

پایش آماری پیشامدهای کمیاب در حوزه بهداشت و درمان

امیرافشین فتاحی*، رسول نورالسنا، پرشنگ دوکوهکی و مسعود باباخانی

کلمات کلیدی

کنترل آماری فرآیند، بهداشت و درمان، پیشامدهای نادر (کمیاب)، روش مجموعه‌ها، روش امتیاز تجمعی، روش SHDA، روش جمع تجمعی برنولی، متوسط طول دنباله.

چکیده:

در حوزه بهداشت و درمان، مشخصه‌های کیفی متفاوتی وجود دارند که لازم است مورد پایش (Monitoring) و کنترل قرار گیرند. البته پایش هر مشخصه کیفی نیازمند روش آماری (نمودار کنترل) خاصی است. مشخصه‌های کیفی خاصی در بهداشت و درمان وجود دارند که به دلیل نرخ رخداد بسیار کم آن‌ها، این‌طور به نظر می‌رسد که دلیلی برای پایش و کنترل آن‌ها وجود نداشته باشد، یا اصلاً پایش آن‌ها امکان‌پذیر نباشد؛ زیرا نرخ رخداد آن‌ها به حدی کوچک است که پایش آن‌ها با استفاده از نمودارهای کنترل متداول p و np امکان‌پذیر نیست؛ در صورتی که برای چنین مشخصه‌های کیفی نیز روش‌های متنوعی با کارایی‌های گوناگون توسعه داده شده است. چنین مشخصه‌های کیفی، پیشامدهای بهداشتی نادر (Rare health events) نامیده می‌شوند. این مقاله درصدد است تا با معرفی معروفترین این روش‌ها و البته مقایسه آن‌ها بر اساس شاخص متوسط طول دنباله (ARL)، کاراترین روش آماری را در این خصوص شناسایی کند.

۱. مقدمه

در بخش بهداشت و درمان مشخصه‌های کیفی^۲ متفاوتی وجود دارند که می‌توانند مورد پایش و کنترل قرار گیرند. مشخصه‌هایی کیفی مانند نرخ عفونت بیمارستان [۱]، نرخ مرگ‌ومیر بیماران [۲]، میزان قند خون [۳] یا فشار خون [۴، ۵] یک بیمار و ... از این جمله‌اند؛ که البته هر کدام روش (نمودار کنترل) آماری خاصی را طلب می‌کند. ابزارهای پایش و کنترل مشخصه‌های کیفی را می‌توان در مقوله‌ای چون «کنترل فرآیند آماری» [۶]، به عنوان زیرسیستمی از مدیریت کیفیت، جستجو کرد. در بخش

تاریخ وصول: ۹۰/۲/۱۲

تاریخ تصویب: ۹۰/۳/۲۵

*توسنده مسئول مقاله: دکتر امیر افشین فتاحی، دانشکده مهندسی صنایع دانشگاه آزاد اسلامی واحد پرند afshinfatahi@iust.ac.ir
دکتر رسول نورالسنا، دانشکده مهندسی صنایع دانشگاه علم و صنعت ایران rassoul@iust.ac.ir
پرشنگ دوکوهکی، دانشکده مهندسی صنایع دانشگاه آزاد اسلامی واحد پرند dokouhaki@iust.ac.ir
دکتر مسعود باباخانی، دانشکده مهندسی صنایع دانشگاه علم و صنعت ایران m.babakhani@iust.ac.ir

بهداشت و درمان مشخصه‌های کیفی دیگری نیز وجود دارند که به دلیل رخدادهای نادر (کمیاب) و ناچیز آن‌ها، ممکن است این‌طور به نظر برسد که پایش و کنترل آن‌ها لزومی ندارد و یا اصلاً امکان‌پذیر نباشد؛ زیرا نرخ رخداد آن‌ها در حدود ۰/۰۰۱ یا کوچک‌تر از آن است. پایش چنین مشخصه‌های کیفی، با استفاده از نمودارهای کنترل p و np ، به دلیل پدیده بیش‌افتراقی^۴ امکان‌پذیر نیست.

در سال‌های اخیر، مسأله پایش نرخ رخداد پیشامدهایی که احتمال رخداد آن‌ها ناچیز است، به عنوان مسأله‌ای جذاب در حوزه‌های صنعتی، بیمارستانی و اپیدمیولوژی مطرح شده است. مثال‌های ویژه پزشکی در این زمینه عبارتند از پایش افزایش ریسک رخداد سرطان [۷]، پایش نرخ عیوب خروجی‌های بیمارستانی، به‌ویژه، جراحی‌ها [۷] و پایش نرخ رخداد ناهنجاری‌های مادرزادی [۹-۱۱].

توسعه روش‌های متعدد در مورد پایش رخدادهای کمیاب در بهداشت و درمان در سطح جهانی [۱۲-۱۵]، تأکیدی بر توجه خاص جوامع بین‌المللی بر ضرورت به‌کارگیری این روش‌ها است.

⁴ - Overdispersion

² - Quality Characteristic

³ - Statistical Process Control (SPC)

فرض کنید Y_1, Y_2, Y_3 و ... یک سری آزمایش‌های مستقل برنولی باشند؛ به گونه‌ای که $Y = 1$ نشان‌دهنده وجود ناهنجاری مادرزادی و $Y = 0$ بیان‌کننده عدم آن باشد. همچنین، فرض کنید $\tau \geq 1$ نشان‌دهنده زمان افزایش نرخ رخداد باشد؛ احتمال رخداد به‌ازای $j = 1, 2, \dots, \tau - 1$ برابر با $P(Y_j = 1) = p_0$ و به‌ازای $j = \tau, \tau + 1, \dots$ برابر با $P(Y_j = 1) = \gamma p_0$ خواهد بود؛ به گونه‌ای که $0 < p_0 < 1$ و $0 < \gamma < 1/p_0$ است. فرض ساده‌ساز دیگری هم باید در نظر گرفت و آن این‌که مقدار p_0 مشخص است. البته به‌کارگیری این روش‌ها در عمل، نیازمند برآورد (تخمین) مقدار p_0 از داده‌های پیشین است. جنسن و همکاران [۲۹] تأثیر فرض مشخص بودن پارامترها (در حالی که واقعاً باید از داده‌های پیشین تخمین زده شوند) را بر نمودارهای کنترل، در قالب مقاله‌ای مروری ارائه داده‌اند. چن و همکاران [۳۰] این موضوع را در مورد روش مجموعه‌ها و روش امتیاز تجمعی لحاظ کرده‌اند.

چهار روش مذکور، نه تنها افزایش ناگهانی در نرخ رخداد، بلکه کاهش ناگهانی آن ($0 < \gamma < 1$) را نیز می‌توانند کشف کنند. چهار روش نام‌برده، به گونه‌ای طراحی می‌شوند که شرایط بهینگی حداقل حداکثر، برای کشف یک تغییر اسمی از مقدار p_0 به $p_1 = \gamma_1 p_0$ ، به‌ازای $1 < \gamma_1 < 1/p_0$ برقرار باشد؛ بنابراین، γ_1 نشان‌دهنده اندازه تغییری است که نمودار برای کشف آن طراحی شده است.

رویکردهای آماری در روش‌های فوق با هم متفاوت است. به عنوان مثال، در روش جمع‌تجمعی برنولی [۲۳]، نرخ رخداد ناهنجاری‌های مادرزادی در قبال یک سری آزمایش‌های برنولی مدل‌سازی می‌شود؛ در حالی که در سه روش دیگر، فاصله بین رخداد ناهنجاری‌ها در مدل‌سازی‌ها به‌کار گرفته می‌شوند. این فاصله می‌تواند به عنوان تعداد تولد نوزادان سالم در بین دو تولد با ناهنجاری مادرزادی در نظر گرفته شود؛ البته در صورتی که نرخ تولدها را بتوان ثابت در نظر گرفت، این فاصله را می‌توان به عنوان زمان بین هر دو تولد با ناهنجاری مادرزادی در نظر گرفت. در مورد نخست، تعداد تولد نوزادان سالم در بین دو تولد با ناهنجاری مادرزادی، یک متغیر تصادفی هندسی (Geometric) در نظر گرفته می‌شود [۱۹] در حالی که در مورد دوم، زمان بین هر دو تولد با ناهنجاری مادرزادی، متغیر تصادفی نمایی (Exponential) اطلاق می‌شود [۷]. علیرغم تفاوت در رویکردهای چهار روش مذکور، مفروضات آن‌ها یکسان است؛ از جمله این‌که نرخ رخدادهای کمیاب در همه آن‌ها ثابت و رخدادها از هم مستقل فرض می‌شوند.

علاوه بر چهار روش مذکور، تعدادی روش‌های پایش دیگر نیز وجود دارند. در صورتی که تعداد تولد نوزادان سالم در بین دو تولد با ناهنجاری مادرزادی در دسترس باشد، می‌توان یک نمودار

ضرورت تحقیق حاضر نیز، معرفی متداول‌ترین این روش‌ها [۱۳] و البته مقایسه آن‌ها به‌منظور شناسایی کاراترین روش آماری در مورد پایش رخدادهای کمیاب است.

در این مقاله، ابتدا مروری بر روش‌های موجود برای پایش رخدادهای کمیاب ارائه می‌شود. در این راستا، پارامترها و روابط مرتبط با چهار روش اصلی در این زمینه معرفی می‌شوند؛ سپس با ارائه شاخص «متوسط طول دنباله»، عملکرد این چهار روش محاسبه می‌شوند. محاسبه شاخص موردنظر برای هر یک از روش‌ها، در قالب شبیه‌سازی رایانه‌ای و با استفاده از نرم‌افزار Matlab صورت گرفته است. در انتها، بحث و نتیجه‌گیری در مورد مقایسه عملکرد این روش‌ها ارائه شده است.

۲. معرفی روش‌های پایش

مبحث پایش رخدادهای بهداشتی نادر (کمیاب)، از جمله ناهنجاری‌های مادرزادی، از زمان فاجعه تالیدومید^۱ در دهه ۱۹۶۰ مورد توجه قرار گرفت. از آن پس، روش‌های آماری متنوعی برای پایش نرخ رخداد پیشامدها توسعه داده شده است. مرور روش‌های پایش آماری در سلامت عمومی توسط سانسون و باک [۱۲] و وودال [۱۳] ارائه شده است. ویژگی‌های بهینگی روش‌های مختلف پایش، به گونه‌ای گسترده، توسط فریسن و سانسون [۱۴] و فریسن [۱۵، ۱۶] مرور شده است. قبل از آن نیز توسط باربوجانی [۱۷] و لای و همکاران [۱۸] مقالاتی مروری، با تمرکز بر پایش پیوسته رخداد ناهنجاری‌های مادرزادی، منتشر شده است. در این مقاله، ضمن معرفی و مروری بر روش‌های آماری توسعه داده شده برای رخداد پیشامدهای نادر و کمیاب، چهار روش اساسی در این زمینه با جزئیاتی بیشتر معرفی می‌گردند؛ که هر یک برای کشف افزایش ناگهانی در نرخ رخداد یک پیشامد کمیاب توسعه داده شده است.

روش مجموعه‌ها، به عنوان یکی از این روش‌ها را می‌توان در منبع [۱۹] مورد مذاقه قرار داد. دو روش بهبود یافته از روش مجموعه‌ها، یعنی روش امتیاز تجمعی و روش SHDA را به ترتیب در منابع [۲۰، ۲۱] و [۲۲، ۲۳] می‌توان مطالعه کرد. روش دیگر که توسط سگو و همکاران [۲۳] توسعه داده شده است، روش جمع‌تجمعی برنولی نام دارد. در حالی که روش جمع‌تجمعی برای نخستین بار توسط پیچ [۲۴] ارائه شد، سگو و همکاران [۲۳] از مدلی توسعه یافته بر اساس این روش، توسط رینولدز و استامبوس [۲۵، ۲۶]، برای پایش پیشامدهای کمیاب استفاده کرده‌اند. مقایسه چهار روش مذکور بر اساس ویژگی‌های بهینگی حداقل حداکثر (MinMax)، که در روش جمع‌تجمعی مطرح است [۲۷، ۲۸]، قابل انجام است.

^۱ - Thalidomide

هشدار می‌دهد؛ در حالی که اگر افزایشی بیش‌تر از چهار برابر مقدار مینا، در نرخ رخدادها ایجاد شود، روش مجموعه‌ها کارا تر عمل می‌کند. باربوجیا و کالزولاری [۴۱] با استفاده از شبیه‌سازی نشان داده‌اند که روش جمع‌تجمعی پواسون از روش مجموعه‌ها کارا تر است؛ ولی چن [۴۳] متدولوژی به‌کار رفته در تحقیق آن‌ها را زیر سؤال برده است. چن [۴۵] ادعا می‌کند که اگر متوسط تعداد رخدادها در سال، کوچک‌تر یا مساوی ۵ باشد، سرعت عمل روش مجموعه‌ها بیشتر از نمودار جمع‌تجمعی پواسون خواهد بود. اختلاف‌نظرهای بین نتایج چن [۴۵] و دیگران در مقایسه روش مجموعه‌ها با نمودار جمع‌تجمعی پواسون، ممکن است به دلیل رویکردهای مختلف ایشان به مسأله باشد. همچنین، روش مجموعه‌ها با روش‌های دیگری همچون روش جمع‌تجمعی هندسی [۴۶]، روش جمع‌تجمعی نمایی [۳۵]، روش امتیاز تجمعی [۲۰، ۳۰، ۴۴] و روش SHDA [۷، ۲۲، ۴۷] مورد مقایسه قرار گرفته است.

گریگ و فیروول [۴۸، ۴۹] از روش مجموعه‌ها برای پایش خروجی دودویی (مرگ و بقا) عمل جراحی استفاده کرده‌اند؛ البته از آن‌جا که احتمال رخدادها در این حالت برای هر فرد متفاوت خواهد بود، روش مجموعه‌های تعدیل شده ریسک (Risk Adjusted Sets Method) را توسعه داده‌اند. ایشان روش خود را با روش جمع‌تجمعی تعدیل‌شده ریسک (Risk Adjusted CUSUM) مقایسه و ادعا کرده‌اند که این روش دارای عملکردی بهتر است. در زیر معرفی اجمالی از چهار روش موردنظر برای پایش پیشامدهای کمیاب و مقایسه آن‌ها ارائه شده است.

۱-۲. روش مجموعه‌ها^۹

یک مجموعه عبارت است از گروهی از نوزادان سالم که در فاصله بین تولد دو نوزاد با ناهنجاری مادرزادی متولد شده‌اند [۱۹]. فرض کنید X_i نشان‌دهنده اندازه (حجم) i امین مجموعه باشد. به عبارت دیگر، X_i برابر با تعداد تولدهای بین رخدادهای $i-1$ و i ، به‌ازای $i=1,2,3,\dots$ است؛ بنابراین، X_1, X_2, \dots یک سری از متغیرهای تصادفی هندسی را تشکیل می‌دهد که تابع توزیع احتمال آن‌ها برابر با $p(1-p)^x$ است. در صورتی که تعداد n_s مجموعه متوالی، دارای اندازه‌ای کم‌تر از مقدار حدآستانه t_s باشد، روش مجموعه‌ها هشدار خواهد داد. (اندیس S منحصرأ نمایان‌گر روش مجموعه‌ها است).

در زمانی که i امین ناهنجاری مادرزادی مشاهده می‌شود، S_i برابر است با تعداد مجموعه‌های متوالی که دارای اندازه‌ای کم‌تر از مقدار حد آستانه t_s دارند. یعنی:

جمع‌تجمعی بر اساس توزیع احتمال هندسی توسعه داد [۳۱ و ۳۲]. در واقع، نمودار جمع‌تجمعی هندسی، از نظر عملکرد، در حد نمودار جمع‌تجمعی برنولی است [۲۵ و ۳۲]. در مواقعی که تک‌تک افراد را نتوان مورد پایش قرار داد، روش‌هایی بر اساس زمان بین رخدادها توسعه داده شده‌اند؛ یکی از این روش‌ها نمودار جمع‌تجمعی نمایی^۱ است [۳۳-۳۵]. به عنوان روشی دیگر از این نوع، می‌توان به روش شیرایوف-رابرتز^۲ برای مشاهدات نمایی اشاره کرد [۳۶].

زمانی که تنها بتوان داده‌ها را به‌صورت گروهی در فرجه‌های زمانی مشخص جمع‌آوری کرد (مانند تعداد رخدادها در هر ماه)، به‌کارگیری روش‌های پایش بر اساس توزیع احتمال پواسون منطقی به‌نظر می‌رسد. از جمله این روش‌ها می‌توان به نمودار جمع‌تجمعی پواسون^۳ [۳۳، ۳۷] و نمودار میانگین متحرک موزون نمایی پواسون^۴ [۳۸] اشاره کرد.

البته نمودارهای جمع‌تجمعی بینم^۵ [۲۶] و میانگین متحرک موزون نمایی بینم^۶ [۳۹] را نیز می‌توان مورد استفاده قرار داد. هر زمان که امکان داشته باشد، باید از تجمیع^۷ داده‌ها در بازه‌های زمانی (مدل‌های پواسون) یا تجمیع داده‌ها در قالب تعداد معینی از مشاهدات (مدل‌های بینم) امتناع کرد؛ زیرا این عمل می‌تواند باعث کاهش کارایی نمودار کنترل شود.

استفاده از روش‌هایی که نیاز به تجمیع داده‌ها دارند، مستلزم اتمام بازه زمانی هستند، تا نمودار بتواند افزایش نرخ رخداد را در انتهای بازه زمانی نشان دهد؛ که این امر باعث تأخیر در هشدار توسط نمودار کنترل می‌شود. روش‌های شوهارت^۸ مبتنی بر توزیع‌های احتمال هندسی، نمایی، پواسون یا بینم نیز می‌توانند برای پایش برخی پیشامدهای کمیاب به‌کار گرفته شوند [۴۰، ۴۱]. نمودارهای شوهارت، از لحاظ قابلیت شناسایی تغییرات با نرخ بسیار کم، در مقایسه با روش‌های مبتنی بر CUSUM و EWMA، دارای عملکردی نسبتاً ضعیف‌تر هستند؛ ولی پیاده‌سازی و تفسیر نتایج آن‌ها ساده‌تر است.

مقالات متعددی در مورد مقایسه روش‌های مجموعه‌ها، امتیاز تجمعی، SHDA و جمع‌تجمعی برنولی به چاپ رسیده است. بسیاری از محققان، نمودار جمع‌تجمعی پواسون را با روش مجموعه‌ها یا روش امتیاز تجمعی مقایسه کرده‌اند [۴۱-۴۴]. گالوس و همکاران [۴۲] و رادالی [۴۴] نشان داده‌اند زمانی که افزایشی کمتر از چهار برابر مقدار مینا، در نرخ رخدادها حادث شود، نمودار جمع‌تجمعی پواسون سریع‌تر از روش مجموعه‌ها

¹ - Exponential CUSUM

² - Shiriyayev-Roberts

³ - Poisson CUSUM

⁴ - Poisson EWMA

⁵ - Binomial CUSUM

⁶ - Binomial EWMA

⁷ - Aggregation

⁸ - Shewhart

⁹ - Sets Method

۲-۳. روش امتیاز تجمعی^۱:

در روش امتیاز تجمعی، نمادهای X_i ، n_c و t_c ، با همان مفهوم موجود در روش مجموعه‌ها به کار گرفته می‌شوند؛ البته اندیس C منحصرأ نمایان‌گر روش امتیاز تجمعی است. برای هر اندازه مجموعه (X_i) امتیازی در نظر گرفته می‌شود؛ به گونه‌ای که اگر $X_i < t_c$ باشد، این وزن برابر با $g(X_i) = 1$ و در غیر این صورت، برابر با $g(X_i) = -1$ خواهد بود. امتیاز تجمعی (C_i) برابر است با:

$$C_0 = 0$$

$$C_i = \max(QC_{i-1} + g(X_i)), \quad i = 1, 2, 3, \dots$$

زمانی که $C_i = n_c$ باشد، روش امتیاز تجمعی هشدار خواهد داد. همانند روش مجموعه‌ها، در صورتی که $n_c = 1$ باشد، این روش به نمودار شوهارت هندسی با حد کنترل پایین $LCL = t_c$ تبدیل می‌شود.

۲-۴. روش جمع تجمعی برنولی^۲:

آماره روش جمع تجمعی برنولی به صورت زیر است.

$$B_0 = 0$$

$$B_j = \max(QB_{j-1} + Y_j - \delta), \quad j = 1, 2, 3, \dots$$

به گونه‌ای که مقدار مرجع برابر است با:

$$\delta = \frac{-\log\left(\frac{1-p_1}{1-p_0}\right)}{\log\left(\frac{p_1(1-p_0)}{p_0(1-p_1)}\right)} = \frac{1}{k}$$

که از نسبت درست‌نمایی برنولی در آزمون نسبت احتمال متوالی^۳ منسوب به والد [۵۳] به دست می‌آید. در صورتی که $B_j \geq h$ باشد، این روش هشدار خواهد داد. همه روش‌های مبتنی بر روش جمع تجمعی بر اساس k و h توصیف می‌شوند؛ که به تفصیل در منبع [۶] تشریح شده است. رینولد و استامبوس [۲۶] این روش را با جزئیات کامل بیان کرده‌اند.

۳. ارزیابی و مقایسه روش‌ها

یکی از شاخص‌های اصلی در ارزیابی روش‌های آماری (از جمله نمودارهای کنترل)، «متوسط طول دنباله»^۴ است. این شاخص

$$S_0 = 0$$

$$S_i = (1 + S_{i-1})I_{\{X_i < t_s\}}, \quad i = 1, 2, 3, \dots$$

زمانی که $S_i = n_s$ باشد، روش مجموعه‌ها هشدار می‌دهد. اگر $n_s = 1$ باشد، روش مجموعه‌ها به نمودار شوهارت هندسی یک‌طرفه، با حد کنترل پایین $LCL = t_s$ ، تبدیل می‌شود [۵۰]. لازم به ذکر است که روش مجموعه‌ها یک مورد خاص از روش پایش قوانین دنباله‌ها است که قبلاً توسط پیچ [۵۱] مورد بحث قرار گرفته بود.

۲-۲. روش SHDA

برای روش SHDA، نمادهای X_i ، n_t و t_t ، با همان مفهوم موجود در روش مجموعه‌ها به کار گرفته می‌شوند؛ البته اندیس t منحصرأ نمایان‌گر روش SHDA است. به منظور اجرای این روش، اگر تعداد n_t مجموعه متوالی، هرکدام دارای اندازه‌ای کوچک‌تر از t_t باشند، پرچمی افزاشته می‌شود؛ در این صورت، اگر تعداد کل مجموعه‌هایی که پس از آخرین پرچم به وجود آمده‌اند، کوچک‌تر یا مساوی حد آستانه u_t باشد، روش SHDA هشدار خواهد داد.

زمانی که i آمین ناهنجاری مادرزادی مشاهده شود، D_i را برابر با تعداد مجموعه‌های متوالی در نظر بگیرید که دارای اندازه‌های کم‌تر از t_t هستند. همچنین، A_i را برابر با تعداد کل مجموعه‌هایی که پس از آخرین پرچم ایجاد شده‌اند، در نظر بگیرید. بنابراین داریم:

$$D_0 = 0$$

$$D_i = (1 + D_{i-1}I_{\{D_{i-1} < n_t\}})I_{\{X_i < t_t\}}, \quad i = 1, 2, 3, \dots$$

$$A_0 = 0$$

$$A_i = 1 + A_{i-1}I_{\{D_{i-1} < n_t\}}, \quad i = 1, 2, 3, \dots$$

زمانی که $A_i \leq u_t$ و $D_i = n_t$ است، روش SHDA هشدار می‌دهد. هر دو شمارنده D_i و A_i با مقدار صفر شروع به کار می‌کنند و در هر بار که پرچمی افزاشته شود ($D_i = n_t$)، دوباره برابر صفر در نظر گرفته می‌شوند.

همان‌طور که ملاحظه می‌شود، مقداری باید برای n_t در نظر گرفته شود که البته نباید از u_t بزرگ‌تر باشد؛ در غیر این صورت، این نمودار هرگز هشدار نخواهد داد. اگر $n_t = u_t$ باشد، روش SHDA در صورتی هشدار می‌دهد که نخستین n_t مجموعه مشاهده شده، اندازه‌ای کم‌تر از t_t داشته باشند؛ یا این که $2n_t$ مجموعه متوالی با اندازه‌هایی کم‌تر از t_t مشاهده شده باشند. بنابراین، زمانی که $n_t = u_t$ باشد، روش SHDA معادل روش مجموعه‌ها با $n_s = 2n_t$ خواهد بود.

¹ - CUSCORE

² - Bernoulli CUSUM

³ - Sequential probability ratio test

⁴ - Average Run Length (ARL)

نشان می‌دهد که روش آماری به‌کارگرفته شده برای کنترل یک فرآیند، به‌طور متوسط پس از نشان دادن چند مشاهده تحت کنترل، یک مشاهده خارج از کنترل را نشان خواهد داد.

روش‌های آماری با این هدف توسعه داده می‌شوند که از هشدارهای اشتباهی پرهیز کنند و حساسیت زیادی در برابر تغییرات غیرتصادفی نیز داشته باشند؛ بدین منظور لازم است پارامترهای هر روش آماری به‌گونه‌ای تنظیم شوند که در صورتی که فرآیند واقعاً تحت کنترل است، متوسط طول دنباله $(ARL(p_0))$ بزرگ بوده و زمانی که فرآیند واقعاً خارج از کنترل است، متوسط طول دنباله $(ARL(p))$ کوچک باشد. معمولاً مقدار خارج از کنترل p را بر حسب ضریبی از p_0 نمایش می‌دهیم (یعنی: $p = \gamma p_0$).

به‌منظور مقایسه چهار روش مجموعه‌ها، امتیاز تجمعی، SHDA و جمع‌تجمعی برنولی با استفاده از شاخص متوسط طول دنباله، لازم است پارامترهای زیر تعریف شوند. برای درک بهتر این پارامترها، آن‌ها را برای یک موردکاوی خاص (مثلاً رخدادهای نادر ناهنجاری‌های مادرزادی) به‌صورت زیر تعریف می‌کنیم:

p_0 : نرخ مبنا (Baseline Rate) برای رخداد تولدهایی با ناهنجاری مادرزادی

γ : مقدار تغییر فرآیند از نرخ مبنا p_0 (بر حسب ضریبی از p_0)

r_0 : متوسط تعداد تولدها تا اعلام یک هشدار، زمانی که فرآیند تحت کنترل است ($ARL(p_0) \geq r_0$).

m_0 : متوسط تعداد ناهنجاری‌های مادرزادی تا اعلام یک هشدار، زمانی که فرآیند تحت کنترل است ($m_0 = p_0 r_0$).

برای این‌که چهار روش آماری موردنظر را بتوان با هم مقایسه کرد، از رویکرد حداقل‌حداکثر (Minimax) استفاده شده است. با استفاده از این رویکرد، هر روش به‌گونه‌ای طراحی می‌شود (پارامترهای هر روش به‌گونه‌ای تنظیم می‌شوند) که شاخص $ARL(p)$ حداقل شود؛ به‌گونه‌ای که $ARL(p_0) \geq r_0$ باشد.

البته لازم به ذکر است، از آن‌جا که هر چهار روش آماری موردنظر بر اساس متغیرهای تصادفی گسسته پایه‌گذاری شده‌اند، نمی‌توان پارامترها را به‌گونه‌ای تنظیم کرد که $ARL(p_0)$ برای همه آن‌ها دقیقاً با هم برابر باشد؛ ولی باید سعی شود تا حد امکان، مقادیر به هم نزدیک باشند. جدول ۱، نتایج تنظیم پارامترها را نشان می‌دهد.

به‌منظور تعیین ترکیب‌های مختلفی از مقادیر p_0 ، γ و m_0 که منجر به مقداری نزدیک به $ARL(p_0)$ شوند، ۷۶۰۰ ترکیب مختلف از p_0 ، γ و m_0 در نظر گرفته شده‌اند. ۴۰ مورد از ۷۶۰۰ ترکیب، برای تشریح جزئیات انتخاب شده‌اند.

به‌منظور ارزیابی عملکرد چهار روش مذکور، برای دامنه‌ای از تغییرات γ ، $(\gamma=1/25/5, \dots, 7/758)$ ، برای $ARL(\gamma)$ ۴۰ ترکیب موردنظر محاسبه شده‌اند. جداول ۲ تا ۴، نتایج شبیه‌سازی را نشان می‌دهد. در این شبیه‌سازی‌ها روش جمع‌تجمعی برنولی، در هر ۴۰ مورد، دارای کوچک‌ترین مقدار برای $ARL(\gamma)$ است؛ این موضوع نشان می‌دهد که روش جمع‌تجمعی برنولی به‌طور متوسط زودتر از سه روش دیگر، وجود تغییر در فرآیند را هشدار می‌دهد.

اگر متوسط طول دنباله را برای حالت خارج از کنترل در مورد روش‌های جمع‌تجمعی برنولی، مجموعه‌ها، امتیاز تجمعی و SHDA به‌ترتیب با $ARL_b(\gamma)$ ، $ARL_s(\gamma)$ ، $ARL_t(\gamma)$ و $ARL_c(\gamma)$ نشان دهیم، در ۳۷ مورد از ۴۰ مورد رابطه $ARL_b(\gamma) < ARL_c(\gamma) < ARL_s(\gamma) < ARL_t(\gamma)$ برقرار است. سه موردی که نامساوی مذکور برای آن‌ها صادق نیست، به سه روش مجموعه‌ها، امتیاز تجمعی و SHDA مربوط می‌شوند. بنابراین، در همه موارد، روش جمع‌تجمعی برنولی از سه روش دیگر عملکرد بهتری دارد.

برتری نسبی چهار روش آماری موردنظر، برای ۴۰ مورد تحت بررسی، در جدول ۵ نشان داده شده است.

جدول ۱. تنظیم پارامترهای چهار روش آماری موردنظر با استفاده از رویکرد حداقل‌حداکثر برای چهار مورد انتخابی

مورد	p_0	γ	m_0	روش مجموعه‌ها		روش SHDA			روش امتیاز تجمعی		روش جمع‌تجمعی برنولی	
				n_s	t_s	n_t	u_t	t_t	n_c	t_c	k	h
۱۲	۰/۰۰۶۰	۱/۲۵	۴۰۰	۲۷	۳۲۸	۱۲	۱۲	۳۰۰	۱۵	۱۰۸	۱۴۹	۱۱/۶۳۷۵۸
۱۳	۰/۰۰۶۰	۲/۲۵	۳۵۰	۱۰	۱۵۷	۶	۶	۱۸۳	۸	۸۴	۱۰۸	۵/۸۷۹۶۳
۲۸	۰/۰۰۰۹	۳/۵۰	۸۵۰	۹	۷۹۶	۴	۴	۶۸۹	۷	۴۴۰	۵۵۷	۵/۲۳۳۳۹
۴۰	۰/۰۰۰۲	۵/۷۵	۳۵۰	۵	۲۰۴۷	۳	۳	۲۶۰۵	۴	۱۲۷۵	۱۸۴۱	۳/۶۵۲۳۶

جدول ۲. مقدار $ARL(p_0)$ در چهار روش آماری موردنظر، برای چهار مورد انتخابی

مورد	P_0	γ	m_0	r_0	$ARL(p_0)$			جمع تجمعی برنولی
					روش SHDA	روش امتیاز تجمعی	روش مجموعه‌ها	
۱۲	۰/۰۰۶۰	۱/۲۵	۴۰۰	۶۶۶۶۷	۶۶۸۴۷	۶۶۷۶۶	۶۶۷۳۱	۶۶۷۷۵
۱۳	۰/۰۰۶۰	۲/۲۵	۳۵۰	۵۸۳۳۳	۵۸۴۴۸	۵۸۳۴۲	۵۸۴۷۱	۵۸۵۰۲
۲۸	۰/۰۰۰۹	۳/۵۰	۸۵۰	۹۴۴۴۴۴	۹۴۴۵۵۲	۹۴۵۸۰۳	۹۴۵۸۴۴	۹۴۵۹۳۴
۴۰	۰/۰۰۰۲	۵/۷۵	۳۵۰	۱۷۵۰۰۰۰	۱۷۵۱۳۲۴	۱۷۵۱۱۵۹	۱۷۵۰۷۶۵	۱۷۵۱۵۱۷

جدول ۳. مقدار $ARL(\gamma)$ در چهار روش آماری موردنظر، برای چهار مورد انتخابی

مورد	P_0	γ	m_0	$ARL(\gamma)$			جمع تجمعی برنولی
				روش SHDA	روش امتیاز تجمعی	روش مجموعه‌ها	
۱۲	۰/۰۰۶۰	۱/۲۵	۴۰۰	۱۴۸۲۳/۰۱	۱۶۲۱۷/۵۲	۱۱۲۶۰/۴۷	۸۸۳۴/۵۰
۱۳	۰/۰۰۶۰	۲/۲۵	۳۵۰	۱۵۴۶/۱۳	۱۵۷۰/۳۸	۱۳۶۷/۲۵	۱۰۸۸/۵۰
۲۸	۰/۰۰۰۹	۳/۵۰	۸۵۰	۴۵۲۶/۹۳	۴۶۵۴/۸۴	۴۱۴۴/۰۵	۳۳۷/۱۵
۴۰	۰/۰۰۰۲	۵/۷۵	۳۵۰	۶۴۶۶/۲۵	۶۶۷۶/۵۶	۶۳۶۸/۵۹	۵۴۶۰/۴۸

جدول ۴. مقدار $ARL(\gamma)$ در چهار روش آماری، برای موارد ۱۳ و ۴۰، به‌ازای دامنه‌ای از تغییرات (برحسب γ ، ضریبی از P_0)

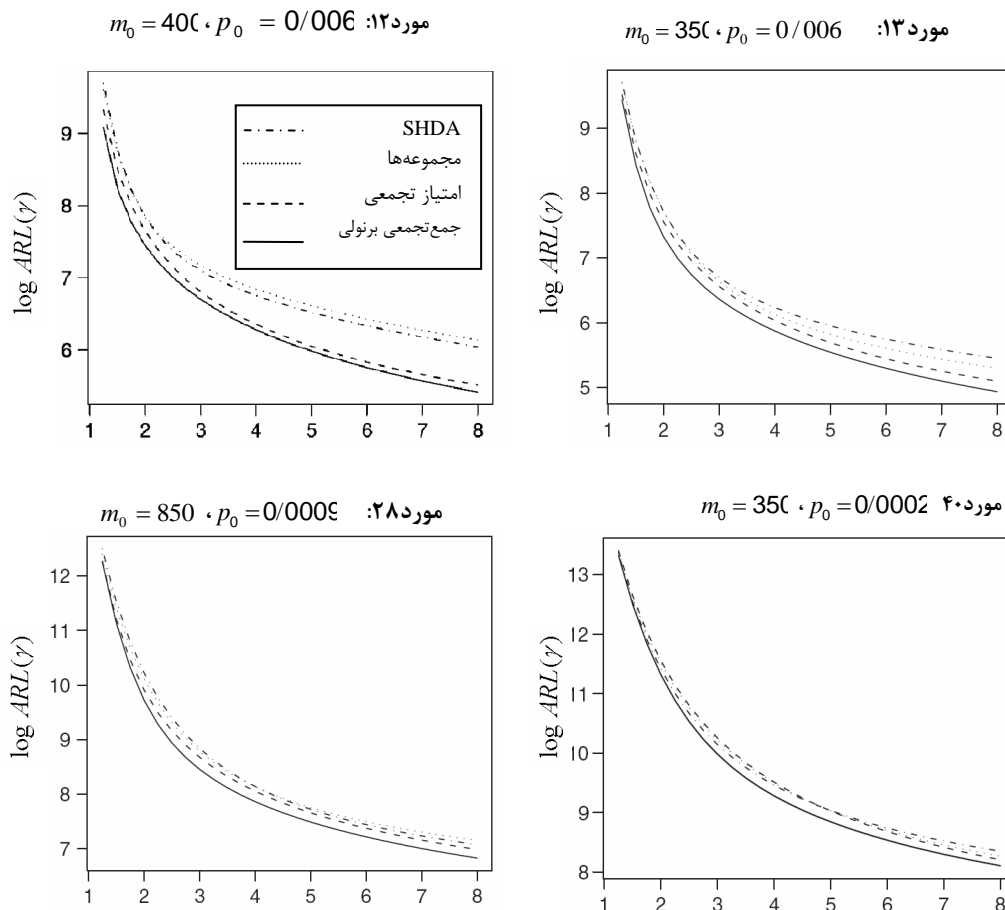
مورد	P_0	γ	$ARL(\gamma)$			جمع تجمعی برنولی
			روش SHDA	روش امتیاز تجمعی	روش مجموعه‌ها	
۱۳	۰/۰۰۶۰	۱/۵	۶۷۷۳/۹۹	۶۶۸۸/۱۵	۵۴۵۵/۸۶	۴۶۰۴/۹۹
۱۳	۰/۰۰۶۰	۲/۱۰	۲۲۲۲/۶۳	۲۲۲۲/۲۲	۱۹۱۰/۴۵	۱۵۱۷/۴۹
۱۳	۰/۰۰۶۰	۲/۵	۱۱۶۴/۴۶	۱۲۰۲/۱۹	۱۰۵۳/۷۰	۸۴۶/۶۵
۱۳	۰/۰۰۶۰	۳/۱۰	۷۶۴/۷۸	۸۱۴/۱۱	۷۰۶/۷۵	۵۸۱/۱۱
۱۳	۰/۰۰۶۰	۴/۱۰	۴۵۹/۳۸	۵۱۰/۹۶	۴۱۸/۴۷	۳۵۵/۸۳
۱۳	۰/۰۰۶۰	۶/۱۰	۲۷۲/۷۵	۳۱۴/۵۲	۲۳۲/۲۱	۲۰۰/۳۴
۱۳	۰/۰۰۶۰	۸/۱۰	۲۰۰/۴۶	۲۳۳/۰۷	۱۳۹/۰۵	۱۳۹/۵۰
۴۰	۰/۰۰۰۲	۱/۵	۲۹۷۹۸۰/۸۸	۲۷۹۷۳۸/۰۵	۳۱۰۷۴۳/۴۵	۲۶۸۵۷۶/۴۱
۴۰	۰/۰۰۰۲	۲/۱۰	۹۹۴۸۴/۱۶	۹۰۲۰۵/۵۱	۱۰۳۹۴۳/۷۸	۸۲۰۵۴/۴۴
۴۰	۰/۰۰۰۲	۲/۵	۴۷۱۵۹/۶۹	۴۲۸۵۶/۲۶	۴۸۹۹۹/۶۰	۳۷۳۲۲/۶۳
۴۰	۰/۰۰۰۲	۳/۱۰	۲۷۴۹۴/۹۸	۲۵۴۰۹/۱۴	۲۸۳۲۲/۹۸	۲۱۶۲۲/۹۵
۴۰	۰/۰۰۰۲	۴/۱۰	۱۳۳۰۱/۰۴	۱۲۸۴۶/۷۲	۱۳۵۳۳/۵۸	۱۰۷۲۶/۹۴
۴۰	۰/۰۰۰۲	۶/۱۰	۶۰۱۵/۱۳	۶۲۵۸/۳۱	۵۸۹۴/۱۰	۵۰۹۸/۲۳
۴۰	۰/۰۰۰۲	۸/۱۰	۳۸۹۴/۶۵	۴۲۴۱/۹۰	۳۶۶۶/۰۱	۳۳۲۰/۶۴

جدول ۵. تعداد مواردی که هر روش از روش‌های دیگر برتر است.

روش	تعداد دفعاتی که روش، اولین روش برتر بوده است.	تعداد دفعاتی که روش، دومین روش برتر بوده است.	تعداد دفعاتی که روش، سومین روش برتر بوده است.	تعداد دفعاتی که روش، چهارمین روش برتر بوده است.
مجموعه‌ها	۰	۱	۳۲	۷
SHDA	۰	۱	۸	۳۱
امتیاز تجمعی	۰	۳۸	۰	۲
جمع تجمعی برنولی	۴۰	۰	۰	۰

شکل ۱، چهار روش آماری موردنظر را به‌ازای دامنه‌ای از تغییرات (برحسب γ ، ضریبی از P_0) برای موارد ۱۲، ۱۳، ۲۸ و ۴۰ نشان می‌دهد. مهم‌ترین ویژگی نمودارهای شکل ۱، این است که به‌ازای همه موارد، عملکرد روش جمع‌تجمعی برنولی از سه روش دیگر بهتر است.

شکل ۱، چهار روش آماری موردنظر را به‌ازای دامنه‌ای از تغییرات (برحسب γ ، ضریبی از P_0) برای موارد ۱۲، ۱۳، ۲۸ و ۴۰ نشان می‌دهد.



شکل ۱. مقایسه عملکرد چهار روش آماری به‌ازای تغییرات مختلف (بر حسب γ ، ضریبی از p_0) برای موارد ۱۲، ۱۳، ۲۸ و ۴۰

مقاله، در اغلب موارد، روش‌های جمع تجمعی برنولی، مجموعه‌ها، امتیاز تجمعی و SHDA، به‌ترتیب عملکردی بهتر دارند؛ ولی در همه موارد، روش جمع تجمعی برنولی دارای عملکردی بهتر از سه روش دیگر است.

مراجع

- [1] Arantes, A., Carvalho, E.D.S., Medeiros, E.A.S., Farhat, C.K., Mantese, O.C., "Use of Statistical Process Control Charts in the Epidemiological Surveillance of Nosocomial Infections", *Revista de Saúde Pública*, Vol. 37, No. 6, pp. 768-774, 2003.
- [2] Paris, P.T., McCulloch, P., Steger, A.C., Benjamin, I.S., Poloniecki, J.D., "Mortality Control Charts for Comparing Performance of Surgical Units: Validation Study using Hospital Mortality Data", *British Medical Journal*, pp. 326-786, 2003
- [3] Solodky, C., Chen, H., Jones, P.K., Katcher, W., Neuhauser, D., "Patients as Partners in Clinical Research: a Proposal for Applying Quality Improvement Methods to patient Care", *Medical Care*, Vol. 36(Suppl.), pp.13-20, 1998.

۴. بحث و نتیجه‌گیری

با پیشرفت علوم و تکنولوژی، به‌تدریج، سطح برخی از مشخصه‌های کیفی در حوزه بهداشت و درمان بهبود یافته است؛ تا حدی که بسیاری از این مشخصه‌ها به مشخصه‌هایی نادر و کمیاب بدل شده‌اند (مانند نرخ تولدهایی با ناهنجاری‌های مادرزادی، که این نرخ در جوامع توسعه‌یافته بسیار ناچیز است). شاید در نگاه نخست، چنین مشخصه‌هایی نیاز به پایش و کنترل نداشته باشند؛ ولی روش‌های آماری توسعه داده شده در این زمینه نشان می‌دهند که این مشخصه‌های کیفی نیز به سبب عوامل گوناگون (انحرافات غیرتصادفی) می‌توانند از کنترل خارج شده، ناهنجاری‌های فردی و اجتماعی را موجب شوند. به‌کارگیری چنین روش‌های آماری و توسعه آن‌ها، لازمه بهبود مستمر در حوزه بهداشت و درمان برای هر کشور توسعه‌یافته و در حال توسعه است.

معروف‌ترین روش‌های توسعه‌داده شده در این خصوص، چهار روش مطرح شده در این مقاله هستند که بر اساس شاخص متوسط طول دنباله، نتایج شبیه‌سازی‌های صورت‌گرفته در این

- [18] Lie, R.T., Stein, E.V., Botting, B., Skjaerven, R., "Statistical Methods for Surveillance of Congenital Malformations: When do the Data indicate a True Shift in the Risk that an Infant is Affected by Some Type of Malformation?", International Journal of Risk and Safety in Medicine, Vol. 2, pp. 289–300, 1991.
- [19] Chen, R., "A Surveillance System for Congenital Malformations", Journal of the American Statistical Association, Vol. 73, pp. 323–327, 1978.
- [20] Wolter, C., "Monitoring Intervals Between Rare Events: a Cumulative Score Procedure Compared with Rina Chen's Sets Technique", Methods of Information in Medicine, Vol. 26, pp. 215–219, 1987.
- [21] Munford, A.G., "A Control Chart Based on Cumulative Scores", Applied Statistics, Vol. 29, pp. 252–258, 1980.
- [21] Sitter, R., Hanrahan, L.P., Anderson, L.P., DeMets, D., "The Authors' Reply", American Journal of Epidemiology, Vol. 134, pp. 917–919, 1991.
- [22] Sego, L.H., Woodall, W.H., Reynolds, Jr, M.R., "A Comparison of Surveillance Methods for Small Incidence Rates", Statistics in Medicine, Vol. 27, No. 8, pp. 1225–1247, 2008.
- [23] Page, E.S., "Continuous Inspection Schemes", Biometrika, Vol. 41, pp. 100–114, 1954.
- [24] Reynolds, Jr M.R., Stoumbos, Z.G., "A CUSUM Chart for Monitoring a Proportion When Inspecting Continuously", Journal of Quality Technology, Vol. 31, pp. 87–108, 1999.
- [25] Reynolds, Jr M.R., Stoumbos, Z.G., "A General Approach to Modeling CUSUM Charts for a Proportion", IIE Transactions, Vol. 32, pp. 515–535, 2000.
- [26] Lorden G., "Procedures for reacting to a change in distribution", Annals of Mathematical Statistics, Vol. 42, pp. 1897–1908, 1971.
- [27] Moustakides, G.V., "Optimal Stopping Times for Detecting Changes in Distributions", Annals of Statistics, Vol. 14, pp. 1379–1387, 1986.
- [28] Jensen, W.A., Jones-Farmer, L.A., Champ, C.W., Woodall, W.H., "Effects of Parameter Estimation on Control Chart Properties: a Literature Review", Journal of Quality Technology, Vol. 38, pp. 349–364, 2006.
- [29] Chen, R., Connelly, R.R., Mantel, N., "The Efficiency of the Sets and the Cuscore Techniques Under Biased Baseline Rates", Statistics in Medicine, Vol. 16, pp. 1401–1411, 1997.
- [30] Bourke, P.D., "Detecting a Shift in Fraction Nonconforming Using Run-Length Control Charts with 100% Inspection", Journal of Quality Technology, Vol. 23, pp. 225–238, 1991.
- [4] Hebert, C., Neuhauser, D., "Improving Hypertension Care with Patient-Generated Run Charts: Physician, Patient, and Management perspectives", Quality Management Health Care, Vol. 13, pp. 174–7, 2004.
- [5] Solodky, C., Chen, H., Jones, P.K., Katcher, W., Neuhauser, D., "Patients as Partners in Clinical Research: a Proposal for Applying Quality Improvement Methods to Patient Care", Medical Care, Vol. 36(Suppl.), pp. 13–20, 1998.
- [6] Montgomery, D.C., "Introduction to Statistical Quality Control", 5th ed. Wiley: New York, 2005.
- [7] Sitter, R.R., Hanrahan, L.P., DeMets, D., Anderson, H.A., "A Monitoring System to Detect Increased Rates of Cancer Incidence", American Journal of Epidemiology, Vol. 132, pp. 123–130, 1990.
- [8] Leandro, G., Rolando, N., Gallus, G., Rolles, K., Burroughs, A.K., "Monitoring Surgical and Medical Outcomes: the Bernoulli Cumulative SUM Chart, A Novel Application to Assess Clinical Interventions", Postgraduate Medical Journal, Vol. 81, pp. 647–652, 2005.
- [9] Hill, G.B., Spicer, C.C., Weatherall, J.A.C., "The Computer Surveillance of Congenital Malformations", British Medical Bulletin, Vol. 24, pp. 215–218, 1968.
- [10] Bjerkedal, T., Bakketeig, L.S., "Surveillance of Congenital Malformations and Other Conditions of the Newborn" International Journal of Epidemiology, Vol. 4, pp. 31–36, 1975.
- [11] Weatherall, J.A.C., Haskey, J.C., "Surveillance of Malformations", British Medical Bulletin, Vol. 32, pp. 39–44, 1976.
- [12] Sonesson, C., Bock, D., "A Review and Discussion of Prospective Statistical Surveillance in Public Health", Journal of the Royal Statistical Society, Series A, Vol. 166, pp. 5–21, 2003.
- [13] Woodall, W.H., "The use of Control Charts in Health-Care and Public-Health Surveillance (with Discussion)", Journal of Quality Technology, Vol. 38, pp. 89–104, 2006.
- [14] Fris'en, M., Sonesson, C., "Optimal surveillance. In Spatial and Syndromic Surveillance for Public Health", Lawson AB, Kleinman K (eds). Wiley: New York, NY, pp. 31–52, 2005.
- [15] Fris'en, M., "Statistical Surveillance: Optimality and Methods", International Statistical Review, Vol. 71, pp. 403–434, 2003.
- [16] Fris'en, M., "Evaluation of Methods for Statistical Surveillance", Statistics in Medicine, Vol. 11, pp. 1489–1502, 1992.
- [17] Barbujani, G., "A Review of Statistical Methods for Continuous Monitoring of Malformation Frequencies" European Journal of Epidemiology, Vol. 3, pp. 67–77, 1987.

- [31] Bourke, P.D., "The Geometric CUSUM Chart with Sampling Inspection for Monitoring Fraction Defective", Journal of Applied Statistics, Vol. 28, pp. 951-972, 2001.
- [32] Lucas, J.M., "Counted Data Cusums", Technometrics, Vol. 27, pp. 129-144, 1985.
- [33] Gan, F.F., "Design of Optimal Exponential CUSUM Control Charts", Journal of Quality Technology, Vol. 26, pp. 109-124, 1994.
- [34] Mathers, C.D., Harris, R.S., Lancaster, P.A.L., "A Cusum Scheme Based on the Exponential Distribution for Surveillance of Rare Congenital Malformations", Australian Journal of Statistics, Vol. 36, pp. 21-30, 1994.
- [35] Kenett, R.S., Pollak, M., "Data-Analytic Aspects of the Shirayev-Roberts Control Chart: Surveillance of a Nonhomogeneous Poisson Process", Journal of Applied Statistics, Vol. 23, pp. 125-137, 1996.
- [36] Ewan, W.D., Kemp, K.W., "Sampling Inspection of Continuous Processes with no Autocorrelation Between Successive Results", Biometrika, Vol. 47, pp. 363-380, 1960.
- [37] Borror, C.N., Champ, C.W., Rigdon, S.E., "Poisson EWMA Control Charts", Journal of Quality Technology, Vol. 30, pp. 352-361, 1998.
- [38] Gan, F.F., "Monitoring Observations Generated from a Binomial Distribution Using Modified Exponentially Weighted Moving Average Control Chart", Journal of Statistical Computation and Simulation, Vol. 37, pp. 45-60, 1990.
- [39] Woodall, W.H., "Control Charts Based on Attribute Data: Bibliography and Review", Journal of Quality Technology, Vol. 29, pp. 172-182, 1997.
- [40] Barbujani, G., Calzolari, E., "Comparison of Two Statistical Techniques for the Surveillance of Birth Defects Through a Monte Carlo Simulation", Statistics in Medicine, Vol. 3, pp. 239-247, 1984.
- [41] Gallus, G., Mandelli, C., Marchi, M., Radaelli, G., "On Surveillance Methods for Congenital Malformations", Statistics in Medicine, Vol. 5, pp. 565-571, 1986.
- [42] Chen, R., "The Relative Efficiency of the Sets and the CUSUM Techniques in Monitoring the Occurrence of a Rare Event", Statistics in Medicine, Vol. 6, pp. 517-525.
- [43] Radaelli, G., "Using the Cuscore Technique in the Surveillance of Rare Health Events", Journal of Applied Statistics, Vol. 19, pp. 75-81, 1992.