نشـــریه بین المللـــی مهنـدسی صنـایع و مدیـــریت تولیـد پاییـــز ۱۳۸۸- صفحـه ۸۶-۷۵

شمـــاره ۳، جلـــد ۲۰، پاییز ۱۳۸۸

نشـــریه بین المللـــی مهنـــدسی صنایـــع و مدیـــریت تولیـــد

نشریه بین المللی مهندسی صنایع و مدیریت تولید دانشگاه علم و صنعت ایران

ISSN: 2008-4870

Journal Website: http://IJIEPM.iust.ac.ir/

Solving Urban Bus Terminal Location Problem Using Genetic Algorithm

S.M. Seyed-Hosseini*, R. Heydari & T. Heydari

S.M. Seyed-Hosseini, *Department of Industrial Engineering, Iran University of Science & Technology, Tehran, Iran*
R. Heydari, *Department of Industrial Engineering, Shahed University*
T. Heydari, *Department of Industrial Engineering, Iran University of Science & Technology, Tehran, Iran*

Keywords

Bus Networks,
Location Problem, Genetic Algorithm (GA),
Mixed Integer Programming (MIP)

ABSTRACT

Bus network design is an important problem in public transportation. The main step to this design, is determining the number of required terminals and their locations. This is an especial type of facility location problem, a large scale combinatorial optimization problem that requires a long time to be solved. Branch & bound and simulated annealing methods have already been used for solving Urban Bus Terminal Location Problem(UBTLP) that first method requires much time and second method doesn't reach desired solution. In this paper, a Genetic Algorithm is suggested for solving the problem. The main advantages of proposed algorithm are reaching better solution and taking less time. The demonstrated results have shown that proposed Genetic Algorithm can be an efficient and confident approach for solving UBTLP. For verification of proposed methodology, two illustrative practical examples are solved and obtained outcomes are reported.

© (نشریه بین المللی مهندسی صنایع و مدیریت تولید) شماره ۳، جلد ۲۰، ۱۳۸۸

حل مساله مکان‌یابی پایانه‌های شبکه اتوبوس‌رانی درون‌شهری با استفاده از الگوریتم ژنتیک

سیدمحمد سیدحسینی، روح‌اله حیدری و طاهره حیدری

کلمات کلیدی

شبکه‌ی اتوبوس‌رانی،
مساله‌ی مکان‌یابی،
الگوریتم ژنتیک،
برنامه ریزی عدد صحیح مختلط

چکیده:

طراحی شبکه‌های اتوبوس‌رانی، یک مساله مهم در حمل و نقل عمومی است. یکی از گام‌های مهم در این راستا، محاسبه‌ی تعداد و مکان‌های بهینه‌ی پایانه‌های مورد نیاز است. در واقع این مساله به عنوان حالت خاصی از مساله مکان‌یابی تسهیلات، که یک مساله‌ی بهینه سازی ترکیبیاتی با مقیاس بزرگ است، نیاز به زمان زیادی برای حل دارد.

تاریخ وصول: ۸۶/۱۰/۲۲

تاریخ تصویب: ۸۷/۸/۱۵

دکتر سید محمد سیدحسینی، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه علم و صنعت ایران Seyedhoseini@yahoo.com

روح‌اله حیدری، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه شاهد، تهران، Haidari@shahed.ac.ir.

طاهره حیدری، گروه فناوری اطلاعات، دانشگاه پیام نور دامغان. T_heydari@pnu.ac.ir

تا کنون برای حل این مساله، از روش‌های شاخه و کران، شمارش ضمنی و گرم و سرد کردن شبیه سازی شده استفاده شده است. هر چند روش سوم که یک روش فرا ابتکاری است بسیار کاراتر از دو روش دیگر است؛ اما زمان اجرای الگوریتم، برای شهرهای بزرگ هنوز هم طولانی است. در این مقاله، برای حل مساله یک الگوریتم ژنتیک پیشنهاد شده است. مهمترین مزیت الگوریتم ژنتیک پیشنهادی، رسیدن به جواب دقیق‌تر در زمان کمتر می‌باشد. نتایج مشاهده شده، نشان داد که متدولوژی پیشنهادی یک الگوریتم کارا و مطمئن برای این مساله است. برای تایید این مطلب، الگوریتم برای شبکه های اتوبوسرانی مشهد و تهران اجرا و نتایج آن با نتایج کوشش های پیشین مقایسه شده است.

۱. مقدمه

یکی از مسایل مطرح در طراحی سیستم‌های اتوبوس‌رانی، مشخص کردن مکان های مناسب جهت ایجاد پایانه‌های اتوبوس‌رانی درون شهری است. در حالت کلی، مساله‌ی مکان‌یابی تسهیلات نوعی مساله‌ی بهینه سازی است که هدف آن انتخاب زیر مجموعه‌ای از یک مجموعه محل‌های کاندید برای قراردادن تسهیلات است که بیشترین خدمت‌دهی یا کمترین هزینه را فراهم سازد. برای مطالعه‌ی بیشتر در زمینه‌ی انواع مسایل مکان‌یابی تسهیلات، به مرجع [۱] مراجعه نمایید.

در زمینه مکانیابی و مسیریابی تسهیلات حمل و نقل جاده‌ای، تا کنون تلاش‌های زیادی صورت گرفته است. Lapierre و همکاران چارچوبی برای طراحی سیستم توزیع ارایه کردند که در آن برای تعیین تعداد و مکان پایانه‌های بارگیری از یک الگوریتم جستجوی ممنوع بهره گرفته شده است [۲].Bander و White مدلی ابتکاری برای طراحی مسیر بهینه پیشنهاد دادند که مجموع هزینه حمل و نقل را کمینه می کند [۳].Bouzaïene-Ayari و همکاران مدلی برای بهینه‌سازی میزان توقف اتوبوس‌ها در دو حالتی که محدودیت ظرفیت شبکه نرم یا سخت باشد؛ ارایه کردند [۴]. و Ginkel و Schöbel از یک بهینه سازی دو معیاره برای ارضای دو هدف متناقض کاهش میزان تاخیر اتوبوس‌ها و کاهش تعداد افرادی که به علت حرکت یک اتوبوس، آن اتوبوس را از دست می دهند؛ بهره گرفتند [۵].

در مورد سایر تسهیلات حمل و نقل عمومی نیز، Abbink و همکاران، مدلی برای تخصیص بهینه قطارهای درون‌شهری به مسیرهای پرترافیک در ساعات اوج ترافیک ارایه کردند که برای پاسخ گویی به تقاضای ساعات شروع و پایان کار اداره‌ها و شرکت‌ها، قطارهایی که ظرفیت مسافر بیشتری دارند را به این مسیرها اختصاص می دهد [۶].

در یک سیستم اتوبوس‌رانی، ایستگاه‌های آن، که در هر یک، تعدادی مسافر سوار و پیاده می شوند؛ می توانند به عنوان نقاط کاندید جهت احداث پایانه در نظر گرفته شوند. هدف، انتخاب تعدادی از این ایستگاه ها، به عنوان پایانه است که میزان خدمت‌دهی بیشینه گردد.

برای حل مساله مکان‌یابی پایانه های شبکه اتوبوس‌رانی درون‌شهری که از این پس با UBTLP[۲] نیز نشان خواهیم داد؛ می‌توان آن را در قالب یک برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط مدل کرد که به یک مساله-ی بهینه‌سازی ترکیبی با مقیاس بزرگ تبدیل خواهد شد. حل این مدل برای شهرهای بزرگ، بسیار پیچیده و وقت‌گیر است. یک راه حل آن کاهش ابعاد مساله است. با توجه به آنکه مهمترین مشکل مساله، تعداد متغیرهای صحیح آن، یعنی تعداد گره‌های کاندید است؛ می‌توان تنها از گره‌هایی از شبکه استفاده کرد که شانس بیشتری در انتخاب نهایی دارند و با استفاده از روش شاخه و کران، به کمک نرم افزار GAMS مساله را حل کرد[۷].

این روش حتی برای شهرهای کوچک نیز وقت گیر است و برای شهرهای بزرگ، قابل اجرا نیست. در مرجع [۸] از روش گرم و سرد کردن شبیه سازی شده که از این پس با *SA*[۳] هم نشان خواهیم داد؛ استفاده شده و در مرجع [۹] نتایج حاصل از این دو روش و روش شمارش ضمنی برای شبکه اتوبوس‌رانی شهر مشهد با هم مقایسه شده است. با در نظر گرفتن دو عامل زمان اجرا و دقت جواب به عنوان معیار کارایی، روش SA درتمامی موارد کاراتر از روش های شمارش ضمنی و شاخه و کران بوده است. اما تاکنون سایر الگوریتم-های فراابتکاری برای حل مساله به کار گرفته نشده است تا مشخص شود از روش SA کاراتر است یا خیر.

در این مقاله، ابتدا مساله را به صورت یک برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط مدل‌سازی کرده، سپس برای حل آن در ابعاد بزرگ از طریق الگوریتم ژنتیک، که از این پس با GA[۴] نیز نشان می دهیم؛ روش-های مناسبی برای کدگذاری، ایجاد جمعیت اولیه، عملگرهای انتخاب، تقاطع و جهش ارایه کرده‌ایم.

شرط توقف نیز تولید تعداد معلومی نسل در نظر گرفته شده است. برای محاسبه‌ی پارامترهای بهینه‌ی الگوریتم ژنتیک (نرخ تقاطع و نرخ جهش) از روش سعی و خطای عددی روی مقادیر مختلف، پارامترها در یک مساله‌ی تجربی، در محیط نرم‌افزاری MATLAB (نسخه ۷) استفاده کرده‌ایم. در انتها، الگوریتم را برای شبکه های

---

2 *Urban Bus Terminal Location Problem*
3 *Simulated Annealing*
4 *Genetic Algorithm*

اتوبوسرانی مشهد و تهران به کار گرفته و نتایج حاصل را با نتایج حاصل از سایر روش ها مقایسه نموده‌ایم.

۲. تعریف مساله

رشد روز افزون جمعیت، تمرکز اکثریت آن‌ها در محل‌های مناسب‌تر و در عین حال پراکندگی سایر افراد در نقاط دیگر، افزایش تعداد اتومبیل ها در خیابان‌ها و ترافیک سنگین در خیابان-های شهرهای بزرگ، گسترش سیستم حمل‌ونقل عمومی درون شهری را به عنوان یک نیاز اساسی پیش روی دولت‌ها قرار داده است که در این میان گسترش شبکه‌ی اتوبوس‌رانی نقش بسزایی در کاهش مشکلات فوق خواهد داشت.

مساله‌ی طراحی سیستم حمل و نقل عمومی، از جمله اتوبوس-رانی،یکی از مسایل پیچیده در برنامه ریزی حمل ونقل است که شامل زیر مساله های مختلفی می شود. این مساله از یک دیدگاه به دو بخش تعیین ساختار شبکه و تعیین برنامه ی عملیاتی سیستم تقسیم می شود. تعیین ساختار شبکه، شامل تعیین تعداد و محل پایانه های شبکه و تعیین مسیر خطوط می شود [۹]. و برنامه‌ی عملیاتی شامل تعداد اتوبوس‌های هر مسیر، زمان بندی حرکت و مدیریت تاخیرها می شود [۵]. در تحقیق حاضر، قسمتی از بخش اول مساله، یعنی تعیین محل پایانه های شبکه مورد نظر قرار می گیرد. برای مطالعه بیشتر در زمینه طراحی شبکه‌های اتوبوسرانی به مرجع [۱۰] مراجعه کنید.

از دیدگاه دیگر، توابع هدف در مسایل مکانیابی به دو دسته تقسیم می شوند. دسته اول، سعی در افزایش کارایی کل سیستم دارند و به تک تک نقاط تقاضا توجه چندانی ندارند.در مرجع [۱۱] برای کاهش کل آلودگی صوتی ایجاد شده از استقرار یک تسهیل آلودگی ساز از تابع *minisum* استفاده شده است. دسته‌ی دیگر که معمولا برای مکانیابی تسهیلات اورژانسی و یا تجهیزات خطر افرین کاربرد دارد؛ سعی می‌کنند تسهیل یا تسهیلات جدید را در مکانی مستقر کنند که میزان بهره‌مندی یا گله مندی نقاط تقاضا از آن یکسان باشد. مانند تابع هدف *minimax* یا *maximin*. این توابع به معیارهای مساوات معروفند. برای آشنایی با انواع مدل‌های مساوات به مرجع [۱۲] مراجعه کنید. تابع هدفی که در این مقاله استفاده می شود نیز سعی در افزایش کارایی کل شبکه اتوبوس‌رانی دارد.

برای بیان مساله‌ی مکان‌یابی پایانه‌های سیستم اتوبوس‌رانی، یک شبکه خیابانی مد نظر قرار می‌گیرد. فرض می‌شود تمام گره‌های شبکه می‌توانند به عنوان ایستگاه‌های سیستم اتوبوس‌رانی در نظر گرفته شوند. همچنین فرض می‌شود که میزان سوار و پیاده شدن مسافرین در هر گره (پتانسیل گره)، در دست است. همان‌گونه که در مرجع [۷] آمده است؛ برای تعیین این پارامتر، می‌توان یک سیستم فرضی اتوبوس‌رانی تعریف کرد؛ به گونه‌ای که از تمام خیابان‌های اصلی شبکه، حداقل یک خط اتوبوس عبور کند و تا حد امکان تمام شبکه پوشش داده شود. با استفاده از نتایج حاصل از این تخصیص، پتانسیل سفر برای گره‌های شبکه مشخص می‌شود. به علاوه فرض می‌شود که چنانچه پایانه‌ای در یک گره ایجاد شود نه تنها می‌تواند به تمام مسافرین خود آن گره خدمت دهی کند؛ بلکه می تواند به مسافرین تمام گره های همسایه نیز خدمت دهد.

تعریف: همسایگی گره i که با J^*_i نشان داده می‌شود؛ به مجموعه گره‌هایی در شبکه اطلاق می‌شود که در فاصله‌ای کوچکتر یا مساوی r از گره i قرار گرفته‌اند. در این تعریف، r یک ثابت است و شعاع همسایگی نامیده می‌شود.

۳. مدل سازی مساله به عنوان یک برنامه ریزی عدد صحیح مختلط

برای مدل‌سازی ریاضی مساله‌ی مکان‌یابی پایانه‌های سیستم اتوبوس‌رانی، پارامترها و متغیرهای زیر را تعریف می‌کنیم[۷]:

- پارامترهای مورد نیاز:

J : مجموعه گره‌های شبکه

$I \subseteq J$: مجموعه گره‌های کاندید برای ایجاد پایانه

c_{ij}: فاصله هوایی بین گره‌های i و j

d_j: پتانسیل گره j برای $j \in J$

$f(c_{ij})$: یک تابع نمایی نزولی از c_{ij} که در این مقاله برابر $e^{-c_{ij}}$ در نظر گرفته شده است.

$J^*_i \subseteq J$: مجموعه گره‌هایی از شبکه که می توانند از گره i خدمت بگیرند.

k: تعداد پایانه‌های مورد نیاز

M: یک عدد بزرگ مثبت

- متغیرهای مورد نیاز:

x_{ij} : سهم خدمت‌دهی گره i $(i \in I)$ به گره j $(j \in J - I)$

y_i: متغیری صفر و یک، که اگر گره i به عنوان پایانه انتخاب شود مقدار یک می‌گیرد و در غیر این صورت مقدار آن برابر صفر خواهد بود.

تابع هدف و محدودیت‌های مدل به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$Max \sum_{i \in I} \sum_{j \in J^*_i} d_j \cdot f(c_{ij}) \cdot x_{ij} \qquad (۱)$$

$$s.t. \sum_{i \in I \,:\, j \in J^*_i} x_{ij} \le 1 \qquad \forall j \in J - I \qquad (۲)$$

$$\sum_{j \in J^*_i} x_{ij} \le M \cdot y_i \qquad \forall i \in I \qquad (۳)$$

$$\sum_{i\in I} y_i = k \qquad (۴)$$

$$x_{ij} \geq 0 \qquad \forall i \in I\,,\, j \in J_i^* \qquad (۵)$$

$$y_i = 0,1 \qquad \forall i \in I \qquad (۶)$$

تابع هدف (۱)، میزان خدمت‌دهی گره‌های کاندید به تمام گره‌ها را مشخص می‌کند. مسلما هر چه پتانسیل گره j بالاتر باشد؛ یعنی تعداد مسافرین سوار و پیاده شده در آن بیشتر باشد و فاصله کمتری تا گره کاندید i داشته باشد، میزان خدمت‌دهی گره i باید بیشتر شود. بنابراین تابع f در (۱) به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$f(c_{ij}) = e^{-c_{ij}} \qquad (۷)$$

محدودیت (۲) نشان می‌دهد که مجموع سهم خدمتی که هر مسافر گره j از گره‌های کاندید می‌گیرد، باید حداکثر برابر یک باشد. محدودیت (۳) نشان می‌دهد که تنها زمانی که گره i به عنوان پایانه انتخاب شود ($y_i=1$) به گره‌های همسایه خدمت می‌دهد. در غیر این صورت به هیچ گره‌ای خدمت نداده و در نتیجه x_{ij} برای تمام گره-های $j \in J_i^*$ برابر با صفر می‌شود. محدودیت (۴) تعداد پایانه‌های مورد نیاز را کنترل می‌کند. و محدودیت های (۵) و (۶) نیز محدودیت های علامت و صفر و یک مساله هستند.

۴. روش های دقیق حل مساله

در دهه های پنجاه و شصت، بهینه سازی بیشتر به مدل های خطی و غیر خطی با متغیرهای پیوسته، مربوط می شد.بهینه سازی ترکیبی که مربوط به مسایل بهینه سازی با متغیرهای گسسته می شود در دهه ی ۷۰ مورد توجه قرار گرفت [۹].

یک روش ناشیانه برای حل مسایل بهینه سازی ترکیبی، شمارش کامل است؛ که در آن برای تمامی ترکیب های ممکن، مقدار تابع هدف محاسبه شده و در نهایت، بهترین جواب موجه انتخاب می‌شود. هرچند این شیوه، در نهایت به جواب دقیق مساله می رسد؛ اما به دلیل زیاد بودن ترکیبات ممکن در مسایل واقعی، عملا استفاده از آن غیر ممکن است. با توجه به مشکلات مربوط به روش شمارش کامل، تلاش بسیاری برای توسعه ی روش های موثرتر و کاراتر صورت گرفته است. در همین راستا، الگوریتم های مختلفی به وجود آمده است که مشهورترین نمونه های آن، شاخه و کران و شمارش ضمنی اند.

ایده‌ی اصلی روش شاخه و کران، تقسیم ناحیه‌ی موجه به زیر بخش‌های قابل کنترل‌تر و در صورت نیاز تقسیم آن ها به زیر بخش های کوچک تر است. در روش عمومی شاخه و کران، برای حل مسایل برنامه ریزی مختلط، پس از مشخص شدن مقادیر تعدادی از متغیرهای صحیح، در هر شاخه یک برنامه ریزی خطی برای تعیین مقادیر سایر متغیرها حل می شود.

روش شمارش ضمنی حالت خاصی از روش شاخه و کران است که در هر شاخه مقادیر تمام متغیرهای صحیح مشخص اند. این روش وقتی کارایی دارد که پس از مشخص شدن مقادیر متغیرهای صحیح، حل باقی‌مانده‌ی مساله برای تعیین متغیرهای پیوسته ساده باشد و نیازی به حل یک برنامه ریزی خطی نباشد.در مساله‌ی مکان‌یابی پایانه ها، پس از متغیرهای صحیح (y_i ها)، حل مساله‌ی باقی مانده و تعیین متغیرهای پیوسته (x_{ij} ها) ساده است و نیازی به حل برنامه ریزی خطی نیست. زیرا هر گرهی از نزدیک ترین پایانه خدمت می گیرد.

۵. روش‌های فرا ابتکاری حل مساله

در بخش قبل، توضیحاتی پیرامون روش های دقیق حل مسایل بهینه سازی ارایه شد. باید توجه داشت که روش های مذکور برای مسایل با ابعاد بزرگ کارایی خود را از دست می دهند و عملکردی بهتر از شمارش کامل نخواهند داشت. به دلایل بالا، اخیرا تمرکز بیشتری بر روی روش های ابتکاری صورت گرفته است.

روش جستجوی ابتکاری، روشی است که با جستجو در بین جواب های ممکن، جوابی خوب (نزدیک به بهینه) در زمانی مطلوب برای یک مساله ارایه می دهد. معمولا هیچ تضمینی برای بهینه بودن جواب وجود ندارد و حتی نمی توان میزان نزدیکی جواب به دست آمده به جواب بهینه را نیز تعیین کرد. به منظور مطالعه بیشتر در زمینه انواع الگوریتم‌های فراابتکاری به مراجع [۱۵-۱۳] مراجعه کنید.

یکی از روش های فرا ابتکاری که در مرجع [۹] برای حل مساله مکان‌یابی پایانه ها به کار گرفته شده است روش گرم و سرد کردن شبیه سازی شده است. این روش برای اولین بار توسط متراپلیس، کرک پاتریکا و سرنی ابداع شد و وجه تسمیه آن شباهت به پدیده ی گرم و سرد کردن جامدات مذاب است. جواب حاصل از این روش به جواب اولیه وابسته نیست و به طور معمول می‌توان توسط آن، جوابی نزدیک به بهینه به دست آورد. در مرجع [۹] برای حل مساله‌ی UBTLP یک الگوریتم SA پیشنهاد شده است که قسمتی از نتایج آن در این مقاله نیز آمده است.

یکی دیگر از الگوریتم های فرا ابتکاری، الگوریتم ژنتیک است که سرعت همگرایی آن از روش SA بیشتر است [۱۶]. از آن جا که در این مقاله از یک الگوریتم ژنتیک برای حل مساله‌ی UBTLP بهره گرفته ایم؛ در قسمت بعد به معرفی کامل این الگوریتم می پردازیم.

۶. حل مساله به کمک الگوریتم ژنتیک

۶-۱. تاریخچه‌ی الگوریتم ژنتیک

محققان با مشاهده‌ی سازگاری، بقا، خودترمیمی، هدایت، تولید مثل و دیگر خصوصیات سیستم‌های طبیعی و تامل در این که

طبیعت چگونه مشکلات خود را حل می‌کند؛ به فکر تقلید از روش‌های طبیعی در حل مسایل پیچیده و طراحی سیستم‌ها افتادند. ایده اصلی الگوریتم ژنتیک هم براساس این فکر و بر پایه‌ی نظریه تکامل داروین شکل گرفت.

در سال ۱۹۶۰ رچنبرگ با طرح تکنیک‌های محاسباتی تکاملی که با تقلید از طبیعت به حل مسایل سخت می‌پرداختند، اولین گام را در این زمینه برداشت. اما اصول اولیه الگوریتم ژنتیک در سال ۱۹۶۳ توسط هالند و همکارانش ارایه شد. آنان برای مدل‌سازی سیستم‌های مصنوعی به فرایند سازگاری سیستم‌های طبیعی روی آوردند. این تحقیقات باعث به وجود آمدن الگوریتم ژنتیک گردید. در سال ۱۹۷۵ هالند به مبانی ریاضی الگوریتم ژنتیک در کتاب مشهور خود پرداخت[۱۸]. با توجه به موفقیت الگوریتم ژنتیک، جان کوزا در سال ۱۹۹۱ برای پیدا کردن الگوریتمی که بتواند جواب هر مساله‌ای را بیابد، مفهوم برنامه‌ریزی تکاملی و برنامه‌ریزی ژنتیکی را ارایه کرد. گلدبرگ، تعریف زیر را برای الگوریتم ژنتیک ارایه کرده است. برای مطالعه بیشتر در زمینه الگوریتم‌های تکاملی به مرجع [۱۷] مراجعه کنید.

تعریف: الگوریتم‌های ژنتیکی، تکنیک‌های جستجوی تصادفی هستند که براساس انتخاب طبیعی و نسل‌شناسی طبیعی کار می کنند[۱۹].

۶-۲. ساختار کلی الگوریتم ژنتیک

اجازه دهید ابتدا برخی از واژگان ژنتیک را به عنوان اجزای مهم الگوریتم ژنتیک معنی کنیم [۲۰]. سایر مفاهیم نیز در طول متن، معرفی خواهند شد.

- ژن: عناصر تشکیل دهنده‌ی یک کروموزوم که می‌تواند عدد یا کلمه یا حتی دستورات برنامه نویسی باشد.
- کروموزوم: به رمز درآمده یا کد شده‌ی یک جواب یا قسمتی از جواب را کروموزوم می‌گویند. به عنوان مثال، یک کروموزوم با n ژن، می تواند به شکل زیر باشد (اعداد در مبنای m هستند):

b_1	b_2	b_3	...	b_n

$\{0,1,...,m\text{-}1\}$, $i: 1,...,n. \in b_i$

- مکان: هر ژن در کروموزوم موقعیت خاص خودش را داراست که به این موقعیت ژن، مکان می‌گویند.
- جمعیت: به مجموعه‌ای از کروموزوم‌ها جمعیت گفته می‌شود.

در الگوریتم ژنتیک، N اندازه‌ی جمعیت، pc احتمال وقوع تقاطع (نرخ تقاطع) و pm احتمال وقوع جهش (نرخ جهش) در هر تکرار باید معلوم باشند. ساختار کلی الگوریتم به صورت زیر است:

۰. تعیین روش کدگذاری
۱. تولید جمعیت اولیه به اندازه N
۲. محاسبه‌ی تابع برازندگی هر کروموزوم در جمعیت
۳. ایجاد جمعیت جدید (عمل تولید نسل) : N بار قدم های زیر را انجام بده:
   ۳-۱. انتخاب دو کروموزوم والد از جمعیت جاری با استفاده از عملگر انتخاب
   ۳-۲. اعمال عملگر تقاطع روی والدین با احتمال وقوع pc و ایجاد فرزند
   ۳-۳. انجام جهش روی فرزند با احتمال وقوع pm
   ۳-۴. اضافه کردن فرزند جدید به جمعیت
۴. انتخاب جمعیت جدید و جای‌گذاری جمعیت جدید با جمعیت جاری با استفاده از عملگر انتخاب
۵. آزمودن شرایط توقف و برگرداندن بهترین جواب در صورت توقف
۶. بازگشت به قدم ۲

۶-۳. ساختار الگوریتم ژنتیک برای مساله‌ی UBTLP

۶-۳-۱. کدگذاری (CODING)

الگوریتم ژنتیک به جای کار بر روی متغیرهای مساله، با کد شده جواب‌ها، یعنی کروموزوم‌ها سر و کار دارد. در حقیقت عمل کد کردن جواب‌ها، یکی از اصلی‌ترین کارها در پیاده‌سازی الگوریتم ژنتیک بر روی مسایل مختلف است.

روش‌های متنوعی برای کدگذاری وجود دارد که کدگذاری دودویی، حقیقی، ترتیبی و درختی از آن جمله‌اند [۲۲-۲۱]. در این مقاله از کدگذاری دودویی استفاده شده است. به این ترتیب که یک رشته با طول $|I|$، یعنی تعداد گره‌های کاندید برای ایجاد پایانه در نظر گرفته شده است. هر یک از عناصر این رشته نقش یک ژن را بازی می‌کند. در یک کروموزوم (یا جواب شدنی)، ژن حاوی مقدار یک نشان می دهد که کاندید i-ام برای احداث پایانه انتخاب شده است و برعکس. به عنوان مثال، اگر در مساله UBTLP، داشته باشیم:

$J=\{1,2,3,...,60\}$
$I=\{1,5,15,20,25,30,35,40,45, 50\}$
$k= 5$

1	0	0	1	1	0	0	0	1	1

در این صورت کروموزوم بالا نشان دهنده‌ی یک جواب شدنی مساله است که در آن گره‌های ۱و۲۰و۲۵و۴۵و۵۰ برای احداث پایانه انتخاب شده‌اند (به ترتیب عناصر I به عنوان مکان ژن توجه شود).

۶-۳-۲. ایجاد جمعیت اولیه

در این مقاله یک روند کاملا تصادفی برای ایجاد جمعیت اولیه (انتخاب تصادفی مکان ژن‌های با محتوای یک، در کروموزوم‌ها) صورت می‌پذیرد. البته در بعضی مسایل، بسته به نوع مساله و برای

افزایش سرعت همگرایی الگوریتم، از روش‌های ابتکاری مانند الگوریتم JMOGIS یاسکوویچ استفاده می‌شود [۲۰].

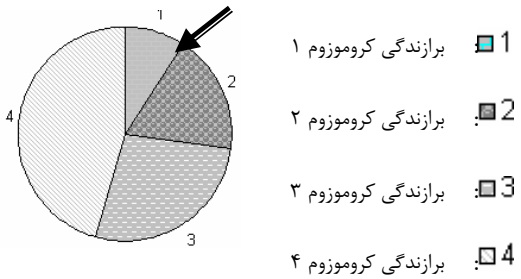
۳-۳-۶. عملگر انتخاب

مطابق نظریه تکاملی داروین، جمعیت، بیشتر به داشتن موجوداتی تمایل دارد که با تغییر کروموزوم های جمعیت، ساختار و رفتار آن تکامل یابد.

در الگوریتم ژنتیک نیز وظیفه‌ی اصلی عملگر انتخاب، هدایت الگوریتم به نواحی امیدبخش فضای جواب است. چون در الگوریتم ژنتیک اندازه جمعیت ثابت است، عملگر انتخاب با شناسایی جواب‌های خوب، ساختن کپی از آن‌ها و حذف جواب‌های بد، علاوه بر حفظ اندازه‌ی جمعیت، باعث زیاد شدن جواب‌های خوب در جمعیت نیز می‌شود.

عملگر انتخاب برای ایجاد نسل جدید، یا از همه‌ی نوزادان و والدین استفاده می‌کند (اصطلاحا گفته می‌شود فضای نمونه گیری توسعه یافته است) یا هر نوزاد بلافاصله جایگزین والد یا والدین خود می‌شود (اصطلاحا گفته می‌شود فضای نمونه گیری عادی است). همچنین روش‌های مختلفی برای انتخاب بهترین کروموزوم‌ها از یک جمعیت وجود دارد مانند چرخ رولت، انتخاب مسابقه‌ای و انتخاب بر اساس رتبه بندی [۲۰]. در این مقاله از روش چرخ رولت در فضای نمونه گیری پیوسته برای انتخاب نسل جدید بهره گرفته‌ایم.

در این روش که توسط هالند پیشنهاد شد؛ سطح چرخ به بخش‌هایی تقسیم می شود که تعداد آن‌ها برابر تعداد اعضای جامعه‌ی جاری (شامل والدین و نوزادان) است. سطح هر بخش متناسب با مقدار برازندگی جواب متناظر است. چرخ به گردش درمی‌آید و پس از توقف، جواب مقابل پیکان انتخاب می‌شود. این فرایند N بار انجام می‌شود تا جمعیت جدید انتخاب شود.



شکل ۱. چرخ رولت

احتمال انتخاب کروموزوم k -ام برابر است با:

$$p_k = \frac{f_k}{\sum_{i=1}^{N} f_i} \qquad (۸)$$

که f_k در این فرمول معرف میزان برازندگی کروموزوم k -ام است.

برای پیاده‌سازی مدل چرخ رولت در کامپیوتر، از یک شبیه سازی به صورت ذیل بهره می گیریم:

ابتدا تمام جواب‌های جمعیت به صورت یک دنباله در آورده می‌شوند و احتمال انتخاب هر یک (یعنی مقدار p_k برای کروموزوم k -ام) محاسبه می‌شود. سپس مقدار احتمال تجمعی (q_k) برای هر جواب، از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$q_k = \sum_{i=1}^{k} p_i \qquad (۹)$$

با ایجاد عدد تصادفی r در فاصله $[0,1]$ ، اندیس k به صورت زیر تعیین می‌شود:

$$k = \min\{j : q_j \geq r\} \qquad (۱۰)$$

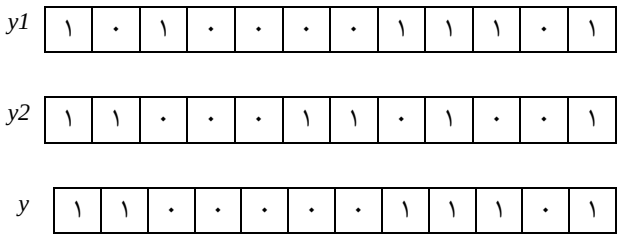
به عبارت دیگر، کوچکترین اندیسی که احتمال تجمعی بیشتر از r داشته باشد ، انتخاب می‌شود.

۴-۳-۶. عملگرهای تقاطع و جهش

عملگر انتخاب به تنهایی قادر به تولید کروموزوم جدید در جمعیت نیست. تولید کروموزوم‌های جدید توسط عملگرهای ژنتیکی به نام تقاطع و جهش صورت می‌پذیرد که ماهیتی احتمالی دارند.

تقریبا تمام عملگرهای تقاطعی، دو کروموزوم را به طور تصادفی به عنوان والدین برگزیده و به طور تصادفی قسمت یا قسمت‌هایی از دو کروموزوم والد را با هم عوض می‌کند. به هر یک از دو کروموزوم حاصل یک نوزاد گفته می‌شود. عملگر جهش، جهش طبیعی را شبیه‌سازی می کند و باعث ورود اطلاعات جدید به جامعه می‌شود؛ به این ترتیب که به صورت تصادفی مقدار یک یا چند ژن از یک کروموزوم را عوض می‌کند. کروموزوم مورد نظر اغلب حاصل فرایند تقاطع است.

در این مقاله با توجه به نوع مساله عملگرهای تقاطع و جهش خاصی پیشنهاد می‌کنیم که به نظر می‌رسد در کوتاه شدن زمان رسیدن به جواب راضی کننده موثر باشند. عملگر تقاطع بر دو کروموزوم اثر کرده و حاصل یک کروموزوم نوزاد است؛ به این ترتیب که کلیه ژن‌های با محتوای برابر در والدین عینا به نوزاد منتقل می‌شود. سپس برای اینکه تعداد ژن‌های با محتوای یک، در کروموزوم نوزاد برابر با k (تعداد پایانه های مورد نیاز) شود، تعداد مورد نیاز از ژنهای نوزاد را به طور تصادفی، یک قرار داده و در بقیه مکانها نیز صفر قرار می‌دهیم. به طور مثال اگر الگوریتم تقاطع مورد نظر بر دو کروموزوم $y1$ و $y2$ اعمال شود، کروموزوم نوزاد می‌تواند به صورت y باشد.



عملگر جهش تعریف شده نیز به این صورت عمل می‌کند که ابتدا یک ژن با محتوای یک، به طور تصادفی انتخاب شده و مقدار صفر می‌گیرد. سپس ژنی با محتوای صفر، که بیشترین مقدار $\sum_{j\in J_i^*} d_j$ را داراست، انتخاب شده و محتوای آن را به یک تبدیل می‌کنیم.

$$\sum_{j\in J_k^*} d_j = \max_{\{i:\, y_i=۰\}} \left\{ \sum_{j\in J_i^*} d_j \right\} \Rightarrow y_k = ۱$$

با اعمال این جهش انتظار می‌رود میزان برازندگی نوزاد از والد خود بهتر باشد.

۶-۳-۵. تابع برازندگی

تابعی است که خوب یا بد بودن جواب را تعیین می‌کند و معمولا بین صفر و یک نرمال می‌شود. تابع برازندگی را معمولا تابع هدف یا تابعی یکنوا از آن می‌گیرند. تابع برازندگی در الگوریتم ژنتیک پیشنهادی همان تابع هدف است.

۶-۳-۶. شرط توقف الگوریتم

عمده‌ترین شرایط توقف الگوریتم عبارتند از:

۱. رسیدن به جوابی با برازندگی یک در حالت نرمال. این روش معمولا خیلی زمان‌بر است.

۲. رسیدن به جوابی که دارای برازندگی بیشتر از مقدار داده شده باشد.

۳. رسیدن به جمعیتی که برازندگی اعضای آن تقریبا یکسان باشد یا واریانس برازندگی جواب‌ها از مقدار مشخصی کمتر شود.

۴. تولید تعداد معلوم نسل

در این مقاله، با تولید تعداد ۲۰ نسل، الگوریتم پایان می‌یابد.

۶-۳-۷. محاسبه‌ی پارامترهای بهینه ی الگوریتم

تعیین پارامترهای *pm* و *pc* و اندازه‌ی جمعیت *(N)* تاثیر مستقیم بر عملکرد الگوریتم ژنتیک می گذارد. مثلا اگر *pm* زیاد باشد؛ به خاطر جهش های فراوان، احتمال ورود اطلاعات جدید افزایش می یابد ولی در عوض باعث منقرض شدن مواد ژنتیکی می شود. افزایش جمعیت نیز باعث افزایش گوناگونی می شود اما سرعت الگوریتم را پایین می آورد. از آن جا که یافتن پارامترهای بهینه برای هر مساله، نیاز به محاسبات فراوان دارد، در این جا از یک روش سعی و خطا برای محاسبه ی مقادیر مناسب (و نه الزاما بهینه) *pc* و *pm* بهره می گیریم و اندازه ی جمعیت را به پیشنهاد مرجع [۲۰] برابر ۱۰ می گیریم.

قسمتی از شبکه ی اتوبوسرانی شهر مشهد را که در بخش ۱-۷ مورد بررسی قرار خواهد گرفت؛ در نظر گرفته و الگوریتم ژنتیک را به ازای *pc* و *pm* های مختلف در بازه های $pc \in [۰,۸و۰,۹۹]$ و $pm \in [۰,۰۱و۰,۲۰]$، اجرا نموده و زوج پارامتری که منجر به جواب بهتر و زمان اجرای کمتر شود را به عنوان پارامترهای مناسب الگوریتم می پذیریم و در مطالعه های موردی به کار می گیریم.

الف) تعریف زیر مساله نمونه

یک شبکه اتوبوس‌رانی با ۶۰ گره و۲۰ گره کاندید احداث پایانه به صورت زیر در نظر بگیرید. با توجه به محدودیت‌های مالی و سایر ملاحظات مهم، شهرداری در نظر دارد تعداد ۵ پایانه‌ی اتوبوس‌رانی در این شبکه ایجاد نماید. اگر هر پایانه، توان خدمت‌دهی به گره‌های اطراف خود تا شعاع ۵ واحد را داشته باشد، مقادیر بهینه‌ی پارامترهای الگوریتم ژنتیک را بیابید. مقادیر *x* و*y* که نشان‌دهنده طول و عرض گره‌های شبکه در دستگاه مختصات می‌باشند، بر حسب ۱۰۰ متر و مقادیر *d* بر حسب نفر در ساعت داده شده است.

$J = \{1,2,\ldots,60\}$

$I=\{2,3,5,11,15,17,18,20,21,23,27,28,35,43,44,49,50,52,56,59\}$

$k = 5$

$r = 5$

مختصات گره ها در بردارهای *x* و*y* به صورت زیر داده شده است:

X = {58/92, 20/86, 26/62, 31/77, 9/38, 57/68, 44/09, 29/80, 18/97, 47/42, 23/99, 5/51, 49/95, 27/93, 5/14, 42/93, 58/77, 42/04, 31/00, 45/28, 56/58, 32/58, 51/68, 15/74, 20/24, 56/83, 42/12, 59/17, 24/29, 23/13, 31/61, 23/61, 1/81, 42/86, 26/80, 50/11, 8/10, 54/60, 37/39, 0/21, 58/71, 0/86, 24/98, 29/29, 46/92, 7/58, 39/77, 20/77, 4/07, 20/09, 57/13, 46/76, 38/95, 8/87, 53/92, 49/14, 57/34, 0/31, 18/52, 4/86}

Y = {24/74, 40/09, 50/39, 15/43, 33/47, 57/08, 13/35, 0/42, 44/30, 24/02, 15/10, 36/13, 17/61, 2/73, 30/79, 2/13, 29/85, 48/19, 30/16, 14/29, 5/32, 54/21, 37/89, 22/74, 18/88, 32/11, 52/50, 53/12,37/63, 50/87, 48/44, 57/70, 57/22, 38/79, 10/48, 58/21, 15/06, 40/59, 30/73, 13/61, 51/68, 29/15, 46/37, 31/35, 35/47,6/58,59/83,10/56,18/56,22/57,43/16,37/06,45/38,35/97, 10/32,4/16,19/04,45/60,42/92, 50/75}

مقادیر پتانسیل گره ها نیز عبارتند از:

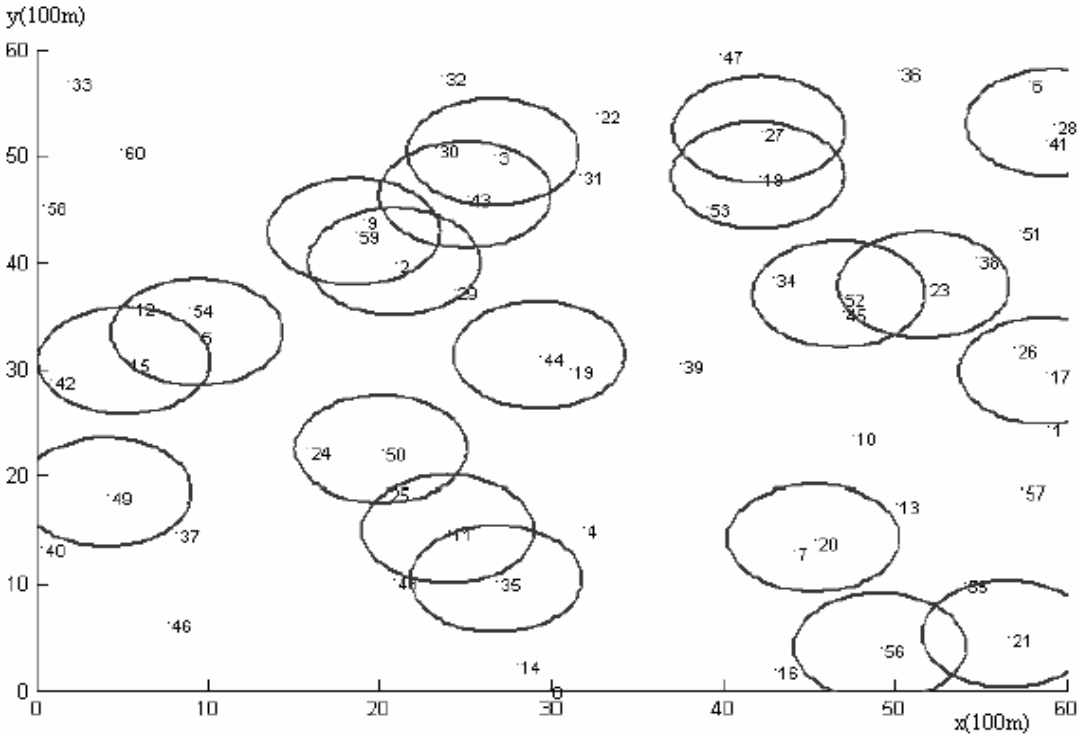
D = {24, 44, 41, 32, 40, 33, 17, 14, 17, 26, 36, 15, 41, 28, 18, 35, 27, 22, 34, 31, 20, 14, 40, 23, 13, 30, 15, 14, 11, 23, 40, 13, 41, 21, 12, 12, 33, 30, 51, 36, 28, 40, 45, 23, 58, 51, 17, 38, 41, 21, 33, 45, 40, 29, 8, 55, 23, 37, 15, 19}

توجه شود که همه‌ی مجموعه‌های بالا مرتب هستند.

شکل۲ را می‌توان برای مساله متصور شد. در این شکل محور *x* و*y* مختصات محل نقاط گره را نشان می‌دهند. اعداد داخل نمودار نیز بیانگر شماره‌ی گره می‌باشند. سرانجام، همسایگی نقاط کاندید با دوایری به مرکز این نقاط و شعاع ۵ رسم شده است.

ب) محاسبه پارامترهای مناسب

با توجه به مشخص بودن مختصات نقاط گره و کاندید، محاسبه C_{ij} بسیار آسان است. اندازه جمعیت برابر ۱۰ و شرط توقف الگوریتم، اجرای ۲۰ تکرار الگوریتم فرض می‌شود. تنها پارامترهای مجهول مساله مقادیر pc و pm می‌باشند. در الگوریتم ژنتیک فرض بر آن است که $pc \in [۰،۸و۰،۹۹]$ و $pm \in [۰،۰۱و۰،۲۰]$.



شکل ۲. مختصات گره های شبکه، نقاط کاندید و گره‌های همسایه

در این قسمت برای محاسبه‌ی مقادیر بهینه pc و pm از روش آزمایش و خطا بهره گرفته‌ایم. برای این منظور مقادیر مختلف این دو پارامتر را در بازه‌های گفته شده، به عنوان پارامترهای الگوریتم ژنتیک در نظر گرفته و الگوریتم به ازای این مقادیر، بر مساله پیاده شده است. برای آن‌که بتوان با تقریب خوبی به مقادیر pc و pm به دست آمده اطمینان کرد؛ به ازای هر جفت pc و pm مورد آزمون، ۲۰ بار برنامه را اجرا کرده و میانگین جواب‌ها را به عنوان معیار ارزیابی پارامترها در نظر گرفته‌ایم.

با توجه به نتایج حاصل، مقادیر بهینه‌ی پارامترهای الگوریتم ژنتیک عبارتند از: $pc=0.93$ و $pm=0.02$. در خروجی هر اجرا، یک جدول و یک نمودار مشاهده می‌شود. اما از آنجا که نمایش تمام جداول و نمودارها در این مختصر نمی‌گنجد، به نمودار و جدول حاصل از پارامترهای بهینه بسنده می‌کنیم.

شکل ۳، نحوه‌ی تغییرات تابع هدف را بر حسب تعداد تکرارهای الگوریتم به ازای پارامترهای بهینه در ۲۰ اجرای مستقل نشان می دهد. همان‌گونه که مشاهده می شود مقادیر تابع هدف بعد از ۲۰ تکرار به ثبات تقریبی می رسند. بنابر این انتخاب عدد ۲۰ برای تعداد تکرارهای الگوریتم در شرط توقف نیز دور از واقعیت نیست.

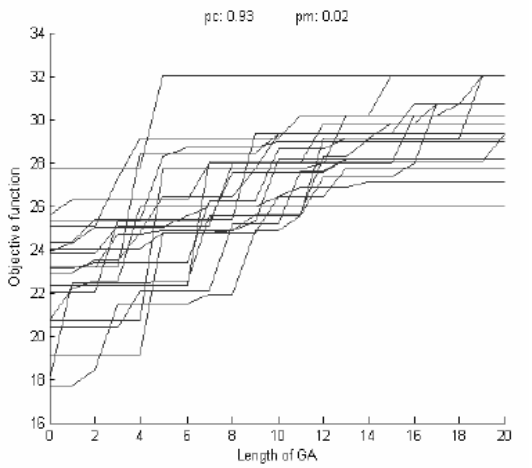
پارامترهای موجود در جدول ۱ نیز عبارتند از:

(Initial Value Of Objective Function) IVOF : بهترین مقدار تابع هدف در جمعیت اولیه

(Final Value Of Objective Function) FVOF : مقدار بهینه تابع هدف

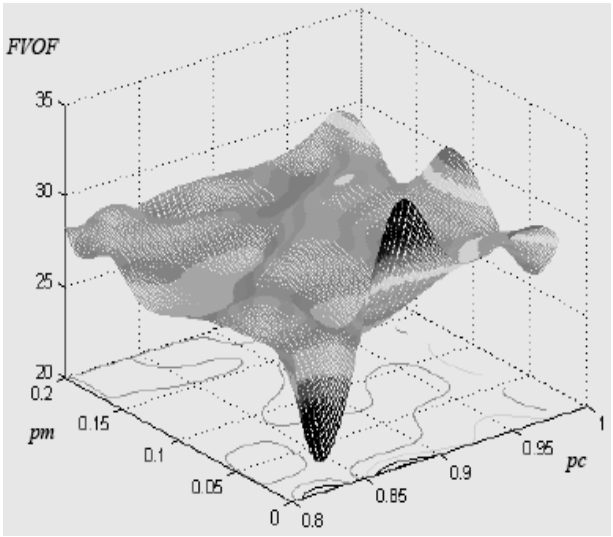
Times (s) : زمان اجرای الگوریتم بر حسب ثانیه

(Average)Avg : میانگین مقادیر هر ستون

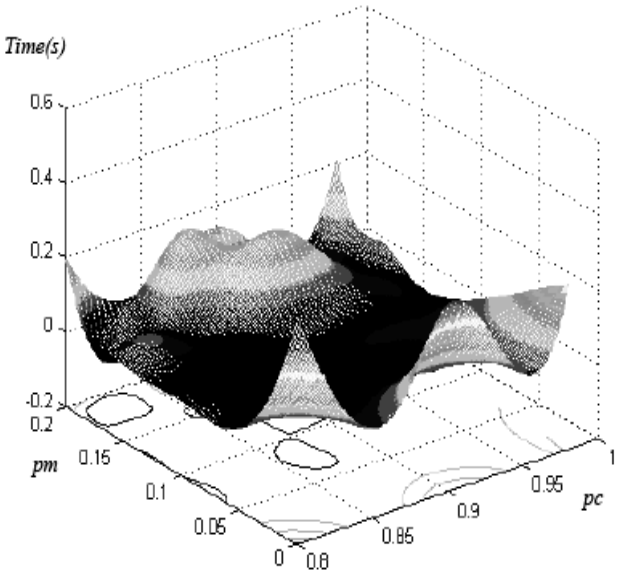


شکل ۳. مقادیر تابع هدف بر حسب طول الگوریتم در۲۰ بار اجرای الگوریتم ژنتیک با پارامترهای بهینه

شکل ۴ نحوه‌ی تغییرات میانگین مقادیر تابع هدف و شکل ۵ نحوه‌ی تغییرات متوسط زمان اجرای الگوریتم را بر حسب مقادیر مختلف *pc* و *pm* نشان می دهند. از روی این دو شکل می توان مقادیر بهینه‌ی پارامترهای الگوریتم را به دست آورد.



شکل ۴. میانگین مقادیر تابع هدف بر حسب *pc* و *pm*



شکل ۵. میانگین زمان اجرای الگوریتم بر حسب *pc* و *pm*

در این بخش از مقاله، عملکرد روش های ژنتیک (GA)، گرم و سرد کردن شبیه سازی شده (SA)، شمارش ضمنی (IE) و شاخه و کران (به کمک نرم افزار GAMS) در حل مساله ی مکان‌یابی پایانه ها مقایسه می شود. برای این منظور، دو شبکه ی اتوبوسرانی واقعی و در ابعاد بزرگ که مربوط به شهرهای مشهد و تهران می شوند؛ بررسی می شوند. مبنای مقایسه ی کارایی روش ها، مقادیر تابع هدف و زمان اجرای برنامه هاست.

جدول ۱. مقادیر تابع هدف به ازای پارامترهای بهینه در۲۰ بار اجرای الگوریتم ژنتیک

IVOF	FVOF	Time(s)
۲۳،۱۶	۲۹،۱۰	۰،۰۷
۲۷،۷۹	۳۲،۰۲	۰،۰۷
۲۴،۰۰	۲۸،۱۸	۰،۰۶
۲۲،۰۴	۲۹،۰۰	۰،۰۸
۲۰،۷۸	۲۷،۱۱	۰،۱۰
۲۰،۳۸	۲۸،۱۸	۰،۰۷
۲۲،۹۳	۲۹،۳۲	۰،۰۷
۲۵،۲۷	۲۸،۱۸	۰،۰۷
۲۵،۰۸	۳۲،۰۲	۰،۰۶
۲۳،۱۹	۲۹،۳۲	۰،۰۶
۲۳،۹۰	۲۵،۹۸	۰،۰۷
۲۴،۳۵	۳۲،۰۲	۰،۰۷
۲۰،۶۹	۳۰،۱۸	۰،۰۷
۱۹،۱۴	۳۷،۷۶	۰،۰۷
۲۳،۱۲	۳۲،۰۲	۰،۰۷
۲۲،۳۶	۲۹،۳۲	۰،۰۷
۱۸،۰۲	۳۰،۶۹	۰،۰۷
۲۵،۵۸	۲۹،۸۱	۰،۰۷
۱۷،۷۱	۳۰،۶۹	۰،۰۷
۲۳،۸۲	۳۰،۶۹	۰،۰۷
Avg:	۲۹،۵۸	۰،۰۷

۷. حل چند مثال واقعی

۷-۱. شبکه‌ی اتوبوسرانی شهر مشهد

شبکه ی اتوبوسرانی شهر مشهد که در مرجع [۷] بررسی شده است؛ دارای ۲۷۴ گره (ایستگاه) است. مدل مکان‌یابی پایانه ها برای این شبکه در حالتی که تعداد پایانه ها برابر ۲۰ باشد؛ دارای ۲۰ متغیر صحیح، حدود ۳۰۰ متغیر پیوسته و در حدود ۶۱۰ محدودیت است. این مدل توسط نرم افزار GAMS حل شده و نتایج آن، در مرجع [۷] ارایه شده است. در مرجع [۹] نیز این مساله به کمک روش های شمارش ضمنی و گرم وسرد کردن شبیه سازی شده با ۳۵ تکرار در هر دما حل شده است. برای استفاده از الگوریتم ژنتیک، برنامه ای در محیط نرم افزاری MATLAB *7* نوشته ایم. (هر چهار برنامه‌ی GA، SA، IE و GAMS توسط 66 DX2 486 MHz اجرا شده است.) نتایج حاصل از حل مدل مکان‌یابی پایانه ها برای شهر مشهد با ۲۰ گره کاندید توسط روش های GA، SA، IE و GAMS در جدول ۲ خلاصه شده است. به دلیل کوچک بودن ابعاد مساله، در هر ۴ روش، جواب بهینه حاصل شده است. از این رو، زمان اجرای برنامه ها را می توان به عنوان مبنای مقایسه ی روش‌ها

در نظر گرفت. اگر جمع زمان اجرای برنامه ها برای ۲۰ حالت مبنای مقایسه در نظر گرفته شود؛ مشاهده می شود که روش GA حدود ۸ برابر سریعتر از روش *SA* ، حدود ۴۸۵ برابر سریعتر از روش IE و حدود ۱۲۰۰ برابر سریعتر از GAMS است. چنانچه شهرداری قصد احداث ۸ پایانه را داشته باشد این نسبت ها به ترتیب برابر ۸،۳۷ و ۹۲۵ و ۵۴۰۵ خواهد بود.

همانطور که در جدول ۲ دیده می شود زمان الگوریتم ژنتیک پیشنهادی، برخلاف سایر روش ها، حساسیت کمتری به تعداد پایانه ها دارد. در حقیقت این زمان، بیش از آن که به تعداد پایانه ها حساس باشد؛ به تعداد نقاط کاندید حساس است و این، به علت نوع کروموزم و عملگر های تقاطع و جهش خاص تعریف شده و نیز شرط پایان الگوریتمی است که تعریف کرده ایم.

جدول۲. مقایسه‌ی زمان اجرای GAMS، IE، SA و GA برای شبکه‌ی مشهد با ۲۷۴ گره و ۲۰ گره کاندید (ثانیه)

تعداد پایانه	زمان اجرای GAMS	زمان اجرای IE	زمان اجرای SA	زمان اجرای GA
۱	۱۲	۱	۷	۲
۲	۱۰۳	۱	۱۱	۳،۱
۳	۵۱۰	۳	۱۶	۳،۱
۴	۱۷۸۷	۱۷	۱۹	۳،۵
۵	۴۶۳۹	۹۳	۲۲	۳،۸
۶	۹۶۶۵	۴۵۵	۲۵	۳،۵
۷	۱۶۳۶۸	۱۵۰۶	۲۸	۳،۶
۸	۲۰۰۰۱	۳۴۲۰	۳۱	۳،۷
۹	۱۹۰۱۲	۵۶۴۰	۳۴	۴
۱۰	۱۲۰۴۵	۷۱۴۰	۳۶	۴
۱۱	۵۶۳۲	۷۲۰۰	۳۸	۴،۱
۱۲	۲۲۶۳	۵۷۰۰	۴۱	۴،۲
۱۳	۱۱۱۰	۳۷۸۰	۴۳	۴،۲
۱۴	۴۷۵	۱۹۸۰	۴۵	۵
۱۵	۱۴۹	۸۴۰	۴۷	۵
۱۶	۶۶	۲۸۲	۴۹	۴،۸
۱۷	۲۹	۷۰	۵۱	۴،۹
۱۸	۱۴	۱۳	۵۳	۵،۲
۱۹	۷	۲	۵۵	۴
۲۰	۲	۱	۱	۳
جمع	۹۳۸۸۹	۳۸۱۴۴	۶۵۲	۷۸،۷

۲-۷. شبکه ی اتوبوسرانی شهر تهران

دومین شبکه‌ی واقعی بررسی شده مربوط به شهر تهران می شود. این شبکه دارای ۱۶۵۰ گره با ۹۹ گره کاندید است. در این حالت مساله دارای ۹۹ متغیر صحیح، حدود ۲۵۰۰ متغیر پیوسته و در حدود ۴۳۰۰ محدودیت است.

حل این مساله توسط GAMS به عنوان یک مساله ی واحد (بدون تقسیم بندی شبکه) عملا ناممکن است. به عنوان مثال، زمان لازم برای حل مساله حتی با ۳۸ گره کاندید بیش از چهار شبانه روز شد [۹]. همچنین حل این مساله با ۷۵ گره کاندید (پس از حذف تعدادی از گره های کاندید که احتمال انتخاب بسیار کمی داشتند) توسط روش SA با ضریب کاهش دمای ۰،۹۸ و تعداد ۲۰۰ تکرار در هر دما در مرجع [۹] آمده است.

با توجه به بدیهی بودن برتری روش GA بر GAMS در مکان‌یابی پایانه‌های تهران، تنها به مقایسه ی روش های GA و SA می‌پردازیم. جدول ۳ مقدار تابع هدف و زمان اجرای این دو الگوریتم را برای ۷۵ گره کاندید و حداکثر ۳۵ پایانه‌ی قابل احداث، مقایسه می کند.

جدول۳. مقایسه ی زمان اجرای SA و GA برای شهر تهران با ۱۶۵۰ گره، ۷۵ گره کاندید و حداکثر ۳۵ پایانه‌ی مورد نیاز

تعداد پایانه	روش SA		روش GA	
	تابع هدف	زمان اجرا (ثانیه)	تابع هدف	زمان‌اجرا (ثانیه)
۱	۷۸۹۵۴	۶۰	۷۹۰۱۵	۱۵
۲	۱۳۷۲۱۹	۱۸۰	۱۴۰۰۰۱	۳۰
۳	۱۷۷۱۵۲	۱۸۰	۱۷۸۲۶۱	۳۲
۴	۲۱۵۶۹۱	۱۸۰	۲۴۳۶۰۲	۳۲
۵	۲۴۴۷۸۲	۳۰۰	۲۵۱۰۱۰	۳۵
۶	۲۶۸۲۸۱	۳۰۰	۲۶۸۲۹۱	۴۰
۷	۲۸۹۵۷۴	۳۰۰	۲۹۰۵۲۲	۳۹
۸	۳۰۷۵۵۷	۴۲۰	۳۰۷۵۵۰	۳۹
۹	۳۲۴۹۵۴	۴۲۰	۳۲۴۸۰۲	۴۱
۱۰	۳۴۲۰۴۲	۴۸۰	۳۴۲۴۲۸	۵۰
۱۱	۳۵۸۹۱۰	۵۴۰	۳۶۲۰۱۱	۵۰
۱۲	۳۷۵۶۱۶	۵۴۰	۳۷۵۹۰۲	۵۱
۱۳	۳۹۱۷۲۶	۶۰۰	۳۸۸۹۵۵	۵۰
۱۴	۴۰۷۰۲۸	۶۰۰	۴۰۸۶۵۲	۵۳
۱۵	۴۲۱۷۹۸	۶۶۰	۴۳۰۸۱۲	۵۶
۱۶	۴۳۳۹۱۱	۷۲۰	۴۳۸۰۰۰	۵۷
۱۷	۴۴۵۱۲۷	۷۲۰	۴۴۵۱۵۳	۵۵
۱۸	۴۵۵۹۴۸	۷۸۰	۴۵۶۹۰۰	۵۵
۱۹	۴۶۶۳۶۹	۷۸۰	۴۷۱۳۱۷	۵۶
۲۰	۴۷۵۳۳۰	۲۵۸۰	۴۷۴۹۱۱	۶۰
۲۱	۴۸۴۱۵۷	۲۶۴۰	۴۹۱۰۸۵	۶۱
۲۲	۴۹۲۳۵۴	۲۷۶۰	۴۹۳۲۷۶	۶۱
۲۳	۵۰۰۳۰۹	۲۸۸۰	۵۰۵۲۱۳	۵۹
۲۴	۵۰۸۱۵۹	۲۹۴۰	۵۱۰۵۱۱	۵۹
۲۵	۵۱۵۵۶۳	۳۰۶۰	۵۱۵۷۴۱	۶۵
۲۶	۵۲۲۸۱۲	۳۱۸۰	۵۲۴۷۰۲	۶۰
۲۷	۵۲۹۳۷۶	۳۳۰۰	۵۳۱۴۲۳	۶۰
۲۸	۵۳۷۴۰۶	۳۴۲۰	۵۳۹۵۱۱	۶۳
۲۹	۵۴۲۵۸۶	۳۴۸۰	۵۴۲۵۷۲	۶۵
۳۰	۵۵۰۰۵۷	۳۶۰۰	۵۵۱۱۲۰	۷۸
۳۱	۵۵۵۵۹۹	۳۷۲۰	۵۵۸۵۹۰	۸۰
۳۲	۵۶۰۹۹۱	۳۷۸۰	۵۶۵۱۸۹	۹۰
۳۳	۵۶۸۶۶۱	۳۹۰۰	۵۷۰۷۶۰	۹۵
۳۴	۵۷۲۹۴۱	۴۰۲۰	۵۷۲۹۶۲	۹۵
۳۵	۵۸۰۴۱۹	۴۰۸۰	۵۸۵۲۳۳	۹۶
جمع	۱۴۶۳۹۳۵۹	۶۲۱۰۰	۱۴۷۳۵۹۸۳	۱۹۸۳

۸. نتیجه گیری

مساله‌ی مکان‌یابی پایانه‌های شبکه اتوبوس‌رانی، حالت خاصی از مساله‌ی مکان‌یابی تسهیلات است که علاوه بر طراحی شبکه‌های اتوبوس‌رانی، در مسایل دیگری مانند احداث تعداد معینی مدرسه‌ی شبانه روزی در بین تعداد زیادی روستای کوچک و پراکنده، مکان‌یابی تعداد مشخص حوزه‌های امتحانی آزمون کارشناسی ارشد در سطح کشور و زمینه‌های مشابه آن نیز کاربرد دارد.

در کوشش های پیشین برای حل این مساله، روش‌های شاخه و کران، شمارش ضمنی و گرم و سرد کردن شبیه‌سازی شده به کار گرفته شده است. در این مقاله، برای حل مساله، یک الگوریتم ژنتیک پیشنهاد کردیم. به این منظور، عملگرهای تقاطع، جهش و انتخاب مناسب معرفی شد. برای به دست آوردن پارامترهای بهینه‌ی الگوریتم یعنی نرخ تقاطع و نرخ جهش از یک مساله‌ی تجربی بهره گرفتیم.

نتایج حاصل از حل مساله برای شهر مشهد، کارایی فوق العاده‌ی این روش را در مقایسه با سه روش دیگر نشان داد. هرچند هر چهار روش در مورد شبکه مشهد به جواب بهینه رسیدند؛ اما زمان حل مساله توسط الگوریتم ژنتیک، به ترتیب حدود ۸، ۴۸۵ و ۱۲۰۰ برابر سریعتر از روش های گرم و سرد کردن شبیه سازی شده، شمارش ضمنی و شاخه و کران شد. پس از آن‌که کارایی الگوریتم پیشنهادی در حل مساله، مشخص شد؛ مساله‌ی مکان‌یابی شهر تهران نیز توسط این روش حل شد. ابعاد شبکه‌ی شهر تهران حدود ۵ برابر شهر مشهد است و حل مساله‌ی مذکور با روش شاخه و کران (توسط نرم افزار GAMS)، مستلزم تقسیم کردن شهر به چند زیر ناحیه و حل مجزای آن‌ها است. در غیر این صورت به دلیل بالا رفتن زمان اجرا، حل مساله توسط GAMS تقریبا غیر عملی است. این مساله بدون نیاز به تقسیم بندی، با استفاده از الگوریتم ژنتیک پیشنهادی حل و زمان اجرای آن ۳۰ برابر کمتر از رقیب اصلی اش، SA شد. میانگین دقت جواب نیز بیشتر از روش SA است.

مراجع

[۱] ابوالقاسم، آرزو.، « مکان‌یابی پایانه‌های درون‌شهری برای شبکه‌ی اتوبوس‌رانی»، پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی شریف، شهریور ۱۳۷۸.

[۲] حجازی، بهرنگ.، « حل مساله‌ی مکان‌یابی پایانه های شبکه‌ی اتوبوسرانی با استفاده از روش گرم و سرد کردن شبیه سازی شده»، پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی شریف، شهریور ۱۳۷۸.

[۳] ذکایی آشتیانی، هدایت.، حجازی، بهرنگ.، « کاربرد روش گرم و سرد کردن شبیه سازی شده در حل مساله‌ی مکان‌یابی پایانه های شبکه‌ی اتوبوسرانی»، استقلال، جلد ۲۰، شماره ۲، صفحه ۱۴۰-۱۲۵، ۱۳۸۰.

[۴] قنبری، رضا.، « کاربرد روش جستجوی محلی یاسکوویچ در حل مسایل بهینه سازی ترکیبیاتی چند هدفه»، پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشکده علوم ریاضی، دانشگاه صنعتی شریف، آبان ۱۳۸۳.

[5] Francis, R.L., White, J.A., *Facility Layout and Location: an Analytical Approach*, Prentice-Hall, 1974.

[6] Lapierre, S.D., Ruiz, A.B., Soriano, P., *"Designing Distribution Networks: Formulations and Solution Heuristic"* , TRANSPORTATION SCIENCE, Vol. 38, No. 2, May 2004, pp. 174-187.

[7] Bander, J.L., White, C.C., *"A Heuristic Search Approach for a Nonstationary Stochastic Shortest Path Problem with Terminal Cost"*, TRANSPORTATION SCIENCE, Vol. 36, No. 2, May 2002, pp. 218-230.

[8] Bouzaïene-Ayari, B., Gendreau, M., Nguyen, S., *"Modeling Bus Stops in Transit Networks: A Survey and New Formulations"*, TRANSPORTATION SCIENCE, Vol. 35, No. 3, August 2001, pp. 304-321.

[9] Ginkel, A., Schöbel, A., *"To Wait or Not to Wait? The Bicriteria Delay Management Problem in Public Transportation"*, TRANSPORTATION SCIENCE, Vol. 41, No. 4, November 2007, pp. 527-538.

[10] Abbink, E., Van den Berg, B., Kroon, L., Salomon, M., *"Allocation of Railway Rolling Stock for Passenger Trains"*, TRANSPORTATION SCIENCE, Vol. 38, No. 1, February 2004, pp. 33-41.

[11] Van Oudheusden, D.L., Ranjithan, S., Singh, K.N., *"The design of bus route systems; An interactive location-allocation approach"*, TRANSPORTATION SCIENCE, Vol. 14, No. 3, 1987, pp.253-270.

[12] Drezner, T., Drezner, Z., Scott, C.H., *"Location of a Facility Minimizing Nuisance to or From a Planar Network"*, Computers & Operations Research, Vol. 36, 2009, pp.135 – 148

[13] Drezner, T., Drezner, Z., *"Equity Models in Planar Location"*, CMS, Vol. 4, 2007, pp.1–16.

[14] Gonzales, F.T., *HandBook of Approximation Algorithms and Metaheuristics*, Champan and Hall, 1 Ed, 2007.

[15] Pham, D.P., Karaboga, D., *Intelligent Optimization Techniques: Genetic Algorithm, Tabu Search, Simulated Annealing, Neural Network*, Springer, 1Ed, 2000.

[16] Rego, C., Alidaee, B., *Metaheuristic Optimization via Memory and Evolution: Tabu Search and Scatter Search*, Springer , 1 Ed, 2005.

[17] Haupt, R.L., Haupt, S.E., *Practical Genetic Algorithm*, John Wiley, 2 Ed, 2004.

[18] Eiben, A.E., Smith, J.E., *Introduction to Evolutionary Computing*, Springer, 2007.

[19] Holland J.H., *Adaptation in Natural and Artificial Systems*, The University of Michigan Press, 1975.

[20] Goldberg, D.E., *"Real-Coded Genetic Algorithms, Virtual Alphabets and Blocking"* , Complex Sistems, Vol.5, No.2, 1991, pp. 139-168.

[21] Goldberg, D.E., *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning*, Addison-Wesley, 1989.

[22] Goldberg, D.E., Lingle, R., *"Alleles, Loci, and the Travelling Salesman Problem"*, Proceedings of **1**st International Conference on Genetic Algorithms and their Applications**,** 1985, pp. 154-159.