



# SEQUENCING MIXED-MODEL ASSEMBLY LINE TO MINIMIZE TOTAL STOPPAGE TIMES (CASE STUDY: SAIPA CORPORATION)

Nasim Nahavandi\* & Saeed Imeni

*Nasim Nahavandi, Associate Professor of Industrial Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran.*

*Saeed Imeni, Master of Science of Industrial Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran.*

## Keywords

Mixed model assembly line,  
Sequencing,  
Utility work,  
Stoppage time,  
Metaheuristics

## ABSTRACT

*Mixed Model Assembly Line are a type of production line where a variety of product models similar in product characteristics are assembled. Sequencing problem are important for an efficient use of mixed model assembly line. Various objectives have been considered in the MMAL sequencing problems. Recently, numerous research effort have been directed towards the development of heuristic and metaheuristic approaches to solve MMAL sequencing problems. In this paper we review and use previous researches for efficient use of the assembly line of Saipa corporation. We developed non-linear mixed integer programming to sequencing problem. The problem minimizes the total cost of the stoppage times incurred in an assembly line with different line parameters and operation sequences of the mixed model. Since the time complexity function of the proposed program we use a metaheuristic algorithm for solving program. Results show that Saipa corporation can consider sequencing problem for reducing total cost in remarkable amount.*

© 2015 IUST Publication, IJIEPM. Vol. 26, No. 3, All Rights Reserved



## تعیین توالی ورود محصولات به خط مونتاژ مدل ترکیبی به منظور کمینه کردن مجموع زمان‌های توقف خط (مطالعه موردی: شرکت سایپا)

نسیم نهاوندی\* و سعید ایمنی

### چکیده:

خط مونتاژ مدل ترکیبی نوعی خاص از خطوط تولیدی است که می‌تواند مدل‌های متفاوتی از یک محصول را بر روی یک خط تولید کند. یکی از مهم‌ترین مسائل در راستای استفاده و بهره‌مندی مناسب از این نوع خط مونتاژ، تعیین توالی تولید محصولات است. در سال‌های اخیر تحقیقات زیادی بر روی مسئله تعیین توالی صورت گرفته است که برخی محققان در مطالعاتشان ضمن ارائه مدل‌های ریاضی، به منظور یافتن جواب بهینه‌ی روش‌های بسیار متنوعی را پیشنهاد کرده‌اند. در این مقاله ضمن مرور و استفاده از تحقیقات پیشین و به منظور استفاده مؤثرتر از خط مونتاژ پراید شرکت سایپا، یک مدل ریاضی برای مسئله تعیین توالی ورود محصولات به منظور کمینه کردن مجموع هزینه‌های توقف‌های ناشی از عدم تکمیل به موقع کار مونتاژ در هر ایستگاه ارائه شده است. برای حل مسئله و با توجه به پیچیدگی مدل ریاضی غیر خطی عدد صحیح مختلط ارائه شده یک الگوریتم فرا ابتکاری پیشنهاد شده است. نتایج نشان می‌دهد که شرکت سایپا با توجه به مسئله تعیین توالی می‌تواند هزینه‌ی فروش از دست رفته‌ی خود را به میزان قابل توجهی کاهش دهد.

### کلمات کلیدی

خط مونتاژ مدل ترکیبی،  
تعیین توالی،  
کارهای لازم برای تکمیل  
عملیات ناتمام،  
زمان توقف،  
روش‌های فرا ابتکاری

### ۱. مقدمه

یک خط مونتاژ مدل ترکیبی نوعی از خط تولید است که می‌تواند محصولات متنوعی را تولید کند. برای این منظور کالاهای ساخته شده به یک سطح حداقل از همگن بودن محتاج هستند. بنابراین یک محصول معمولی پایه در نظر گرفته می‌شود و با انتخاب ویژگی‌های مورد نظر برای محصول نهایی از یک مجموعه‌ی از پیش مشخص شده، می‌توان تغییراتی را در محصول پایه ایجاد کرد [۱۰].

به منظور استفاده مؤثر از یک خط مونتاژ مدل ترکیبی بایستی به دو مسئله پاسخ داد: اولین مسئله، طراحی خط تولید و بالانس آن است. دومین مسئله، تعیین توالی محصولات برای مدل‌های متفاوت می‌باشد [۴].

تاریخ وصول: ۹۱/۰۶/۲۹

تاریخ تصویب: ۹۲/۱۰/۱۱

سعید ایمنی، کارشناس ارشد مهندسی صنایع، دانشگاه تربیت مدرس،  
imenisaeid@gmail.com

\*نویسنده مسئول مقاله: دکتر نسیم نهاوندی، دانشیار بخش مهندسی صنایع،  
دانشگاه تربیت مدرس، ir.nahavandi@modares.ac.ir

با توجه به افزایش گرایش به سمت استفاده از خط مونتاژ مدل ترکیبی، مسئله بالانس و تعیین توالی محصولات توجه بسیاری از محققین را طی دو دهه اخیر به خود جلب کرده است. برای استفاده مؤثر از خط مونتاژ مدل ترکیبی مسئله تعیین توالی بسیار مهم است. زمانی که یک خط مونتاژ پیکربندی و راه اندازی شده باشد ایجاد یک تغییر فیزیکی در پیکربندی آن بسیار سخت می‌باشد مگر اینکه این تغییر توجیه اقتصادی داشته باشد. پس امکان تغییر در پیکره بندی خط مونتاژ وجود ندارد یا اگر هم این امکان وجود داشته باشد بسیار پر هزینه است و بالانس مجدد خط هیچ‌گونه توجیهی از نظر اقتصادی ندارد [۶].

مسئله تعیین توالی مدل ترکیبی دنبال توالی‌ای است که مدل‌ها طوری پشت سر هم وارد خط شوند که آن‌هایی که نیازمند کار کمتری هستند با آن‌هایی که نیازمند کار بیشتری هستند بالانس شوند و چنین نباشد که چند مدل با زمان فرآیند کم (یا زیاد) پشت سر هم وارد خط شوند. برای این منظور مدل‌ها در هر ایستگاه و چرخه با در نظر گرفتن زمان‌های لازم برای انجام فرآیند

باتیستا و کانو (۲۰۰۸) نیز به بررسی تعیین توالی خط مونتاژ پرداختند. آن‌ها هدف مینیمم کردن اضافه کاری در همه‌ی ایستگاه‌های خط مونتاژ پرداختند [۱].

چوتیما و پینکومپی (۲۰۰۹) دو تابع هدف که به طور عکس بهم مرتبطند یعنی زمان‌های راه اندازی و نوسانات نرخ تولید را به طور هم‌زمان در نظر گرفتند. در این مطالعه فرض شده که خط بالانس است و تنها مسئله‌ی تعیین توالی باقی مانده است.

در این مطالعه از الگوریتم‌های ممتیک که نوعی از الگوریتم‌های تکاملی می‌باشند و از یک جستجوی محلی استفاده می‌کنند استفاده شده است. نتایج شبیه سازی نشان می‌دهد که الگوریتم‌های بکار گرفته شده در این رابطه، با یک جستجوی محلی مناسب عملکرد بهتری نسبت به الگوریتم‌های فرا ابتکاری دارند [۵].

ربانی و همکاران (۲۰۱۰) سه تابع هدف به طور هم‌زمان در نظر گرفتند: مینیمم کردن نوسانات بین ظرفیت تولید مورد نیاز و واقعی خط، مینیمم کردن اهدافی که شانس توقف خط را افزایش می‌دهند که شامل: مینیمم کردن زمان راه اندازی کل، مینیمم کردن کل هزینه‌ی نوسانات تولید و مینیمم کردن کل هزینه‌ی کارهای لازم برای تکمیل عملیات ناتمام می‌شود. این مطالعه یک برنامه ریزی فازی جدید برای بدست آوردن یک حل و یک توالی بیشتر پیشنهاد کرده است و در انتها تأثیر زیر خط فرعی بر توقف خط در یک ایستگاه خاص بررسی شده و تأثیر تغییر سرعت خط بر توقف خط با سرعت‌های متفاوت تعریف شده در یک ایستگاه مطالعه شده است [۱۲].

در این مقاله با توجه به مرور تحقیقات پیشین، مدل ریاضی جدیدی به منظور تعیین یک توالی از ورود محصولات که کم‌ترین میزان توقفات خط مونتاژ مدل ترکیبی را به دنبال دارد ارائه شده است. روابط موجود در محدودیت‌های این مدل ریاضی همچنین می‌توانند میزان زمان‌های بیکاری به وجود آمده در هر ایستگاه و هر توالی را نیز محاسبه نمایند. با توجه به غیر خطی بودن چند دسته از محدودیت راهکاری برای خطی کردن برخی از آن‌ها نیز ارائه شده است. سپس با در نظر گرفتن پیچیدگی مسئله و با هدف یافتن جواب بهینه یا نزدیک به بهینه برای مسئله الگوریتم شبیه‌سازی آنیلینگ پیشنهاد شده است.

## ۲. بیان مسئله

یک سیستم مونتاژ شامل مجموعه‌عناصر کاری غیر قابل تقسیم و مجزای برای مونتاژ یک یا چند محصول می‌باشد که دارای چندین ایستگاه کاری مرتبط و متصل به یکدیگر است که یک سیستم انتقال مواد بین ایستگاه‌های کاری آن وجود دارد و چگونگی مونتاژ محصول از یک ایستگاه کاری تا ایستگاه کاری دیگر توسط دستورالعمل خاصی تعیین می‌شود. چندین مدل از یک محصول روی یک خط مونتاژ و در یک توالی مختلط مونتاژ می‌شود. از

بر روی آن‌ها، حرکت کردن کارگران، مرزهای ایستگاه و ویژگی‌های عملیاتی خط زمان‌بندی می‌شوند [۳].

محصولات بر روی تسمه نقاله منتقل می‌شوند و اپراتورها در طول تسمه نقاله در هنگام کار بر روی یک محصول حرکت می‌کنند. به علت محدود بودن کار اپراتور در ایستگاه خودش چند حالت پیش می‌آید که اپراتور نمی‌تواند کارش را بر روی محصول قبل از اینکه ایستگاه را ترک کند به اتمام برساند. اگر مدل‌های مختلفی با زمان‌های پردازش بیشتر یکدیگر را در ایستگاه مشابهی دنبال کنند کارگر قادر به برگشت به مرز چپ ایستگاه قبل از اینکه قطعه‌ی بعدی برسد نیست و بنابراین اضافه کاری زمانی ایجاد می‌شود که به دنبال آن، عملیات یک قطعه در بین مرزهای آن ایستگاه به پایان نمی‌رسد. یکی از اقدام‌هایی که ممکن است صورت بگیرد این است که کل خط مونتاژ متوقف می‌شود تا زمانی که تمام ایستگاه‌ها کار خود را بر روی قطعه‌ی مخصوص به خودشان تمام کنند [۳].

اکامورا و یاماشینا (۱۹۷۹) یک روش ابتکاری برای توالی محصولات با زمان‌های پردازش متفاوت روی یک خط مونتاژ مدل ترکیبی به منظور حداقل کردن ریسک توقف نقاله پیشنهاد کردند [۹]. یانو و بولات (۱۹۸۹) مسئله توالی را برای حالت ورود محصولات با فواصل زمانی مساوی از هم به روی خط، مورد بررسی قرار دادند [۱۸].

میلنتبرگ (۱۹۸۹) مسئله تعیین توالی خط مونتاژ مدل ترکیبی را به صورت یک مسئله برنامه ریزی عدد صحیح غیر خطی با تابع هدف حداقل کردن مجموع انحراف نرخ‌های تولید واقعی از نرخ‌های تولید مطلوب، مدل کرد [۸].

کیم و همکاران (۱۹۹۶) مسئله را برای حالتی که خط هم شامل ایستگاه باز و هم شامل ایستگاه بسته است (خط ترکیبی) بررسی کردند. آن‌ها در این تحقیق حداقل کردن طول خط را به عنوان تابع هدف در نظر گرفتند. همچنین در این مسئله زمان راه‌اندازی وابسته به توالی در نظر گرفته شده است [۷].

سارکر و پان (۱۹۹۸) مسئله‌ی تعیین توالی خط مونتاژ مدل ترکیبی را با ایستگاه‌های باز و بسته در نظر گرفتند. هدف از این مسئله مینیمم کردن کل هزینه‌های زمان‌های لازم برای تکمیل عملیات ناتمام و زمان‌های بیکاری بوده است [۱۴].

ژیا اوبو و اونو (۲۰۰۰) مسئله تعیین توالی خط با هدف مینیمم سازی مجموع زمان‌های توقف نقاله، را مورد مطالعه قرار دادند. آن‌ها در این مقاله، زمان لازم برای بازگشت متصدی ایستگاه به منظور شروع کار بر روی توالی بعدی را نیز به مسئله اضافه کردند [۱۷].

سارکر و پان (۲۰۰۱) خط مونتاژی با ایستگاه‌های باز را در نظر گرفتند. تابع هدف در این تحقیق، حداقل کردن مجموع هزینه زمان‌های بیکاری و زمان‌های لازم برای تکمیل کارهای ناتمام بوده است [۱۵].

زمان توقف در هر توالی با بزرگ‌ترین زمان لازم برای تکمیل عملیات ناتمام همه‌ی ایستگاه‌ها در آن توالی برابر است.

### ۳. مدل ریاضی

بر اساس مدل ارائه شده توسط هیون و همکاران (۱۹۹۸) و با افزودن محدودیت‌های جدید به آن و اعمال اصلاحاتی در محدودیت‌های پیشین یک مدل برنامه‌ریزی ریاضی برای مسئله ارائه شده است که با در نظر گرفتن معیار میزان توقف خط، توالی بهینه‌ی مسئله را که به موجب آن مجموع هزینه‌های توقف خط کمینه می‌شود را مشخص می‌کند که یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط می‌باشد [۶].

#### ۳-۱. نمادها

در توسعه‌ی مدل پیشنهادی از نمادهای زیر استفاده شده است:

#### ۳-۱-۱. اندیس‌ها

$i \in \{1, \dots, NI\}$	I	توالی
$j \in \{1, \dots, K\}$	J	ایستگاه
$m \in \{1, \dots, M\}$	M	مدل

#### ۳-۱-۲. پارامترها

NI	تعداد کل توالی‌ها
K	تعداد ایستگاه‌ها
M	تعداد مدل‌ها
$d_m$	تقاضای مدل m در بردار حداقل قطعات
$V_c$	سرعت نقاله (متر بر دقیقه)
$L_j$	طول ایستگاه j (متر)
CostST	هزینه‌ی زمان توقف (تومان بر دقیقه)
$t_{m,j}$	زمان پردازش مدل m در ایستگاه j

آنجایی که این مدل‌ها تنها نسبت به چند مشخصه جزئی با هم تفاوت دارند، فرآیندهای تولید این مدل‌ها کاملاً مشابه هستند و به دلیل تشابه فرآیندهای تولید این مدل‌ها، هنگام تغییر کار از روی یک مدل به مدل دیگر، راه‌اندازی لازم نیست یا تنها یک راه‌اندازی جزئی مورد نیاز است.

خط مونتاژ مدل ترکیبی‌ای مورد بررسی در این تحقیق دارای ویژگی‌ها و مفروضات زیر است:

- خط قبل بالانس شده است. هر یک از عملیات با توجه به تقدم و تأخر نسبت به سایر عملیات به یکی از ایستگاه‌ها تخصیص یافته است همچنین زمان لازم برای هر عملیات و طول هر ایستگاه مشخص شده است.
- خط مونتاژ به صورت تنقله‌ای در نظر گرفته شده که با سرعت ثابت  $v_c$  در حال حرکت است.
- در هر ایستگاه ممکن است چند اپراتور وجود داشته باشد که برای ساده‌سازی مسئله اپراتوری که کارش بر روی محصولات بیشتر از بقیه طول می‌کشد در نظر گرفته می‌شود.
- خط از k ایستگاه کاری تشکیل شده است.
- تقاضا برای مدل‌ها قطعی و معین است.
- محصول‌ها با همان توالی که وارد خط می‌شوند از تمامی ایستگاه‌ها عبور می‌کنند.
- زمان لازم برای بازگشت اپراتور به سمت چپ به منظور کار بر روی محصول بعدی نادیده گرفته شده است.
- در صورتی که اپراتور نتواند کار خود را به موقع و قبل از رسیدن به انتهای ایستگاه به اتمام برساند بایستی خط متوقف شود تا اپراتور بتواند کار ناتمام خود را بر روی محصول به اتمام برساند.
- به منظور زمان‌بندی اپراتورها از الگوی زودترین زمان شروع استفاده شده است.
- فاصله‌ی زمانی بین ورود محصول‌ها ثابت در نظر گرفته شده است.

$$\text{Min } Z = \sum_{i=1}^{NI} \text{CostST} \cdot St_i \quad (1)$$

$$\sum_{j=1}^M X_{i,j} = 1 \quad \text{For } i = 1, \dots, NI \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^{NI} X_{i,j} = d_j \quad \text{For } j = 1, \dots, M \quad (3)$$

$$Z_{1,1} = 0 \quad (4)$$

$$Z_{1,j+1} = \sum_{n=1}^j l_n \quad \text{For } j = 1, \dots, K - 1 \quad (5)$$

$$id_{1,j} = 0 \quad \text{For } j = 1, \dots, K \quad (۶)$$

$$id_{i,j} = \text{Max} \left\{ 0, \left( \sum_{n=1}^{j-1} l_n \cdot \left[ Z_{i-1,j} + V_c \cdot \left[ \sum_{m=1}^M X_{i-1,m} t_{m,j}^{-St_{i-1}-a} \right] \right] \right) / V_c \right\} \quad \text{For } i = 2, \dots, NI$$

$$\text{For } j = 2, \dots, K \quad (۷)$$

$$id_{i+1,1} = \text{Max} \left\{ 0, \left( - \left[ Z_{i,1} + V_c \cdot \left[ \sum_{m=1}^M X_{i,m} t_{m,1}^{-St_i-a} \right] \right] \right) / V_c \right\} \quad \text{For } i = 1, \dots, NI - 1 \quad (۸)$$

$$Z_{i+1,j} = \text{Max} \left\{ \sum_{n=1}^{j-1} l_n \cdot Z_{i,j} + V_c \cdot \left[ \sum_{m=1}^M X_{i,m} t_{m,j}^{-St_i-a} + id_{i+1,j} \right] \right\} \quad \text{For } i = 1, \dots, NI - 1$$

$$\text{For } j = 1, \dots, K \quad (۹)$$

$$U_{i,j} = \text{Max} \left\{ 0, \left[ Z_{i,j} + V_c \cdot \sum_{m=1}^M X_{i,m} t_{m,j}^{-\sum_{n=1}^j l_n} \right] / V_c \right\} \quad \text{For } i = 1, \dots, NI$$

$$\text{For } j = 1, \dots, K \quad (۱۰)$$

$$St_i = \text{Max}_{1 \leq j \leq i} \left\{ U_{i-j+1,j} \right\} \quad \text{For } i = 1, \dots, K - 1 \quad (۱۱)$$

$$St_i = \text{Max}_{1 \leq j \leq K} \left\{ U_{i-j+1,j} \right\} \quad \text{For } i = K, \dots, NI \quad (۱۲)$$

$$X_{i,m} \in \{0,1\} \quad \text{For } i = 1, \dots, NI$$

$$\text{For } m = 1, \dots, M \quad (۱۳)$$

$$id_{i,j} \geq 0 \quad \text{For } i = 1, \dots, NI$$

$$\text{For } j = 1, \dots, K \quad (۱۴)$$

$$Z_{i,j} \geq 0$$

رابطه‌ی (۳) بیانگر آنست که تقاضای هر مدل بایستی تأمین شود. به همین منظور بایستی از تعداد کل توالی‌ها یعنی NI تعداد  $d_m$  تالی آن‌ها از مدل m باشد. این محدودیت به ازای هر نوع مدل باید برقرار باشد.

رابطه (۴) بیانگر آنست که ابتدای ایستگاه اول (ابتدای خط مونتاژ) موقعیت شروع کار اپراتور بر روی محصول توالی اول است.

رابطه (۵) بیانگر آنست که برای تمام ایستگاه‌ها به جز ایستگاه اول، ابتدای هر ایستگاه موقعیت شروع کار اپراتور بر روی محصول توالی اول است. چون که طرف دوم این عبارت یعنی  $\sum_{n=1}^j l_n$  برابر است با ابتدای ایستگاه  $i+1$  زام.

رابطه‌ی (۶) بیانگر آنست که چون موقعیت شروع به کار اپراتور در هر ایستگاه بر روی توالی اول برابر با ابتدای آن ایستگاه است پس زمان بیکاری ایجاد شده برای توالی اول در همه‌ی ایستگاه‌ها برابر با صفر است.

رابطه‌ی (۷) بیانگر میزان بیکاری ایجاد شده برای اپراتور ایستگاه  $j$  ام بر روی توالی  $i$  ام است که به شرح زیر محاسبه می‌گردد:

با توجه به اینکه  $Z_{i-1,j}$  موقعیت شروع به کار اپراتور ایستگاه  $j$  ام بر روی محصول  $i-1$  ام است و عبارت  $\sum_{m=1}^M X_{i-1,m} t_{m,j}$  بیانگر

### ۳-۱-۳. متغیرهای تصمیم

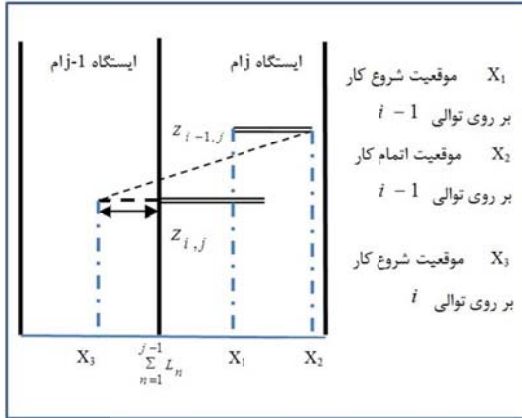
$X_{i,m}$  متغیری باینری که اگر محصول توالی  $i$  ام از مدل  $m$  باشد برابر با یک و در غیر این صورت برابر است با صفر  
 $U_{i,j}$  زمان لازم برای تکمیل عملیات ناتمام محصول توالی  $i$  ام در ایستگاه  $j$  ام  
 $id_{i,j}$  زمان بیکاری اپراتور در حین پردازش محصول توالی  $i$  ام در ایستگاه  $j$  ام  
 $St_i$  زمان توقف به وجود آمده در توالی  $i$  ام  
 $Z_{i,j}$  موقعیت شروع به پردازش محصول توالی  $i$  ام در ایستگاه  $j$  ام

### ۳-۱-۴. مدل ریاضی

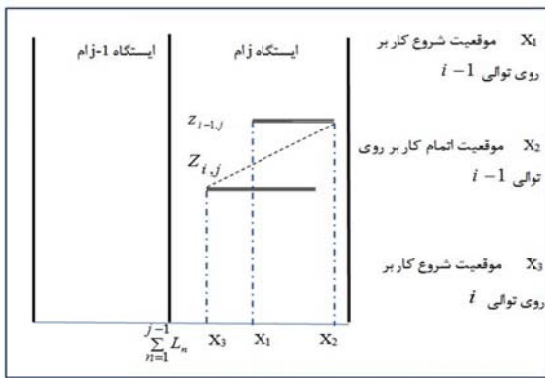
روابط (۱) تا (۱۴) بیانگر مدل ریاضی توسعه داده شده می‌باشد. در بخش بعدی به شرح هر یک از این روابط پرداخته شده است.

### ۳-۱-۴-۱. شرح مدل ریاضی

رابطه‌ی (۱) بیانگر تابع هدف مسئله می‌باشد که کمینه کردن مجموع هزینه‌های زمان‌های توقف در نظر گرفته شده است. رابطه‌ی (۲) بیانگر آنست که در هر بار فقط و تنها فقط یک نوع محصول وارد خط مونتاژ می‌شود. عبارت دیگر در هر توالی تنها یک نوع محصول می‌تواند وجود داشته باشد.



شکل ۱. چگونگی رخ دادن بیکاری برای اپراتور ایستگاه زام



شکل ۲. حالتی که برای اپراتور ایستگاه زام بیکاری رخ

نمی‌دهد.

در نتیجه محدودیت مربوط به محاسبه زمان بیکاری به صورت زیر مدل می‌شود:

$$id_{i,j} = \max \left\{ 0, \left( \sum_{n=1}^{j-1} L_n - \right. \right.$$

$$\left. \left. \left( Z_{i-1,j} + v_c \cdot \sum_{m=1}^M x_{i-1,m} \cdot t_{m,j} - v_c \cdot St_{i-1} - v_c \cdot a \right) \right) / v_c \right\}$$

رابطه‌ی (۸) بیانگر میزان بیکاری اپراتور ایستگاه اول بر روی تمامی توالی‌ها (به جز توالی اول) است که با توجه به رابطه‌ی (۷) بدست آمده است.

رابطه‌ی (۹) موقعیت مکانی شروع کار بر روی هر توالی (به جز توالی اول) در هر ایستگاه را بیان می‌کند که به شرح زیر محاسبه شده است. با توجه به اینکه  $Z_{i,j}$  موقعیت شروع به کار اپراتور ایستگاه  $j$

ام بر روی محصول  $i$  است و عبارت

$$\sum_{m=1}^M x_{i,m} \cdot t_{m,j}$$

ایستگاه  $j$  می‌باشد در نتیجه با ضرب سرعت نقاله در آن فاصله‌ی

طی شده برای انجام پردازش برابر با  $v_c \cdot \sum_{m=1}^M x_{i,m} \cdot t_{m,j}$  خواهد

زمان پردازش محصول توالی  $i-1$  ام در ایستگاه  $j$  ام می‌باشد در نتیجه با ضرب سرعت نقاله در آن فاصله‌ی طی شده برای انجام پردازش برابر با  $v_c \cdot \sum_{m=1}^M x_{i-1,m} \cdot t_{m,j}$  خواهد بود و در صورتی که در این توالی خط متوقف نشده باشد محصول  $i-1$  ام در ایستگاه  $j$  ام خواهد بود. از طرفی اگر خط در این توالی دچار توقف شده باشد مثل این است که از زمان پردازش محصول توالی  $i-1$  ام به میزان توقف خط در این توالی که برابر است با  $St_{i-1}$  کاسته شود. در نتیجه موقعیت اتمام کار بر روی محصول توالی  $i-1$  ام برابر است با:

$$Z_{i-1,j} + v_c \cdot \left( \sum_{m=1}^M x_{i-1,m} \cdot t_{m,j} - St_{i-1} \right)$$

از طرفی فاصله‌ی بین دو توالی  $i-1$  و  $i$  برابر  $v_c \cdot a$  می‌باشد. بنابراین در هنگام اتمام عملیات مربوط به محصول توالی  $i-1$  ام، عبارت  $Z_{i-1,j} + v_c \cdot \sum_{m=1}^M x_{i-1,m} \cdot t_{m,j} - v_c \cdot St_{i-1} - v_c \cdot a$  بیانگر موقعیت محصول توالی  $i$  ام است. موقعیت مکانی ابتدای ایستگاه  $j$  نیز برابر است با  $\sum_{n=1}^{j-1} L_n$ . هنگام تکمیل کار بر روی توالی  $i$  ام، یکی از دو حالت زیر ممکن است رخ دهد:

I. اگر موقعیت مکانی محصول توالی  $i$  ام کوچک‌تر از موقعیت مکانی ابتدای ایستگاه  $j$  ام باشد به این معنی است که محصول مربوط به توالی  $i$  ام هنوز وارد محدوده ایستگاه نشده است. یعنی

$$\left( \sum_{n=1}^{j-1} L_n \right) < \left( Z_{i-1,j} + v_c \cdot \sum_{m=1}^M x_{i-1,m} \cdot t_{m,j} - v_c \cdot St_{i-1} - v_c \cdot a \right)$$

بنابراین اپراتور دچار بیکاری می‌گردد. این وضعیت در شکل ۱ نشان داده شده است.

و در نتیجه مدت زمان این بیکاری به صورت زیر محاسبه می‌گردد:

$$\left( \sum_{n=1}^{j-1} L_n - \left( Z_{i-1,j} + v_c \cdot \sum_{m=1}^M x_{i-1,m} \cdot t_{m,j} - v_c \cdot St_{i-1} - v_c \cdot a \right) \right) / v_c$$

II. اگر موقعیت مکانی محصول توالی  $i$  ام بزرگ‌تر مساوی موقعیت مکانی ابتدای ایستگاه  $j$  ام باشد به این معنی است که محصول

مربوط به توالی  $i$  ام وارد محدوده ایستگاه شده است. بنابراین

اپراتور دچار بیکاری نمی‌گردد. یعنی

$$\left( Z_{i-1,j} + v_c \cdot \sum_{m=1}^M x_{i-1,m} \cdot t_{m,j} - v_c \cdot St_{i-1} - v_c \cdot a \right) \geq \sum_{n=1}^{j-1} L_n$$

همان طور که در شکل ۲ مشاهده می‌شود در هنگام اتمام کار بر روی محصول فعلی در ایستگاه  $j$  ام محصول بعدی نیز وارد ایستگاه شده و هیچ‌گونه بیکاری‌ای برای این اپراتور رخ نمی‌دهد. در این حالت محصول بعدی وارد محدوده ایستگاه شده است و اپراتور ایستگاه می‌تواند بلافاصله پس از تکمیل کار بر روی محصول قبلی، فعالیت بر روی این محصول را شروع کند؛ لذا زمان بیکاری صفر است.

بود. از طرفی اگر خط در این توالی دچار توقف شده باشد مثل این است که از زمان پردازش محصول توالی  $i$  ام به میزان توقف خط در این توالی یعنی  $St_i$  کاسته شود. در نتیجه موقعیت تمام کار بر روی محصول توالی  $i$  ام برابر است با:

$$Z_{i,j} + v_c \cdot \left( \sum_{m=1}^M x_{i,m} \cdot t_{m,j} - St_i \right)$$

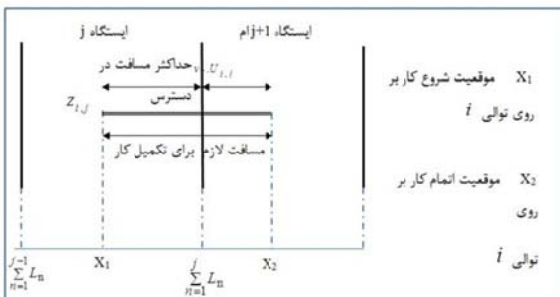
از طرفی فاصله‌ی بین دو توالی  $i-1$  و  $i$  برابر  $a$  می‌باشد. بنابراین در هنگام اتمام عملیات مربوط به محصول توالی  $i$  ام، عبارت

$$Z_{i,j} + v_c \cdot \left[ \sum_{m=1}^M x_{i,m} \cdot t_{m,j} - St_i - a \right]$$

محصول توالی  $i$  ام است. حال اگر بیکاری رخ داده باشد این موقعیت مکانی به اندازه‌ی  $v_c \cdot id_{i+1,j}$  جلوتر آورده می‌شود یعنی

$$\left[ Z_{i,j} + v_c \cdot \left[ \sum_{m=1}^M x_{i,m} \cdot t_{m,j} - St_i - a + id_{i+1,j} \right] \right]$$

این موقعیت مکانی قبل از ابتدای محدوده‌ی ایستگاه  $j$  ام باشد چون اپراتور اجازه ندارد کار خود را در ایستگاه قبلی آغاز کند بنابراین بایستی منتظر بماند تا محصول وارد ایستگاهش شود تا کار خود را از ابتدای ایستگاه شروع کند در نتیجه محدودیت به شکل نهایی زیر در می‌آید.



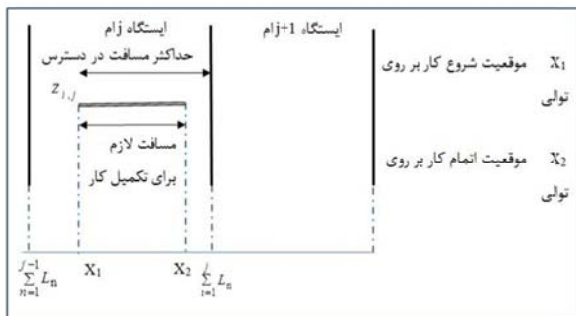
شکل ۳. حالتی که اپراتور نمی‌تواند کار خود را به موقع تکمیل کند

۲. اگر حداکثر مسافت در دسترس بزرگ‌تر مساوی مسافت لازم برای تکمیل کار باشد. در این حالت متصدی ایستگاه می‌تواند کارش را قبل از رسیدن به انتهای ایستگاه تکمیل کند. بنابراین در این حالت زمان لازم برای تکمیل عملیات‌های ناتمام برابر صفر است. این حالت نیز در شکل ۴ مشخص شده است.

$$U_{i,j} = \max \left\{ 0, \left( Z_{i,j} + v_c \cdot \sum_{m=1}^M x_{i,m} \cdot t_{m,j} - \sum_{n=1}^j L_n \right) / v_c \right\}$$

رابطه‌ی (۹) زمان توقف در هر توالی را برابر با ماکزیمم زمان لازم برای تکمیل عملیات ناتمام در ایستگاه‌هایی که محصولی در آن در حال پردازش است قرار می‌دهد. در توالی‌های ۱ تا  $K-1$  ایستگاه یا ایستگاه‌هایی هستند که هنوز محصولی برای پردازش وارد آن نشده‌اند.

رابطه‌ی (۱۰) نیز زمان توقف در توالی‌های باقی مانده را محاسبه می‌کند. در این توالی‌ها در همه‌ی ایستگاه‌ها محصولی در حال پردازش است.



شکل ۴. حالتی که اپراتور می‌تواند کار خود را به موقع تکمیل کند

$$Z_{i+1,j} = \max \left\{ \sum_{n=1}^{j-1} L_n, Z_{i,j} + v_c \cdot \left[ \sum_{m=1}^M x_{i,m} \cdot t_{m,j} - St_i - a + id_{i+1,j} \right] \right\}$$

رابطه‌ی (۱۰) میزان زمان لازم برای تکمیل عملیات ناتمام را محاسبه می‌نماید. اپراتور ایستگاه  $j$  ام پردازش بر روی محصول توالی  $i$  ام را در موقعیت  $Z_{ij}$  شروع می‌کند. با توجه به اینکه اپراتور ایستگاه باید کار بر روی محصول را حداکثر تا انتهای ایستگاه  $\left( \sum_{n=1}^j L_n \right)$  تکمیل کند، لذا حداکثر مسافت در دسترس برای تکمیل کار برابر  $\sum_{n=1}^j L_n - Z_{ij}$  می‌باشد.

زمان پردازش این محصول در ایستگاه مورد نظر نیز برابر  $\sum_{m=1}^M x_{im} \cdot t_{mj}$  می‌باشد که اگر این زمان را در سرعت نقاله ضرب کنیم مسافت لازم برای تکمیل کار بدست می‌آید. زیر ممکن است رخ دهد:

$$v_c \cdot \sum_{m=1}^M x_{im} \cdot t_{mj}$$

۱. اگر حداکثر مسافت در دسترس کوچک‌تر از مسافت لازم برای تکمیل کار باشد. در این حالت متصدی ایستگاه نمی‌تواند کارش را قبل از رسیدن به انتهای ایستگاه تکمیل کند و به اندازه عبارت زیر با کمبود مسافت روبرو است:

## ۳-۴-۱-۲. خطی کردن برخی محدودیت‌های غیر خطی

محدودیت‌های غیر خطی (۷) و (۸) و (۹) و (۱۰) که در آن‌ها متغیرهای سمت چپ تساوی به صورت ماکزیمم دو عبارت نوشته شده است را می‌توان با تکنیک زیر به محدودیت‌های خطی تبدیل کرد.

فرض کنید شکل کلی محدودیت غیر خطی به صورت  $U = \text{Max}\{\exp 1, \exp 2\}$  باشد. می‌توان با تعریف یک متغیر آزاد در علامت، یک متغیر باینری، یک  $M$  بزرگ و دو متغیر مثبت این محدودیت را به فرم زیر نوشت:

$$U \leq \exp 1 + (1 - z) \cdot M \quad (15)$$

$$U \leq \exp 2 + z \cdot M \quad (16)$$

$$U \geq \exp 1 + (z - 1) \cdot M \quad (17)$$

$$U \geq \exp 2 + z \cdot M \quad (18)$$

$$W = \exp 1 - \exp 2 \quad (19)$$

$$W = w^+ - w^- \quad (20)$$

$$w^+ < z \cdot M \quad (21)$$

$$w^- < (1 - z) \cdot M \quad (22)$$

$$w^+ \geq 0 \quad (23)$$

$$w^- \geq 0 \quad (24)$$

$$z \in \{0, 1\} \quad (25)$$

$$M \text{ is a Great Number} \quad (26)$$

$$W \text{ is Free} \quad (27)$$

با توجه به رابطه‌های (۱۵) تا (۲۵) مدل ریاضی ارائه شده اصلاح شده است و مدل ریاضی نهایی توسعه داده شده است.

## ۳-۱-۵. پیچیدگی مسئله

اگر  $NI$  تعداد کل توالی‌ها و  $d_m$  تعداد تقاضا برای مدل  $m$  باشد تعداد کل حالات ممکن برای ترتیب ورود محصولات به خط مونتاژ از رابطه (۲۶) بدست می‌آید. با افزایش مقدار پارامترهای مسئله از قبیل تعداد ایستگاه‌ها، تعداد مدل‌ها و تعداد کل توالی‌ها زمان مورد نیاز برای بدست آوردن توالی‌های تولید بهینه‌ی تولید به صورت نمایی افزایش خواهد یافت. این افزایش را می‌توان در تعداد متغیرها و تعداد محدودیت‌های مدل ریاضی مشاهده کرد.

$$\text{تعداد کل حالات ترتیب ورود محصولات} = \frac{(NI)!}{\prod_{m=1}^M (d_m)!} \quad (26)$$

## ۴. الگوریتم پیشنهادی

با توجه به پیچیدگی مدل ریاضی و به منظور یافتن جواب نزدیک به بهینه یا بهینه برای مسئله از الگوریتم فرا ابتکاری شبیه سازی آنیلینگ (SA) استفاده شده است.

## ۴-۱-۱. الگوریتم شبیه سازی آنیلینگ

این روش برخلاف روش‌های جستجوی معمولی، در هر تکرار علاوه بر حرکت به سوی جواب بهتر، جواب‌های با مقدار تابع هدف بدتر را نیز با احتمال غیر صفری قبول می‌کند. مهم‌ترین ویژگی این الگوریتم فرار از بهینه‌های محلی است. این الگوریتم بدون حافظه است یعنی از اطلاعات جمع آوری شده در طول جستجو استفاده نمی‌کند.

بر مبنای فرایند آنیلینگ شکل گرفته است. جستجوی جواب با استفاده از SA، با تولید یک جمعیت اولیه آغاز می‌شود و هر جواب به عنوان یک آرایش مولکولی با سطح انرژی برابر با مقدار تابع هدف برای رشته جواب متناظر در نظر گرفته می‌شود، سپس دمای اولیه الگوریتم با تابع از پیش تعریف شده‌ای کاهش داده شده و در هر دما چندین جمعیت تولید و سپس ارزیابی می‌شود. جواب‌های بهتر جایگزین جواب‌های قبلی شده و جواب‌های بدتر در هر مرحله با احتمال  $P(n)$  جایگزین رشته جواب جمعیت قبل می‌شوند.

شانس جابجایی یک جواب خوب با یک جواب بدتر، خروج الگوریتم از جواب بهینه موضعی را تضمین می‌کند و از طرف دیگر کاهش احتمال پذیرش جواب بدتر با کاهش دما، موجب تضمین همگرایی SA است. به همین ترتیب الگوریتم ادامه می‌یابد تا شرایط مورد نظر حاصل گردد (مثلاً دمای الگوریتم به زیر دمای حداقل تعریف شده برسد).

در ادامه گام‌های اصلی و فرعی این الگوریتم بدون ذکر جزئیات مربوطه آورده شده است. همچنین نمادهای استفاده شده در این الگوریتم در جدول ۵ پیوست ذکر شده است.

## گام ۱- فراخوانی تابع SA

**گام ۱-۱.** دمای اولیه (T\_Max)، دمای نهایی (T\_Min)، نرخ انجماد (r)، حداکثر تعداد تکرار متوالی بدون بهبود بهترین جواب در دمای جاری (L\_Max) و حداکثر تعداد تکرار متوالی بدون بهبود بهترین جواب (N\_Max) را وارد کنید.

## گام ۲- آماده سازی

**گام ۲-۱.** جواب اولیه و تصادفی Seq0 را تولید کنید.

**گام ۲-۲.** قرار دهید Temp = T\_Max

**گام ۲-۳.** مقدار تابع هدف برای جواب Seq0 را مساوی S0 قرار دهید.

**گام ۲-۴.** قرار دهید Best\_s = Tbest\_s = S0

**گام ۳-** (حلقه‌ی خارجی) تا زمانی که  $Temp \geq T_{min}$  مراحل زیر تکرار شود.

**گام ۳-۱.** قرار دهید  $n_1 = n_2 = 0$

**گام ۳-۲.** قرار دهید Cur\_s = T\_so = Tbest\_s

**گام ۳-۳.** (حلقه‌ی داخلی) تا زمانی که  $n_1 \leq L_{Max}$  و  $n_2 \leq N_{Max}$  مراحل زیر تکرار شود.

**گام ۳-۳-۱.** از جواب جاری Cur\_s همسایگی N\_s را تولید کنید.



به منظور مینیمم کردن پراکندگی توابع هدف از نسبت سیگنال به نویز تاگوچی استفاده می‌گردد. نسبت‌های S/N عوامل نویز را به همراه پارامترهای قابل کنترل را شرح می‌دهد. برای یک مسئله‌ی مینیمم سازی تاگوچی رابطه‌ی زیر بنام کوچک‌تر بهتر را پیشنهاد کرده است [۲].

$$S/N \text{ Ratio} = -10 \log \sum_{i=1}^k (y_i^2 / k) \quad (27)$$

که  $y_i$  بیانگر میزان عملکرد آزمایش  $i$  ام و  $k$  تعداد کل تکرارها را نشان می‌دهد. ماکزیمم کردن نسبت سیگنال به نویز به مینیمم کردن پراکندگی توابع هدف منجر می‌شود. به منظور تشکیل ماتریس سیگنال به نویز S/N داده‌های تصادفی یکی از مسائل آزمایشی تولید شده با سایز نسبتاً بزرگ انتخاب شد و با استفاده از پارامترهای معین هر یک از این ۳۶ حالت یک آزمایش طراحی شد و هر یک از این آزمایش‌ها به تعداد ۷ مرتبه تکرار و نتایج حاصل از هر یک در قالب سه عنوان مقدار تابع هدف، مدت زمان اجرای الگوریتم و تفاوت مقدار تابعه دفاز مقدار بهینه مسئله ثبت شد.

در اینجا با استفاده از رویکردی برگرفته از تصمیم‌گیری چند معیاره به نام روش ویکور روند تعیین پارامتر را دنبال خواهیم کرد. روش تصمیم‌گیری چند معیاره یک ابزار کاربردی برای تعیین بهترین جواب در بین چندین گزینه با معیارهای چندگانه است. یک مسئله‌ی MCDM می‌تواند با استفاده از یک ماتریس تصمیم بیان شود. ماتریس S/N بدست آمده در این مرحله به عنوان ماتریس تصمیم در نظر گرفته می‌شود

$$X = \begin{matrix} SN_1 & \dots & SN_j & \dots & SN_n \\ A_1 & \left[ \begin{matrix} SN_{11} & \dots & SN_{1j} & \dots & SN_{1n} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ A_i & \left[ \begin{matrix} SN_{i1} & \dots & SN_{ij} & \dots & SN_{in} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ A_m & \left[ \begin{matrix} SN_{m1} & \dots & SN_{mj} & \dots & SN_{mn} \end{matrix} \right. \end{matrix} \right. \end{matrix} \right. \end{matrix} \quad (28)$$

روش ویکور شامل گام‌های زیر می‌باشد [۱۶].  
گام اول- تعیین عناصر ماتریس تصمیم نرمالیزه شده از رابطه‌ی (۲۹):

$$f_{ij} = \frac{SN_i^j}{\sqrt{\sum_{i=1}^m (SN_i^j)^2}} \quad i = 1, 2, \dots, m; \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (29)$$

با توجه به رابطه (۲۹) ماتریس نرمالیزه شده  $F = [f_{ij}]_{m \times n}$  بدست می‌آید ( $m=36, n=3$ ).

گام دوم - یافتن جواب‌های ایده آل ( $A^*$ ) یا غیر ایده آل ( $A^-$ ) رابطه‌ی (۳۰) و (۳۱):

$$A^* = \{ \min f_{ij} \mid i = 1, 2, \dots, m \} = \{ f_1^*, f_2^*, \dots, f_j^*, \dots, f_n^* \} \quad (30)$$

گام ۳.۳.۲- مقادیر تابع هدف Cur\_s و N\_s را به ترتیب در  $f_0$  و  $f_1$  قرار دهید.

گام ۳.۳.۳- قرار دهید  $\text{delta} = f_1 - f_0$

گام ۳.۳.۴- اگر  $\text{delta} < 0$  قرار دهید  $\text{Cur}_s = N_s$  و  $n_1 = 0$ .

گام ۳.۳.۵- اگر  $\text{delta} \geq 0$  و همچنین عدد تصادفی بین ۰ و ۱ ایجاد شده کوچک‌تر مساوی  $e^{-\frac{\text{delta} \cdot f}{\text{Temp}}}$  باشد آنگاه قرار دهید  $n_1 = n_1 + 1$  و  $\text{Cur}_s = N_s$ .

گام ۳.۳.۶- اگر مقدار تابع هدف Cur\_s کمتر از مقدار تابع هدف Tbest\_s باشد قرار دهید  $\text{Tbest}_s = \text{Cur}_s$ .

گام ۳.۳.۷- اگر مقدار تابع هدف Cur\_s کمتر از مقدار تابع هدف Best\_s باشد قرار دهید  $\text{Best}_s = \text{Cur}_s$  و  $n_2 = 0$ .

گام ۳.۳.۸- اگر مقدار تابع هدف Cur\_s بزرگ‌تر مساوی مقدار تابع هدف Best\_s باشد قرار دهید  $n_2 = n_2 + 1$ .

گام ۳.۴- قرار دهید  $\text{Temp} = \text{Temp} * r$

گام ۴- مقدار تابع هدف Best\_s را برگردانید.

#### ۴-۱. تعیین پارامترهای الگوریتم پیشنهادی

یکی از اهداف طراحی آزمایش این است که با تغییراتی آگاهانه در متغیرهای ورودی فرآیند، بتوان تغییرات خروجی را مشاهده و شناسایی کرد. روش‌های مختلفی برای طراحی آزمایش وجود دارد. به منظور تعیین پارامتر الگوریتم پیشنهادی در این تحقیق چهار عامل دمای اولیه ( $T_{Max}$ )، حداکثر تعداد تکرار متوالی بدون بهبود بهترین جواب در دمای جاری ( $L_{Max}$ ) و حداکثر تعداد تکرار متوالی بدون بهبود بهترین جواب ( $N_{Max}$ ) و روش تولید همسایگی (Neighborhood Type) در نظر گرفته شده است. برای  $T_{Max}$  سه حالت، برای  $L_{Max}$  دو حالت، برای  $N_{Max}$  دو حالت و برای تولید همسایگی سه حالت در نظر گرفته شده است که در جدول ۱ مشاهده می‌شود. بنابراین به تعداد  $3 \times 2 \times 2 = 12$  یعنی ۳۶ حالت آزمایش تولید کرده و هر آزمایش را با ۷ بار تکرار انجام داده‌ایم در این الگوریتم با استفاده از تحقیقات پیشین نرخ انجماد  $r$  برابر با ۰.۹۹۵ و دمای نهایی برابر با ۱۰ انتخاب شده است. در این آزمایش‌ها، برای هر آزمایش سه هدف مقدار تابع هدف، مدت زمان اجرای الگوریتم بر حسب ثانیه و تفاوت مقدار تابع هدف بدست آمده از مقدار بهینه در نظر گرفته شده است.

جدول ۱. سطوح پارامترهای الگوریتم پیشنهادی

Types	Level 1	Level 2	Level 3
	Parameters		
T_Max	200	400	1000
L_Max	15	35	
N_Max	200	300	
Neighborhood type	Invers	Insert or Shift	Swap

## ۵. نتایج عددی

مدل ریاضی توسعه داده شده که از پیچیدگی بسیار بالایی برخوردار است با استفاده از نرم افزار لینگو ۱۱ کد نویسی شده است. الگوریتم پیشنهادی نیز با زبان برنامه نویسی ++C و با استفاده از نرم افزار Microsoft Visual Studio 2010 کد نویسی شده است. آزمایش‌ها بر روی یک کامپیوتر شخصی با مشخصات زیر اجرا شده است.

(Intel(R) Core(TM) i5 CPU 2.53GHz, 4.00GB of RAM)

به منظور بررسی و ارزیابی الگوریتم پیشنهادی شبیه سازی آنالیزینگ ۴۸ مسئله در اندازه‌های مختلف و به صورت کاملاً تصادفی تولید شده‌اند. تفاوت این مسائل در تعداد مدل‌ها، تقاضا برای هر مدل، تعداد و طول ایستگاه‌ها می‌باشد. نحوه تولید این مسائل از تحقیق رحیمی واحد و همکاران (۲۰۰۷) الگوبرداری شده است [۱۳]. ویژگی مسائل تولیدی در جدول ۴ که در پیوست آورده شده است مشاهده می‌شود. طول هر ایستگاه از رابطه (۳۵) به دست می‌آید.

$$1.5 \times \text{Max}_m(t_{m,j}) \quad (35)$$

مسائل آزمایشی تولید شده با در نظر گرفتن مقادیر زیر برای پارامترها توسط نرم افزار لینگو ۱۱ در مدت زمان حداکثر ۸۶۴۰۰ ثانیه معادل ۲۴ ساعت اجرا شده‌اند. مسائل آزمایشی با توجه به تعداد کل متغیرهای موجود در هر مسئله و به ترتیب صعودی مرتب شده است و سپس با توجه به خروجی حاصل از الگوریتم پیشنهادی و خروجی لینگو مسائل آزمایشی را به سه دسته تقسیم نموده‌ایم.

## ۵-۱. نتایج مربوط به دسته‌ی اول

در این دسته بهترین و بدترین جواب بدست آمده از این الگوریتم در ده بار تکرار مساوی شده است. در هفت مسئله آزمایشی ابتدایی برای این دسته مدل کد نویسی شده با استفاده از نرم افزار لینگو توانسته است جواب بهینه‌ی مسئله را در کمتر از ۲۴ ساعت به دست آورد ولی در مابقی مسائل تنها کران پایینی برای مسئله بدست آمده که با بهترین مقدار تابع هدف بدست آمده از الگوریتم پیشنهادی برابر است که می‌توان نتیجه گرفت که الگوریتم پیشنهادی به جواب بهینه رسیده است. نتایج مربوطه در جدول ۶ پیوست آورده شده است. نمودار (۱) انطباق کران پایین بدست آمده از لینگو را با میانگین جواب‌های به دست آمده از الگوریتم پیشنهادی نشان می‌دهد.

## ۵-۲. نتایج مربوط به دسته‌ی دوم

در این دسته از مسائل نیز مقدار تابع هدف بدست آمده از الگوریتم پیشنهادی در هر یک از ده تکرار ممکن است برابر با یک مقدار خاص نشده باشد و برای مسائل آزمایشی در این دسته، مدل کد نویسی شده با استفاده از نرم افزار لینگو نتوانسته است جواب

$$A^- = \{\max f_{ij} | i = 1, 2, \dots, m\} \\ = \{f_1^-, f_2^-, \dots, f_j^-, \dots, f_n^-\} \quad (31)$$

گام سوم - محاسبه میزان سودمندی (Utility measure) و میزان پشیمانی (Regret Measure) از رابطه‌های (۳۲) و (۳۳).

$$S_i = \sum_{j=1}^n w_j (f_j^* - f_{ij}) / (f_j^* - f_j^-) \quad (32)$$

$$R_i = \max_j [w_j (f_j^* - f_{ij}) / (f_j^* - f_j^-)] \quad (33)$$

در این رابطه  $w_j$  وزن تابع هدف  $Z$  است. در این تحقیق برای مقدار تابع هدف، مدت زمان اجرا الگوریتم و تفاوت مقدار تابع هدف از مقدار بهینه به ترتیب وزن‌های ۰.۵ و ۰.۲ و ۰.۳ در نظر گرفته شده است و مقادیر  $S_i$  و  $R_i$  برای هر یک از ۳۶ آزمایش بدست آمده و سپس با استفاده از رابطه ی (۳۴) اندیس ویکور بدست آمده است: گام چهارم - محاسبه‌ی اندیس VIKOR از رابطه‌ی (۳۴):

$$Q_i = \alpha \left[ \frac{S_i - S^*}{S^- - S^*} \right] + (1 - \alpha) \left[ \frac{R_i - R^*}{R^- - R^*} \right] \quad (34)$$

مقادیر اندیس ویکور برای هر آزمایش محاسبه شده که در جدول ۲ مشاهده می‌شود. آزمایش شماره ۲۸ که کم‌ترین اندیس ویکور را به خود اختصاص داد انتخاب شد به عبارت دیگر در این الگوریتم دمای اولیه برابر با ۲۰۰، تعداد حداکثر تکرار بدون بهبود بهترین جواب در دمای جاری برابر با ۲۰۰ و حداکثر تکرار بدون بهبود بهترین جواب برابر با ۳۵ قرار می‌گیرد. همچنین تولید همسایگی از روش جایجایی صورت می‌گیرد.

جدول ۲. مقادیر نهایی اندیس ویکور

شماره آزمایش	شماره آزمایش	$Q_i$	$Q_i$
1	19	0.071044	0.018549
2	20	0.078699	0.03761
3	21	0.082764	0.034595
4	22	0.054622	0.018192
5	23	0.083413	0.030969
6	24	0.1	0.038001
7	25	0.079377	0.009763
8	26	0.06717	0.005236
9	27	0.090527	0.020988
10	28	0.067876	0
11	29	0.055049	0.02366
12	30	0.088863	0.023277
13	31	0.031583	0.01266
14	32	0.036283	0.022341
15	33	0.039394	0.030096
16	34	0.027483	0.016786
17	35	0.011876	0.024686
18	36	0.031543	0.042644

با توجه به محرمانه بودن لیست عملیات صورت گرفته در هر ایستگاه و داده‌های مربوط به زمان پردازش در این تحقیق فقط نتایج نهایی آورده خواهد شد.

با توجه به تقاضای واقعی یکی از ماه‌های سال گذشته که در اینجا آورده نشده است بردار حداقل تقاضا برای چهار مدل معرفی شده در بخش قبل به صورت  $(d_1=10, d_2=8, d_3=6, d_4=4)$  بدست آمده است. بنابراین در ساده‌ترین حالت ممکن به تعیین توالی  $10+8+6+4=28$  محصول مختلف می‌پردازیم.

طبق رابطه (۲۶)  $\frac{28!}{(10!)(8!)(6!)(4!)}$  برابر با  $120590619949800$  حالت مختلف برای توالی این محصولات می‌توان در نظر گرفت.

با توجه به اینکه بدنه‌ی مربوط به مدل‌های مختلف به طور تصادفی از سالن رنگ وارد سالن مونتاژ شده و با همان ترتیب نیز مونتاژ می‌شوند در نتیجه در این بررسی چند توالی تصادفی تولید و مقدار تابع هدف مربوط به این توالی‌ها را با بهترین مقدار تابع هدف بدست آمده از الگوریتم پیشنهادی و کران پایین بدست آمده توسط لینگو مقایسه می‌کنیم.

کد نوشته شده با نرم افزار لینگو قادر نیست این توالی را در یک زمان معقول بیابد و تنها کران پایینی برای مقدار تابع هدف محاسبه نموده است ولی الگوریتم پیشنهادی توانسته است برای ورود محصولات به خط توالی‌هایی را بیابد که مقدار تابع هدف آن نزدیک به مقدار بهینه باشد. همان طور که در نمودار ۴ مشاهده می‌شود توالی‌های تصادفی ورود محصولات به خط هزینه‌هایی را در بر دارد که با تعیین توالی صحیح می‌توان به طرز چشمگیری این هزینه‌ها را کاهش داد.

### ۶. جمع بندی و نتیجه گیری

در این مقاله به ارائه‌ی یک مدل جدید برنامه ریزی غیر خطی عدد صحیح مختلط (MINLP) برای مسئله‌ی تعیین توالی خط مونتاژ مدل ترکیبی پرداخته شد که با توجه به پیچیدگی این مدل ریاضی و به منظور یافتن جواب بهینه یا نزدیک به بهینه برای این مسئله یک الگوریتم فرا ابتکاری شبیه سازی آنیلینگ پیشنهاد شده است. مقایسه نتایج حاصل از اجرای مدل ریاضی و الگوریتم پیشنهادی نشان می‌دهد که الگوریتم پیشنهادی توانسته است جواب بهینه را برای مسائلی با اندازه‌ی متوسط بدست آورد و برای مسائل بزرگ نیز به جواب بهینه یا نزدیک به بهینه دست یابد. همچنین شرکت سایپا علیرغم اینکه تاکنون نسبت به این موضوع بی توجهی نموده می‌تواند از نتایج این تحقیق به منظور ارتقای سطح تولید و کاهش توقفات خود استفاده نماید.

بهینه‌ی مسئله را در کمتر از ۲۴ ساعت به دست آورد بلکه تنها کران پایینی برای مسئله بدست آمده که با بهترین مقدار تابع هدف بدست آمده از الگوریتم پیشنهادی برابر است. نتایج مربوطه در جدول ۷ پیوست آورده شده است. نمودار (۲) انطباق کران پایین بدست آمده از لینگو را با بهترین جواب به دست آمده از الگوریتم پیشنهادی نشان می‌دهد.

### ۵-۳. نتایج مربوط به دسته سوم

در این دسته از مسائل مقدار تابع هدف بدست آمده از الگوریتم پیشنهادی در هر یک از ده تکرار با یکدیگر برابر نیست و برای مسائل آزمایشی در این دسته نیز، مدل کد نویسی شده با استفاده از نرم افزار لینگو نتوانسته است جواب بهینه‌ی مسئله را در کمتر از ۲۴ ساعت به دست آورد بلکه تنها کران پایینی برای مسئله بدست آمده است که در اکثر آن‌ها این مقدار با بهترین مقدار تابع هدف بدست آمده از الگوریتم پیشنهادی برابر نیست و می‌توان نتیجه گرفت که الگوریتم پیشنهادی به جواب نزدیک به بهینه رسیده است. نتایج مربوطه در جدول ۸ پیوست آورده شده است. نمودار (۳) نشان می‌دهد کران پایین بدست آمده از لینگو کوچک‌تر یا مساوی با بهترین جواب به دست آمده از الگوریتم پیشنهادی است.

### ۵-۴. خط مونتاژ پراید شرکت سایپا

در ایران، خودروی پراید به علت قیمت ارزان و مصرف پایین سوخت به عنوان خودروی مورد علاقه‌ی طبقه‌ی متوسط به شمار می‌رود. شرکت سایپا با توجه به شرایط خاص بازار اتومبیل و با توجه به تقاضای روز افزون برای پراید به تولید مستمر این خودرو ادامه می‌دهد.

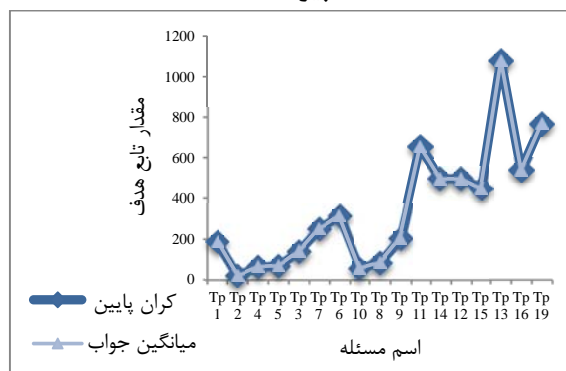
### ۵-۴-۱. ساختار کلی خط مونتاژ پراید شرکت سایپا

شرکت سایپا از یک خط مونتاژ مدل ترکیبی بهره می‌برد که می‌تواند بر روی این خط مدل‌های متفاوتی از محصول پراید را مونتاژ نماید بدنه‌ی مربوط به هر مدل از کارگاه رنگ به طور خودکار وارد سالن مونتاژ شده و با هم‌مین توالی تصادفی پس از چند مرحله آماده سازی وارد ایستگاه‌های مونتاژ می‌شود. این خط مونتاژ ۲۵۳ متر طول دارد و از ۴۶ ایستگاه کاری تشکیل شده است که هر ایستگاه دو یا سه اپراتور دارد. هر بدنه پس از آماده سازی وارد خط مونتاژ شده و پس از مونتاژ در هر یک از ۴۶ ایستگاه به صورت محصول نهایی از خط خارج می‌شود.

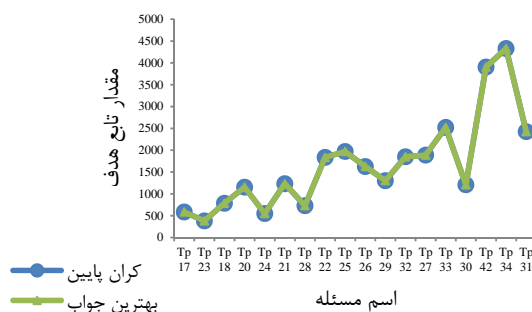
### ۵-۴-۲. پیاده سازی الگوریتم پیشنهادی با استفاده از داده

#### های خط مونتاژ پراید سایپا

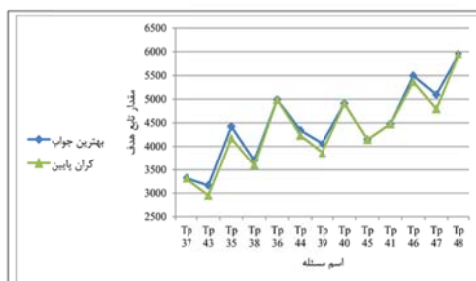
پیوست



نمودار ۱. مقایسه میانگین جواب‌های الگوریتم با کران پایینی به دست آمده از لینگو



نمودار ۲. مقایسه بهترین جواب الگوریتم پیشنهادی با کران پایینی بدست آمده از لینگو



نمودار ۳. مقایسه بهترین جواب الگوریتم پیشنهادی با کران پایینی به دست آمده از لینگو

جدول ۴. ویژگی‌های مسائل تولیدی

K	M	NI	شماره مسئله	توزیع $t_{mj}$
	۳	۱۳	Tp 1	
۳	۴	۱۶	Tp 2	
	۵	۲۲	Tp 3	
	۳	۱۳	Tp 4	
۴	۴	۱۶	Tp 5	$u(13,26)$
	۵	۲۲	Tp 6	
	۳	۱۳	Tp 7	
۶	۵	۲۲	Tp 8	
	۶	۲۶	Tp 9	
۸	۳	۱۳	Tp 10	$u(15,29)$

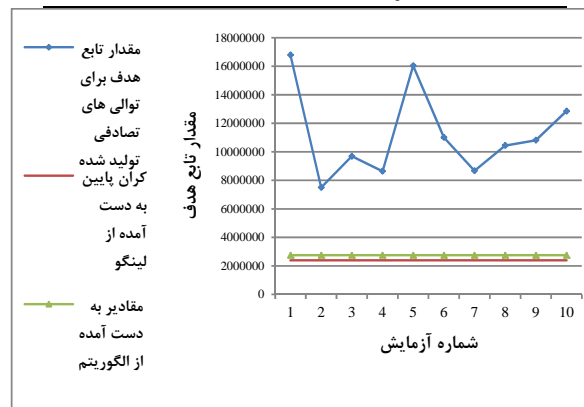
	۵	۲۲	Tp 11	
	۷	۳۰	Tp 12	
	۹	۳۵	Tp 13	
	۵	۲۲	Tp 14	
۹	۶	۲۶	Tp 15	
	۸	۳۲	Tp 16	
	۱۰	۳۸	Tp 17	
	۱۲	۴۶	Tp 18	
	۷	۳۰	Tp 19	
۱۲	۱۱	۴۳	Tp 20	
	۱۳	۵۰	Tp 21	
	۱۶	۶۰	Tp 22	
	۸	۳۲	Tp 23	
	۱۰	۳۸	Tp 24	
۱۵	۱۳	۵۰	Tp 25	u(14,31)
	۱۵	۵۶	Tp 26	
	۱۷	۶۵	Tp 27	
	۱۱	۴۳	Tp 28	
۱۷	۱۴	۵۳	Tp 29	
	۱۷	۶۵	Tp 30	
	۲۰	۸۳	Tp 31	
	۱۳	۵۰	Tp 32	
	۱۵	۵۶	Tp 33	
۲۰	۱۸	۷۱	Tp 34	
	۲۰	۸۳	Tp 35	
	۲۴	۹۳	Tp 36	
	۱۷	۶۵	Tp 37	
	۱۹	۷۷	Tp 38	
۲۳	۲۰	۸۵	Tp 39	
	۲۳	۹۱	Tp 40	u(17,35)
	۲۵	۹۷	Tp 41	
	۱۵	۵۶	Tp 42	
	۱۷	۶۵	Tp 43	
	۱۹	۷۷	Tp 44	
۲۵	۲۲	۸۷	Tp 45	
	۲۵	۹۷	Tp 46	
	۲۷	۱۰۴	Tp 47	
	۲۹	۱۱۲	Tp 48	

جدول ۵. نمادهای به کار رفته در الگوریتم پیشنهادی

نماد	شرح
T_Max	دمای اولیه
T_Min	دمای نهایی
Temp	دمای فعلی
R	نرخ انجماد
Seq0	جواب تصادفی اولیه
T_s0	جواب اولیه در دمای Temp
Cur_s	جواب فعلی
N_s	همسایگی جواب جاری
Tbest_s	بهترین جواب در دمای Temp
Best_s	بهترین جواب در کل جستجوها

L\_Max حداکثر تعداد تکرار متوالی بدون بهبود بهترین جواب در دمای جاری

N\_Max حداکثر تعداد تکرار متوالی بدون بهبود بهترین جواب



نمودار ۴. مقایسه مقادیر به دست آمده از الگوریتم پیشنهادی و لینگو

جدول ۶. نتایج مربوط به دسته اول از آزمایش های تولیدی

شماره مسئله	الگوریتم پیشنهادی		لینگو				
	بهترین جواب	میانگین جواب‌های بدست آمده	میانگین زمان اجرا (ثانیه)	Gap %	زمان اجرا (ثانیه:دقیقه:ساعت)	بزرگ‌ترین کران پایین بدست آمده از لینگو	جواب بهینه
Tp 1	188	188	0.5	0	00:05:14	188	188
Tp 2	20.8	20.8	5.5	0	02:14:39	20.8	20.8
Tp 4	64	64	5	0	00:14:54	64	64
Tp 5	68	68	8	0	01:55:51	68	68
Tp 3	140	140	8	0	03:35:24	140	140
Tp 7	252	252	10.3	0	03:28:25	252	252
Tp 6	316	316	11	0	03:45:28	316	316
Tp 10	56.8	56.8	15	0	24:00:00	56.8	...
Tp 8	84	84	17	0	24:00:00	84	...
Tp 9	204	204	20.5	0	24:00:00	204	...
Tp 11	656	656	15.3	0	24:00:00	656	...
Tp 14	496	496	32.2	0	24:00:00	496	...
Tp 12	496	496	26.7	0	24:00:00	496	...
Tp 15	448	448	38.1	0	24:00:00	448	...
Tp 13	1080	1080	41.1	0	24:00:00	1080	...
Tp 16	540	540	47.7	0	24:00:00	540	...
Tp 19	768	768	56	0	24:00:00	768	...

جدول ۷. نتایج مربوط به دسته دوم از آزمایش های تولیدی

شماره مسئله	الگوریتم پیشنهادی		لینگو				
	بهترین جواب	میانگین جواب‌های بدست آمده	میانگین زمان اجرا (ثانیه)	Gap %	زمان اجرا (ثانیه:دقیقه:ساعت)	بزرگ‌ترین کران پایین بدست آمده از لینگو	جواب بهینه
Tp 17	584	586.4	59.4	2.73	24:00:00	584	...
Tp 23	381.55	408	72.6	7.98	24:00:00	381.55	...
Tp 18	784	787.2	74	1.0	24:00:00	784	...
Tp 20	1152	1152	51.1	0	24:00:00	1152	...
Tp 24	549.818	659.6	98.3	2.80	24:00:00	549.818	...

Tp 21	1232	1238.4	102.3	3.89	24:00:00	1232	...
Tp 28	728	751.6	130.9	1.15	24:00:00	728	...
Tp 22	1836.44	1868	130.4	4.11	24:00:00	1836.44	...
Tp 25	1968	1968	69.2	0	24:00:00	1968	...
Tp 26	1624	1672.8	153.5	4.43	24:00:00	1624	...
Tp 29	1300	1338.4	167.2	7.38	24:00:00	1300	...
Tp 32	1847.3	2112.4	192.3	1.77	24:00:00	1847.3	...
Tp 27	1888	1900.8	184.5	1.69	24:00:00	1888	...
Tp 33	2520	2535.6	220.1	2.38	24:00:00	2520	...
Tp 30	1208	1237.2	214.7	4.63	24:00:00	1208	...
Tp 42	3904	3904	323.7	0	24:00:00	3904	...
Tp 34	4328	4328	195.5	0	24:00:00	4328	...
Tp 31	2424	2424	282.5	0	24:00:00	2424	....

جدول ۸. نتایج مربوط به دسته سوم از آزمایش‌های تولیدی

الگوریتم پیشنهادی				لینگو			
شماره‌ی مسئله	بهترین جواب	میانگین جواب‌های بدست آمده	میانگین زمان اجرا (ثانیه)	Gap %	زمان اجرا (ثانیه:دقیقه:ساعت)	بزرگ‌ترین کران پایین بدست آمده از لینگو	جواب بهینه
Tp 37	3324	3351.6	334.5	2.41	24:00:00	3316	...
Tp 43	3164	3259.2	387.2	7.86	24:00:00	2949.2	...
Tp 35	4424	4486.4	347.2	2.97	24:00:00	4170	...
Tp 38	3704	3777.6	407.4	5.33	24:00:00	3598.67	...
Tp 36	4992	4992	392.8	0	24:00:00	4992	...
Tp 44	4344	4368	417.4	1.23	24:00:00	4232	...
Tp 39	4056	4185.2	460.8	6.73	24:00:00	3861.61	...
Tp 40	4912	4912	505.5	0	24:00:00	4912	...
Tp 45	4144	4172.4	488.3	2.12	24:00:00	4144	...
Tp 41	4476	4513.2	588	1.78	24:00:00	4476	...
Tp 46	5496	5559.2	572.1	3.42	24:00:00	5368	...
Tp 47	5096	5279.2	707.4	7.26	24:00:00	4793	...
Tp 48	5952	5992.8	775.4	2.21	24:00:00	5952	...

- [5] Chutima P, Pinkoompee P. Multi - objective sequencing problems of mixed-model assembly systems using memetic algorithms, Scienceasia, (2009), Vol. 35, pp. 295-305.
- [6] Hyun CJ, Kim Y, Kim YK. A genetic algorithm for multiple objective sequencing problems in mixed model assembly lines, Computers & Operations Research, (1998), Vol. 25, pp. 675-690.
- [7] Kim YK, Hyun CJ, Kim Y. Sequencing in mixed model assembly lines: a genetic algorithm approach, Computers & Operations Research, (1996), Vol. 23, pp. 1131-1145.
- [8] Miltenburg J. Level schedules for mixed-model assembly lines in just - in - time production systems, Management Science, (1989), Vol. 35, No. 2, pp. 192-207.
- [9] Okamura K, Yamshina H. A heuristic algorithm for the assembly line model-mix sequencing problem to minimize the risk of stopping the

### مراجع

- [1] Bautista J, Cano J. Minimizing work overload in mixed-model assembly lines, International Journal of Production Economics, (2008), Vol. 121, pp. 177-191.
- [2] Beyer HG, Sendhoff B. Robust optimization – A comprehensive survey, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, (2007), Vol. 196, pp. 3190-3218.
- [3] Boysen N, Flidner M, Scholl A. Sequencing mixed - model assembly lines: Survey, classification and model critique, European Journal of Operational Research, (2009), Vol. 192, pp. 349-373.
- [4] Cao D, Chen M. A mixed integer programming model for a two line CONWIP-based production and assembly system, International Journal of Production Economics, (2005), Vol. 95, pp. 317-326.

- conveyor, International Journal of Production Research, (1979), Vol. 17, pp. 233-247.
- [10] Pinedo ML. Planning and Scheduling in Manufacturing and Services, Springer, (2009).
- [11] Ponnambalam SG, Aravindan P, Rao MS. Genetic algorithms for sequencing problems in mixed model assembly lines, Computer & Industrial Engineering, (2003), Vol. 45, pp. 675-690.
- [12] Rabbani M, Radmehr F, Manavizadeh N. Considering the conveyer stoppages in sequencing mixed-model assembly lines by a new fuzzy programming approach, International Journal of Advanced Manufacturing Technology, (2010), Vol. 54, pp. 775-788.
- [13] Rahimi-Vahed AR, Rabbani M, Tavakkoli-Moghaddam R, Torabi SA, Jolai F. A multi - objective scatter search for a mixed-model assembly line sequencing problem, Advanced Engineering Informatics, (2007), Vol. 21, pp. 85-99.
- [14] Sarker BR, Pan H. Designing a mixed-model assembly line to minimize the costs of idle and utility times, Computers & Industrial Engineering, (1998), Vol. 34, pp. 609- 628.
- [15] Sarker BR, Pan H. Designing a mixed-model, open-station assembly line using mixed-integer programming, The Journal of the Operational Research Society, (2001), Vol. 52, pp. 545.558.
- [16] Tong LI, Chen CC, Wang CH. Optimization of multi - response processes using the VIKOR method, The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, (2007), Vol. 31, pp. 1049-1057.
- [17] Xiaobo Z, Ohno K. Properties of a sequencing problem for a mixed model assembly line with conveyor stoppages, European Journal of Operational Research, (2000), pp. 560-570.
- [18] Yano CA, Bolat A. Survey, development and applications of algorithms for sequencing paced assembly lines, Journal of anufacturing and Operations Management, (1989), Vol. 2, pp. 172-198.