



## Utilization of Multi Period Multiple Attribute Decision Making Models by Using Regression Equations

R. Sadeghian\* & S. Foroutan

*Ramin Sadeghian, Assistant professor of Industrial Engineering – Islamic Azad University, South Tehran Branch  
Saba Foroutan, Master of Science of Industrial Engineering – Bu Ali Sina University*

### Keywords

Multiple Attribute Decision Making,  
Multi Period,  
Regression Equations,  
TOPSIS Model

### ABSTRACT

*Multiple attribute decision making models which select the best alternative out of all possible alternatives are used in different environments such as community, economy, management, army, etc. In recent years most of the performed researches in multiple attribute decision making's field have been focused on single period evaluations; while the value of attributes may not be fixing during all periods. Hence this research presents how to use a MADM model, for example TOPSIS model, in case of multi period. In this research, for describing the relations between periods, regression equations are used. The proposed model is also implemented in textile industry as a case study.*

© 2012 IUST Publication, IJIEPM. Vol. 23, No. 2, All Rights Reserved

\* **Corresponding author. Ramin Sadeghian**  
Email: [ramin\\_sadeghian@yahoo.com](mailto:ramin_sadeghian@yahoo.com)



## استفاده از مدل های تصمیم گیری چندشاخصه به صورت چنددوره ای با بکارگیری معادلات رگرسیونی

رامین صادقیان\* و صبا فروتن

### چکیده:

مدل های تصمیم گیری چندشاخصه که به انتخاب گزینه برتر از بین گزینه های موجود می پردازند، در مسائل مختلف اجتماعی، اقتصادی، مدیریتی، نظامی و ... قابل استفاده اند. با توجه به اینکه طی سال های اخیر مدل های تصمیم گیری چندشاخصه بسیار مورد توجه قرار گرفته است، در اکثر تحقیقات انجام شده، تصمیم گیری ها فقط بر مبنای داده ها و شرایط موجود در یک دوره انجام شده اند، در حالی که اطلاعات شاخص ها به ازای گزینه های مختلف در هر دوره زمانی لزوماً ثابت نیستند. از اینرو در این مقاله نحوه استفاده از مدل تصمیم گیری چندشاخصه TOPSIS به صورت چنددوره ای و با کمک معادلات رگرسیونی ارائه گردیده و مدل پیشنهادی به عنوان یک مطالعه موردی در صنعت نساجی پیاده سازی می شود.

### کلمات کلیدی

تصمیم گیری چندشاخصه (MADM)<sup>۱</sup>  
چند دوره ای<sup>۲</sup>  
معادلات رگرسیونی<sup>۳</sup>  
مدل TOPSIS<sup>۴</sup>

### ۱. مقدمه

تصمیم گیری در دنیای امروز یکی از مسایل بسیار مهم به شمار می رود، که تصمیم گیرنده با گزینه هایی متفاوت تحت معیارهای مختلفی روبرو است. با توجه به اینکه تمام اقشار یک جامعه از مدیران ارشد گرفته تا یک دانش آموز ساده با تصمیم گیری دست و پنجه نرم کرده و در تمام مراحل زندگی و کاری و به صورت روزانه همراه آنهاست، بهتر می توان به اهمیت و ارزش یک تصمیم گیری صحیح پی برد. تصمیم گیری های چندمعیاره<sup>۲</sup> را می توان به دو دسته عمده تقسیم بندی نمود: تصمیم گیری چندهدفه<sup>۳</sup> و تصمیم

گیری چندشاخصه. که تصمیم گیری چندهدفه زمانی استفاده می شود که بخواهید با توجه به محدودیت های موجود، هدف یا اهدافی را که پیش رو دارید، پیشینه و یا کمینه نمایید. همچنین تصمیم گیری چند شاخصه انتخاب مناسب ترین گزینه از بین گزینه های موجود با توجه به شاخص های مطرح شده می باشد.

مدل TOPSIS یکی از پرکاربردترین مدل های حل مسائل MADM می باشد که توسط یون<sup>۴</sup> و هانگ<sup>۵</sup> در سال ۱۹۸۱ ارائه شد [۱]. مفهوم اصلی مدل TOPSIS اینست که بهترین گزینه باید دارای کمترین فاصله اقلیدسی از راه حل ایده آل و بیشترین فاصله اقلیدسی از راه حل ضد ایده آل باشد. مدل TOPSIS بارها در مسائل مختلف از جمله تجزیه و تحلیل مکان یابی<sup>۶</sup>، مدیریت منابع انسانی<sup>۷</sup>، حمل و نقل<sup>۸</sup>، طراحی محصول<sup>۹</sup> و کنترل کیفیت<sup>۱۰</sup> کیفیت<sup>۱۰</sup> مورد استفاده قرار گرفته و نتایج رضایت بخشی داده است [۲-۶]. بنابراین برای اجرای مدل های چند دوره ای در این

تاریخ وصول: ۸۹/۸/۶

تاریخ تصویب: ۹۰/۳/۲۱

\*نویسنده مسئول مقاله: دکتر رامین صادقیان، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد تهران جنوب، [ramin\\_sadeghian@yahoo.com](mailto:ramin_sadeghian@yahoo.com)  
صبا فروتن، دانشکده مهندسی، گروه مهندسی صنایع، دانشگاه بوعلی سینا، همدان، [saba.foroutan@gmail.com](mailto:saba.foroutan@gmail.com)

<sup>1</sup> Multiple Attribute Decision Making

<sup>2</sup> Multi Period

<sup>3</sup> Regression Equations

<sup>4</sup> Technique for Order Preference by Similarity to an Ideal Solution

<sup>5</sup> MCDM

<sup>6</sup> Multiple Objective Decision Making (MODM)

<sup>4</sup> Yoon

<sup>5</sup> Hwang

<sup>6</sup> Location Analysis

<sup>7</sup> Human Resources Management

<sup>8</sup> Transportation

<sup>9</sup> Product Design

<sup>10</sup> Quality Control

ادراکی<sup>۱۴</sup> بررسی کردند. آنها دو عملگر میانگین وزنی فازی ادراکی پویا<sup>۱۵</sup> و میانگین وزنی فازی ادراکی پویای متغیر<sup>۱۶</sup> را مطرح کردند کردند و مدل TOPSIS را برای مسائل تصمیم‌گیری چندشاخصه پویا با داده‌های فازی تعمیم دادند [۹].

استفاده و حل مدل‌های MP-MADM، معمولاً دشوارتر از مدل‌های MADM هستند، ولیکن این دسته از مسائل از آن رو حائز اهمیت هستند که هم می‌توانند تغییرات پارامترهای مختلف در طی زمان را نشان دهند و هم با استفاده از این مدل‌ها تحلیلگر می‌تواند تصمیمات آتی تصمیم‌گیرنده نهایی<sup>۱۷</sup> را در طی دوره‌های آتی حدس زده و پیش‌بینی نماید. بزند. به هر حال پیش‌بینی تصمیمات آتی یکی از مهم‌ترین مقوله‌هایی است که می‌تواند در حوزه‌های مختلف علمی از جمله برنامه‌ریزی و مدیریت استراتژیک، تئوری بازی‌ها و بهبود و کیفیت ارائه خدمات و محصولات به مشتریان به عنوان تصمیم‌گیرندگان خدمات و محصولات، رضایت مشتریان و ... استفاده نمود.

## ۲. تعاریف

### ۲-۱. مدل TOPSIS

مدل TOPSIS یکی از مدل‌های تصمیم‌گیری چندشاخصه است که به انتخاب گزینه برتر از بین گزینه‌های ممکن می‌پردازد. ابتدا باید شاخص و گزینه‌های تصمیم‌گیری را مشخص نموده و پس از تشکیل ماتریس تصمیم‌گیری، مدل را براساس الگوریتم آن حل نمود [۱۰، ۱۱]. در این تحقیق برای استخراج اوزان شاخص‌ها از روش آنتروپی<sup>۱۸</sup> استفاده می‌شود [۱۱].

یک ماتریس تصمیم‌گیری می‌تواند به صورت زیر تعریف شود:

$$D = \begin{matrix} u_1 & u_2 & \dots & u_m \\ \begin{matrix} A_1 \\ A_2 \\ \vdots \\ A_n \end{matrix} & \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1m} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{n1} & x_{n2} & \dots & x_{nm} \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (1)$$

ماتریس تصمیم‌گیری D از n گزینه  $A_1, A_2, \dots, A_n$  و m شاخص  $u_1, u_2, \dots, u_m$  تشکیل می‌یابد. در این مدل علاوه بر در نظر گرفتن فاصله یک گزینه  $A_i$  از نقطه ایده‌آل، فاصله آن از نقطه ایده‌آل منفی هم در نظر گرفته می‌شود. بدان معنی که گزینه انتخابی می‌بایست دارای کمترین فاصله از راه‌حل ایده‌آل بوده و درعین حال

مقاله از مدل TOPSIS استفاده می‌شود، ولیکن در سایر مدل‌های نیز به طور مشابه کاربرد خواهد داشت.

در اکثر تحقیقاتی که در زمینه تصمیم‌گیری چندشاخصه انجام شده‌است، تصمیم‌گیری‌ها برای حالتی به کار رفته‌اند که شاخص‌ها، گزینه‌ها، اوزان شاخص‌ها و مقادیر گزینه‌ها به ازای هر شاخص، تماماً متعلق به یک دوره زمانی (تک‌دوره‌ای)<sup>۱</sup> بوده و تغییر این موارد در طی دوره‌های گذشته یا آتی به صورت چند دوره‌ای کمتر مدنظر قرار گرفته‌است. درحالی‌که کاملاً مشهود است که تمام اطلاعات مربوط به ماتریس‌های تصمیم‌گیری چندشاخصه می‌توانند با گذر زمان تغییر نمایند و لزوماً مقادیرشان در طی چند دوره زمانی ثابت نیست. از اینرو تغییر این موارد به طور جدی می‌تواند در روند تصمیم‌گیری و اولویت‌بندی گزینه‌ها بسیار مؤثر باشد.

تصمیم‌گیری‌های چندشاخصه‌ای را که تغییرات مربوط به مقادیر شاخص‌ها به ازای گزینه‌های مختلف در طی زمان را در نظر می‌گیرند، اصطلاحاً تصمیم‌گیری چندشاخصه چنددوره‌ای<sup>۲</sup> و یا تصمیم‌گیری چندشاخصه پویا<sup>۳</sup> می‌نامیم.

البته تحقیقات کمی نیز در زمینه تصمیم‌گیری چندشاخصه چند دوره‌ای انجام شده است. زشوی<sup>۴</sup> در سال ۲۰۰۸ رویکردی جدید را برای مسائل تصمیم‌گیری چندشاخصه چنددوره‌ای پیشنهاد کرد. او دو عملگر جمعی پویا به صورت عملگر میانگین وزنی پویا<sup>۵</sup> و عملگر میانگین وزنی پویای متغیر<sup>۶</sup> تعریف نمود، که این دو عملگر با توجه به در نظر گرفتن عامل زمان، می‌توانند ضعف‌های عملگرهای جمعی ایستا را که تا به حال وجود داشت، برطرف نمایند [۷]. همچنین یانگ<sup>۷</sup>، پین<sup>۸</sup> و هسین<sup>۹</sup> در سال ۲۰۰۸ مدل TOPSIS را برای حل مسأله تصمیم‌گیری چندشاخصه پویا بر روی اعداد خاکستری<sup>۱۰</sup> ارائه کردند. آنها، ابتدا با استفاده از دو مفهوم فاصله اقلیدسی بین دو عدد خاکستری و مفهوم تابع فاصله مینکوسکی وزنی، تابع فاصله مینکوسکی عدد خاکستری وزنی را به دست آوردند و سپس مراحل روش مدل TOPSIS را پیاده کردند [۸]. همچنین زشوی<sup>۱۱</sup>، رنالد<sup>۱۲</sup> و یاگر<sup>۱۳</sup> نیز در سال ۲۰۰۸، مسأله تصمیم‌گیری چندشاخصه پویا را بر روی مجموعه فازی

<sup>1</sup> Single Period

<sup>2</sup> Multi-Period Multi-Attribute Decision Making (MP-MADM)

<sup>3</sup> Dynamic MADM

<sup>4</sup> Zeshui Xu

<sup>5</sup> Dynamic Weighted Averaging (DWA)

<sup>6</sup> Uncertain Dynamic Weighted Averaging (UDWA)

<sup>7</sup> Yong-Huang Lin

<sup>8</sup> Pin-Chan Lee

<sup>9</sup> Hsin-I Ting

<sup>10</sup> Grey Number

<sup>11</sup> Zeshu Xu

<sup>12</sup> Ronald R

<sup>13</sup> Yager

<sup>14</sup> Intuitionistic Fuzzy Set (IFS)

<sup>15</sup> Dynamic Intuitionistic Fuzzy Weighted Averaging (DIFWA)

<sup>16</sup> Uncertain Dynamic Intuitionistic Fuzzy Weighted Averaging

(UDIFWA)

<sup>17</sup> DM

<sup>18</sup> Entropy

برازش معادلات مذکور دارای ضریب تعیین مناسبی بوده و به شکل قابل قبولی تشکیل شوند. تا حد امکان معادلات تعیین شده توسط افراد خبره مورد بررسی و تأیید قرار گیرند. تشکیل معادلات رگرسیونی کمک می‌کند که بتوان از ماتریس‌های تصمیم‌گیری در پیش‌بینی‌های آتی و حتی پیش‌بینی نقاط درونی استفاده نمود. البته یکی از مفروضاتی که در این زمینه می‌بایست مورد توجه قرار داد، اینست که جزء خطای تصادفی معادلات رگرسیون ناچیز بوده و از توزیع نرمال تبعیت می‌کنند.

**گام ۳.** تشکیل ماتریس تصمیم‌گیری چندشاخصه رگرسیونی در این گام هر یک از معادلات رگرسیونی تشکیل شده از گام قبل را به‌عنوان یکی از درایه‌های ماتریس تصمیم‌گیری چندشاخصه رگرسیونی قرار دهید. تمام معادلات رگرسیونی به‌دست آمده فقط دارای یک متغیر مستقل بر حسب زمان بوده و متغیرهای وابسته آنها معادل ارزش هر گزینه به ازای هر شاخص می‌باشند. ماتریس تصمیم‌گیری چندشاخصه رگرسیونی می‌تواند به صورت زیر تشکیل شود:

$$D(t) = \begin{bmatrix} y_{11}(t) & y_{12}(t) & \dots & y_{1m}(t) \\ y_{21}(t) & y_{22}(t) & \dots & y_{2m}(t) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ y_{n1}(t) & y_{n2}(t) & \dots & y_{nm}(t) \end{bmatrix} \quad (3)$$

به‌طوری‌که  $y_{ij}(t)$  نشان‌دهنده معادله رگرسیونی به‌دست آمده از درایه‌های نظیر  $x_{ij}$  های ماتریس‌های تصمیم‌گیری چندشاخصه در دوره‌های مختلف زمانی می‌باشد و این معادلات رگرسیونی می‌توانند به صورت خطی یا غیرخطی تشکیل شوند.

**گام ۴.** تعیین وزن شاخص‌ها به‌ازای ماتریس‌های تصمیم‌گیری هر دوره

در این گام وزن شاخص‌ها به‌ازای ماتریس‌های تصمیم‌گیری هر دوره با استفاده از روش آنتروپی به‌دست می‌آیند. در هر دوره یک بردار  $w$  به صورت زیر تعیین می‌شود:

$$W^t = [w_1^t \quad w_2^t \quad \dots \quad w_m^t] \\ \sum_{j=1}^m w_j^t = 1 ; t = 1, \dots, T \quad (4)$$

**گام ۵.** تعیین وزن شاخص‌های ماتریس رگرسیونی در این گام پس از یافتن بردار  $w$  به‌ازای هر دوره، یک بردار  $w$  نهایی برای ماتریس تصمیم‌گیری رگرسیونی از میانگین حسابی

دارای دورترین فاصله از راه‌حل ایده‌آل منفی باشد. فاصله یک گزینه از راه‌حل ایده‌آل یا ایده‌آل منفی می‌تواند به صورت یکی از فواصل خانواده مینکووسکی<sup>۱</sup> مانند فاصله اقلیدسی<sup>۲</sup> و یا به صورت صورت فاصله همینگ محاسبه گردد، که البته فاصله اقلیدسی به طور پیش‌فرض مورد استفاده قرار می‌گیرد. نوع انتخاب فاصله بستگی به نرخ تبادل و جایگزینی در بین شاخص‌ها دارد [۱۲].

## ۲-۲. روش آنتروپی

آنتروپی مفهومی است که در علوم اجتماعی، فیزیک و تئوری اطلاعات جهت سنجش بی‌نظمی و عدم اطمینان به کار گرفته می‌شود. در ماتریس تصمیم‌گیری، آنتروپی می‌تواند پراکندگی مقادیر شاخص‌ها را نشان دهد. هرچه پراکندگی مقادیر یک شاخص در گزینه‌ها بیشتر (آنتروپی کمتر) باشد، اهمیت آن شاخص در تصمیم‌گیری بیشتر است.

## ۳. ارائه الگوریتم نحوه تشکیل و حل مدل‌های

### تصمیم‌گیری چندشاخصه چنددوره‌ای

#### گام صفر. شروع

**گام ۱.** تشکیل ماتریس تصمیم‌گیری چندشاخصه چند دوره‌ای با توجه به اینکه در مدل‌های تصمیم‌گیری چندشاخصه چند دوره ای تمام عناصر ماتریس‌ها به زمان وابسته‌اند و با گذشت زمان می‌توانند تغییر کنند، ماتریس‌های تصمیم‌گیری به‌ازای هر دوره به صورت زیر نشان داده می‌شوند:

$$D^t = \begin{bmatrix} x_{11}^t & x_{12}^t & \dots & x_{1m}^t \\ x_{21}^t & x_{22}^t & \dots & x_{2m}^t \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{n1}^t & x_{n2}^t & \dots & x_{nm}^t \end{bmatrix} ; t = 1, \dots, T \quad (5)$$

که  $D^t$  ماتریس تصمیم‌گیری مربوط به دوره  $t$  ام، و  $x_{ij}^t$  ارزش مربوط به  $i$  امین گزینه و  $j$  امین شاخص متعلق به دوره  $t$  ام را نشان می‌دهد به طوری‌که  $t = 1, \dots, T$  است.

#### گام ۲. تشکیل معادلات رگرسیونی

به‌ازای هر یک از درایه‌های  $x_{ij}^t$ ، در ماتریس‌های تصمیم‌گیری دوره‌های مختلف  $t = 1, \dots, T$  یک معادله رگرسیونی تشکیل داده می‌شود. در تشکیل معادلات رگرسیونی می‌بایست دقت شود که

<sup>1</sup> Minkowski

<sup>2</sup> Euclidean Distance

W های دوره‌های گذشته به صورت زیر تعیین می‌شود:

$$W = \begin{bmatrix} \frac{\sum_{t=1}^T w_1^t}{T} & \frac{\sum_{t=1}^T w_2^t}{T} & \dots & \frac{\sum_{t=1}^T w_m^t}{T} \end{bmatrix}$$

$$\sum_{j=1}^m w_j = 1 \quad (5)$$

#### گام ۶. استفاده از مدل TOPSIS

پس از تعیین اوزان شاخص‌ها، ماتریس تصمیم‌گیری رگرسیونی را با استفاده از مدل TOPSIS که خود دارای شش مرحله به صورت زیر است، حل نمایید:

گام ۶-۱. تبدیل ماتریس تصمیم‌گیری رگرسیونی موجود به یک ماتریس بی‌مقیاس شده با استفاده از روش بی‌مقیاس‌سازی نرم

$$R_{ij}(t) = \frac{y_{ij}(t)}{\sqrt{\sum_{i=1}^n y_{ij}^2(t)}}, \quad j=1, \dots, m, \quad i=1, \dots, n \quad (6)$$

البته با توجه به اینکه  $y_{ij}(t)$  ها یک تابع به صورت معادله رگرسیونی هستند، ممکن است انجام عملیات بر روی آنها دشوار بوده و پیچیدگی خاص خود را داشته باشد.

#### گام ۶-۲. ایجاد ماتریس بی‌مقیاس وزنی

با توجه به اوزان به دست آمده به صورت

$$W = (w_1 \quad w_2 \quad \dots \quad w_j \quad \dots \quad w_m)$$

$$\sum_{j=1}^m w_j = 1$$

و ماتریس بی‌مقیاس شده، ماتریس بی‌مقیاس وزنی  $V(t)$  به صورت زیر حاصل می‌شود:

$$V_{ij}(t) = w_j \cdot r_{ij}(t), \quad j=1, \dots, m, \quad i=1, \dots, n \quad (7)$$

گام ۶-۳. تعیین گزینه ایده‌آل مثبت ( $A^+$ ) و ایده‌آل منفی ( $A^-$ ) به صورت ذیل:

$$A^+ = \left\{ \left( \max_i v_{ij}(t) \mid j \in J \right), \left( \min_i v_{ij}(t) \mid j \in J' \right) \mid i \in n \right\} \quad (8)$$

$$= [v_1^+(t) \quad v_2^+(t) \quad \dots \quad v_m^+(t)]$$

$$A^- = \left\{ \left( \min_i v_{ij}(t) \mid j \in J \right), \left( \max_i v_{ij}(t) \mid j \in J' \right) \mid i \in n \right\} \quad (9)$$

$$= [v_1^-(t) \quad v_2^-(t) \quad \dots \quad v_m^-(t)]$$

به‌طوریکه  $J$  مربوط به شاخص‌های سود و  $J'$  مربوط به شاخص‌های هزینه می‌باشد.

در این قسمت باید متذکر شد چون داده‌های ما از دوره‌های مختلف زمانی جمع‌آوری شده است، به همین دلیل ممکن است برای هر شاخص در دوره‌های مختلف مینیمم و ماکزیمم‌ها تغییر کنند، که یکی از تفاوت‌های عمده ماتریس‌های تصمیم‌گیری رگرسیونی یا ماتریس‌های تصمیم‌گیری اسکالر است، از اینرو ممکن است برای دوره‌های زمانی مختلف، گزینه‌های ایده‌آل مثبت و منفی متفاوتی موجود باشد.

گام ۶-۴. محاسبه فاصله هر گزینه از راه‌حل ایده‌آل مثبت و راه‌حل ایده‌آل منفی

جهت تعیین این فواصل از روش اقلیدسی به صورت زیر استفاده می‌گردد:

فاصله گزینه  $i$  ام از ایده‌آل مثبت:

$$d_i^+ = \left[ \sum_{j=1}^m (v_{ij}(t) - v_j^+(t))^2 \right]^{\frac{1}{2}}, \quad i=1, \dots, n \quad (10)$$

فاصله گزینه  $i$  ام از ایده‌آل منفی:

$$d_i^- = \left[ \sum_{j=1}^m (v_{ij}(t) - v_j^-(t))^2 \right]^{\frac{1}{2}}, \quad i=1, \dots, n \quad (11)$$

با توجه به اینکه ممکن است گزینه‌های ایده‌آل مثبت و منفی در دوره‌های مختلف تغییر کرده و  $d_i^+$  و  $d_i^-$  نیز متناظر با آنها تغییر کنند، با توجه به شرایط می‌توان هر دوره را به‌طور مجزا نیز به دست آورد. واضح است که هرچه فاصله از راه‌حل ایده‌آل مثبت کمتر و از راه‌حل ایده‌آل منفی بیشتر باشد، بهتر است.

#### گام ۶-۵. محاسبه نزدیکی نسبی گزینه‌ها به راه‌حل‌های ایده‌آل

نزدیکی نسبی به صورت زیر تعیین می‌شود:

$$0 \leq Cl_i^+ \leq 1, \quad i=1, \dots, n \quad (12)$$

$$Cl_i^+ = \frac{d_i^-}{d_i^+ + d_i^-}, \quad i=1, \dots, n \quad (13)$$

با توجه نمود که چون بازه‌هایی که  $d_i^+$  و  $d_i^-$  در آنها تغییر می‌کند ممکن است متفاوت باشند، برای یافتن  $Cl_i^+$  ها باید اشتراک بازه‌هایی که  $d_i^+$  و  $d_i^-$  در آنها تغییر می‌کند، در نظر گرفته شود.

پیوست (۱) آمده است.

ماتریس تصمیم‌گیری چندشاخصه چنددوره‌ای در پیوست (۱) آمده است.

گام ۲. تعیین معادلات رگرسیونی

$$\begin{aligned} y_{11}(t) &= 333.35 t^{0.5151} \\ y_{12}(t) &= 6.3494 t^4 - 155.88 t^3 + 1228 t^2 - 3476.4 t + 7395.8 \\ y_{13}(t) &= 19242 \exp(0.2275 t) \\ y_{21}(t) &= 0.2171 t^5 - 4.9341 t^4 + 32.727 t^3 - 10.025 t^2 - 419.81 t + 3703.2 \\ y_{22}(t) &= 1.2297 t^4 - 36.792 t^3 + 363.53 t^2 - 1530.6 t + 4612.1 \\ y_{23}(t) &= 71.004 t^5 - 1826.4 t^4 + 16378 t^3 - 60408 t^2 + 90697 t + 25779 \\ y_{31}(t) &= 854.45 t + 1620.3 \\ y_{32}(t) &= 21.819 t^4 - 514.18 t^3 + 4036.4 t^2 - 11674 t + 15757 \\ y_{33}(t) &= 49924 t + 6891.7 \\ y_{41}(t) &= 91.125 t^2 - 60.993 t + 3953.9 \\ y_{42}(t) &= 7.5768 t^4 - 176.96 t^3 + 1427.4 t^2 - 4591 t + 7703.1 \\ y_{43}(t) &= 3038.3 t^2 + 7120.6 t + 97382 \end{aligned}$$

گام ۳. تشکیل ماتریس تصمیم‌گیری رگرسیونی:

$$D(t) = \begin{bmatrix} y_{11}(t) & y_{12}(t) & y_{13}(t) \\ y_{21}(t) & y_{22}(t) & y_{23}(t) \\ y_{31}(t) & y_{32}(t) & y_{33}(t) \\ y_{41}(t) & y_{42}(t) & y_{43}(t) \end{bmatrix} \quad (15)$$

گام ۴. وزن شاخص‌ها به ازای هر دوره با استفاده از روش آنتروپی به صورت زیر به دست می‌آید:

t	W <sub>1</sub>	W <sub>2</sub>	W <sub>3</sub>
۱	۰.۵۶۴۳۹	۰.۱۱۰۳۱	۰.۳۲۵۸۲
۲	۰.۴۷۴۲۴	۰.۱۱۲۸۷	۰.۴۱۲۸۷
۳	۰.۵۵۲۰۴	۰.۱۵۱۲۸	۰.۲۹۶۶۷
۴	۰.۴۴۳۶۹	۰.۲۰۴۱۹	۰.۳۵۲۱۱
۵	۰.۴۲۳۲۱	۰.۲۳۶۳۵	۰.۳۴۰۴۲
۶	۰.۴۲۸۶۹	۰.۳۱۶۶۴	۰.۲۵۴۶۶
۷	۰.۴۸۶۷۵	۰.۲۶۴۲۸	۰.۲۴۸۹۶
۸	۰.۴۶۱۷۸	۰.۱۷۰۰۶	۰.۳۶۸۱۵
۹	۰.۴۹۳۲۷	۰.۲۸۹۲۵	۰.۲۱۷۴۶
۱۰	۰.۳۹۰۲۹	۰.۲۴۸۱۸	۰.۳۶۱۵۱

گام ۵. یافتن بردار وزن ماتریس تصمیم‌گیری رگرسیونی:

$$W = \left[ \frac{\sum_{t=1}^{10} W_1^t}{10} \quad \frac{\sum_{t=1}^{10} W_2^t}{10} \quad \frac{\sum_{t=1}^{10} W_3^t}{10} \right] = \quad (16)$$

$$= [0.471839 \quad 0.210346 \quad 0.317869]$$

مشخص است که اگر  $A_i = A^+$  آنگاه  $CI_i^+ = 1$  و اگر  $A_i = A^-$  آنگاه  $CI_i^+ = 0$  می‌شود، یعنی هرچه فاصله گزینه  $A_i$  از راه‌حل ایده‌آل  $A^+$  کمتر باشد  $CI_i^+$  به واحد نزدیکتر خواهد بود.

گام ۶-۶. رتبه‌بندی گزینه‌ها

بر اساس ترتیب نزولی  $CI_i^+$ ، به ازای هر بازه زمانی، می‌توان یک رتبه‌بندی مجزا برای گزینه‌های موجود به ازای هر دوره زمانی و در نتیجه در هر بازه زمانی تعیین نمود.

#### ۴. مطالعه موردی

با توجه به اهمیت میزان کارا بودن الگوریتم ارائه شده، در این مقاله الگوریتم پیشنهادی در یک مطالعه کاربردی و واقعی در صنعت نساجی پیاده‌سازی می‌شود.

مسئله موردنظر، سرمایه‌گذاری در شاخه‌های مختلف از صنعت نساجی می‌باشد. شاخه‌های اساسی درنظر گرفته شده عبارتند از: تولید قالی و قالیچه دستباف، تولید انواع پارچه و کالاهای کشفاب، تولید پوشاک به استثنای پوشاک از پوست خردار و دباغی و عمل آوردن چرم و ساخت کیف. این شاخه‌ها به‌عنوان گزینه‌های مسئله درنظر گرفته می‌شوند.

A<sub>1</sub>: تولید قالی و قالیچه دستباف

A<sub>2</sub>: تولید انواع پارچه و کالاهای کشفاب

A<sub>3</sub>: تولید پوشاک به استثنای پوشاک از پوست خردار

A<sub>4</sub>: دباغی و عمل آوردن چرم و ساخت کیف

شاخص‌هایی که برای این مسئله درنظر گرفته می‌شود، به صورت زیر می‌باشند:

۱- ارزش مقدار سوخت مصرفی (میلیون ریال) ( $u_1$ )

۲- میزان اشتغال (نفر) ( $u_2$ )

۳- ارزش افزوده فعالیت صنعتی (میلیون ریال) ( $u_3$ )

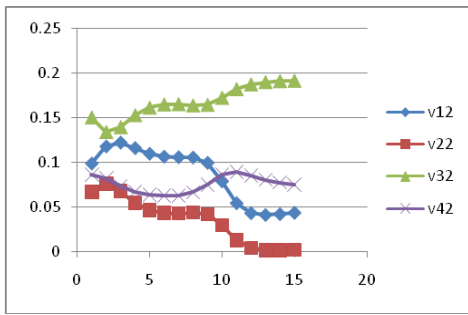
که شاخص اول جنبه هزینه داشته و یک شاخص منفی است و شاخص‌های دوم و سوم جنبه سود داشته و شاخص‌های مثبت می‌باشند.

اطلاعات به‌دست آمده از مرکز آمار ایران که طی سال‌های ۱۳۷۷ تا ۱۳۸۶ جمع‌آوری شده‌اند، در پیوست (۱) آمده است.<sup>۱</sup>

گام ۱. تشکیل ماتریس تصمیم‌گیری چندشاخصه چند دوره‌ای

ماتریس‌های تصمیم‌گیری طی ۱۰ سال متوالی و با بازه‌های زمانی یکساله مربوط به سال‌های ۱۳۷۷ تا ۱۳۸۶ تشکیل شده و در

<sup>۱</sup> سالنامه آماری کشور مربوط به سال‌های ۷۸-۸۷

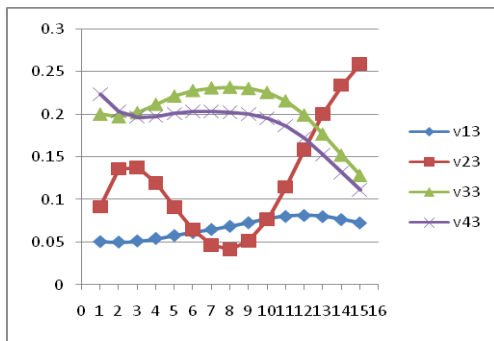


شکل ۲. ارزیابی اطلاعات بی‌مقیاس شده وزنی شاخص دوم

جدول ۴. مینیمم و ماکزیمم شاخص سوم

x	1, ..., 6	7, ..., 10	11, ..., 15
Min	V <sub>13</sub>	V <sub>23</sub>	V <sub>13</sub>

x	1, 2	3, ..., 12	13, 14, 15
Max	V <sub>43</sub>	V <sub>33</sub>	V <sub>23</sub>



شکل ۳. ارزیابی اطلاعات بی‌مقیاس شده وزنی شاخص سوم

سوم

$$A^+ = [v_{11} \quad v_{32} \quad [v_{43} \quad v_{33} \quad v_{23}]] = [v_1^+ \quad v_2^+ \quad v_3^+]$$

$$A^- = [v_{41} \quad v_{22} \quad [v_{13} \quad v_{23} \quad v_{13}]] = [v_1^- \quad v_2^- \quad v_3^-]$$

همان‌طور که مشاهده می‌شود، بازای شاخص سوم، گزینه ایده‌آل مثبت و ایده‌آل منفی تغییر می‌کند، به این صورت که  $v_{43}$ ,  $v_{33}$ ,  $v_{23}$  برای گزینه ایده‌آل مثبت به ترتیب مربوط به بازه‌های ۱ تا ۲، ۳ تا ۱۲ و ۱۳ تا ۱۵ و  $v_{13}$ ,  $v_{23}$ ,  $v_{13}$  برای گزینه ایده‌آل منفی به ترتیب مربوط به بازه‌های ۱ تا ۶، ۷ تا ۱۰ و ۱۱ تا ۱۵ می‌باشد.

گام ۴-۶. تعیین فاصله از گزینه‌های ایده‌آل مثبت و ایده‌آل منفی:

توجه نمایید که چون  $v_3^+$  در سه بازه ۱ تا ۲، ۳ تا ۱۲ و ۱۳ تا ۱۵ و  $v_3^-$  در سه بازه ۱ تا ۶، ۷ تا ۱۰ و ۱۱ تا ۱۵ تغییر می‌کند، نیز می‌بایست در این بازه‌ها به‌طور جداگانه به صورت  $d_i^+$ ,  $d_i^-$

گام ۶. استفاده از مدل TOPSIS

گام ۱-۶. تبدیل ماتریس تصمیم‌گیری رگرسیونی موجود به یک ماتریس بی‌مقیاس شده با استفاده از روش بی‌مقیاس‌سازی نرم

$$R_{ij}(t) = \frac{y_{ij}(t)}{\sqrt{\sum_{i=1}^n y_{ij}^2}}, \quad j=1, \dots, 3, \quad i=1, \dots, 4$$

گام ۲-۶. تعیین ماتریس بی‌مقیاس وزنی:

$$V_{ij}(t) = w_j \cdot r_{ij}(t), \quad j=1, \dots, 3, \quad i=1, \dots, 4$$

به‌دلیل طولانی و پیچیده بودن عملیات این دو قسمت و معادلات به‌دست آمده، از نوشتن آنها صرف‌نظر شده‌است.

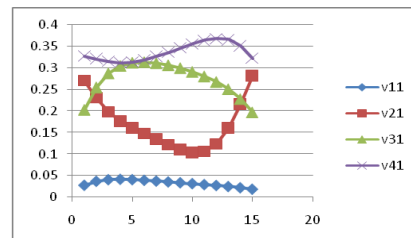
گام ۳-۶. تعیین گزینه‌های ایده‌آل مثبت و ایده‌آل منفی:

برای این کار می‌توان با ترسیم نمودار معادلات هر شاخص، گزینه‌ها را تعیین نمود.

به دلیل استفاده از معادلات رگرسیونی، می‌توان جهت بررسی صحت معادلات، برای چندین دوره بعد از آخرین دوره نیز گزینه‌های ایده‌آل مثبت و ایده‌آل منفی تعیین نمود. در این مسأله تا ۱۵ دوره مورد محاسبه قرار گرفته است. شکل‌های (۱) تا (۳) و جداول (۲) تا (۴) را مشاهده نمایید.

جدول ۲. مینیمم و ماکزیمم شاخص اول

x	۱, ..., ۱۵
Min	V <sub>11</sub>
Max	V <sub>41</sub>



شکل ۱. ارزیابی اطلاعات بی‌مقیاس شده وزنی شاخص اول

جدول ۳. مینیمم و ماکزیمم شاخص دوم

x	۱, ..., ۱۵
Min	V <sub>22</sub>
Max	V <sub>32</sub>

زیر تعیین شوند.

$$Cl_1^+ > Cl_3^+ > Cl_4^+ > Cl_2^+ \rightarrow A_1 > A_3 > A_4 > A_2 \quad t=1,2$$

$$Cl_1^+ > Cl_2^+ > Cl_3^+ > Cl_4^+ \rightarrow A_1 > A_2 > A_3 > A_4 \quad t=3,\dots,10$$

همان‌طور که مشاهده می‌شود، رتبه‌بندی گزینه‌ها در برخی دوره‌ها تغییر نموده‌است و این مهمترین نتیجه‌ای است که تصمیم‌گیری چندشاخصه چنددوره‌ای به آن رسیده است ولیکن مدل‌های تصمیم‌گیری چندشاخصه تک دوره‌ای آن را نمی‌دهند و همواره رتبه‌بندی را ثابت فرض می‌کنند.

### ۵. نتیجه‌گیری

در این مقاله ابتدا الگوریتمی جهت استفاده از مدل‌های تصمیم‌گیری چندشاخصه چند دوره‌ای ارائه گردید. سپس در یک مطالعه موردی بر روی صنعت نساجی با ۴ گزینه و ۳ شاخص به ازای ۱۰ دوره زمانی بر حسب سال، از سال ۱۳۷۷ به‌عنوان سال اول تا سال ۱۳۸۶ به‌عنوان سال ۱۰ این الگوریتم پیاده‌سازی شد. پس از اجرای تمامی گام‌های الگوریتم پیشنهادی و استفاده از مدل TOPSIS براساس گام‌های موردنیاز، مشخص گردید که رتبه بندی گزینه‌ها در طی سال‌های ۱ و ۲ به صورت  $A_1 > A_3 > A_4 > A_2$  و در طی سال‌های ۳ تا ۱۰ به صورت  $A_1 > A_2 > A_3 > A_4$  می‌باشند.

همان‌گونه که مشخص است با تغییر زمان رتبه‌بندی گزینه‌ها نیز کاملاً دستخوش تغییرات قرار گرفته‌است. از اینرو مدل‌های تصمیم‌گیری چندشاخصه تک دوره‌ای نمی‌توانند همواره به‌طور کامل رتبه‌بندی دقیقی را ارائه دهند و این رتبه‌بندی‌ها لزوماً در طی زمان ثابت نیستند.

علاوه بر خاصیت در نظر گرفتن زمان در این‌گونه تصمیم‌گیری‌ها، مدل‌های تصمیم‌گیری چندشاخصه چند دوره‌ای که از معادلات رگرسیونی بهره می‌برند، دارای خاصیت مهم دیگری نیز هستند و آن هم پیش‌بینی تصمیمات آتی سازمان موردنظر است. به عنوان مثال در مطالعه موردی موجود در این مقاله، رتبه بندی گزینه‌ها در طی سال‌های ۱۱ و ۱۲ به صورت  $A_1 > A_2 > A_3 > A_4$  و در طی سال‌های ۱۳ تا ۱۵ به صورت  $A_1 > A_3 > A_4 > A_2$  می‌باشد، و این درحالیست که دوره‌های زمانی ۱۱ تا ۱۵ هنوز به وقوع نپیوسته‌اند ولیکن مدل پیشنهادی قادر به پیش‌بینی تصمیمات آتی نیز می‌باشد.

### مراجع

[۱] اصغرپور، محمد جواد، تصمیم‌گیری‌های چندمعیاره، انتشارات دانشگاه تهران، ۱۳۷۷.

[2] Hwang, C.L., Yoon, K., *Multiple Attribute Decision Making: Methods and Applications*, Springer-Verlag,

$$d_{i1}^+ = \left[ \sum_{j=1}^3 (v_{ij}(t) - v_j^+(t))^2 \right]^{\frac{1}{2}}, \quad i=1,\dots,4, \quad t=1,2 \quad (17)$$

$$d_{i2}^+ = \left[ \sum_{j=1}^3 (v_{ij}(t) - v_j^+(t))^2 \right]^{\frac{1}{2}}, \quad i=1,\dots,4, \quad t=3,\dots,12 \quad (18)$$

$$d_{i3}^+ = \left[ \sum_{j=1}^3 (v_{ij}(t) - v_j^+(t))^2 \right]^{\frac{1}{2}}, \quad i=1,\dots,4, \quad t=13,\dots,15 \quad (19)$$

$$d_{i1}^- = \left[ \sum_{j=1}^3 (v_{ij}(t) - v_j^-(t))^2 \right]^{\frac{1}{2}}, \quad i=1,\dots,4, \quad t=1,\dots,6 \quad (20)$$

$$d_{i2}^- = \left[ \sum_{j=1}^3 (v_{ij}(t) - v_j^-(t))^2 \right]^{\frac{1}{2}}, \quad i=1,\dots,4, \quad t=7,\dots,10 \quad (21)$$

$$d_{i3}^- = \left[ \sum_{j=1}^3 (v_{ij}(t) - v_j^-(t))^2 \right]^{\frac{1}{2}}, \quad i=1,\dots,4, \quad t=11,\dots,15 \quad (22)$$

گام ۵-۶. تعیین فواصل نسبی:

به دلیل اینکه در تعیین  $Cl_i^+$  هم از  $d_i^-$  و هم  $d_i^+$  استفاده می‌شود، می‌بایست اشتراک بازه‌هایی را که  $d_i^+$  و  $d_i^-$  در آن تغییر می‌کنند، در نظر گرفت. از اینرو هر  $Cl_i^+$  به ازای پنج بازه به صورت زیر تعیین می‌شود:

$$Cl_i^+ = \frac{d_{i1}^-}{d_{i1}^- - d_{i1}^+}, \quad t=1,2$$

$$Cl_i^+ = \frac{d_{i1}^-}{d_{i1}^- - d_{i2}^+}, \quad t=3,\dots,6$$

$$Cl_i^+ = \frac{d_{i2}^-}{d_{i2}^- - d_{i2}^+}, \quad t=7,\dots,10$$

$$Cl_i^+ = \frac{d_{i3}^-}{d_{i3}^- - d_{i2}^+}, \quad t=11,12$$

$$Cl_i^+ = \frac{d_{i3}^-}{d_{i3}^- - d_{i3}^+}, \quad t=13,\dots,15$$

گام ۶-۶. رتبه‌بندی گزینه‌ها:

با جایگذاری دوره‌های زمانی مختلف، در معادلات به‌دست آمده از گام (۵-۶)، می‌توان گزینه‌ها را به صورت زیر رتبه‌بندی نمود:



Berlin, 1981.

- [3] Yoon, K.P., Hwang, C.L., *Manufacturing Plant Location Analysis by Multiple Attribute Decision Making: Part I—Single-Plant Strategy*, International Journal of Production Research, 23, 1985, pp. 345–359.
- [4] Chen, M.F., Tzeng, G.H., *Combining Gray Relation and TOPSIS Concepts for Selecting an Expatriate Host Country*, Mathematical and Computer Modelling, 40, 2004, pp. 1473–1490.
- [5] Janic, M., *Multicriteria Evaluation of High-Speed Rail, transrapid Maglev, and air passenger transport in Europe*, Transportation Planning and Technology, 26, 2003, pp. 491–512.
- [6] Kwong, C.K., Tam, S.M., *Case-Based Reasoning Approach to Concurrent Design of Low Power Transformers*, Journal of Materials Processing Technology, 128, 2002, pp.136–141.
- [7] Yang, T., Chou, P. *Solving a Multiresponse Simulation—Optimization Problem with Discrete Variables using a Multi-Attribute Decision-Making Method*, Mathematics and Computers in Simulation, 68, 2005, pp. 9-21.
- [8] Zeshui Xu, *On Multi-Period Multi-Attribute Decision Making*, Knowledge-Based System, 21, 164171, 2008.
- [9] Yong-Huang Lin, Pin-Chan Lee, Hsin-I Ting, *Dynamic Multi-Attribute Decision Making Model with Grey Number Evaluations*, Expert Systems with Applications, 35, 2008, pp. 1638–1644.
- [10] Zeshui Xu, Ronald, R., Yager, *Dynamic Intuitionistic Fuzzy Multi-Attribute Decision Making*, International Journal of Approximate Reasoning, 48, 2008, pp. 246-262.
- [11] Yoon, K.P., Hwang, C.L., *Multiple Attribute Decision Making: An Introduction*, Thousand Oaks, Sage Publication, CA, 1985.
- [12] Shannon, C.E., Weaver, W., *The Mathematical Theory of Communication*, The University of Illinois Press, Urbana, 1947.

## پیوست‌ها

پیوست ۱: اطلاعات و داده‌های ماتریس‌های تصمیم‌گیری

گام ۶-۱. ماتریس‌های تصمیم‌گیری موجود در مطالعه موردی، به صورت جدول (۱) استخراج گردید.

## جدول ۵. ماتریس تصمیم‌گیری دوره ۱

t = 1	u <sub>1</sub>	u <sub>2</sub>	u <sub>3</sub>
A <sub>1</sub>	۲۹۲	۵۲۴۸	۲۳۶۱۷
A <sub>2</sub>	۳۲۸۷	۳۴۵۷	۷۲۹۱۰
A <sub>3</sub>	۲۶۲۱	۷۵۲۹	۱۰۷۸۳۷
A <sub>4</sub>	۴۲۵۰	۴۴۴۰	۱۱۳۳۹۲

## جدول ۶. ماتریس تصمیم‌گیری دوره ۲

t = 2	u <sub>1</sub>	u <sub>2</sub>	u <sub>3</sub>
A <sub>1</sub>	۶۰۴	۳۸۵۲	۳۰۱۴۴
A <sub>2</sub>	۳۰۶۸	۲۵۶۷	۶۰۳۵۳
A <sub>3</sub>	۳۲۳۵	۵۰۹۵	۱۴۲۴۱۰
A <sub>4</sub>	۴۹۰۱	۲۷۴۶	۱۲۳۹۲۸

## جدول ۷. ماتریس تصمیم‌گیری دوره ۳

t = 3	u <sub>1</sub>	u <sub>2</sub>	u <sub>3</sub>
A <sub>1</sub>	۶۰۰	۴۴۴۹	۳۸۱۸۳
A <sub>2</sub>	۲۸۱۳	۲۵۵۳	۷۶۳۸۸
A <sub>3</sub>	۴۲۵۱	۵۰۳۰	۱۰۲۱۹۰
A <sub>4</sub>	۳۸۲۸	۲۷۴۲	۱۳۰۳۴۰

## جدول ۸. ماتریس تصمیم‌گیری دوره ۴

t = 4	u <sub>1</sub>	u <sub>2</sub>	u <sub>3</sub>
A <sub>1</sub>	۶۵۹	۵۳۸۰	۳۹۴۰۲
A <sub>2</sub>	۲۹۹۶	۲۲۵۳	۸۰۲۸۰
A <sub>3</sub>	۳۵۴۱	۵۱۳۴	۱۳۷۲۲۲
A <sub>4</sub>	۴۵۴۱	۲۶۹۶	۱۶۵۱۰۶

## جدول ۹. ماتریس تصمیم‌گیری دوره ۵

t = 5	u <sub>1</sub>	u <sub>2</sub>	u <sub>3</sub>
A <sub>1</sub>	۷۰۰	۵۰۶۵	۶۶۳۴۸
A <sub>2</sub>	۲۹۳۵	۲۳۱۷	۸۱۵۹۴
A <sub>3</sub>	۷۲۵۰	۸۸۲۹	۲۸۶۶۸۸
A <sub>4</sub>	۵۶۲۲	۳۴۰۲	۲۵۱۰۶۶

## جدول ۱۰. ماتریس تصمیم‌گیری دوره ۶

t = 6	u <sub>1</sub>	u <sub>2</sub>	u <sub>3</sub>
A <sub>1</sub>	۷۱۱	۵۱۶۸	۷۹۶۰۱
A <sub>2</sub>	۳۲۰۷	۱۸۶۶	۱۴۴۱۲۲
A <sub>3</sub>	۷۱۹۳	۸۵۶۹	۳۰۶۶۰۳
A <sub>4</sub>	۶۱۷۰	۲۸۰۴	۲۱۴۸۸۱

## جدول ۱۱. ماتریس تصمیم‌گیری دوره ۷

t = 7	u <sub>1</sub>	u <sub>2</sub>	u <sub>3</sub>
A <sub>1</sub>	۱۱۵۴	۴۸۳۹	۱۱۲۶۳۳
A <sub>2</sub>	۳۵۲۳	۲۲۰۹	۱۵۲۴۱۴
A <sub>3</sub>	۸۰۹۶	۷۱۱۹	۳۱۹۹۶۳
A <sub>4</sub>	۸۶۴۹	۳۰۰۵	۳۱۳۵۶۹

## جدول ۱۲. ماتریس تصمیم‌گیری دوره ۸

t = 8	u <sub>1</sub>	u <sub>2</sub>	u <sub>3</sub>
A <sub>1</sub>	۷۸۸	۴۱۲۲	۸۰۵۱۵
A <sub>2</sub>	۳۰۲۷	۱۹۱۰	۹۳۵۷۶
A <sub>3</sub>	۷۷۲۴	۶۵۹۲	۴۲۹۶۶۲
A <sub>4</sub>	۱۰۶۹۹	۲۷۹۴	۳۳۹۱۴۶

## جدول ۱۳. ماتریس تصمیم‌گیری دوره ۹

t = 9	u <sub>1</sub>	u <sub>2</sub>	u <sub>3</sub>
A <sub>1</sub>	۱۴۱۵	۴۱۸۱	۳۷۸۲۷۱
A <sub>2</sub>	۳۶۰۷	۱۴۳۲	۱۰۶۴۳۲
A <sub>3</sub>	۸۶۶۹	۶۵۰۴	۴۱۹۹۶۹
A <sub>4</sub>	۱۱۴۰۷	۲۸۰۰	۴۱۴۸۵۱

## جدول ۱۴. ماتریس تصمیم‌گیری دوره ۱۰

t = 10	u <sub>1</sub>	u <sub>2</sub>	u <sub>3</sub>
A <sub>1</sub>	۹۰۸	۲۸۲۰	۹۷۶۲۰
A <sub>2</sub>	۳۵۵۳	۱۱۸۸	۱۰۵۰۹۴
A <sub>3</sub>	۱۰۶۱۸	۷۰۰۳	۵۶۲۱۶۷
A <sub>4</sub>	۱۱۲۰۱	۳۳۰۰	۴۶۸۹۱۷