ نگهداری قابل مشاهده هستند. یک فرض منطقی آن است که نرخ جذب و نگهداری تابعی از میزان بودجه‌های صرف شده برای جذب و نگهداری یعنی  $A$  و  $R$  باشند. در این صورت ریاضیات تصمیم‌ابزاری کاربردی برای ارائه این توابع می‌باشد.

نویسندگان مقاله [۱۱] به مساله کیفیت و جهت‌گیری کانال‌های ارتباط با مشتری نیز توجه نموده‌اند. آنها برای این منظور اقدام به کمی نمودن مقادیر  $C_a$  و  $C_r$  نموده‌اند. به این ترتیب در مدل آنها این پارامترها مقادیری درونزاد<sup>۲</sup> (نه برونزاد<sup>۳</sup>) در نظر گرفته می‌شوند. برای محاسبه این پارامترها روابط زیر پیشنهاد می‌گردد:

$$C_r = \beta_0 - \beta_1 \theta^{\beta_2} \quad \text{و} \quad C_a = \alpha_0 + \alpha_1 \theta^{\alpha_2}$$

که در آن  $\theta \geq 0$ ،  $\alpha_i > 0$  و  $\beta_i > 0$  ( $i = 0, 1, 2$ ). جهت‌گیری کانال است؛  $\alpha_0$  نرخ سقف جذب کانال تماس کاملاً نگهداری‌گرا<sup>۴</sup> است (با مقدار  $\theta = 0$ )؛  $\beta_0$  نرخ سقف نگهداری است. مقادیر ثابت  $\alpha_1$  و  $\alpha_2$  شکل منحنی پاسخ جذب را تعیین

متعددی از این رویکرد تا کنون پیشنهاد شده‌اند که مهم‌ترین آنها عبارتند از: DETAILER, CALLPLAN, MEDIAC, ADBUDG, DEFENDER, ASSESSOR, SPRINTER, BRANDAID.

در مدل‌های تنظیم بودجه‌های بازاریابی، هدف، محاسبه میزان تخصیص کل بودجه برای انجام فعالیت‌های جذب یا نگهداری مشتریان روی همه مشتریان و بخش‌های بازار است [۱۰]. هدف از تخصیص بودجه، مشخص کردن نحوه تخصیص بودجه معین شده میان بخش‌های مختلف در جهت جذب یا نگهداری مشتریان می‌باشد [۱۶]. یکی از کارهای مهمی که می‌توان برای تنظیم یا تخصیص بودجه انجام داد، ساختن روابطی ریاضی است که بتوان به کمک آنها نرخ نگهداری یا جذب مشتری (در حالت کلی نرخ انتقال از یک وضعیت به وضعیت دیگر) را محاسبه نمود. ساختن این روابط به کمک ریاضیات تصمیم قابل انجام است.

[۹]، [۱۰]، [۱۱] و [۱۷] ریاضیات تصمیم را به طور موفق در تخصیص بودجه‌های بازاریابی به صورت موفق بین جذب و نگهداری مشتریان به کار برده‌اند. بلتبرگ و دایتون در [۹]، اولین مدل را ارائه نمودند که در آن نرخ جذب و نگهداری مشتری بر اساس تابع‌های پاسخ زیر محاسبه می‌گردد:

$$a = C_a(1 - e^{-k_1 A}) \quad \text{و} \quad r = C_r(1 - e^{-k_2 R})$$

در رابطه‌های فوق  $a$  نرخ نگهداری و  $r$  نرخ جذب مشتری می‌باشند که مقادیری بین صفر و یک هستند.  $C_a$  بیشترین میزان جذب مشتری (سقف جذب) است و  $C_r$  بیشترین میزان نگهداری مشتری (سقف نگهداری) می‌باشد. این پارامترها نیز مقادیری بین صفر و یک را اختیار می‌کنند. برای محاسبه تابع پاسخ  $a$  دو پرسش از مدیر مطرح می‌شود [۹]:

- در سال گذشته چه میزان صرف جذب مشتریان شده است؟ (نرخ جذب سال گذشته نیز قابل اندازه‌گیری است).

- سقف نرخ جذب مشتری چقدر است؟

پاسخ به پرسش اول یک نقطه از تابع پاسخ را به دست می‌دهد و مقادیر  $A$  و  $a$  را قابل اندازه‌گیری می‌سازد. همچنین پاسخ به پرسش دوم نیز  $C_a$  را قابل اندازه‌گیری می‌نماید. به این ترتیب با در اختیار داشتن مقادیر پرسش اول می‌توان تنها پارامتر نامعلوم منحنی پاسخ یعنی  $k_1$  را نیز اندازه‌گیری نمود.

برای محاسبه تابع پاسخ  $r$  نیز مانند تابع پاسخ  $a$  عمل می‌شود. از مدیر خواسته می‌شود که به دو پرسش زیر پاسخ گوید [۹]:

- در سال گذشته به چه میزان صرف نگهداری مشتریان شده است؟ (نرخ جذب سال گذشته نیز قابل اندازه‌گیری است).

- سقف نرخ نگهداری مشتریان چقدر است؟

<sup>1</sup> Customer Equity

<sup>2</sup> Endogenous

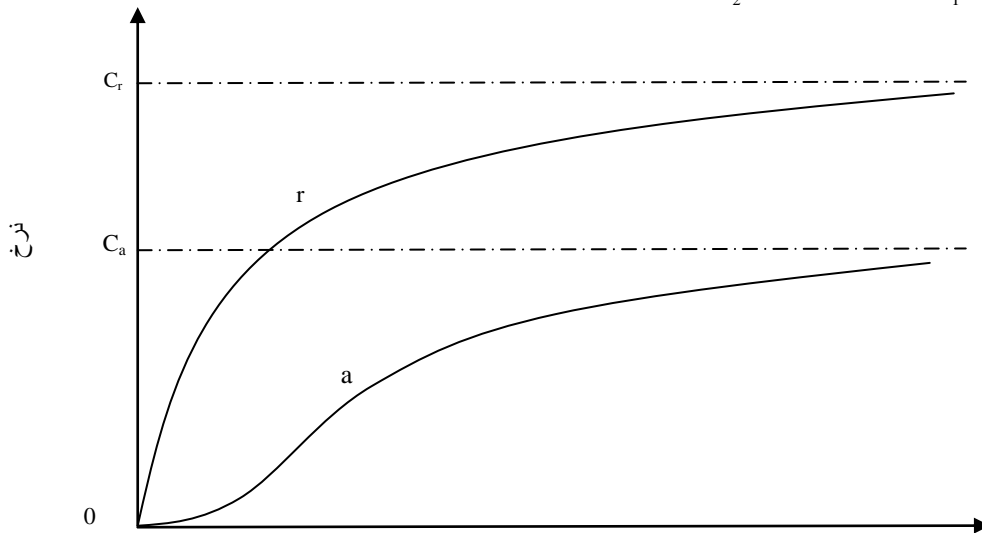
<sup>3</sup> Exogenous

<sup>4</sup> Retention-Oriented

که در روابطه بالا مقادیر  $b_1, b_2, w_1$  و  $w_2$  مقادیر ثابت مثبتی هستند. این مقادیر این خاصیت را ایجاد می‌کنند که منحنی مقعر یا S-شکل ایجاد می‌نمایند. مقعر یا S-شکل بودن منحنی به مقادیر  $b_1$  و  $b_2$  بستگی دارد. این مقادیر توسط داده‌های واقعی تعیین می‌گردد. وقتی  $b_1 > 1$  و  $b_2 > 1$ ، منحنی‌ها S-شکل خواهند بود. در غیر این صورت منحنی مقعر می‌شود. شکل ۱ حالتی را نشان می‌دهد که در آن نرخ جذب S-شکل است در حالی که نرخ نگهداری منحنی مقعر را نشان می‌دهد.

می‌کند.  $\beta_1$  و  $\beta_2$  شکل منحنی نگهداری را تعیین می‌کند. داده‌های واقعی برای تعیین مقادیر پارامترها و بنابراین شکل منحنی‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرد [۱۱]. در مورد شکل تابع پاسخ برای تبلیغات مشتری، در ادبیات S شکل بودن این منحنی در بسیاری از تحقیقات مورد اشاره قرار گرفته و ثابت شده است [۱۱ و ۱۲]؛ در حالی که برخی تحقیقات حالت مقعر را نشان می‌دهند [۱۲]. به همین منظور [۱۱] منحنی‌های پاسخ زیر را برای نرخ جذب و نگهداری پیشنهاد کرده‌اند:

$$r = C_r \frac{R^{b_2}}{w_2 + R^{b_2}} \quad \text{و} \quad a = C_a \frac{A^{b_1}}{w_1 + A^{b_1}}$$



هزینه‌های بازاریابی

شکل ۱. نمونه‌ای از منحنی نرخ جذب و نگهداری (نرخ جذب S-شکل و نرخ نگهداری مقعر)

اما چگونه می‌توان از مدل فوق استفاده کرد؟ پارامترهای مربوط به  $C_r$  و  $C_a$  به کمک قضاوت مدیریت اندازه‌گیری می‌شوند. در رابطه مربوط به محاسبه توابع نرخ جذب و نگهداری نخست باید از مدیریت پرسیده شود که:

- حداقل نرخ جذب (زمانی که هیچ تبلیغی وجود نداشته باشد) چقدر است؟
- حداقل نرخ نگهداری (زمانی که هیچ تبلیغی وجود نداشته باشد) چقدر است؟

سپس [۱۸] پیشنهاد می‌کند که برای مشخص نمودن منحنی جذب (تعیین پارامترهای  $w_1$  و  $b_1$ ) دو پرسش زیر پرسیده شود:

- میزان هزینه برای جذب و نرخ جذب کنونی
- اگر میزان هزینه جذب به ازای هر مشتری بالقوه<sup>۱</sup> به میزان ۱۰ واحد پولی افزایش یابد، نرخ جذب چقدر بیشتر می‌شود؟

مشکل دیگری که در همه روابط مذکور وجود دارد این است که اگر هیچ هزینه‌ای برای تبلیغات مصروف نگردد، نرخ‌های جذب و نگهداری صفر خواهند بود. در حالی که در دنیای واقعی چنین نیست [۱۱ و ۱۲]. به همین منظور رابطه‌های بالا به صورت زیر اصلاح می‌شوند [۱۸]:

$$a = a_0 + (C_a - a_0) \frac{A^{b_1}}{w_1 + A^{b_1}} \quad (2)$$

و

$$r = r_0 + (C_r - r_0) \frac{R^{b_2}}{w_2 + R^{b_2}} \quad (3)$$

در روابط اخیر،  $a_0$  و  $r_0$  به ترتیب نرخ‌های جذب و نگهداری در زمانی هستند که هیچ بودجه‌ای صرف نشده است. همان‌طور که گفته شد مقادیر  $C_a$  و  $C_r$  به ترتیب زیر قابل محاسبه هستند:

$$C_r = \beta_0 - \beta_1 \theta^{\beta_2} \quad \text{و} \quad C_a = \alpha_0 + \alpha_1 \theta^{\alpha_2}$$

<sup>1</sup> Prospect

اقتصادسنجی و مدل‌های دیگر ریاضی می‌توانند پاسخ‌گو باشند. هر قدر پیچیدگی افزایش یابد، روش‌های تحلیلی متکی بر ریاضیات مانند مدل‌های اقتصادسنجی قابلیت‌های خود را از دست می‌دهند؛ زیر این گونه مدل‌ها بر مبنای مفروضات مشخصی بنا شده‌اند که در محیط‌های پیچیده پاسخ‌گوی نیاز تصمیم‌گیرنده نیستند.

در این شرایط، تحلیل‌های مدیریتی نقش موثری در مدل‌های تصمیم‌گیری خواهند داشت. در واقع مدیران در این شرایط می‌توانند تحلیل‌هایی فراتر از اطلاعات موجود فراهم آورند. در صورتی که پیچیدگی پایین باشد اما سطح دسترسی به اطلاعات نیز پایین باشد، می‌توان از مدل‌های مبتنی بر قضاوت مدیریت استفاده نمود. اگر در شرایط که اطلاعات پایین است و پیچیدگی شرایط بالا باشد، اتکا به مدل‌های مبتنی بر قضاوت مدیریت بیشتر نیز خواهد شد.

پرسش‌های مشابهی برای مشخص نمودن منحنی نگهداری قابل طرح است.

### ۳. تخصیص منابع بازاریابی متکی بر ریاضیات تصمیم

با توجه به آنچه گفته شد و بررسی ادبیات موضوع، به طور کلی می‌توان گفت که در انتخاب مدل ریاضیات تصمیم موارد زیر تاثیرگذارند:

- عدم وجود اطلاعات [۱]
- پیچیدگی شرایط [۳]

شکل ۲ نشان می‌دهد که با توجه به عوامل تاثیرگذار فوق چه مدلی باید مورد استفاده قرار گیرد. در صورتی که سطح دسترسی به اطلاعات بالا باشد و شرایط بسیار پیچیده نباشد، مدل‌های

پیچیدگی شرایط		
پایین	بالا	
استفاده از مدل‌های مبتنی بر قضاوت مدیریت	استفاده از مدل‌های مبتنی بر قضاوت مدیریت	سطح دسترسی به اطلاعات
استفاده از مدل‌های ریاضی	استفاده از مدل‌های ترکیبی	بالا

شکل ۲. پیشنهادی برای استفاده از مدل‌ها بر اساس پیچیدگی و دسترسی به اطلاعات

فرض کنیم که  $\hat{g}(\cdot)$  تابع پاسخی است که برآورد میزان نرخ جذب یا نگهداری را به ما ارائه می‌کند. در بحث فعلی این توابع همان روابط (۱) و (۲) هستند. در هر یک از روابط بالا دو پارامتر با مقادیر نامعلوم بایستی برآورد شوند که عبارتند از  $b_1$ ،  $b_2$ ،  $w_1$  و  $w_2$ .

همانطور که گفته شد، [۱۱] پیشنهاد می‌کنند که برای هر تابع باید دو نقطه از آن (یکی بر اساس داده‌های واقعی و دیگری بر اساس قضاوت مدیریت) تعیین شوند. این در حالی است که شرکت معمولاً داده‌هایی از گذشته در اختیار دارد. از آنجا که توابع پاسخ نگهداری و جذب مشابه یکدیگر هستند، فعلاً به بررسی یکی از آنها مثلاً تابع پاسخ جذب می‌پردازیم.

فرض کنید که  $m$  مقدار از گذشته در اختیار هستند که هر یک از این مقادیر را با یک زوج  $(A_t, a_t)$  نشان دهیم.  $A_t$  نشان دهنده میزان بودجه تخصیص یافته برای جذب در دوره  $t$  است و  $a_t$  نشان دهنده نرخ جذبی که در آن دوره به دست آمده است. در صورتی که بتوان پارامترهای مناسب  $w_1$ ،  $b_1$  را یافت، تابع پاسخ مناسب را پیدا نموده‌ایم. اگر مقدار تابع به ازای  $A_t$  برآورد شود،

در مواردی که داده‌هایی از گذشته در مورد نحوه تخصیص منابع در دسترس باشد، ترکیبی از قضاوت مدیریت و داده‌های گذشته می‌تواند مفید واقع شود. در مدل‌های پیشنهادی [۱۰]، [۱۱] و [۱۸] اتکای اصلی بر قضاوت مدیریت است. پاسخ به پرسش‌های مربوط به حداقل نرخ جذب یا نگهداری و افزایش هزینه جذب یا نگهداری نسبت به میزان کنونی به یک مقدار مشخص متکی بر قضاوت مدیریت است.

در حالی که میزان کنونی تبلیغات و نرخ‌های جذب و نگهداری کنونی مقداری عینی می‌باشند.

اکنون اگر از گذشته داده‌های بیشتری وجود داشته باشد، چگونه می‌توان از این داده‌های موجود برای بهبود مدل استفاده کرد؟ انتظار این است که وجود داده‌های گذشته ما را در بهبود مدل یاری نمایند. برای اعمال این داده‌های گذشته که معمولاً در پایگاه داده‌ای سازمان وجود دارند، به پیشنهاد [۱۹] توجه می‌کنیم. آنها ترکیبی از روش‌های آماری و برآورد مبتنی بر قضاوت را پیشنهاد می‌نمایند.

<sup>۱</sup> Objective

مشتری و سازمان را به حالت‌های بیشتری می‌توان طبقه‌بندی کرد. مزیت این کار در این است که طبقه‌بندی بهتری از مشتریان ارایه می‌شود و در نتیجه امید می‌رود به نتایج مطلوب‌تری دست پیدا کنیم.

یکی از مدل‌های ارایه شده مدل ارایه شده در [۲۰] است. در این مدل که از مدل زنجیره مارکوف استفاده می‌شود، باید حالت‌های متعددی از که مشتری در ارتباط با سازمان می‌تواند داشته باشد را شناسایی نمود و احتمال انتقال از حالات متعدد را در ماتریسی تحت عنوان ماتریس انتقال<sup>۱</sup> جمع‌بندی نمود. در این بخش رویکردی را برای بهینه‌سازی به کمک مدل ارایه شده در [۲۰] و بر پایه ریاضیات تصمیم ارایه می‌کنیم. گام‌های رویکرد ارایه شده به ترتیب زیر است:

- شناسایی حالت‌های ارتباط با مشتری
- تهیه ماتریس انتقال و محاسبه احتمالات ماتریس مذکور به کمک رویکرد ریاضیات تصمیم
- اتخاذ سناریوهای محتمل جهت تخصیص بودجه
- تخصیص بهینه بودجه ارتباط با مشتری

#### ۵-۱. شناسایی حالت‌های ارتباط با مشتری

برای تخصیص بهینه منابع لازم است که مشتریان از نظر سطح رابطه باید شناخته شوند. به عنوان مثال در حالتی بسیار ساده می‌توان مشتریان را می‌توان به مشتریان بالقوه، مشتریان کنونی و مشتریان پیشین دانست. ساده‌ترین حالت که در مدل‌های پیشین همه همین حالت را در نظر گرفته‌اند و در بخش قبلی مدل ارایه شده نیز همین حالت را در نظر گرفت، حالتی است که مشتریان تنها دو حالت داشته باشند: یا مشتری فعلی ما هستند یا مشتری فعلی ما نیستند. همچنین می‌توان مشتریان را از لحاظ دوره رابطه به بخش‌هایی تقسیم‌بندی نمود. به عنوان نمونه، در صنعت ارتباطات سیار<sup>۲</sup> می‌توان مشتریان را بر حسب مدت رابطه به دسته‌هایی تقسیم کرد.

در پیشینه موضوع سطوح رابطه از دیدگاه‌های مختلفی شناسایی شده است. در ساده‌ترین حالت، در [۱۰] و [۱۱] مشتریان را به دو دسته مشتریان بالقوه و مشتریان کنونی تقسیم می‌نمایند. در ییتحقیقی دیگری مشتریان کنونی را به سه دسته تقسیم می‌شوند: آشنایان، دوستان و شرکا [۲۱]. در یک ییتحقیق دیگری سه حالت را برای سطح رابطه با مشتری پیشنهاد می‌شود: مشتریان بالقوه، مشتریان کنونی و مشتریان گذشته<sup>۳</sup> [۲۲].

مقداری مانند  $\hat{a}_t$  حاصل خواهد شد. هدف این است که میزان مغایرت این مقدار از نرخ واقعی جذب که در دوره‌های گذشته مشاهده شده است، کمینه گردد. این مفهوم را به صورت زیر می‌توان نشان داد:

$$\text{Min } f = \sum_{t=1}^m e^2 = \sum_{t=1}^m (a_t - \hat{a}_t)^2 \quad (4)$$

با توجه به رابطه کلی پیشنهاد شده برای تابع می‌توان به طور مشخص چنین نوشت:

$$\text{Min } f = \sum_{t=1}^m (a_t - a_0 - (c_a - a_0) \frac{A_t^{b_1}}{w_1 + A_t^{b_1}})^2 \quad (5)$$

برای یافتن پارامترهای مجهول  $b_1$  و  $w_1$  نسبت به این مقادیر از رابطه بالا مشتقات جزئی می‌گیریم:

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial b_1} &= 0 \\ \frac{\partial f}{\partial w_1} &= 0 \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \sum_{t=1}^m (a_t - a_0 - (c_a - a_0) \frac{A_t^{b_1}}{w_1 + A_t^{b_1}}) \cdot \frac{A_t^{b_1} \ln A_t}{(w_1 + A_t^{b_1})^2} &= 0 \\ \sum_{t=1}^m (a_t - a_0 - (c_a - a_0) \frac{A_t^{b_1}}{w_1 + A_t^{b_1}}) \cdot \frac{A_t^{b_1}}{(w_1 + A_t^{b_1})^2} &= 0 \end{aligned} \quad (7)$$

اکنون با حل مدل فوق می‌توان پارامترهای  $b_1$  و  $w_1$  را تعیین نمود. همین فرایند برای تعیین پارامترهای تابع پاسخ نگهداری نیز قابل انجام است.

#### ۴. رویکردی جدید برای تخصیص بودجه‌های بازاریابی

##### به کمک ریاضیات تصمیم

در بخش قبل به مدلی اشاره شد که در آن با توجه به بودجه مشخص سازمان، تخصیص منابع به گونه‌ای انجام می‌شود که حقوق صاحبان سهام از ارزش مشتری (CE) بیشینه شود. در مدل اشاره شده افراد بازار هدف یا مشتری ما هستند یا مشتری ما نیستند که در این حالت به آنها مشتری بالقوه اطلاق می‌کنیم. اخیراً مدل‌های پیچیده‌تری ارایه شده‌اند که در آنها روابط بین

<sup>1</sup> Transition Matrix

<sup>2</sup> Telecommunication Industry

<sup>3</sup> Former Customers

داده از گذشته در اختیار داشته باشیم، بهتر است که آنها را در مدل مورد استفاده قرار دهیم. به این منظور، باید دستگاه معادلات زیر حل شود:

$$\sum_{t=1}^m (p_{ij}^t - p_{ij}^0 - (c_{ij} - p_{ij}^0) \frac{S_{ij,t}^{b_{ij}}}{w_{ij} + S_{ij,t}^{b_{ij}}}) \cdot \frac{S_{ij,t}^{b_{ij}} \ln S_{ij,t}^{b_{ij}}}{(w_{ij} + S_{ij,t}^{b_{ij}})} = 0$$

$$\sum_{t=1}^m (p_{ij}^t - p_{ij}^0 - (c_{ij} - p_{ij}^0) \frac{S_{ij,t}^{b_{ij}}}{w_{ij} + S_{ij,t}^{b_{ij}}}) \cdot \frac{S_{ij,t}^{b_{ij}}}{(w_{ij} + S_{ij,t}^{b_{ij}})^2} = 0 \quad (8)$$

• که در روکه در روابط بالا مقادیر  $w_{ij}$ ،  $b_{ij}$  مقادیر ثابت مثبتی هستند.

### ۵-۳. اتخاذ سناریوهای مختلف جهت تخصیص بودجه

#### ارتباط با مشتری

مقادیر احتمالات ماتریس انتقال به دست آمده از بخش قبل تابعی از میزان هزینه‌ای که صرف آن بخش از بازار خواهد شد، می‌باشد. به عبارت دیگر هر یک از احتمالات محاسبه شده تابعی از هزینه‌ها می‌باشد. به منظور تخصیص بودجه مناسب ضروری است که همه سناریوهای در دسترس برای تبلیغات و ارتباط با مشتری شناسایی شوند و در قالب طرح‌های موجه که از میزان بودجه تنظیم شده بیشتر نباشد، ارائه شوند. طبیعی است که برای هر سناریو یک ماتریس انتقال به دست می‌آید که مقادیر احتمالات آنها قابل محاسبه است.

#### ۵-۴. تخصیص بودجه بهینه

وقتی سناریوهای مختلف شناسایی شدند و ماتریس انتقال برای هر سناریو آماده شد، امکان این وجود دارد که به کمک برنامه‌ریزی پویای احتمالی یا در صورتی که ماتریس انتقال، تحویل‌ناپذیر<sup>۲</sup> باشد از روش پیشنهادی [۲۰] استفاده کرد.

### ۵. مثال عددی و بحث

در اینجا برای نمایش نحوه استفاده از مدل‌های بیان شده در قسمت قبل، دو مثال عددی ارائه و حل می‌شود. در مثال اول که از یک نمونه موردی موجود در ادبیات موضوع در مقاله [۱۰] و [۱۱] برداشته شده است، نشان داده می‌شود که چگونه می‌توان از مدل‌های ترکیبی استفاده کرد. در مثال دوم مفهوم سطوح مختلف رابطه و مدل‌سازی آن را نشان می‌دهیم.

**مثال عددی ۱:** اکنون به کمک نمونه استفاده شده در [۱۰] و [۱۱] نحوه عملکرد مدل ارائه شده را نشان می‌دهیم. فرض کنید

یکی دیگر از روش‌های تشخیص سطح رابطه، استفاده از رویکرد RFM است [۲۳]، که در صنعت ارتباطات سیار کمتر قابل استفاده است. زیرا Recency و Frequency نمی‌توانند، مفاهیم قابل استفاده‌ای در این زمینه باشند. اما Monetary در صنعت ارتباطات سیار می‌تواند مفهوم داشته باشد. یکی دیگر از شاخص‌های سطح رابطه، طول مدت رابطه است که می‌تواند نشان دهنده قدرت رابطه در نظر گرفته شود [۲۴]. طول مدت رابطه در صنعت ارتباطات سیار منطقی و قابل درک است و می‌تواند نشان دهنده قدرت رابطه باشد؛ زیرا هر چقدر طول رابطه بیشتر شده باشد، می‌تواند نشانه‌ای از رضایت بالا و هزینه‌های تعویض<sup>۱</sup> بالا برای مشتری باشد که می‌توانند موجبات وفاداری مشتریان را فراهم کنند [۲۴]. هر چند در برخی صنایع طول رابطه ممکن است بر روی قوت رابطه اثر نداشته باشد [۲۳].

### ۵-۲. تهیه ماتریس انتقال به کمک ریاضیات تصمیم

ابتدا کل انتقال‌ها از یک حالت به حالت دیگر را شناسایی می‌نماییم. سپس برای هر یک از این حالت‌ها احتمال انتقال را به کمک ریاضیات تصمیم مدل‌سازی و در یک ماتریس انتقال خلاصه می‌کنیم. احتمال انتقالات مطلوب به کمک بودجه تخصیص یافته به آنها قابل محاسبه است. در این مرحله عناصر ماتریس به صورت پارامتری و وابسته به میزان بودجه تهیه می‌شود.

به منظور مشخص نمودن احتمالات به حالت‌های مطلوب در ماتریس انتقال ارائه شده، پیشنهاد می‌گردد که گام‌های زیر طی شود:

مدیر بر اساس قضاوت خود به پرسش‌های زیر پاسخ می‌گوید:

- حداقل نرخ انتقال از حالت  $i$  به حالت  $j$  چقدر است (این نرخ بر این اساس تعیین می‌گردد که هیچ بودجه‌ای صرف این دسته از مشتریان نشود)؟
- سقف نرخ انتقال مشتریان از حالت  $i$  به حالت  $j$  چقدر می‌تواند باشد؟

اکنون برای تعیین پارامترهای مجهول  $w_{ij}$  و  $b_{ij}$  باید به داده‌های موجود و در صورت عدم وجود به قضاوت مدیریت مراجعه نماییم. با توجه به وجود دو پارامتر مجهول، باید حداقل دو جواب پیدا شود. هر جواب به صورت زوج  $(S_{ij}, P_{ij})$  نمایش داده می‌شود، که مقدار بودجه صرف شده کنونی یا گذشته و نرخ انتقال حاصل از آن دوره را نشان می‌دهد. در صورتی که دو داده وجود داشته باشد، دستگاه معادلات در دست را حل می‌کنیم و پارامترهای مجهول را مورد محاسبه قرار می‌دهیم. در صورتی که بیش از دو

<sup>2</sup> Irreducible

<sup>1</sup> Switching Cost



حل مساله فوق جواب‌های زیر را به دست می‌دهد:

$$w_1 = 1.48, b_1 = 176.31$$

این جواب‌ها به این دلیل که از همه داده‌های موجود در تعیین آنها استفاده شده است، می‌توانند اثربخشی بیشتری داشته باشند.

**مثال عددی ۲:** فرض کنید یک اپراتور تلفن همراه می‌خواهد بودجه‌های فعالیت‌های ارتباط با مشتری خود را به صورت بهینه تخصیص دهد.

**گام اول:** شناسایی حالت‌های مشتری

در گام اول، باید حالت‌های مشتریان را شناسایی شود. با توجه به اثر طول رابطه بر سطوح رابطه با مشتریان، ۱۲ حالت زیر برای مشتریان، قابل شناسایی است:

- مشتریان بالقوه‌ای که در حال حاضر مشتری ما نیستند.
- مشتریان با یک دوره رابطه
- مشتریان با دو دوره رابطه
- مشتریان با سه دوره رابطه
- مشتریان با چهار دوره رابطه
- مشتریان با پنج دوره رابطه
- مشتریان با شش دوره رابطه
- مشتریان با بیش از شش دوره رابطه
- مشتریانی که شماره آنها موقتاً مسدود شده و پس از گذشت یک دوره هنوز قبض خود را پرداخت نکرده‌اند.
- مشتریانی که شماره آنها موقتاً مسدود شده و پس از گذشت دو دوره هنوز قبض خود را پرداخت نکرده‌اند.
- مشتریانی که شماره آنها موقتاً مسدود شده و بیش از دو دوره است که قبض خود را پرداخت نکرده‌اند.
- افرادی که زمانی مشتری ما بودند ولی دیگر مشتری ما نیستند و از خدمات ما استفاده نمی‌کنند.

**گام دوم:** تهیه ماتریس انتقال

همه سطوح ۱۲ گانه روابط گفته شده و احتمالات انتقال بین آنها را می‌توان در یک ماتریس  $12 \times 12$  خلاصه نمود. درایه  $(i, j)$  ماتریس انتقال، نشان دهنده احتمال انتقال از سطح  $i$  به سطح  $j$  می‌باشد. برای آن دسته از درایه‌های ماتریس که احتمال انتقال ندارند، عدد صفر را به عنوان احتمال انتقال وارد کرده‌ایم. در زیر ماتریس انتقال قابل مشاهده است:

که از مدیریت خواسته شده است که به این پرسش پاسخ گوید که اگر میزان هزینه جذب به بیشینه خود برسد، نرخ جذب حداکثر چه مقدار خواهد بود. فرض کنید که پاسخ مدیر 60% باشد. در مثال [۱۱] از مدیر خواسته شده است که به این پرسش پاسخ گوید که در صورتی که هیچ هزینه‌ای برای جذب انجام نشود، نرخ جذب چه میزان خواهد بود. فرض کنید که مدیر به این پرسش 1% پاسخ دهد. همین پرسش‌ها برای نگهداری مشتری نیز پرسیده می‌شود و فرض کنید که پاسخ‌ها به ترتیب 0.65 و 0.05 باشد.

در [۱۱] گفته شده است که برای تعیین دو پارامتر مجهول دیگر (در هر مدل) دو پرسش پرسیده شود که یکی وضعیت جاری را اندازه‌گیری می‌کند (که مقدار آن واقعی و عینی است) و دیگری وضعیتی است که میزان افزایش در بودجه و اثر آن بر جذب (و همچنین نگهداری) از مدیر پرسیده می‌شود. پاسخ این پرسش بر اساس قضاوت مدیریت و لذا ذهنی خواهد بود.

بر اساس مثال ارائه شده مدیر وضعیت جاری را چنین بیان کرده است: ۱۰ واحد پولی به ازای هر مشتری بالقوه و نرخ جذب ۱۰٪. همچنین مدیر قضاوت زیر را نیز بیان کرده است: ۲۰ واحد پولی به ازای هر مشتری بالقوه نرخ ۲۰٪ جذب را در پی دارد. برای نرخ نگهداری نیز نتایج زیر حاصل شده است: هزینه ۲۰ واحد پولی و نرخ نگهداری ۳۳٪ وضعیت کنونی را نشان می‌دهد. همچنین اگر هزینه نگهداری هر مشتری ۳۰ واحد پولی باشد، نرخ نگهداری بر اساس پیش‌بینی مدیر ۵۰٪ خواهد بود.

به کمک اعداد ارائه شده فوق [۱۱] پارامترها را به صورت ذیل برآورد نموده‌اند:

$$b_1 = 1.93, w_1 = 472.43, b_2 = 3.04, w_2 = 10,271.23$$

طبیعی است که به جای قضاوت مدیریت اگر داده‌ای از گذشته وجود داشته باشد، می‌توان آن را به جای قضاوت مدیریت مورد استفاده قرار داد. ما فرض می‌کنیم که همه داده‌های فوق در دسترس ما هستند و در ضمن یک داده دیگر از نیز از گذشته وجود دارد. به عنوان مثال فرض کنید که از گذشته می‌دانیم که اگر ۴۰ واحد پولی صرف هزینه جذب هر مشتری بالقوه گردد، نرخ جذب ۳۵٪ خواهد بود.

اکنون می‌توانیم از مدل پیشنهادی این تحقیق، استفاده نماییم.

$$\sum_{t=1}^3 (a_t - 0.01 - (0.60 - 0.01) \frac{A_t^{b_1}}{w_1 + A_t^{b_1}}) \cdot \frac{A_t^{b_1} \ln A_t}{(w_1 + A_t^{b_1})} = 0$$

$$\sum_{t=1}^3 (a_t - 0.01 - (0.60 - 0.01) \frac{A_t^{b_1}}{w_1 + A_t^{b_1}}) \cdot \frac{A_t^{b_1}}{(w_1 + A_t^{b_1})^2} = 0$$

$$\begin{pmatrix} p_{1,1} & p_{1,2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p_{2,3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_{2,9} & 0 & 0 & p_{2,12} \\ 0 & 0 & 0 & p_{3,4} & 0 & 0 & 0 & 0 & p_{3,9} & 0 & 0 & p_{3,12} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & p_{4,5} & 0 & 0 & 0 & p_{4,9} & 0 & 0 & p_{4,12} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_{5,6} & 0 & 0 & p_{5,9} & 0 & 0 & p_{5,12} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_{6,7} & 0 & p_{6,9} & 0 & 0 & p_{6,12} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_{7,8} & p_{7,9} & 0 & 0 & p_{7,12} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_{8,8} & p_{8,9} & 0 & 0 & p_{8,12} \\ 0 & p_{9,2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_{9,10} & 0 & p_{9,12} \\ 0 & p_{10,2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_{10,11} & p_{10,12} \\ 0 & p_{11,2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_{11,11} & p_{11,12} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_{12,12} \end{pmatrix}$$

فرض می‌کنیم که برای هر حالت  $i$  ما بودجه‌ای به اندازه  $S_i$  صرف می‌کنیم. برای مشتریان بالقوه حالت ۱، می‌توان روابط زیر را بر اساس رابطه کلی پیشنهادی نوشت:

$$p_{1,2} = p_{1,2}^0 + (c_{i,2} - p_{1,2}^0) \frac{S_1^{b_{1,2}}}{w_{1,2} + S_1^{b_{1,2}}} \quad (10)$$

و

$$p_{1,1} = 1 - p_{1,2} \quad (11)$$

در رابطه اول، احتمال انتقال از حالت ۱ به حالت ۲ بستگی به میزان بودجه‌ای دارد که شرکت بر روی مشتریان بالقوه صرف می‌کند. احتمال انتقال از حالت ۱ به ۲ وقتی که هیچ بودجه‌ای صرف نشود  $p_{1,2}^0$  است که در رابطه بالا قابل رویت است.  $S_1$  میزان بودجه‌ای است که روی هر مشتری حالت ۱ هزینه می‌شود.  $w_{1,2}$  و  $b_{1,2}$  مقادیر ثابتی هستند که تحلیل‌گر برآورد خواهد کرد.

برای مشتریان حالت‌های ۲ تا ۸ می‌توان احتمالات را از رابطه زیر برآورد کرد:

$$p_{i,i+1} = p_{i,i+1}^0 + (c_{i,i+1} - p_{i,i+1}^0) \frac{S_i^{b_{i,i+1}}}{w_{i,i+1} + S_i^{b_{i,i+1}}} \quad (12)$$

برای محاسبه احتمال‌های  $p_{i,12}$  و  $p_{i,9}$  برای  $i = 2, \dots, 8$  می‌توانیم از اطلاعات موجود در پایگاه داده‌ای موجود استفاده کنیم. بنابراین، نسبت زیر را تعریف می‌کنیم:

$$\alpha_i = \frac{d_i}{d_i + b_i} \quad (13)$$

قابل ذکر است که در تهیه ماتریس فوق فرض شده است که مشتریانی که دیگر مشتری ما نیستند، قابل جذب نیستند و اگر ما یک مشتری را از دست دادیم، امکان جذب وی دیگر وجود ندارد. همچنین فرض شده است که اگر یک مشتری در سطح ۹ تا ۱۱ قرار گیرد و سپس مبلغ بدهی خود را پرداخت نماید، به سطح ۲ باز خواهد گشت. براساس دستگاه معادلاتی که در بخش قبل ارایه کردیم، می‌توانیم رویکرد مشابهی را برای محاسبه احتمالات داشته باشیم.

با اتکا به روش پیشنهادی [۱۱] احتمال انتقال از حالت  $i$  به حالت  $j$  را می‌توان به صورت زیر محاسبه کرد:

$$p_{i,i+1} = p_{i,i+1}^0 + (c_{i,i+1} - p_{i,i+1}^0) \frac{S_i^{b_{i,i+1}}}{w_{i,i+1} + S_i^{b_{i,i+1}}} \quad (9)$$

همان طور که مشاهده می‌شود، احتمال انتقال مشتری از یک حالت به حالت دیگر، تابعی از هزینه‌ای است که صرف مشتری آن حالت می‌شود. این احتمال را در رابطه بالا با  $p_{ij}$  نشان می‌دهیم. احتمال انتقال از حالت  $i$  به حالت  $j$  در حالتی که میزان تخصیص بودجه به مشتری صفر باشد را با  $p_{ij}^0$  نمایش می‌دهیم.  $c_{ij}$  سقف احتمال انتقال از  $i$  به  $j$  می‌باشد.  $S_{ij}$  هزینه‌ای است که صرف کل مشتریانی می‌شود که از  $i$  به  $j$  انتقال پیدا می‌کنند.  $w_{ij}$  و  $b_{ij}$  پارامترهای مدل هستند، که باید تعیین شوند. معادله پیشنهادی را می‌توان برای احتمال انتقال از یک حالت به حالت دیگر مورد استفاده قرار داد. برای مثال،

$$p_{8,8} = p_{8,8}^0 + (c_{8,8} - p_{8,8}^0) \frac{S_i^{b_{8,8}}}{w_{8,8} + S_i^{b_{8,8}}}$$

برای تهیه ماتریس انتقال، فرض کنید که اطلاعات زیر از مدیر دریافت شده است:

- ما می‌توانیم مشتریان بالقوه را از حالت ۱ به ۲ با نرخ ۰/۲ جذب کنیم؛ در صورتی که هیچ هزینه‌ای بر روی آنها صرف نشود.

- حداکثر نرخ جذب مربوط به مشتریان حالت ۱ برای انتقال به حالت ۲، ۰/۸ است.

- ما همچنین اطلاعات زیر را برای نرخ جذب مشتریان حالت ۱ داریم. هر جفت به ترتیب نشان دهنده میزان هزینه تخصیص یافته به ازای هر مشتری و نرخ جذب کلی است:  $(40,0.5)$  و  $(50,0.6)$ .

بر اساس اطلاعات دریافت شده، دستگاه معادلات زیر به دست می‌آید:

$$\sum_{i=1}^m (p'_{1,2} - 0.2 - (0.8 - 0.2) \frac{S_{1,t}^{b_{2,3}}}{w_{1,2} + S_{1,t}^{b_{1,2}}}) \cdot \frac{S_{1,t}^{b_{1,2}} \ln S_{1,t}}{(w_{2,3} + S_{1,t}^{b_{1,2}})} = 0$$

$$\sum_{i=1}^m (p'_{1,2} - 0.2 - (0.8 - 0.2) \frac{S_{1,t}^{b_{1,2}}}{w_{1,2} + S_{1,t}^{b_{1,2}}}) \cdot \frac{S_{1,t}^{b_{1,2}}}{(w_{1,2} + S_{1,t}^{b_{1,2}})^2} = 0$$

جواب موجه به دست آمده از دستگاه فوق عبارت است از:  $w_1 = 94722$  و  $b_1 = 3.0000$  بنابراین، احتمال انتقال از حالت ۱ به حالت مطلوب ۲ عبارت است از:

$$p_{1,2} = 0.2 + 0.6 \frac{S_1^8}{94722 + S_1^8}$$

به شیوه مشابهی می‌توان سایر احتمالات ماتریس انتقال را محاسبه کرد. پارامترهای برآورد شده مدل به شرح است.

جدول ۱. مقادیر پارامترهای ورودی

احتمال	نرخ کمینه	نرخ بیشینه	زوج جواب اول	زوج جواب دوم
$p_{2,2}$	0.4	0.85	(40,0.7)	(50,0.8)
$p_{2,4}$	0.6	0.9	(40,0.75)	(50,0.8)
$p_{4,5}$	0.65	0.95	(40,0.8)	(50,0.85)
$p_{5,6}$	0.7	0.95	(40,0.85)	(50,0.9)
$p_{6,7}$	0.7	0.95	(40,0.85)	(50,0.9)
$p_{7,8}$	0.7	0.95	(40,0.85)	(50,0.9)
$p_{8,9}$	0.7	0.95	(40,0.85)	(50,0.9)
$p_{9,2}$	0.3	0.9	(40,0.7)	(50,0.8)
$p_{10,2}$	0.2	0.8	(40,0.5)	(50,0.6)
$p_{11,2}$	0.1	0.4	(40,0.2)	(50,0.3)

نتیجه همه دستگاه‌های معادلات حاصل از جدول بالا را در جدول ۲ خلاصه کرده‌ایم.

در رابطه بالا  $d_i$  تعداد مشتریانی است که در پایگاه داده‌ای از حالت  $i$  به مشتریان رویگردان شرکت تبدیل شده‌اند و  $b_i$  نیز تعداد مشتریانی است که در پایگاه داده‌ای از حالت  $i$  به حالت ۹ رفته‌اند (یعنی قبض خود را یک دوره پرداخت نکرده‌اند).  $\alpha_i$  نیز نسبت مشتریان رویگردان به کل مشتریانی است که از حالت  $i$  به یک حالت نامناسب رفته‌اند. با وجود رابطه بالا احتمالات حالت-های نامطلوب را به صورت زیر می‌توان تخمین زد:

$$p_{i,9} = (1 - \alpha_i)(1 - p_{i,i+1}) \quad (14)$$

$$p_{i,12} = \alpha_i(1 - p_{i,i+1}) \quad (15)$$

برای  $i = 9, 10, 11$  هدف این است که بودجه برای بازگشت دادن مشتریان به حالت هزینه شود. بنابراین، رابطه زیر را برای احتمال انتقال به حالت ۲ بر اساس ریاضیات تصمیم، پیشنهاد می‌دهیم:

$$p_{i,2} = p_{i,2}^0 + (c_{i,2} - p_{i,2}^0) \frac{S_i^{b_{i,2}}}{w_{i,2} + S_i^{b_{i,2}}} \quad (16)$$

حالت ۲ برای مشتریان حالت‌های ۹، ۱۰ و ۱۱ مطلوب است؛ هر چند دو حالت نامطلوب نیز برای مشتریان موجود در این حالت‌ها وجود دارد. مشابه آنچه برای مشتریان حالت‌های ۲ تا ۸ گفتیم، می‌توانیم احتمالات را با تعریف نسبت زیر محاسبه کنیم:

$$\alpha_i = \frac{d_i}{d_i + b_i} \quad (17)$$

در معادله بالا  $d_i$  تعداد مشتریانی است که در پایگاه داده‌ای از حالت  $i$  به مشتریان رویگردان تبدیل شده‌اند و  $b_i$  نیز تعداد مشتریانی است که در پایگاه داده‌ای از حالت  $i$  هنوز قبض خود را پرداخت نکرده‌اند ولی نمی‌توان گفت که تبدیل به مشتریان رویگردان شده‌اند. اکنون برای سه حالت ۹، ۱۰ و ۱۱ داریم:

$$p_{i,12} = \alpha_i(1 - p_{i,2}) \quad (18)$$

برای سایر احتمالات باقی‌مانده که در ماتریس انتقال هنوز حساب نشده‌اند، داریم:

$$p_{9,10} = (1 - \alpha_9)(1 - p_{9,2})$$

$$p_{10,11} = (1 - \alpha_{10})(1 - p_{10,2})$$

$$p_{11,11} = (1 - \alpha_{11})(1 - p_{11,2})$$

$$p_{12,12} = 1$$

برای دوره‌ای که تمرکز بر نگهداری مشتریان است، ماتریس زیر را خواهیم داشت:

0.8	0.2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0.43	0	0	0	0	0	0.285	0	0	0.285	0
0	0	0	0.62	0	0	0	0	0.19	0	0	0.19	0
0	0	0	0	0.67	0	0	0	0.155	0	0	0.155	0
0	0	0	0	0	0.72	0	0	0.14	0	0	0.14	0
0	0	0	0	0	0	0.72	0	0.14	0	0	0.14	0
0	0	0	0	0	0	0	0.72	0.14	0	0	0.14	0
0	0	0	0	0	0	0	0.72	0.14	0	0	0.14	0
0	0.43	0	0	0	0	0	0	0	0.285	0	0.285	0
0	0.33	0	0	0	0	0	0	0	0	0.335	0.335	0
0	0.16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.42	0.42
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1

### گام چهارم: تخصیص بهینه بودجه‌های بازاریابی

در ادامه فرض می‌شود که افق برنامه‌ریزی سه دوره است و در صورتی که به کمک برنامه‌ریزی پویای احتمالی این نمونه را حل کنیم، نتیجه زیر را خواهیم داشت:

$$x_1 = 2$$

$$x_2 = 1$$

$$x_3 = 1$$

$$CE = 171,899,835$$

$x_i$  نشان دهنده طرح بهینه برای دوره  $i$  است. ۱، ۲ و ۳ به ترتیب عبارتند از طرح ۱ (بدون بازاریابی)، طرح A (تمرکز بر جذب) و طرح B (تمرکز بر نگهداری). بهترین راهبرد به دست آمده بر اساس حل مدل عبارت است از: در دوره اول طرح تمرکز بر جذب را اتخاذ کنیم و برای دوره‌های دوم و سوم هیچ اقدام بازاریابی صورت نگیرد.

### نتیجه‌گیری

در این تحقیق، رویکردی برای فرموله کردن رفتار مشتری و در ادامه بر اساس روشی برای تخصیص بودجه‌های ارتباط با مشتری ارائه شد. در این رویکرد، ما از داده‌های موجود در یک رویکرد یکپارچه به همراه قضاوت مدیریت برای مدل‌سازی رفتار مشتری به هنگام اجرای بازاریابی استفاده نمودیم و آن را به منظور تخصیص بودجه ارتباط با مشتری به کار بردیم.

در این مقاله، مدلی نوین برای تخصیص بودجه‌های ارتباط با مشتری بر اساس رویکرد ریاضیات تصمیم ارائه گردید. پیش از ارائه این مدل، البته ایده نحوه مدل‌سازی رفتار مشتری به کمک ریاضیات تصمیم توضیح داده شد. در مدل ارائه شده ما رویکردی چهار مرحله‌ای برای تخصیص بودجه‌های ارتباط با مشتری ارائه

### جدول ۲. مقادیر برآورد شده پارامترها نامعلوم

$w_{ij}$	$b_{ij}$	احتمال
94722	3.0000	$P_{1,2}$
99067	3.0000	$P_{2,3}$
94722	3.0000	$P_{3,4}$
94722	3.0000	$P_{4,5}$
99967	3.0000	$P_{5,6}$
99967	3.0000	$P_{6,7}$
99967	3.0000	$P_{7,8}$
99967	3.0000	$P_{8,9}$
99159	3.0000	$P_{9,2}$
94722	3.0000	$P_{10,2}$
99171	3.0000	$P_{11,2}$

### گام سوم: تهیه سناریوهای محتمل

برای ایجاد سناریوهای موجه، سه برنامه بالقوه برای هر دوره زمانی در نظر گرفته‌ایم: (۱) دوره بدون برنامه بازاریابی، (۲) دوره با تمرکز بر جذب و (۳) دوره تمرکز بر نگهداری. برای دوره بدون برنامه بازاریابی هیچ بودجه‌های به فعالیت‌های ارتباط با مشتری تخصیص داده نمی‌شود. بنابراین ماتریس انتقال آن به صورت زیر خواهد بود:

0.8	0.2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0.4	0	0	0	0	0	0.3	0	0	0	0.3
0	0	0	0.6	0	0	0	0	0.2	0	0	0	0.2
0	0	0	0	0.65	0	0	0	0.175	0	0	0	0.175
0	0	0	0	0	0.7	0	0	0.15	0	0	0	0.15
0	0	0	0	0	0	0.7	0	0.15	0	0	0	0.15
0	0	0	0	0	0	0	0.7	0.15	0	0	0	0.15
0	0	0	0	0	0	0	0	0.7	0.15	0	0	0.15
0	0.3	0	0	0	0	0	0	0	0.35	0	0.35	0
0	0.2	0	0	0	0	0	0	0	0	0.4	0.4	0
0	0.1	0	0	0	0	0	0	0	0	0.45	0.45	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1

برای دوره‌ای که در آن تمرکز بر جذب مشتری است، ماتریس انتقال به صورت زیر است:

0.46	0.54	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0.43	0	0	0	0	0	0.285	0	0	0.285	0
0	0	0	0.6	0	0	0	0	0.2	0	0	0.2	0
0	0	0	0	0.65	0	0	0	0.175	0	0	0.175	0
0	0	0	0	0	0.7	0	0	0.15	0	0	0.15	0
0	0	0	0	0	0	0.7	0	0.15	0	0	0.15	0
0	0	0	0	0	0	0	0.7	0.15	0	0	0.15	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0.7	0.15	0	0.15	0
0	0.3	0	0	0	0	0	0	0	0.35	0	0.35	0
0	0.2	0	0	0	0	0	0	0	0	0.4	0.4	0
0	0.1	0	0	0	0	0	0	0	0	0.45	0.45	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1

- for Chain Restaurant Brand Formation. International Journal of Hospitality Management, Vol. 28, No. 4, 2009, pp. 529-539.
- [7] Kumar, V., CL,V: *The Databased Approach*. In: BEJOU, D., KEININGHAM, T. L. & AKSOY, L. (eds.) Customer lifetime value: Reshaping the Way We Manage to Maximize Profits. Binghamton, NY: Best Business Books.
- [8] Baidya, M.K., Basu, P., *Allocation of Budgets on Marketing Efforts: an Econometric Approach in India*. Asia Pacific Journal of Marketing and Logistics: Vol. 23, No. 4: 2011, pp. 501-512.
- [9] Blattberg, R.C., Deighton, J., *Manage Marketing by the Customer Equity Test*. Harvard Business Review: Vol. 74, No. 4: pp. 136-144.
- [10] Berger, P.D., Bechwati, N.N., *The Allocation of Promotion Budget to Maximize Customer Equity*. Omega: Int. J. Manag. S: Vol. 29, No. 1: 2001, pp. 49-62.
- [11] Dong, W., Swain, S.D., Berger, P.D., *The Role of Channel Quality in Customer Equity Management*. Journal of Business Research: Vol. 60: 2007, pp.1243-1252.
- [12] Little, J.C., *Models and managers: The Concept of a Decision Calculus*. Management Science: Vol. 16, No.8: 1970, pp. 466-485.
- [13] Leeftang, P., Paving the way for "Distinguished Marketing". International Journal of Research in Marketing: Vol. 28, No. 2: 2011, pp. 76-88.
- [14] Even, A., Shankaranarayanan, G., Berger, P.D., *Journal of Interactive Marketing*: Vol. 24, No. 3: 2010, pp. 209-221.
- [15] Chakravarti, D., Mitchel, A., Staelin, R., *Judgement Based Marketing Decision Models: an Experimental Investigation of the Decision Calculus Approach*. Management Science: Vol. 25, No. 3: 1979, pp. 251-263.
- [16] Payne, A., *Handbook Of CRM: Achieving Excellence in Customer Management*, Elsevier, Great Britain, 2005.
- [17] Fan, S.S., Berger, P.D., *The Optimal Allocation Between Acquisition and Retention Spending Over Multiple Time Periods*. Internation Quarterly Journal of Marketing: Vol. 1, No. 4: 2001, pp. 199-210.
- [18] Dong, W., *The Role of Contact Channel Orientation in Customer Equity Management*. School of Management. Boston, Boston University. PhD Thesis, 2008.
- کردیم. استفاده از رویکرد ریاضیات تصمیم در گام دوم این رویکرد قابل اشاره است. در نهایت، رویکرد چهار مرحله‌ای مورد اشاره با نمونه عددی مورد آزمون و بررسی قرار گرفت. کاربرد این روش در صنایع مختلف از جمله صنعت ارتباطات سیار برای تخصیص بودجه‌های بازاریابی و ارتباط با مشتری توصیه می‌شود. در این تحقیق رویکردی ترکیبی برای بهره‌برداری از اطلاعات موجود و قضاوت مدیریت ارائه شد. این رویکرد سعی می‌کند که اطلاعات موجود را با قضاوت مدیریت ترکیب کند و از هر دو مجموعه اطلاعاتی استفاده کند. همان طور که مشخص است کاربرد چنین روشی برای زمانی است که سطح دسترسی به اطلاعات نسبتاً بالا باشد و پیچیدگی محیط نیز زیاد باشد به گونه‌ای که مدل‌های ریاضی سنتی مانند رگرسیون نتوانند کارایی لازم را داشته باشند.
- مهم‌ترین مزیت روش پیشنهادی بر روش [۲۰] در این است که در این مدل لازم نیست اطلاعات دقیقی از گذشته در اختیار باشد و قضاوت مدیریت می‌تواند این کمبود را جبران کند. در واقع، مدل [۲۰] نیاز به داده‌هایی دارد که تقریباً هرگز در دنیای واقعی در دسترس نیست. همچنین مدل پیشنهادی پژوهش مورد بحث تنها زمانی کاربرد دارد که ماتریس انتقال تحویل‌ناپذیر باشد. پیشنهاد می‌گردد که مدل ارائه شده در دنیای واقعی با داده‌های واقعی در صنعت ارتباطات سیار برای شرکت ارتباطات سیار یا شرکت‌های مشابه مورد استفاده قرار گیرد.

## مراجع

- [1] McIntyre, S.H., *An Experimental Study of the Impact of Judgement-Based Marketing Models*. Management Science: Vol. 28, No. 1: 1982, pp. 17-33.
- [2] <http://www.businessdictionary.com/definition/well-structured-problem.html> (2010-11-16).
- [3] Little, J.D.C., Lodish, L.M., *Commentary on "Judgement Based Marketing Decision Models"*. Journal of Marketing: Vol. 45, Fall: pp. 24-29.
- [4] Jomehri, N., Javanshir, H., Ebrahim Nezhad, S., *An Empirical Study to Determine the Critical Success Factors on Customer Retention: a Case Study of Iranian Banking Sector*. Management Science Letters: Vol. 2, No.1: 2011, pp. 223-234.
- [5] Albadvi, A., Koosha, H., *A Robust Optimization Approach to Allocation of Marketing Budgets*. Management Decision, Vol. 49, No. 4: 2011, pp. 601-621.
- [6] Hyun, S.S., *Creating a Model of Customer Equity*

- [19] Chakravarti, D., Mitchel, A., Staelin, R., *Judgment Based Marketing Decision Models: Problems and Possible Solutions*. Journal of Marketing: Vol. 45: 1981, pp.13-23.
- [20] Ching, W.k., Ng, MK, Wong, K-K, Altman, E., *Customer Lifetime Value: Stochastic Optimization Approach*. Journal of Operational Research Society: Vol. 55: 2004, pp. 860-868.
- [21] Johnson, M. D., Selnes, F., *Customer Portfolio Management: Toward a Dynamic Theory of Exchange Relationships*. Journal of Marketing: Vol. 68, April: 2004, pp. 1-17.
- [22] Pfeifer, P.E., Carraway, R.L., *Modeling customer relationships as Markov Chains*. Journal of Interactive Marketing: Vol. 14, No. 2: 2000, pp. 43-55.
- [23] Schuns, J.M.C., Schmder, G.J., *Segment Selection by Relationship Strength*. Journal of Direct Marketing: Vol. 10, No. 3: 1996, pp. 69-79.
- [24] Salmen, S.M., Muir, A., *Electronic Customer Care: The Innovative Path to e-Loyalty*. Journal of Financial Services Marketing: Vol. 8, No. 2: 2003, pp. 133-144.